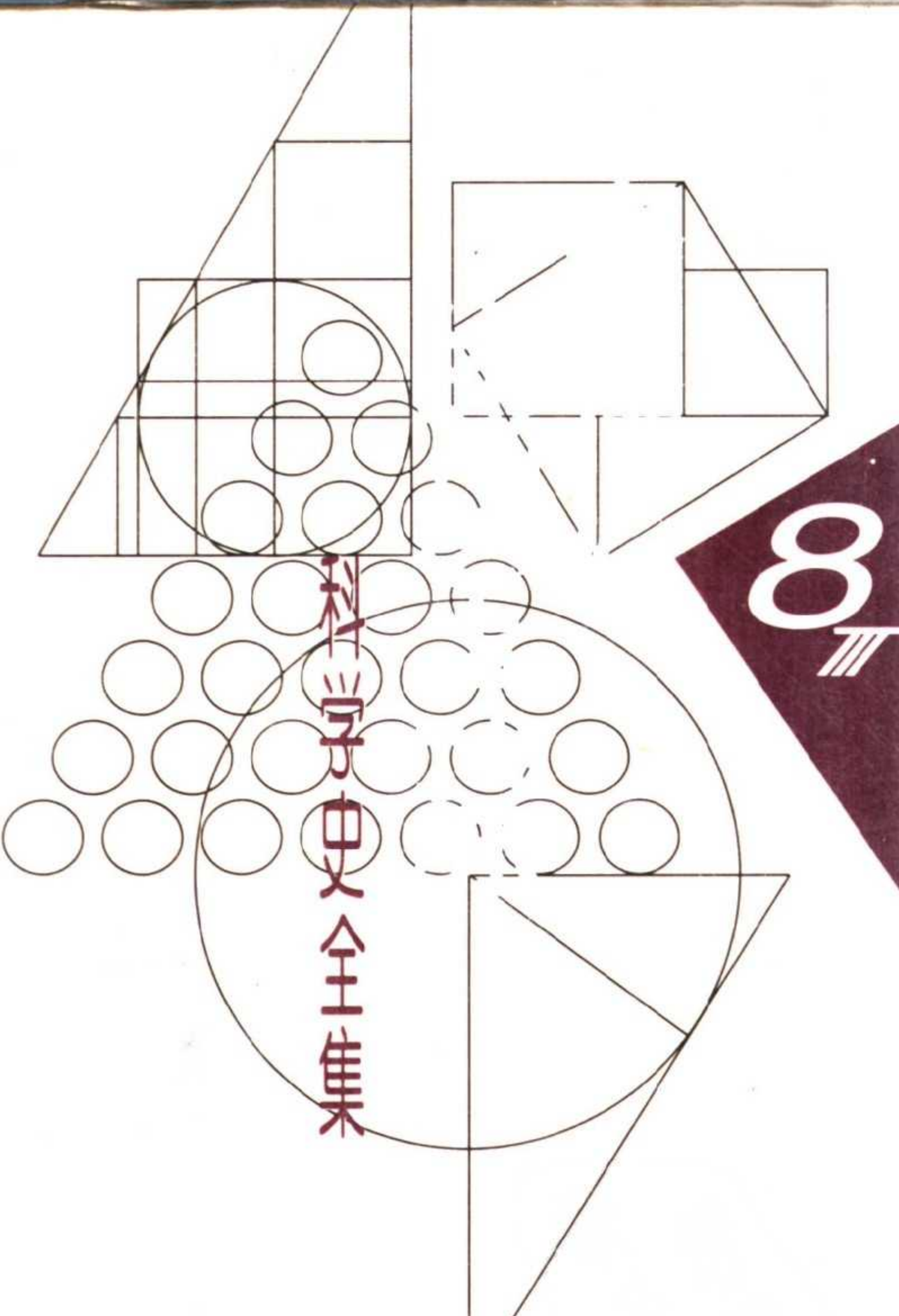
科学史全集

第八卷



辽宁教育出版社

李俨 钱宝琮

科学史全集

8

辽宁教育出版社

第八卷说明

本卷系在1955年版的《中算史论丛》第四、第五两集的基础上修订而成，共收入李俨先生1928～1952年间所发表的19篇文章（其中有两篇为李俨先生为他人所校订之文），内容包括古算具和算制、《测圆海镜》专题研究、数学教育史、数学家年谱、上古及唐代数学史、清代经学与算学、数学史编史学，以及中国与日、朝、伊斯兰世界的数学交流等。其中《中算输入日本之经过》一文曾收入1931年版的《中算史论丛》(一)，《李善兰年谱》、《中算史的工作》二文曾收入1935年版的《中算史论丛》(二)，《筹算制度考》、《珠算制度考》二文曾收入1935年版的《中算史论丛》(三)，《测圆海镜批校》(孔广森原撰)、《测圆海镜研究历程考》、《唐宋元明数学教育制度》、《清代数学教育制度》等四文曾收入1947年版的《中算史论丛》(四上)，《清季陕西数学教育史料》一文曾收入1947年版的《中算史论丛》(四下)；其余9篇文章，即《华蘅芳年谱》、《上古中算史》、《唐代算学史》、《伊斯兰教与中国历算之关系》、《清代文集算学类论文》(王重民原撰)、《经世文编算学类论文》、《三十七年中算史论文目录》、《三十年来的中国算学史》，以及《从中国算学史上看中朝文化交流》，均为1955年版的《中算史论丛》首次收入。

本卷目录

中算史论丛

第四集

李　俨

筹算制度考*

古人算数用筹，可是名称不一，大体策是最先的名称，算子是后来通俗的名称，中间又有算、筹、筹算、筹策、算筹各种名称，现在分别介绍于下：

(1)策　《后汉书》卷六十上《马融传》称："融……元初二年（公元115年）上《广成颂》：……隶首策乱，陈子筹昏。"唐李贤注称："陈子，陈平，善于筹策也。昏，乱也。言禽兽多不可算计。"唐慧琳《一切经音义》十三卷引顾野王《字书》："策，筹也。"又十八卷："策，或作筴。《声类》：筴，筹也。郑玄云：箸也。筴，亦算也。《方言》（二）：燕北，朝鲜，烈水之间，谓木细枝为策。"据《方言》所载，策是细木枝，最初不加人工制作的。

(2)算　《说文·竹部》："筭(同算)长六寸，计历数者，从竹，从弄。言常弄乃不误也。"见清段玉裁《说文解字注》第九卷，第二〇页，光绪辛巳（1881年）苏州刻本。

---

* 本文原载《燕京学报》1929年12月第6号第1129～1144页，1935年收入《中算史论丛》(三)第29～36页，1955年收入《中算史论丛》第四集第1～8页。

① 余介石以为陈子系指《周髀》中的陈子。

前汉桓宽《盐铁论·贫富篇》:"运之六寸,转之息耗,取之贵贱之间",亦指运算。清 张文虎《舒艺室随笔》卷二,谓:"筭字有从王之义,非从弄也。常弄之说,恐又后人所增。"但唐慧琳《一切经音义》九卷亦称:"(筭)字从竹,从弄。言常弄不误也。"则从弄之义,由来已久。算之名称,屡见于古算书。如《九章算术》卷四:"开方术曰:置积为实,借一算步之,超一等。"又"开立方术曰:置积为实,借一算步之,超二等。"《孙子算经》卷中"问为方几何?术曰:置积……为实,次借一算,为下法,步之,超一位至百而止。"是也。其他载记,至宋尚存此称。如《顾氏文房小说》本宋张耒《明道杂志》称:"卫朴……每算历,布算满案,以手略抚之。人有窃取一算,再抚之即觉。"又《资治通鉴》卷一百二十八唐纪懿宗皇帝三:"吏执笔握算,入人室庐计其数。"布算,握算,宋元时期其例尚多。《旧唐书》志廿九:"建中四年(公元 783 年)六月……吏秉算执筹,入人之庐舍而计其数。"《旧唐书》列传第八十五:"德宗(780~804)……吏秉笔执筹,入人第舍而计之。"

《东京梦华录》记:"生子百日置会,谓之百晬,至来岁生日,谓之周晬,罗列盘珐于地,盛……笔、研、筭、释等……应用之物,观其所拈者,以为征兆,谓之试晬。"

明陈耀文《天中记》卷四十一引《异苑》称:

"越王余算,——晋安有越王余算策长尺许,白者似骨,黑者似角。云越王行海作算,有余算弃之于水生焉。"

(3)筹　《淮南子》称:"筹,策也。"郑注《礼记》称:"筹,算也。"《文选》卷十一何晏《景阳殿赋》:"丛集委积,焉可殚筹。"又卷三十四枚乘《七发》:"孔老览观,孟子持筹而算之。"徐锴《说文系传》竹部称:"筹,壶矢也。从竹,寿声。"(南唐)徐锴称:"投壶之矢也。其制似箸,人以之算数也。"宋司马光《资治通鉴》卷一九七唐纪:"筹

笔不去手。”元胡三省注：“筹，所以计算，笔所以书。”

《急就篇》：“笔、研、筹、算、膏火烛。”

(4)筹算　《广韵》：“筹，筹算。”《前汉书》：“(桑)弘羊……有心计。”，颜师古注：“不用筹算。”

《九章算经》卷五“术曰：广袤相乘，以高乘之，三而一”条，魏刘徽注：“……谓以情推，不用筹算。”

(5)筹策　《太平御览》卷七百六十引《老子》曰：“善计者，不用筹策。”顾野王《字书》曰：“筹策所以计算也。”唐李贤注《后汉书》称：“陈平善于筹策也。”《广成颂》内“陈子筹昏”当系指《周髀》中的陈子。《大唐六典》卷十九：“凡受租……执筹数函。”

(6)算筹　《述异记》：“成公兴真人假为货客，误触算筹，其算乃合。”《邵氏闻见后录》(1157年)卷二十七：“有中官取(白玉簾)以作算筹，(张)浮休亦得一二。”《辍耕录》称：“苟用算筹亦可。”宋方夔《富山遗稿》卷二：“授其一握算筹。”

(7)算子　宋薛居正《旧五代史》卷一〇七《汉书》第九“列传”四王章，宋欧阳修《新五代史》卷三〇“汉臣传”第一八王章，宋陈世崇《随隐漫录》卷一，并称：“此辈与一把算子，未知颠倒，……”。宋罗大经《鹤林玉露》天集(1248年)卷二“算子”条称：“《五代史》……算子本俗语，……温公《通鉴》改作授之握算，不知纵横，不如《欧史》矣。”清梅文鼎《古算器考》引宋浦江吴氏《中馈录》有：“切肉长三寸，各如算子样”之语。

《古今图书集成》经济汇编食货典卷二百五十九饮食部汇考三也引宋《中馈录》“算条巴子”此条。

《万有文库》本《元曲选》辛集下：元无名氏撰《玎玎珰珰盆儿鬼杂剧》称：“我问道半仙，你再与我一算看，可还有什么解处，那先生把算子，又拨上几拨，说道：……”又《元曲选》丁集下：元孙仲章(一

作孙仲辛，或云姓李，是蒙古时代 1260～1280，作家）《河南府张鼎勘头巾杂剧》第二折称："大凡掌刑名的有八件事：……二：算子，……"。

元施耐庵《水浒》卷三第四十回："蒋敬精通书算，……因此人都唤他做神算子。……"又卷四第五十八回："把那一干人，算子般都倒在地下。"

又见《西湖老人繁胜录》，元忽思慧《饮膳正要》，元李雪庵《雪庵字要外法》，元刘瑾《律吕成书》，元无名氏《书法三昧》引。

元陈绎曾《翰林要诀》第六："凡平画忌如算子"。又第十八："画不变，谓之布算子。"

元《通制条格》卷五，学令："习学书算，怯薛歹每的孩儿每根底交太史院里学算子，国子监里学文书呵。"又以算子代表算学。

至其形式，据《方言》称："木细枝为策。"《说文》竹部曰："算长六寸，计历数者。"《前汉书·律历志》曰："其算法用竹，径一分，长六寸，二百七十一枚，而成六觚为一握。"这里称径一分，是系圆形的东西，如图 1。

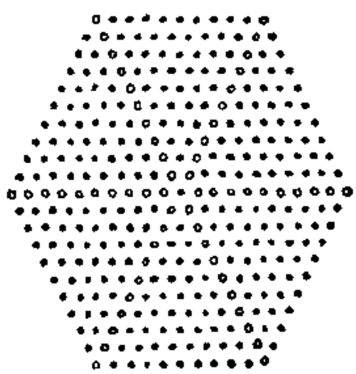


图 1

后来北周甄鸾注《数术记遗》称："积算，今之常算者也。以竹为之。长四寸，以效四时；方三分，以象三才。"此时已由细木枝，或圆形之物，改进而为有规则的四方形物品。《隋书·律历志》称："其算用竹，广二分，长三寸。正策三廉，积二百一十六枚，成六觚，乾之策也。负策四廉，积一百四十四枚，成方，坤之策也。觚、方皆径十二，天地之大数也。"

按《周易》策数法，已言："乾之策二百一十六，坤之策百四十四。"

《北史》卷四十七贾思伯传称："蔡邕（132～192）论明堂之制，堂方百四十（四）尺，象坤之策。屋圆径二百一十六，象乾之策。"

这或是将筹分为正负二种；负者为四方形，正者为三角形，如图2及图3。

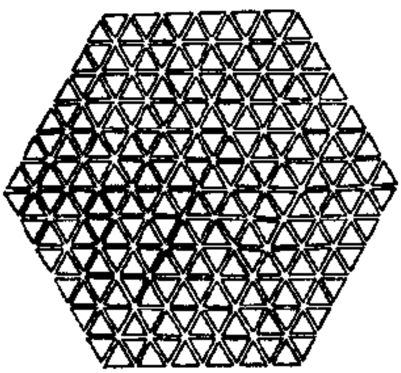


图 2

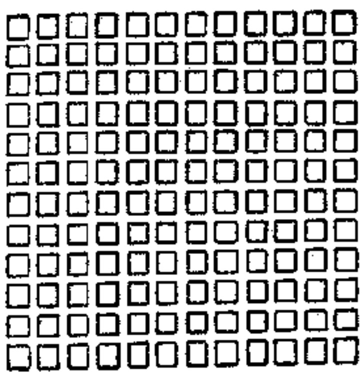


图 3

论其长短，除了上记之外，清梅文鼎《古算器考》引宋浦江吴氏《中馈录》有："切肉长三寸，各如算子样。"（《图书集成》引同）

它的数目，虽《汉书》、《隋书》各有定数，后来欲有"一把"、"盈握"之例，又或计九十一茎，或不计多寡。元耶律楚材《湛然居士文集》卷六："庚辰正月梦旃檀刹澄公记万松老人乞算筹于予，予以九

十一茎赠之。"元陶宗仪《辍耕录》"九姑玄女课"条称："其法折草一把，不计草数多寡，苟用算筹亦可。"

其分别正负，亦有用赤黑色的。如魏刘徽注《九章算术》称："正算赤，负算黑。"又《梦溪笔谈》卷八称："算法用赤筹，黑筹，以别正负之数。"见《四部丛刊续编》影明刊本宋沈括《梦溪笔谈》卷八第三页。清李锐于《知不足斋丛书》本《益古演段》卷上称："秦道古（九韶）《数学九章》卷四上开方图，负算画黑，正算画朱。"李氏所见本如此，现在所传《宜稼堂丛书》刻本，已无朱黑之别。至宋人杨辉，则以斜画为负，颇为后人所沿用。

其器初用竹，如策、筭、筹，并从竹是也。亦有用木者，《方言》释策为木细枝，即其例也。其后有用铁，用牙，用玉的。Terrien de Lacouperie 考证旧文，以为后魏世宗（500～516）已有铸铁为筹之举[①]。施耐庵《水浒》卷四第六十回："吴用取出一把铁算子来，搭了一回，拿起算子一拍。"亦言铁算子。用玉之例亦一见于宋人笔记。如邵博《邵氏闻见后录》（1157 年）第二十七第一条称："张浮休云盗夜发咸阳原上古墓，有火光出，用剑击之，铿然以坠。视之白玉籐也。岂至宝久埋藏欲飞去邪？既击碎之。有中官取以作算筹。浮休亦得一二。"至用牙之例，则：《世说》言王戎持牙筹会计。《唐语林》卷六言王戎牙筹。《资治通鉴》卷八十二《晋纪》孝惠皇帝："元康七年（公元 297 年）九月以尚书右仆射王戎为司徒，……每自执牙筹，昼夜会计，常若不足。"又《新编五代史（晋史）平话》目录有"契丹主牙筹计景延广罪"。宋杨辉《日用算法》（1262 年）陈几先跋："其

① A. Terrien de Lacouperie, *The old Numerals, the Counting Rod and the Swan-pan in China*, Numismatic Chronicle, Ⅲ (3), pp. 34～36, reprinted in London in 1888.

用心岂为运牙筹，计金谷而已哉。"亦是一例。

至筹算纵横法则，和计算方法，已见李俨《中国数学大纲》上册(1931 年)*，这里不再加多说。

其盛算器具称做算袋。唐段成式《酉阳杂俎》前集卷十七乌贼条称："海人言：昔秦王东游弃算袋于海，化为此鱼，形如算袋，两带极长。"后来还存此传说，如清周亮工《闽小记》卷下称："墨鱼一名算袋鱼。"唐时官吏有佩算袋的。《旧唐书》上元元年(公元 674 年)制一品以下，文官并带手巾、算袋。景云二年(公元 711 年)又令内外官依上元元年，九品以上文武官咸带手巾、算袋。开元二年(公元 714 年)并停京官所带跨巾、算袋。(见《旧唐书》卷五，卷七，卷八，及卷四十五)。《新唐书》称：初职事官一品以下，则有手巾、算袋、佩刀、砺石。至睿宗(685～689)时，罢佩刀、砺石(见《新唐书》卷二，志第十四，《车服志》)。按唐颜师古注《前汉书》外戚传第六十七下，"盛绿绨方底"句称："绨，厚缯也，绿，其色也。方底盛书，囊形。若今之算幐耳。"《说文》：幐，囊也。《广韵》：幐，囊，可带者。《资治通鉴》卷一四四齐纪和皇帝"麝幐"条，元胡三省注称："囊可带者曰幐，山沙以盛麝香，故曰麝幐，犹今之香袋。"以幐为囊。颜师古所谓算幐，就是算袋。至宋尚存此称。如宋刘延世《孙公谈圃》卷下(1101年)两言"算袋"。宋时尚有一种算子筒，想亦为留置算子之具。《永乐大典》卷七六〇三《西湖老人繁胜录》载："京都有四百十四行，略而言之，闹慢道业，……算子筒。"见《永乐大典》卷七六〇三，杭字韵，《西湖老人繁胜录》第 23 页，《涵芬楼秘笈三集》本，上海商务印书馆，1917 年 11 月。《咸淳临安志》卷五十八，风土："果之品，瓜：有金皮，沙皮，蜜瓮，算筒等品。"

* 见本书第三卷。——编者。

算筹亦有时与他物通用。《礼记》投壶称：算尺有二寸。《说文》系传竹部称："筹，壶矢也。从竹，寿声。臣(徐)锴曰：投壶之矢也。其制似箸；人以之算数也。"是以筹为壶矢矣。《史记》称："借箸为大王筹之。"则以筹为箸。《后汉书》胡广传称："顺帝欲立皇后，而贵人有宠者四人，莫知所建，议欲探筹，以神定选，(胡)广与尚书郭虔，史敞上疏谏曰：窃见诏书，以立后事大，谦不自专，欲假之筹策，决疑灵神。篇籍所记，祖宗典故，未尝有也。"至宋元亦有以算子为迷信算命之需，如宋马永卿《懒真子》卷五："卜者出算子约百余，布地上长丈余。"即其一例。又宋词有"卜算子"。

珠算制度考*

(一)

珠算起于何时,说者不一。清梅文鼎(1633～1721)《历算全书》内古算器考,以为:

古书散亡,苦无明据。若以愚度之,亦起于明初耳,何以知之?曰:归除歌括,最为简妙,此珠盘所恃以行也。然《九章比类》所载,句长而涩,盖即是时所创。后人踵事增华,乃更简快耳。是书为钱塘吴信民作。其年月可考而知,则珠盘之来,固自不远。

按钦天监历科所传《通轨》。凡乘除皆有定子之法,惟珠算则可用。然则珠算即起其时。又尝见他书,元统造《大统历》访求得郭伯玉善算,以佐成之。即郭太史之裔也。然则珠盘之法,

---

* 本文原载《燕京学报》1931年12月第10号第2123～2138页,1935年收入《中算史论丛》(三)第37～57页,1955年收入《中算史论丛》第四集第9～23页。

① 梅文鼎为清初中算家,其详细事迹,见李俨《梅文鼎年谱》,《清华学报》二卷二期,第609～634页,1925年12月,北京。并见《中算史论丛》第三集,第544～576(*见本书第七卷第515～545页。——编者)页。

盖即伯玉等所制，亦未可定①。

清钱大昕《十驾斋养新录》算盘条，以为：

古人布算以筹。今用算盘，以木为珠，不知何人所造，亦未审起于何代。按陶南村《辍耕录》(1366年)有走盘珠，算盘珠之喻。则元代已有之矣②。

《辍耕录》卷二十九“井珠”条称：

凡纳婢仆，初来时，曰擂盘珠，言不拨自动。稍久曰算盘珠，言拨之则动。既久曰佛顶珠，言终日凝然，虽拨亦不动。此虽俗谚，实切事情。

(二)

据梅文鼎之意，以为“归除歌括最为简妙，此珠盘所恃以行也”。考归除歌括，始载于宋杨辉《日用算法》(1262年)、《乘除通变算宝》卷中(1274年)，又见于元朱世杰《算学启蒙》(1299年)，惟杨辉和朱世杰都用筹算说明，至明景泰元年(1450年)吴敬(信民)《九章详注比类算法大全》，及明万历壬辰(1592年)③程大位(汝思)《新编直指算法统宗》始明载算盘，后书兼及图式，今分述如下：

宋杨辉著《乘除通变算宝》卷中(1274年)载：

〔九归新括〕以古句今注两存之。

---

① 见兼济堂《纂刻梅勿庵先生历算全书》：古算衍略内古算器考，第3页，雍正癸卯(1723年)魏荔彤纂刻本。

② 见《十驾斋养新录》卷十七，第3页，坊刻本。

③ 李俨所藏明刻本及康熙丙申(1716年)曾孙程光绅翻刻本《算法统宗》十七卷本并作万历壬辰(1592年)撰。日本现藏延宝四年(1676年)翻刻本亦称程大位万历壬辰作，翌年序。见日本三上義夫，“第三回总会ニ陈列ヤル和算书解题”，《日本中等教育数学会杂志》第四卷第一号，拔刷。

归除求成十。

〔九归〕 遇九成十。 〔八归〕 遇八成十。

〔七归〕 遇七成十。 〔六归〕 遇六成十。

〔五归〕 遇五成十。 〔四归〕 遇四成十。

〔三归〕 遇三成十。 〔二归〕 遇二成十。

归除自上加。

〔九归〕 见一下一， 见二下二， 见三下三， 见四下四。

〔八归〕 见一下加二， 见二下四， 见三下六。(见三加六)。[①]

〔七归〕 见一下三， 见二下加六， 见三下十二即九。

〔六归〕 见一下四， 见二下十二即八。

〔五归〕 见一作二， 见二作四。

〔四归〕 见一下十二即六。

〔三归〕 见一下二十一即七。

半而为五计。

〔九归〕 见四五作五。 〔八归〕 见四作五。

〔七归〕 见三五作五。 〔六归〕 见三作五。

〔五归〕 见二五作五。 〔四归〕 见二作五。

〔三归〕 见一五作五。 〔二归〕 见一作五。

定位退无差。

商除于斗上定石者，今石上定斗。

① "八归"歌诀见杨辉《日用算法》(1262 年)，是最早的"九归新括"。

商除于人上得文者，今人上定十。[1]

元朱世杰著《算学启蒙·总括》(1299年)载：

〔一归〕 一归如一进，　见一进成十。

〔二归〕 二一添作五，　逢二进成十。

〔三归〕 三一三十一，　三二六十二，　逢三进成十。

〔四归〕 四一二十二，　四二添作五，　四三七十二，
逢四进成十。

〔五归〕 五归添一倍，　逢五进成十。

〔六归〕 六一下加四，　六二三十二，　六三添作五，
六四六十四，　六五八十二，　逢六进成十。

〔七归〕 七一下加三，　七二下加六，　七三四十二，
七四五十五，　七五七十一，　七六八十四，
逢七进成十。

〔八归〕 八一下加二，　八二下加四，　八三下加六，
八四添作五，　八五六十二，　八六七十四，
八七八十六，　逢八进成十。

〔九归〕 九归随身下，　逢九进成十。[2]

朱世杰《算学启蒙》未尝明著撞归起一歌诀，但于卷上“九归除法门”，称：

实少法多从法归，　实多满法进前居，
常存除数专心记，　“法实相停”九十余，
但遇无除还头位，　然将释九数呼除，

① 见《宜稼堂丛书》本《乘除通变算宝》卷中第9页，又据北京图书馆藏朝鲜刻本，和日本宽文十年关孝和传写本校过。

② 见《观我生室汇编》本(1839年)《算学启蒙》，并据日人建部贤弘《算学启蒙谚解》校。

流传故泄真消息，　　求一穿韬总不如。

就中"法实相停"之停字有两两对称之义，任中敏教授曾举唐诗中"洞房昨夜停红烛"和敦煌佛曲十二时内"停烛焚香"为证。日本建部贤弘(1664～1739)《算学启蒙谚解》卷上以为：第四句"法实相停九十余"，即撞归法之"一归见一无除作九一，……"，第五句"但遇无除还头位"，即起一法之"一归起一下还一。……"并于该书卷上，九归除法门第十一问应用"见四无除作九四"演草①。

其明著"撞归"、"起一"歌诀的，有元贾亨②、丁巨、安止斋等。贾亨字季通，长沙人，《永乐大典》作贾通著《算法全能集》，刻本作二卷，《也是园书目》作六卷，疑误。丁巨著《丁巨算法》八卷，有至正十五年(1355年)自序，《知不足斋丛书》所收不足一卷，今残本《永乐大典》卷一六三四三迄一六三四四又收有"异乘同除"，及"少广"题问，安止斋何平子著《详明算法》上下二卷，它的算题见于《诸家算法序记》，和《永乐大典》残本的，和贾亨《算法全能集》完全一致，疑《详明算法》出于贾亨。其书在明尚有传本。明杨士奇《文渊阁书目》、晁瑮晁氏《宝文堂书目》、叶盛《菉竹堂书目》都载有《详明算法》。

元贾亨《算法全能集》归除歌曰："惟有归除法更奇，将身归了次除之，有归若是无除数，起一回将原数施，或值本归归不得，'撞归'之法莫教迟，若还识得中间法，算者并无差一厘。"法："谓四归见四，本作一十，然下位无除，不以为十，以四撞身为九十四，则下位有数除也，故谓之'撞归'。推此法内用之，余仿此。"撞字义为添

① 见建部贤弘《算学启蒙谚解》卷上本，第17,18及第22页、元禄三年庚午日本雒阳书肆刻本。

② 《清学部图书馆善本书目》，因《算法全能集》书中说锭，说钞，定为元时书。明王文素《新集通证古今算学宝鉴》(1524年)也作"元贾亨"。

加，或凑足。

二归为九十二，　三归为九十三，　四归为九十四，

五归为九十五，　六归为九十六，　七归为九十七，

八归为九十八，　九归为九十九。

元《丁巨算法》(1355年)“今有子粒折收”题云：“此重法也；去租破锭，归除，减除，皆有之，……‘撞归’九十三。”

元安止斋《详明算法序》称：“夫学者初习因归，则口授心会，至于‘撞归’，‘起一’时有差谬。”又《详明算法》卷上称：“又有撞归之法，皆变通之术也，亦不可不知，今具列如后：见二无除作九二，……见九无除作九九。”按此说明“撞归”之说，到元代始大完备[①]。

现录《丁巨算法》(1355年)题问，以见“撞归”法之应用。

今有子粒折收轻赍[②]，每石正价三两五钱，分例耗谷[③]，三升五合，今欲先起解钞一百锭[④]，内除带解租钞二锭一两四分八厘三毫五丝，问该正耗分例各若干？

答曰：钞一百锭，子粒正耗分例谷一千三百九十九石六斗七升一合九勺……。”

归除次序，和珠算完全一致[⑤]。如上题

$$489885165 \div 35 = 13996719$$

可列式如下：

① 见元贾亨《算法全能集》，元刻本；《丁巨算法》，《知不足斋丛书》本；《诸家算法序记》，钞本；《永乐大典》卷16343～16344，影摄本。

② 《元史》卷九十三，《食货志》第四二“税粮”条，作“折输轻赍”或“折纳轻赍”。

③ 《元史》卷九十三，作“鼠耗、分例”。

④ 一锭为五十两。

⑤ 其详参看李俨《中国数学大纲》上册。第216～219页，1931年，上海；第287～289页，1958年，北京（＊见本书第三卷第309～311页。——编者）。

489885165	35
118	
139	
349	
348	
978	
338	
968	
235	
655	
251	
671	
711	
66	
136	
315	
945	
900	

明有吴敬，其所著《九章详注比类算法大全》(1450 年)卷首“乘除开方起例”内称：

九归歌法

一归　无法定身除；

二归　二一添作五，　见二进一十，　见四进二十，
　　　见六进三十，　见八进四十；

三归　三一三十一，　三二六十二，　见三进一十，
　　　见六进二十，　见九进三十；

四归　四一二十二，　四二添为五，　四三七十二，
　　　见四进一十，　见八进二十；

五归　就身加一倍，　见五进一十；

六归　六一下加四，　六二三十二，　六三添为五，
　　　六四六十四，　六五八十二，　见六进一十；

七归　七一下加三，　七二下加六，　七三四十二，

七四五十五， 七五七十一， 七六八十四，
见七进一十；

八归 八一下加二， 八二下加四， 八三下加六，
八四添为五， 八五六十二， 八六七十四，
八七八十六， 见八进一十；

九归 下位加一倍， 见九进一十。

撞归法 谓如四归见四，本作一十，然下位无除，不进为十，以四添五，作九十，更于下位添四，其下位有四除也。又无除即于九十内除一十，却于下位又添四，故谓之撞归，惟此法内用。

二归为九十二无除减一下还二
三归为九十三无除减一下还三
四归为九十四无除减一下还四
…………
九归为九十九无除减一下还九。
…………

归法 九归之法乃分平， 凑数从来有见成，
数若有多归作十， 归如不尽搭添行。
…………

归除 惟有归除法更奇， 将身归了次除之，
有归若是无除数， 起一还将原数施，
或遇本归归不得， 撞归之法莫教迟，
若人识得中间意， 算学虽深可尽知。”[①]

---

① 见吴敬《九章详注比类算法大全》起例第10，11，12，15，16页，明刻本。“一二八”事变前原书藏上海商务印书馆附设东方图书馆内，李俨曾影摄一部。现北大图书馆另藏有一部。

吴敬(1450年)虽亦以筹算举例,但于原书"起例"河图书数注称:

不用算盘,至无差误①。

又于河图书数歌诀称:

免用算盘并算子,乘除加减不为难②。

明程大位《新编直指算法统宗》卷十二,"河图纵横图"内亦引此文。程氏又于同卷写算,及一笔锦条于内,并称:

不用算盘数可知。

似吴敬(1450年)及程大位(1592年)所称算盘,同为一物。故梅文鼎以为"是(《九章比类》)书为钱塘吴(敬)信民作,其年月可考而知,则珠盘之来,固自不远。"

冯承钧《瀛涯胜览校注》〔1935年,商务印书馆。原书有1416年马欢自序,书末又记有,景泰辛未(1451年)述〕古里国条称:"彼之算法无算盘,只以两手两脚并二十指计算,毫厘无差,甚异于常。"

又嘉靖(1522～1566)年作品《金瓶梅》也说到算盘。

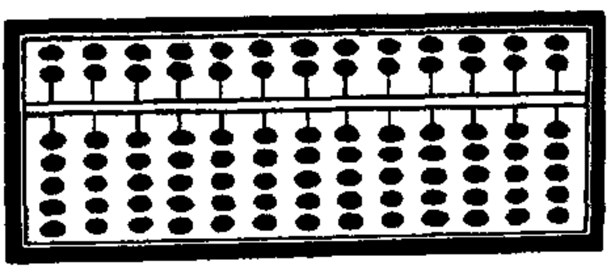


图 1

又在吴敬(1450年)和程大位(1592年)间,记:

① 见前书第26页。

② 同上。

初定算盘图式，

九九上进下退法语图式，

九因九归重演法语图式

的还有明柯尚迁《数学通轨》(1578年)一书。其初定算盘图式为十三位算盘，如图1。

明刻本《算法统宗》师生问难图。

原书藏日本早稻田大学。

同时朱载堉（1536～1595?）所著《算学新说》(约1584年著，1603年刻）中称："凡学开方，须造大算盘，长九九八十一位，共五百六十七子，方可算也。不然只用寻常算盘四五个接连在一处，算之，亦无不可也。其算盘梁上帖纸一长条，上写第一位，第二位等项字样，使初学易晓也。"[①] 同书又称："俗间算盘，皆十七位。"并如现在制度，梁上二珠，梁下五珠。

明刻本《算法统宗》"师生问难"图，则为十一位。程大位《算法统宗》(1592年)初学盘式为十五位，如图2。即十六世纪末年算盘有十一、十三、十五、十七位各式。

---

① 李俨藏有明刻本《算学新说》一册，书末题："万历三十一年(1603年)八月初三日刻完"。在前，朱载堉《律学新说》(1584年)曾提到《算学新说》。这说明《算学新说》一书是1584年以前的著作。

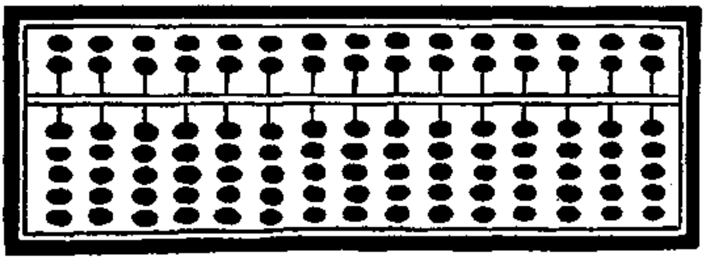


图 2

柯尚迁著书未被引入阮元(1764~1849)《畴人传》(1795年),按同治己巳(1869年)重修本《长乐县志》卷十一下选举下第五页称:

柯尚迁柯时偕弟,下屿人,嘉靖二十八年(1549)贡生,邢台县丞。

又于同书卷十八艺文,第三页,称:

明柯尚迁《周礼全经释原》十二卷,又《附录》十二卷,《曲礼全经》十五卷。案《旧志》作《三礼全经》亦无卷数,今从《续通志》。

现在日本三重县宇治山田市之神宫文库藏有明万历六年(1578年)长乐柯尚迁《曲礼外集·补学礼·六艺》附录《数学通轨》集之十五一册,卷末记称:

天明四年(1784年)甲辰八月吉旦奉纳皇太神宫林崎文库,以期不朽,京都勤思堂村井,古严,敬义拜。

原书自序称:

近有青阳卢氏《算法解》,发明诸法,近而易知①。

《算法解》一书,不见于各家藏书目,未知成于何时,书中曾记

① 李俨藏有传钞本《数学通轨》一册。现南京图书馆藏有柯尚迁《周礼全经释原》一册。

算盘图式否?

其在程大位(1592 年)前后言及算盘的,还有徐心鲁《盘珠算法》(1573 年)、柯尚迁《数学通轨》(1578 年)、朱载堉《算学新说》(约 1584 年);之外又有黄龙吟《算法指南》二卷(1604 年),和《治生要览》同刻成三册,末有

万历甲辰(1604 年)季夏月吉梓行

字样。黄龙吟号嘘云,新都高源里人。黄书详载算盘法式,其中卷上,称

> 夫算盘每行七珠,中隔一梁。上梁二珠,每一珠当下梁五珠也。下梁五珠,一珠只是一数。算盘放于人之位次,分其左右上下。右位为前,左位为后;前位为上,后位为下。凡前位一珠,当后位十珠。故云逢几还十,退十还几之说。上法,退法,九归,归除,皆从右起;因法,乘法,俱从左起。①

但书中说明时梁上仅具一珠,并分阴阳珠,如 864197523 黄书作图如图 3。

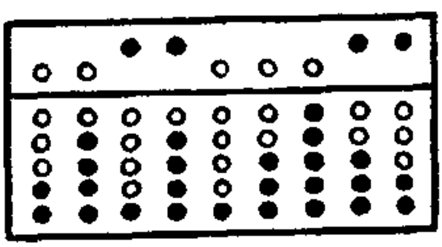


图 3

柯尚迁(1578 年)及程大位(1592 年)九归及撞归歌诀,几全相

---

① 见黄龙吟《算法指南》卷上第 1 页,万历甲辰(1604 年)刻本。李俨藏有黄龙吟《算法指南》二卷并《治生要览》合订三册,明刻本。

类，今录出以为比较。就中柯尚迁所引“九归总歌法语”、“撞归法语”、“还原法语”。又和吴敬（1450 年）所引相同。

柯尚迁（1578 年）

九归总歌法语

一归　无法定身除，　又曰：一归不须归，其法故不立。

二归　二一添作五，　逢二进一十，　…………，

…………

九归　下位加一倍，　逢九进一十①。

撞归法语

一归　见一无除作九一，　…………

九归　见九无归作九九。

或一归有归无除亦作九一，二归有归无除，亦作九二，余仿此。

还原法语

一归一　已归无除起一还一，　…………

九归九　已归无除起一还一。

俱出归内，起一于次位，或还一，或还二，或还三。

程大位（1592 年）

九归歌

一归　不须归一者原数，不必归也。　其法故不立。

二归　二一添作五，　逢二进一十；

三归　三一三十一，　三二六十二，　逢三进一十。

……　…………，　…………，　…………。

九归　总诀随身下，　……………，　逢九进一十②。

---

① “逢二进一十……”，吴敬（1450 年）作：“见二进一十，……”，余仿此。

② 程大位（1592 年）将吴敬（1450 年）的“见几进一十”，或柯尚迁（1578 年）的“逢几进一十”以下各句省去。

撞归法

一归　见一无除作九一，……………

九归　见九无除作九九。

已有归而无除，用起一还原法。即是起一还将原数施。

一归　起一下还一。本位起一，下位还一。

二归　起一下还二。本位起一，下位还二。

……　…………。　…………，　…………，

九归　起一下还九。本位起一，下位还九。

明李光裕《积玉全书》和徐企龙《万宝全书》亦引述算盘图式①。

由此得一结论。即归除歌诀，昉自宋杨辉(1274年)著书，元朱世杰(1299年)因之。撞归、起一之说，见于元贾亨、丁巨(1355年)、安止斋各家著书。算盘二字始为明吴敬(1450年)所用。而算盘图式则载于徐心鲁(1573年)、柯尚迁(1578年)、程大位(1592年)、黄龙吟(1604年)等所著书。

(三)

珠算名称始见于汉徐岳《数术记遗》。《数术记遗》称：

珠算：控带四时，经纬三才。

北周甄鸾于此条注称：

刻板为三分。其上下二分，以停游珠。中间一分以定算位。位各五珠。上一珠与下四珠色别。其上别色之珠当(五)。其

① 见高井计之助《算盘杂话》，东京《讲演同好会会报》，《讲演集》No. 267号，第19页，昭和六年(1931年)第廿八辑，东京。

下四珠，珠各当一[①]。

但徐岳《数术记遗》所称之珠算，非即柯尚迁（1578 年）所示之算盘。因柯书明记“初定算盘图式”。则其时上距发明，自尚不远。而徐岳《数术记遗》所载，或仅与西洋人所用者相类[②]。

其次则宋《谢察微算经》，称：

中：算盘之中…… 上：脊梁之上，又位之左，

下：脊梁之下，又位之右 …… 脊：盘中横梁隔木。

后此程大位曾引入《算法统宗》卷一“用字凡例”内。所谓脊梁惟算盘有之。按《谢察微算经》；《新唐书》、《宋史》均作二卷，今已不全。无从考订是否为宋人遗著。《说郛》、《唐宋丛书》并作《周髀算经》，未审何故？

复次则十七卷本程大位《算法统宗》卷十七，称：

元丰（1078～1085）、绍兴（1131～1162）、淳熙（1174～1189）以来，刊刻算书，有《盘珠集》、《元盘集》。

惟《盘珠集》、《元盘集》是否即为论述算盘之书，亦不可知。钱大昕则因元陶宗仪《辍耕录》（1366 年）有走盘珠、算盘珠之喻，以为元代已有算盘。总之，此项算器，明初已见流行，则无疑义。清初亦称“珠盘”，如梅文鼎在《古算器考》屡称珠盘，《聊斋志异》（1679 年）卷十一《爱奴》附条，有珠盘及拨盘等语。

---

① 上文括弧内（五）字原缺，由日三上义夫校出。见三上义夫“支那数学之特色”，《东洋学报》第十六卷第一号 p. 81，拔刷。又三上义夫“日本数学史论”，《史苑》第三卷，pp. 73～74，拔刷。

② 关于西洋人所用算盘事实，参看 F. Cajori：*A History of Elementary Mathematics*，1917. New York. *Abacus* 条。或小仓金之助译注增补 Cajori《初等数学史》，日文本，1928，东京。

（四）

日本亦有算盘，相传明末日人毛利重能奉丰臣秀吉之命，来华学算，携程大位《算法统宗》而归。著《归除濫觞》二卷，教授国人。但其事真伪未可知[①]。现在日本前田侯爵家藏一算盘为伊势国山田前田利家遗物。曾携往肥前名护屋阵中。算盘匣盖里有：

文安元子年

字样。按文安元年甲子，当明正统九年（1444 年）[②]，此算盘珠略带圆形，其制作年代，尚待再考，如确为当时遗物，则算盘由华传日已在吴敬（1450 年）、柯尚迁（1578 年）之前。而算盘行世，又更远了。算盘传入日本，甚见流行，日本近江之大津地方，于庆长十六、七年中（1611～1612）曾广事制造算盘[③]。十六世纪初年欧人所编辞书有 Soroban（十露盘）之语，明侯继高 1592 年所著《日本风土记》谓算盘日人称为所六盘[④]。

又贞享元年（1684 年）里川通祐《雍州府志》卷十称："算盘，倭俗谓十露盘。凡算盘以竹串，贯十个木颗，并置盘上数行。凡算物

① 参看远藤利贞遗著增补《日本数学史》，Smith and Mikami：*A History of Iapanese Mathematics*. pp. 32～36，1914. Chicago.

② 参看三上义夫《支那数学之特色》，《东洋学报》第六卷，第一号，p. 83，拔刷。
三上义夫《日本数学发达之由来》，《史学杂志》第二十九编，第三号，p. 4，拔刷。
三上义夫《日本数学史论》，《史苑》第三卷，p. 75，拔刷。
三上义夫《东西数学史》第 7 页，第二章，"算盘之传来"，有文庆元年（1444 年）"算盘已传入日本"之疑问。

③ 星野恒《算盘之传来》，《算珠》第 21 号，1954 年，第 48～52 页。

④ 见三上义夫《日本数学史概要》，《高等数学研究》第二卷，第二号，第 6 页。昭和六年（1931 年）二月，东京。
参见高井计之助《算盘杂话》，第 9～10 页。

时以斯木颗为逐一之微而算之。十露呈露十个颗之义也"云云，疑非正训。星野恒以为明代商于日本者多为闽粤人。算盘，十露盘，直音讹耳①。

其见于著书者，宽永四年(1627年)吉田光由所著《尘劫记》跋文称：依据汝思之书，汝思即《算法统宗》作者程大位。其后百川治兵卫《龟井算》(1645年)，亦应用珠算算商除。矶村吉德《算法阙疑钞》(1660年)，泽口一之《古今算法记》(1670年)，并有算盘图，但算珠已由圆形变为棱形，而梁上由二珠变为一珠。如图4。

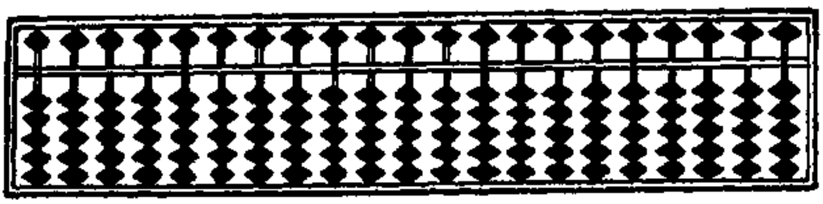


图 4

其后在日本又有梁上三珠之算盘。今藏日本山形市山寺村伊泽荣次家中，盘高四寸四分，长二尺一寸四分，为三十五位算盘②。此项梁上三珠之算盘，我国闽县潘逢禧的《算学发蒙》五种(1881年)内曾论及之。近年寿孝天亦制成此算盘，称为寿式算盘云。

① 见高井计之助《算盘杂话》，第8页。又十吕盘，算法盘，水露盘，所六盘也都是音讹。

② 见三上义夫，"梁上三珠之算盘"，The XY，Vol. XVIII，No. 7. pp. 1～3 大正十年(1921年)九月，东京。

测圆海镜批校*

孔 广 森 撰

目 次

识 语

阮元(1764～1849)于《知不足斋》本《测圆海镜序》(1798 年)称元视学浙江,从文澜阁《四库全书》中钞得一本,细草多讹,因属

* 本文原载《国立北平图书馆馆刊》第 8 卷(1934 年)第 2 号第 49～60 页,1947 年收入《中算史论丛》(四上)第 15～25 页,1955 年收入《中算史论丛》第四集第 24～31 页。

元和李君尚之(锐)(1773～1817)算校一过。这是刻本流传的大概。

上海东方图书馆善本书子四八四《测圆海镜》四册，一函，有孔广森硃笔批校。书眉上有批校二十七条，其中一条岁在乙巳(1785年)。虽其所批仅及卷一、二、三、七的四卷，广森(1752～1786)次年即死去，此书是他的绝笔。批校此书在李锐之先，亦是中算史一段故事。

以前在东方图书馆看到此书，曾录出此项批校二十七条。一二八之变，东方图书馆被焚，藏书大部无存。其所藏中算书目录，曾发表于前《北京图书馆馆刊》中，现在录出此本批校，以备研治中算故实参考之用。

以下原文和页数，都照译署同文馆铅印本《测圆海镜》。

每条批校上列一圈为志。

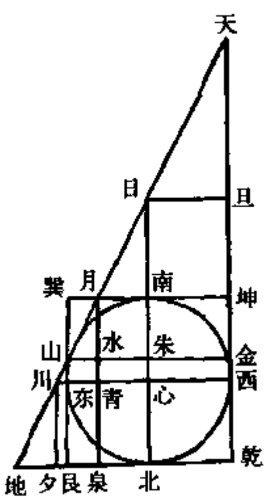
1933年5月12日李俨记于郑州

测圆海镜细草卷第一

翰林学士知制诰同修国史栾城李治撰

⊙朱心青水长方积，与月水山勾股积等。

太虚勾股和，即圆径内减虚弦，又为虚弦虚黄方共，又为皇极弦内去明股叀勾共。其差则大差勾内减个小差股也。勾弦共，即小差股也。其较则虚股内减个小黄方也。股弦共，即大差勾，其较则虚勾内减个小黄方也。弦较和为大差弦上弦和较，又为黄长弦上勾弦较，又为两个明勾，其较，则小差弦上黄方面也。三事和即大黄方，其较则为两个明弦上股弦较，



圆城图式

又为重弦上两个勾弦较，又为明弦上小差与重弦上大差共也。

⊙虚黄方，即太虚勾股内容圆之通弦也。亦是太虚弦和较。

边黄内减底黄，即虚差。黄广黄内减黄长黄即二虚差。高黄内减平黄，即虚差。盖高黄即虚股，平黄即虚勾也。大差黄内减小差黄，即二虚差。盖大差黄即二明勾，小差黄即二重股也。明黄内减重黄余即虚差。重弦上三差，合成一个虚黄方。

⊙凡单言黄者，即弦和较也。

以明重二股共，为明弦重黄共，则高差虚黄共为之较；为明大小差虚大小差共则明重二股共内去两个虚双差为之较也。以明重二勾共为重弦明黄共，则以平差虚黄较为之较；为重大小差虚大小差共则明重二勾共内减两个重大小差为之较也。

⊙明重二勾小两个虚双大虚反减。

半之三事和内加半黄方，即勾股共。若减之则弦也。半圆径内加半虚黄即虚和。减半虚黄即虚弦也。又以半虚黄，加明和，即高股。以半虚黄，加重和，即平勾也。加明股则明弦，加重勾则重弦，减明勾则明黄，减重股则重黄也。以虚黄加明黄，即虚股；以虚黄加重黄，则虚勾也。

⊙凡三事和半之皆如下例。

高差平差共，又为平勾高股差。以半径减高股，即高差。半径内减平勾，即平差。明勾内减重勾与平差同。明股内减重股，与高差同。股圆差内减极股，即高差也。勾圆差减于极勾，即平差也。正股内去边弦，即平差也。底弦内去正勾，即高差也。大差勾内去极勾，即平差也。极股内去小差股，即高差也。极差内去重差。即高差也。内去明差即平差也。

⊙正股即通股，正勾即通勾。

明段弦较较，即虚股也。重段弦较共，即虚勾也。

⊙即明勾较和亩股较和也。

测圆海镜细草卷第二

或问甲乙二人俱在坤地。乙东行一百九十二步而止，甲南行三百六十步望乙，与城参相直，问答同前。

⊙弦较：即圆径。

⊙此法因弦较和乘弦较较之积，与四倍勾股积等。所以倍直积以弦较和除之，为圆径也。

或问甲乙二人同立于艮地。甲南行一百五十步而止，乙东行八十步望乙，与城参相直，问答同前。

⊙弦较和即圆径。

⊙此法同上。

或问甲乙二人同立于巽地。乙西行四十八步而止，甲北行九十步望乙，与城参相直。问答同前。

⊙三事和即城径，此法以太虚勾股内容圆径求三事和也，因通径除故倍直积。

或问甲出东门四十八步而立。乙出南门四十八步见之，问答同前。

⊙方五斜七乃古率，当用四十五度之割线为密。

又法：识别得二行并，即大弦也。立天元一为半径，置甲南行步加天元一得 $\begin{array}{r}\text{𝍠元}\\ \text{𝍣𝍰〇}\end{array}$ 为大股。又置乙东行步加天元得 $\begin{array}{r}\text{𝍠元}\\ \text{𝍡〇〇}\end{array}$ 为大勾也。勾股相乘得 $\begin{array}{r}\text{𝍠}\\ \text{𝍥𝍰〇元}\\ \text{𝍣𝍮〇〇〇}\end{array}$ 为一个大直积，以天元除之，得下式，$\begin{array}{r}\text{𝍠元}\\ \text{𝍥𝍰〇}\\ \text{𝍣𝍮〇〇〇}\end{array}$ 为三事和也。寄左。黄方除倍积得三事和，今以半黄方除

直积亦为三事和也。然后并二行步，又并入勾股共，得：$\begin{array}{r}\text{||元}\\ \text{一|||⊥○}\end{array}$为同数。与左相消，得：$\begin{array}{r}\cancel{\text{|}}\\ \text{丅}\cancel{\text{≡}}\text{○}\\ \text{Ⅲ⊥○○○}\end{array}$，以平方开之，得一百二十步。倍之，得全径也。合问。

⊙前三事和以天元除之，则真数无位可降。今不除将后三事和以天元乘之为便也。

测圆海镜细草卷第三

或问甲出西门南行四百八十步，乙出东门直行一十六步，望见甲。问答同前。

⊙用勾股比例，所以中小言之。

或问乙出南门东行七十二步而止。甲出西门南行四百八十步望乙，与城参相直。问答同前。

⊙用勾股比例，所以大小言之。

或问乙出东门直行不知步数而止，甲出西门南行四百八十步望见乙，复就乙斜行五百四十四步，与乙相会，问答同前。

⊙前小股如不除大勾，则以天元体与左相消亦同。

或问乙出南门不知步数而立。甲出西门南行四百八十步望乙，与城参相直。复就乙斜行二百五十五步与乙相会，问答同前。

⊙各降一位始得真数。

或问乙出南门直行一百三十五步而止，甲出西门南行四百八十步望乙，与城参相直。问答同前。

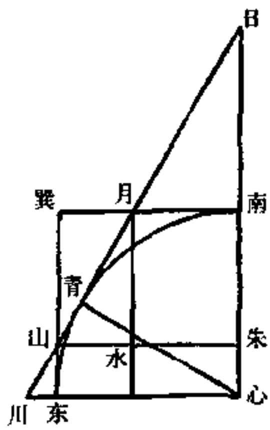
⊙前小勾内带大股分母，底勾亦带大股分母，以二数相乘，故带大股幂为分母也。

⊙各降二位始得真数。

测圆海镜细草卷第七

或问出南门东行七十二步有树，出东门南行三十步见之，问答同前。

⊙此图垂线系广森所加。借用青字者，以川青心形既以半径为股，则其勾即上平形之川青勾也。



⊙明虚重为切一象限所成连比例三勾股形。故日南，川东相乘，或月南，山东相乘；并与月水山界相等。

试自心抵圆弦相切处，作心青垂线。则青山与山东同。月青与月南同。故日二行步相并为月山虚弦也。月山既即月南山东之并，而加以巽月勾，巽山股，则其三事和，非城径乎。若以巽东半径内减去巽月，则所余亦即南月，又减去山东。可见南月，山东之较，即巽山，巽月之较矣。

二元少一百〇二步，为太虚勾股和；又减太虚弦一百〇二步，是为二元少二百〇四步太虚之弦和较也。

又法：二行步相乘为实，二行步相并为从，一步虚法，得半径。

⊙大差勾小差股相乘，与大差股小差勾相乘，等。大差股通勾弦较也，小差勾通股弦较也，故其相乘为半段弦和较界也。

又法：条段同前。

⊙森按：此题既立天元一为半径，则以半径自乘之小勾界为一率；半径加南行之日心弦界为二率(即高弦)；半径加东行之川心勾界为三率；日心自乘，川心自乘，并之得日川弦界，为四率。如是取等数，亦开三乘方，然较为易了。

草曰：立天元一为皇极弦上股弦差，……

⊙二行差即极形之勾股较，重弦即极形之股弦较，两较相加即勾弦较月川与川心同，故日月弦乃极形之勾弦较也。既知两较，用古法相乘而倍之，得

其小黄方矣。明勾𠁣股和，即皇极形内之弦和较何也？自心抵圆径相切处，作中垂线观之，则川青与小分弦同，日朱与大分弦同，而朱心心青之和，乃其弦和较也。故此法以小黄方相乘，𠁣弦自乘，明弦自乘，三界连乘为一数，以明弦𠁣弦明勾𠁣股和连乘又自乘为一数，而所得五乘之实为相等。乙巳(1785年)九月初七日森识。

草曰：别得人距树即高弦也，半圆径即高勾也。……

⊙日心与天日同，日朱与天且同，故朱心为股弦差，朱心即山东也。

法曰：半甲不及步以自之为幂，半甲不及步内减差以自之为幂，二幂相并，内却减差幂为平实；二之乙不及为益从；三步半虚法；得甲南行。

|||⊥≟

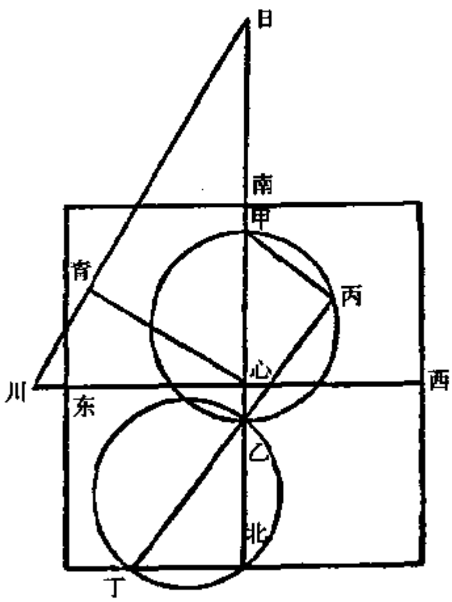
⊙森按：立天元一为城径，以减于二不及，其余 | 少元 为太虚勾股和也。二云数相减太虚勾股较也。和自乘较自乘相减得十四万一千一百二十步，少七百五十六元，多一平方为八段月水山界，寄左。乃命一元少乙不及步为明勾，一元少甲不及步为𠁣股，以相乘

|

得　||⊥≟ 少元。八因之，得二十八

|||≡||≟○

万二千二百四十步，少三千〇二十四元多八平方，与左，同数相消，得十四万二千一百二十步，与二千二百六十八元，少七平方相等。



今设新法于后，

二云数相乘又四之为法实，二云数相并又六之为廉法，七步虚法，平方开之，得城径。

或问丙出南门直行，甲出

东门直行，……

法曰：二少步相乘讫又自乘为实，……

⊙此法太繁重，合以丙云步为小股二云步相减得一百一十九步为小弦，则甲云数即小股弦和也。乃以小股乘股弦和为实，三因小股内减小弦余为法，实如法而一，即半径。

草曰：别得云数共减于倍城径，为甲丙共行数，又云数相减即皇极差，亦为甲行不及丙行数。立天元一为半城径，以三之，……

⊙乙北丁形，以通勾通股之较为三事和，李图所无，今补。

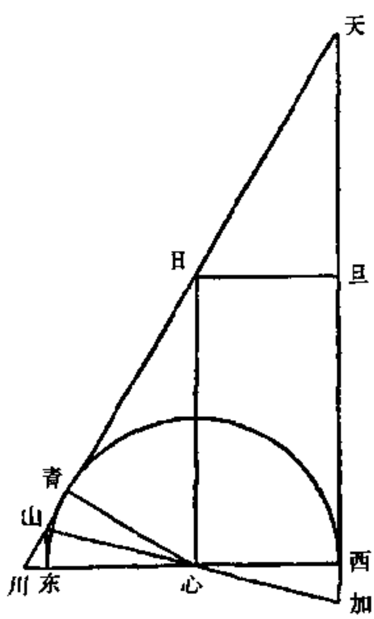
⊙南甲与川东同，甲北者川东与城径之较也；南乙与日南同，乙北者日南与城径之较也。甲乙又两不及数之较也。何以知甲乙即乙北小股之弦。凡直角必立于圆半径之上，试以甲乙乙丁各为圆界，作两圆相切，则乙北丁形与乙丙甲形正相等，而甲北与丙丁圆同为股弦之和也。故右法以乙北股为一率，乙丁弦为二率，心青股为三率，川心弦为四率，即可以取等数矣。

法曰：倍不及步在地，以不及步减通步以乘之为实，以四之不及步为法，得乙南行三十步。

⊙此题殊谬，既知乙南行步与斜步之较，则通步内减较折半，即知南行三十步，何庸设法。

法曰：少步幂为平实，四斜步内减二少步为益从，五步常法，得乙南行。

⊙青心与日且同为半径，故日心与天日同为弦，日青与天且同为股，如卷首图：既知山青与山东等，则共步内减山青，即得天青为与天西等者矣，所谓梯底是也，此梯底乘山东与半径自乘等，试以东山心形易为心西加形观之，则西加小分底乘天西大



分底，岂不与心西自乘相等耶？

⊙明勾底勾相乘，亦与半径自乘等，即此圆之理。

草曰：别得甲多步为大勾内减明勾也，丙多步为大股内少重股也。……

⊙天金股乘泉地勾，与山金勾乘日泉股等，故即黄方也。

草曰：别得甲为大勾，乙为明勾，丙为大股，丁为重股也。……

⊙月地自乘内减月泉股界，故得泉地勾界。天山自乘内减山金勾界，故得天金股界。天金泉地之相乘既与城径自乘等，则两界相乘，必与城径之三乘方等，故立法如此。

⊙明日将有中州之行，自辰达午，草草阅此卷，就益友彭心泉先生政之。

测圆海镜研究历程考*

目　次

一、《测圆海镜》研究历程

勾股容圆之说，出于古《九章》勾股章，千年来无人有附益其

* 本文原来连载于《学艺》11、12卷(1931～1932)：第11卷2号第1～26页，6号第1～15页，8号第1～36页，9号第1～10页，10号第1～14页；第12卷1号第117～134页，2号第85～101页，3号第99～111页，4号第83～92页。1947年收入《中算史论丛》(四上)第27～251页，1955年收入《中算史论丛》第四集第32～237页。

说。宋元算说称盛。宋鹿泉(今元氏)石信道《钤经》有论测圆之说,《测圆海镜》(1248年)卷七曾引其说。洞渊又有九容之说,书中有测圆一门。宋秦九韶《数书九章》(1247年)卷八遥度圆城题,元朱世杰《四元玉鉴》(1303年)卷中勾股测望门,都有此类题问。可是除洞渊外,似未有人精研此道的。到元栾城李治(1192~1279)老大以来,得洞渊九容之说,日夕玩绎,又为衍之,遂累一百七十问,成《测圆海镜》十二卷(1248年)。治临终自称:"《测圆海镜》一书,虽九九小数,吾常精思致力焉。"测圆研究,至此始告完成。其书到明时,有顾应祥(1483~1565)的《测圆海镜释术》十二卷(1550年),《测圆算术》四卷(1553年),都因类相从,略去原草,还是不便。周述学(1558年)、柯尚迁(1578年)、程大位(1592年)之徒,则仅释《九章》容圆一问。西说输入之后,徐光启(1562~1633)尝于《勾股义》称:"《测圆海镜》……余欲为说其义,未遑也。"但自《几何原本》译传(1607年)之后,形学知识,普及中华,因开清人研究《测圆海镜》的先声。惟在清初,杜知耕于《数学钥》(1681年)卷六,杨作枚于《勾股阐微》卷一,梅文鼎(1633~1721)于《勾股阐微》卷二,仅解《九章》一问。梅文鼎曾改鲍祖述原图,而鲍图又出于《勾股义》,梅瑴成(1681~1763)于《梅氏丛书辑要》卷六十一附录一《赤水遗珍》(约1761年)内引《测圆海镜》卷二,第十四题一问,用借根方解《测圆海镜》立天元一之法,此时瑴成尚未明立天元一的方法。乾隆三十七年(1772年)清廷有求书之诏,各省都有献书。明年(1773年)开《四库全书》馆。就中列入天文算法的,有:李潢(?~1811)家藏本《测圆海镜》十二卷,浙江第五次采进范懋柱天一阁藏本《测圆海镜分类释术》十卷。休宁戴震(1724~1777)在《四库》分校天文算法书,现在《四库全书》本《测圆海镜》案语,可能是出于戴氏的。孔广森(1752~1786)少曾师事戴震,及官翰林,见到秘书,得见王(孝

通)、秦(九韶)、李(冶)三家的书。现在上海东方图书馆善本书子四八四《测圆海镜》四册,有孔广森硃笔批校二十七条。其中一条,岁在乙巳(1785年)。广森次年即死,故批校仅及一,二,三,七的四卷。阮元(1764~1849)视学浙江,从文澜阁中钞得《测圆海镜》一本,又得归安丁杰藏旧本,属元和李锐(1773~1817)算校一过,嘉庆二年(1797年)校成,明年(1798年)刻入鲍廷博《知不足斋丛书》第二十集中。《四库》校本,及李锐校本,于原书虽多所订正,但尚不免脱略。李锐之后,提倡研治《测圆海镜》的,有李善兰(1811~1882)。善兰早岁得读此书,方知道算学的精深,在同文馆日,传印《测圆海镜》,称做同文馆《集珍》本(1876年)。又以此课诸生,故同文馆《算学课艺》卷三(1880年),专以《测圆海镜》问题为问。又自著《测圆海镜图表》一卷,为《古今算学丛书》(1898年)之一。《测圆海镜解》一卷,以几何方法证《测圆海镜》卷一"识别杂记"数条,有钞本传世。后来论此的,有:

《测圆海镜识别详解》一卷,张楚钟撰,《求是斋丛书》本(1873年)。

《测圆海镜法笔》二卷,李镠撰,《衍元海鉴》本(1879年)。

《代数勾股术》卷四,张茂涀撰(1883年)。

《海镜窥豹》一卷,王鉴撰(1894年)。

《测圆海镜通释》四卷,刘嶽云撰(1896年)。

《测圆海镜术解》七卷,黄岩黄方庆撰,有稿本,见《台州经籍志》。

《测圆海镜识别图解》六卷,黄方庆撰,有稿本,见《台州经籍志》。

《海镜一隅》一卷,吴诚撰,《算学一隅》本(1898年)。

《九容公式》,王季同撰,《古今算学丛书》本(1898年)。

《九容拾遗演代》一册，王泽沛撰，原稿本。

《测圆海镜细草通释》十二卷，王泽沛撰，《古今算学丛书》本(1898年)。

《测圆海镜图解》二卷，叶耀元撰，《古今算学丛书》本(1898年)。

《九容演代》一卷，杨兆鋆均撰，《须曼精庐算学》卷十四本(1898年)。

《求志书院算学课艺》一卷，刘彝程编(1896年)。

《九章实义》卷四，刘彝程编(1901年)。

《测圆海镜识别赘解》二卷，黄泰生撰，冯澂校(1901年)。

《海镜各形比例泛积表论》一卷，贺尹东编《中西算学九种》本(1902年)。

《勾股题镜》一卷，张松溪撰(1907年)。

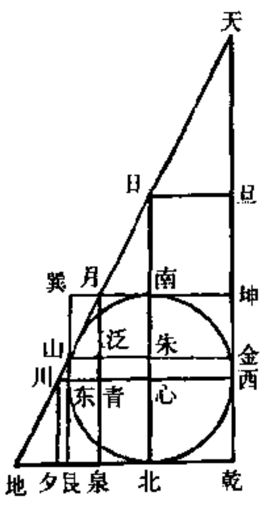
道光六年(1826年)甘泉罗士琳(1789～1853)于《勾股容三事拾遗》三卷自序称："李氏《测圆海镜》一书，全以勾股容员为题，设问一百七十，孔氏《少广正负术》之外篇，亦间以方边为题，设问二十四；以中长为题，设问十，要皆极变之外，别寻新义。嗣绘亭先生名博(伯)启，满洲正白旗人，乾隆年官监副。更取勾股形中所容之方边、员径、垂线三事分配和较，创法六十。惜其书未刊，久经寝没[①]。今所传者，唯有方边及垂线求勾股弦一题。……窃沿五和五较诸目，仿《测圆海镜》例，逐一立天元一以补之，质名曰《勾股容三事拾遗》。"书凡三卷。黄宗宪未见罗书，亦演数题，称为"勾股容三事和较术补遗"，附于《悯笑不计》(1896年)之内。这都是测圆的别径了。

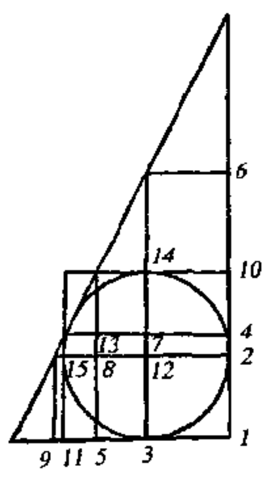
---

① 北京图书馆藏伯启著《勾股形内容三和较》，有乾隆四十八年(1783年)绘亭伯启自序，道光元年(1821年)姚元之家钞本。

二、李治《测圆海镜》图式、名义

李治《测圆海镜》十二卷(1248 年),“以勾股容圆为题,自圆心圆外纵横取之,得大小十五形,皆无奇零”,如通△天地乾,天地为通弦,天乾为通股,乾地为通勾,而所取之勾股弦,并为 $8^2+15^2=17^2$ 之倍数,如通弦$=40\times17$,通股$=40\times15$,通勾$=40\times8$ 等是。因《九章算术》卷九勾股章勾股容圆一问,亦取 $8^2+15^2=17^2$ 为问。但原书第二卷,弦上容圆题,半矮梯第三问,方五斜七问,用数均与设率不同。第十一卷第十一问“草曰:此问所求城径,与诸问并同,其勾股则与前后诸率不同,今特为此草者,欲使后学有以考较诸率当否也”,是其一例。而用数多用“其勾股数少,得见弦黄,而相为率者”。如卷八,第十五问,注中所举:





$3^2+4^2=5^2$，　　$5^2+12^2=13^2$，　　$7^2+24^2=25^2$，

$8^2+15^2=17^2$，　　$9^2+40^2=41^2$。[①]

《测圆海镜》卷一所举十五形正数，为：

	弦 c，	勾 a，	股 b，
大或通△天地乾，	680，	320，	600，
边△天川西，	544，	256，	480，
底△日地北，	425，	200，	375，
黄广△天山金，	510，	240，	450，
黄长△月地泉，	272，	128，	240，
上高△天日旦，	255，	120，	225，
下高△日山朱，	255，	120，	225，
上平△月川青，	136，	64，	120，
下平△川地夕，	136，	64，	120，
大差△天月坤，	408，	192，	360，
小差△山地艮，	170，	80，	150，
(皇)极△日川心，	289，	136，	255，
(太)虚△月山泛，	102，	48，	90，
明△日月南，	153，	72，	135，
小或重△山川东，	34，	16，	30.

释名

勾$=a$，　　股$=b$，　　弦$=c$，

黄＝黄方＝内容圆径＝圆$=2r=D$。

五和五较：——

① 可能根据下列两公式算得：

$x^2+y^2=(y+1)^2$，$x=$奇数；

$x^2+y^2=(y+2)^2$，$x=$偶数。

勾股和 $=$ 和 $= a+b =$ 弦黄和 $= (a+b-c)+c$。

勾股较 $=$ 较 $=$ 差 $=$ 中差 $= b-a =$ 双差较

$= (c-a)-(c-b)$。

勾弦和 $=$ 勾弦共 $= a+c$。

勾弦较 $=$ 大差 $= c-a =$ 股黄差 $= b-(a+b-c)$。

股弦和 $=$ 股弦共 $= b+c$。

股弦较 $=$ 小差 $= c-b =$ 勾黄差 $= a-(a+b-c)$。

双弦 $=$ 大差 $+$ 小差。

弦较和 $=$ 弦较共 $= c+(b-a) =$ 股较和

$= b+(c-a) =$ 勾和较 $= (b+c)-a$。

弦较较 $= c-(b-a) =$ 股和较 $= (c-a)-b$。

$=$ 勾较和 $= (c-b)+a$。

弦和和 $=$ 总和 $=$ 三事和 $= a+b+c =$ 勾和和

$= (c+b)+a =$ 股和和 $= (a+c)+b$。

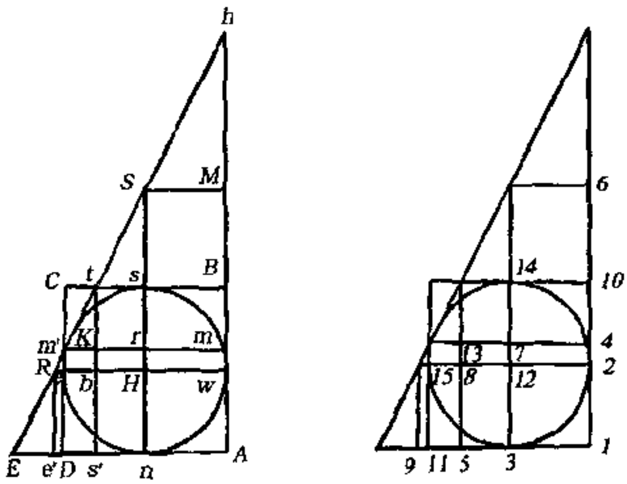
弦和较 $=$ 黄 $=$ 黄方 $=$ 圆径 $= a+b-c =$ 勾较较

$= a-(c-b) =$ 股较较 $= b-(c-a)$。

圆城图式，或如下(2)，(3)之法记之亦可。

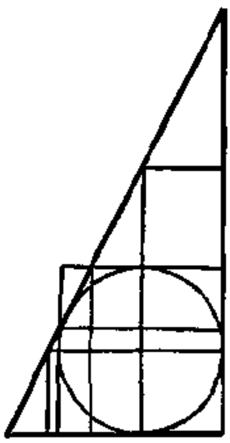
	弦 c，	勾 a，	股 b，
大或通$\triangle_1$：hEA，	c_1，	a_1，	b_1，
边$\triangle_2$：hRw，	c_2，	a_2，	b_2，
底$\triangle_3$：SEn，	c_3，	a_3，	b_3，
黄广$\triangle_4$：$hm'm$，	c_4，	a_4，	b_4，
黄长$\triangle_5$：tEs'，	c_5，	a_5，	b_5，
上高$\triangle_6$：hSM，	c_6，	a_6，	b_6，
下高$\triangle_7$：$Sm'r$，	c_7，	a_7，	b_7，
上平$\triangle_8$：tRb，	c_8，	a_8，	b_8，

下平$\triangle_9$：REe'，	c_9，	a_9，	b_9，
大差$\triangle_{10}$：htB，	c_{10}，	a_{10}，	b_{10}，
小差$\triangle_{11}$：$m'ED$，	c_{11}，	a_{11}，	b_{11}，
(皇)极$\triangle_{12}$：SRH，	c_{12}，	a_{12}，	b_{12}，
(太)虚$\triangle_{13}$：$tm'K$，	c_{13}，	a_{13}，	b_{13}，
明$\triangle_{14}$：Sts，	c_{14}，	a_{14}，	b_{14}，
小或東$\triangle_{15}$：$m'Re$，	c_{15}，	a_{15}，	b_{15}.



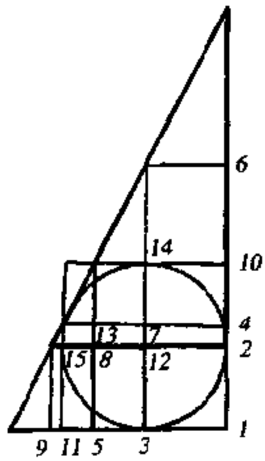
三、九容公式疏证

李治《测圆海镜》自序称："老大以来，得洞渊九容之说，日夕玩绎，而向之病我者，使爆然落去，而无遗余。"《测圆海镜》卷二正率一十四问，首十问为：勾股容圆，勾上容圆，股上容圆，勾股上容圆，弦上容圆，勾外容圆，股外容圆，弦外容圆，勾外容圆半，股外容圆半。原书有法无草，其法如下：



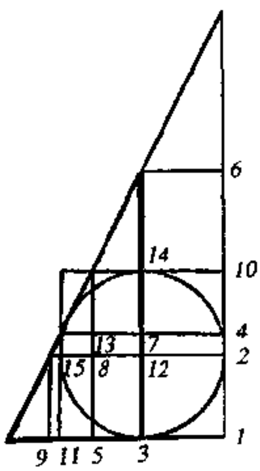
1. 勾股容圆

$$\frac{2a_1b_1}{a_1+b_1+c_1}=D$$



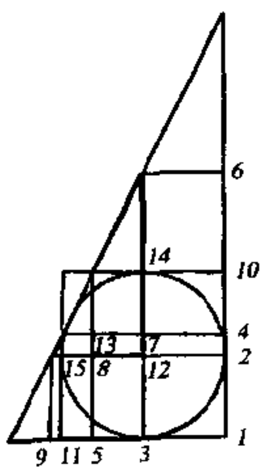
2. 勾上容圆

$$\frac{2a_2b_2}{b_2+c_2}=D$$



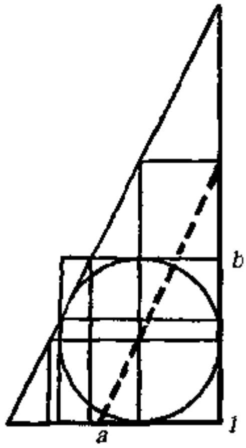
3. 股上容圆

$$\frac{2a_3b_3}{a_3+c_3}=D$$



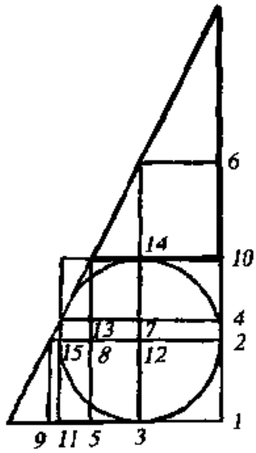
4. 勾股上容圆

$$\frac{2a_{12}b_{12}}{c_{12}}=D$$



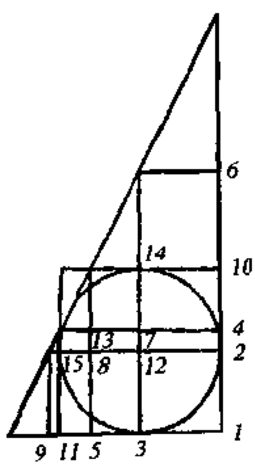
5. 弦上容圆

$$\frac{2ab}{a+b}=D$$



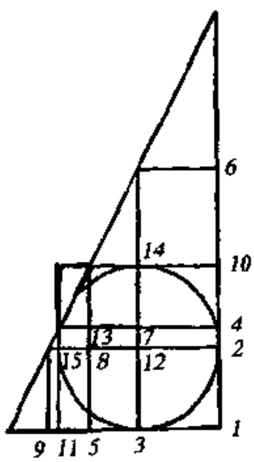
6. 勾外容圆

$$\frac{2a_{10}b_{10}}{c_{10}+(b_{10}-a_{10})}=D$$



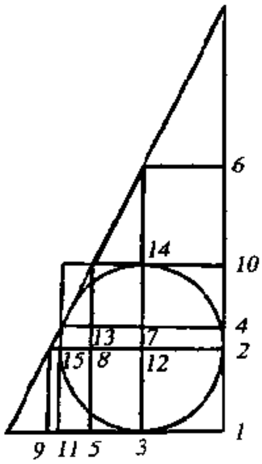
7. 股外容圆

$$\frac{2a_{11}b_{11}}{c_{11}-(b_{11}-a_{11})}=D$$



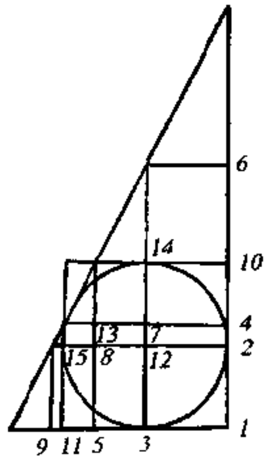
8. 弦外容圆

$$\frac{2a_{13}b_{13}}{(a_{13}+b_{13})-c_{13}}=D$$



9. 勾外容圆半

$$\frac{2a_{14}b_{14}}{c_{14}-a_{14}}=D$$



10. 股外容圆半

$$\frac{2a_{15}b_{15}}{c_{15}-b_{15}}=D$$

李善兰《天算或问》卷一称:"洞渊九容之术,即《测圆海镜》卷二中:勾上容圆,股上容圆,弦上容圆,勾股上容圆,勾外容圆,股外容圆,弦外容圆,勾外容半圆,股外容半圆,九题是也。勾股容圆系古法,非洞渊所创,故不在内。"刘嶽云《测圆海镜通释》附刻《算学丛话》(约1898年)称:"李壬叔(善兰)先生谓除勾股容圆不计,为九容。但弦上容圆,其用数既不相同,而图式亦无此线,恐原书之意,未必尔也。"兹如李善兰之说,以勾上容圆以后九题,为九容。

九容公式原书无草,《四库》校本和李锐校本都没有补草。黄泰生、冯澂或以代数解析,或以几何解析,都不如李善兰的确当。黄宗宪于《椭笑不计·洞渊九容直解》(1896年)内已经说过。李氏于《天算或问》卷一称:"勾股容圆及九题,皆以勾股相乘倍之为实,而法则各异,要皆以容圆之大勾股为主。大勾股以三事和为法,得圆径。勾上容圆之勾股,其三事和即大勾股之股弦和,故即以股弦和为法。股上容圆之勾股,其三事和即大勾股之勾弦和,故即以勾弦

和为法。此即连比例中率自乘，末率除之，得首率之理也。推之九题，莫不皆然。"试以《测圆海镜》卷二，第二题，"有 a_2，b_2，求 D"为例：

因 $$\frac{a_1}{a_1+b_1+c_1}=\frac{a_2}{a_2+b_2+c_2},$$

$$\frac{b_1}{b_1+c_1}=\frac{b_2}{b_2+c_2},$$

又因 $$b_1+c_1=a_2+b_2+c_2。$$

故 $$\frac{2a_1b_1}{a_1+b_1+c_1}=\frac{2a_2b_2}{b_2+c_2},$$

即 $$\frac{2a_2b_2}{b_2+c_2}=D。$$

余题类推。

四、诸杂名目疏证

张楚钟在《测圆海镜识别详解》(1873年)小引称："元栾城李氏《测圆海镜》以勾股容圆立法，凡百七十问，皆以立天元一法驭之。卷端识别五百许条，犹《通鉴纲目》之有凡例，舍是则全书无从入手。仪征阮文达公元，属元和李尚之锐校正全书，刻入《知不足斋丛书》中，顾于识别一卷，未详释也。"张楚钟首将识别逐条缀以详解。在前则孔广森、李善兰、在后则黄方庆、黄泰生亦有详解。顾识别杂记中尤以诸杂名目为重，全书如积题草半由此出，因集各家注解，代他疏证。就中如积条目，则如下记十四事：

$$\frac{1}{2}D^2=(c_1-b_1)(c_1-a_1), \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(1)半段径幂},$$

$$=a_{11}\times b_{10}, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(2)半段径幂},$$

$=a_{10}\times b_{11}$，………………………………（3）半段径幂，

$=a_1\times b_{13}$，………………………………（4）半段径幂，

$=a_{13}\times b_1$；………………………………（5）半段径幂；

$r^2\ =b_2\times b_{15}$，………………………………（6）半 径 幂，

$=a_3\times a_{14}$；………………………………（7）半 径 幂，

$D^2=a_5\times b_4$；………………………………（8）径　幂；

$r^2\ =a_8\times b_6$，………………………………（9）半 径 幂，

$=(b_{14}+c_{14})(a_{15}+c_{15})$，………………（10）半 径 幂，

$=(a_{14}+c_{14})(b_{15}+c_{15})$；………………（11）半 径 幂，

$a_{12}b_{12}=c_6\times c_8$；………………………………（12）皇 极 积；

$a_{13}b_{13}=2a_{14}\times b_{15}$，………………………………（13）太 虚 积，

$=2a_{15}\times b_{14}$。………………………………（14）太 虚 积。

证：$\dfrac{1}{2}D^2=(c_1-b_1)(c_1-a_1)$ ………………（1）半段径幂。

如图 1，作 $nh'=b_1$，$hh'''=a_1$；又作 $h'E$ 平分□$h'''n$，

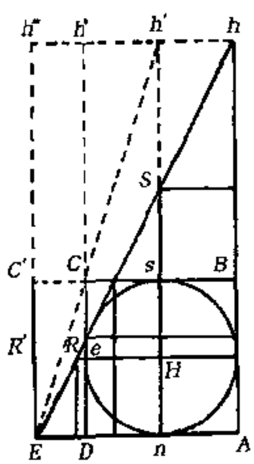


图 1

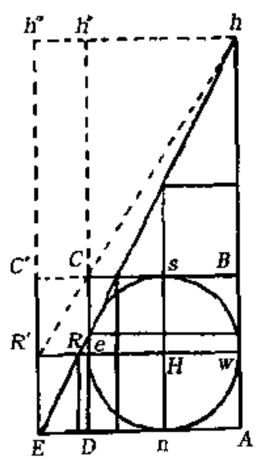


图 2

则 $\triangle h'h'''E=\triangle h'nE$；又引 DC 至 h''，BC 至 C'，

则 $\square Ch'''=\square Cn$；

即 $$\frac{1}{2}D^2=(c_1-b_1)(c_1-a_1)。$$

又如图 2，则 $$\square Ch'''=\square Cw。$$

即 $$\frac{1}{2}D^2=(c_1-b_1)(c_1-a_1)。$$ 证讫。

（见李善兰《测圆海镜解》）

证：$\frac{1}{2}D^2=(c_1-b_1)(c_1-a_1)$ ………………（1）半段径幂。

如图 3，　$\square AB=c_1^2$，$\square BC=b_1^2$，$\square AD=a_1^2$，

$\square CD=(a_1+b_1-c_1)^2$，

则　$\square EF=\square GH=(c_1-b_1)(c_1-a_1)$，

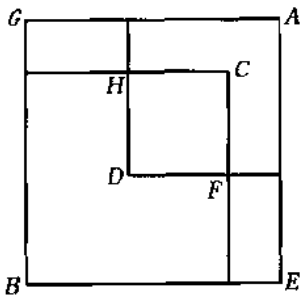


图 3

因　$\triangle EACG=a_1^2=\square AD$，

故　$2(c_1-b_1)(c_1-a_1)=(a_1+b_1-c_1)^2$。

即　$\frac{1}{2}D^2=(c_1-b_1)(c_1-a_1)$。 证讫。

（见黄泰生《测圆海镜赘解》卷一）

证：$\frac{1}{2}D^2=a_{11}\times b_{10}$ ………………………………（2）半段径幂。

因 $$c_1-b_1=a_{11}，c_1-a_1=b_{10}，$$

由(1)式,得 $$\frac{1}{2}D^2=a_{11}\times b_{10}。$$ 证讫。

（黄泰生）

证: $\frac{1}{2}D^2=a_{10}\times b_{11}$ ………………………… (3)半段径幂。

如图 4,联 tA 线,由$\triangle At\ B$,$a_{10}:D=\frac{1}{2}D:b_{11}$。

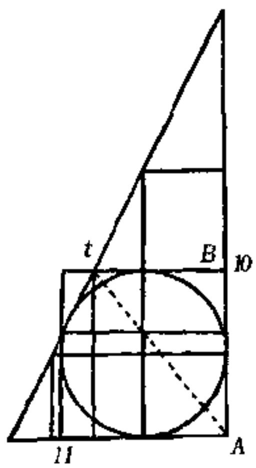


图 4

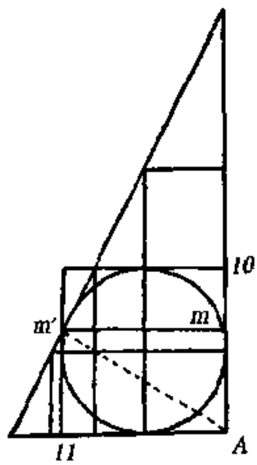


图 5

或如图 5,联 $m'A$ 线,由$\triangle Am'm$,$b_{11}:D=\frac{1}{2}D:a_{10}$。

即 $$\frac{1}{2}D^2=a_{10}\times b_{11}。$$ 证讫。

（见张楚钟《测圆海镜识别详解》）

证: $\frac{1}{2}D^2=a_1\times b_{13}$ ………………………… (4)半段径幂。

如图 6,因 $$a_1=a_8+b_8+c_8,$$
$$D=a_{13}+b_{13}+c_{13},$$
$$\frac{1}{2}D=b_8。$$

又因 $$\frac{b_8}{b_{13}}=\frac{a_8+b_8+c_8}{a_{13}+b_{13}+c_{13}},$$

即　$$\frac{1}{2}D^2 = a_1 \times b_{13}。$$　证讫。

（黄泰生）

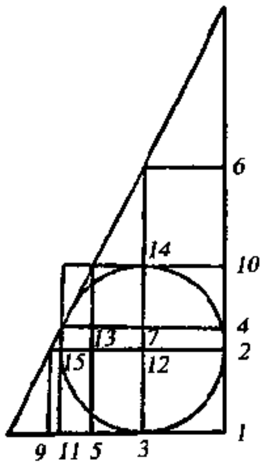


图 6

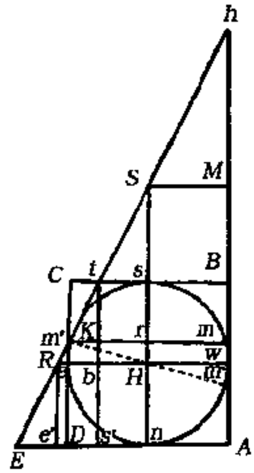


图 7

证：$\frac{1}{2}D^2 = a_{13} \times b_1$ ……………………………（5）半段径幂。

如图 6，因
$$b_1 = a_6 + b_6 + c_6,$$
$$D = a_{13} + b_{13} + c_{13},$$
$$\frac{1}{2}D = a_6;$$

又因
$$\frac{a_6}{a_{13}} = \frac{a_6 + b_6 + c_6}{a_{13} + b_{13} + c_{13}},$$

即　$$\frac{1}{2}D^2 = a_{13} \times b_1。$$　证讫。

（黄泰生）

证：$r^2 = b_2 \times b_{15}$ ……………………………………（6）半径幂。

如图 7，试以$\triangle m'He$ 易为 $\triangle m''Hw$ 观之，则 $m''w$ 小分底（b_{15}）乘 hw 大分底（b_2）岂不与 Hw（r）自乘相等耶？

即 $$r^2=b_2\times b_{15}。$$ 证讫。

（见孔广森《测圆海镜》卷六眉批）

证：$r^2=a_3\times a_{14}$ ……………………………… (7)半径幂。

因
$$b_7=a_{14}+c_{14},$$
$$a_3=a_9+c_9,$$
$$r^2=a_9\times b_7,$$

又
$$\frac{b_7=a_{14}+c_{14}}{a_3=a_9+c_9}=\frac{a_{14}}{a_9},$$

即 $$r^2=a_3\times a_{14}。$$ 证讫。

（黄泰生）

证：$D^2=a_5\times b_4$ ……………………………… (8)径幂。

如图 6， $$a_5:D=D:b_4,$$

即 $$D^2=a_5\times b_4。$$ 证讫。

（张楚钟）

证：$r^2=a_8\times b_6$ ……………………………… (9)半径幂。

如图 6， $$a_8:r=r:b_6,$$
$$r^2=a_8\times b_6。$$ 证讫。

（张楚钟）

证：$r^2=(b_{14}+c_{14})(a_{15}+c_{15})$ ……………… (10)半径幂。

李治《测圆海镜》卷八，明重后第十一问，曾自证此式：

因 $$\boxed{\frac{(b_{14}+c_{14})+(r+c_{13})-(a_{15}+c_{15})-(r+c_{13})}{2}=b_{12}-a_{12}}$$

故 $$\frac{(b_{14}+c_{14})-(a_{15}+c_{15})}{2}=b_{12}-a_{12}$$ ……………………… (a)

又因 $$\frac{(b_{14}+c_{15}+r)+(c_{14}+a_{15}+r)-D}{2}=c_{12}-r,$$

即 $$\frac{(b_{14}+c_{14})+(a_{15}+c_{15})}{2}=c_{12}-r$$ ……………………… (b)

因 $a_{12}b_{12}=c_{12}\cdot r$，由$(b)^2-(a)^2$，得

$$r^2=(b_{14}+c_{14})(a_{15}+c_{15})。$$ 证讫。

（李治）

证：$r^2=(a_{14}+c_{14})(b_{15}+c_{15})$ ……………………（11）半径幂。

如图6，因　$b_{15}+c_{15}=a_8$，　又　$a_{14}+c_{14}=b_6$，

又　$r^2=a_8\times b_6$ ………………（9）

即　$r^2=(a_{14}+c_{14})(b_{15}+c_{15})$。　证讫。

（黄泰生）

证：$a_{12}b_{12}=c_6\times c_8$ ……………………………（12）皇极积。

如图6，因　$c_6=c_7=b_{12}$，　又　$c_8=a_{12}$，

即　$a_{12}b_{12}=c_6\times c_8$。　证讫。

（张楚钟）

证：$a_{13}b_{13}=2a_{14}\times b_{15}$ …………………………（13）太虚积。

如图8，　$a_{14}\times b_{15}=\square KH$。

自 H 作 Ho 线直垂于 tR，

则
$$\begin{aligned}a_{14}b_{15}&=\square KH\\&=\triangle urH+(\triangle vbH-\triangle uvK)\\&=\triangle uom'+\triangle vot-\triangle uvK\\&=(\triangle uom'-\triangle uvK)+\triangle vot\\&=\triangle Km't\\&=\frac{1}{2}a_{13}b_{13},\end{aligned}$$

即　$a_{13}b_{13}=2a_{14}b_{15}$。　证讫。

（李善兰）

证：　$a_{13}b_{13}=2a_{15}\times b_{14}$ …………………（14）太虚积。

如图9，$\triangle SRH=\triangle_7 SoH+\triangle_8 HoR=\triangle_7 Srm'=\triangle_8 tbR$，

故　$\triangle_{13}tKm'=\square KH$，

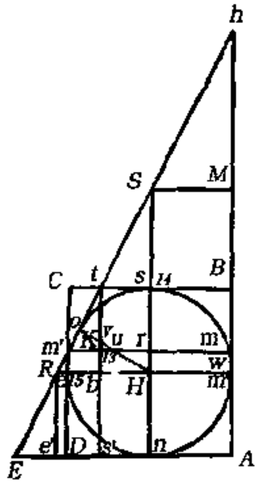


图 8

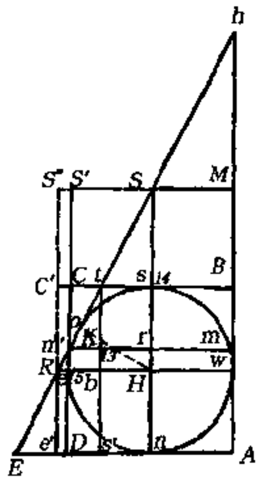


图 9

或 $$\triangle_{13}tm'C = \square CS''',$$

即 $$a_{13}b_{13} = 2a_{15} \times b_{14}。$$ 证讫。

（黄泰生）

五、《钤经》的测圆术

石信道，鹿泉（今元氏）人，撰《钤经》，是演天元的书，见《四元玉鉴后序》。李治《测圆海镜》卷七"明重前第二问"，曾引《钤经》解法。明程大位《算法统宗》卷十三，以为《钤经》是宋元丰、绍兴、淳熙以来刊刻算书之一。朱世杰《四元玉鉴》(1303 年)卷中勾股测望第二问："今有圆城，不知大小，各中开门，甲乙俱从城心而出，甲出南门一十五步而立；乙出东门四十步见甲，问城周几何？答曰：一里。"此题盖因"有 a_{15}，b_{14} 求 D"，与《测圆海镜》卷七第二问所引相类。李治称：此题既得 $x=c_{14}-a_{14}$后，《钤经》以次式代之：

$$\frac{b_{14}[b_{14}^2-(c_{14}-a_{14})^2]}{(c_{14}-a_{14})^2}=D。$$

得 D。是为《钤经》本法。《四元玉鉴》无草，是否和《钤经》同法，尚不可知，惟《钤经》在元尚有传本，则无可疑。

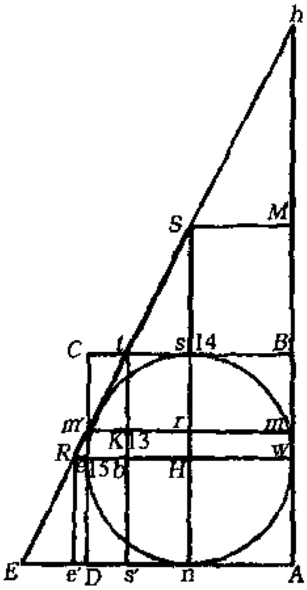


图 10

六、《数书九章》的测圆术

宋秦九韶《数书九章》(1247 年)卷八遥度圆城题："问有圆城不知周径，四门中开，北外三里(a)有乔木，出南门便折东行九里(b)乃见木，欲知城周、径各几何圆用古法。答曰：径九里，周二十七里。"如秦九韶原术，令 x＝城径，得

$$x^{10}+5ax^8+8a^2x^6-4a(b^2-a^2)x^4$$
$$-2b^2\times 8a^2x^2-2b^2\times 8a^2r\times a=0$$

按此题即《测圆海镜》卷三"边股第四问"，"有 b_2，a_{15} 求 D"。清沈钦

裴于《数学九章札记》卷三，令 $x=\sqrt{城径}$，如《测圆海镜》边股及底勾第四问，得：

$$x^4(a+x^2)-4ab^2=0,$$

又两边同乘常数：$(2a+x^2)^2$，得：$x^{10}+5ax^8+8a^2x^6-4a(b^2-a^2)x^4-2b^2\times 8a^2x^2-2b^2\times 8a^2\times a=0$，合问。秦氏原术纡曲特甚，沈氏亦强合题术，不如《测圆海镜》法草简单，因在秦氏之时，测圆术尚未普及。

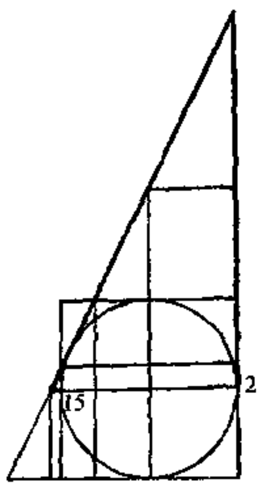


图 11

七、洞渊的测圆术

刘嶽云(1849～1917)《算学丛话》称："依《(测圆)海镜》理，出西门北门不得有行步，而卷十一后二问，出北门行十五步，出西门行八步。详书意，盖于本勾股形外展大其勾股，勾为三百四十三，股为六百二十三，其八与十五即距城之数，为小勾股率。书中引为洞渊测圆门第十三题，然则洞渊之书，以圆内圆外互求，而九容乃其

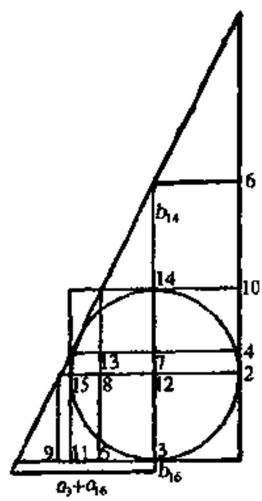
一端耳。"李治于卷十一,第一十八问"又法"称:"此问系是洞渊测圆门第一十三,前答亦依洞渊细草,用勾外容圆术以如于弦较和。然其数烦碎,宛转费力,今别草一法,其廉、从与前不殊,而中间段络,迳捷明白,方之前术,极为省易,学者当自知也。"《四库全书》本《测圆海镜》案称:"洞渊疑为古之精于算者,序中谓老大以来,得洞渊九容之说,而于此问又明其为洞渊测圆门第十三题,前答亦依其细草。大抵是书之作,皆师其意而演之者也。今洞渊之为人与书,虽不可考,而即此一草观之,其取径遥深,而惟变所适,亦可见文豹之一斑矣。至谓其数烦碎,宛转费力,特为初学难易而言,读者宜善会也。"李治《测圆海镜》卷十一后二问和全书体例不同,疑并出于洞渊。现详引于下,以见一斑。

《测圆海镜》卷十一,杂糅一十八问。

第十七问

或问出南门行一百三十五步,有树,出北门行一十五步,折而东行二百八步,望见树。问(径几里)?答(曰:城径二百四十步)同前。

法曰:以东行步乘南行步,得数又自乘为实。以东行步自乘,乘南行步,又倍之,为从。东行步自乘于上,并南北二行步,以减于东行步,余数自之为幂,以减上,再寄位。又并南北二行步,以东行步乘而倍之,内减再



$$-4x^4-\{4(a_3+a_{16})-4[(a_3+a_{16})-(b_{14}+b_{16})]\}x^3$$

寄，为第一益廉。四之东行步于上，又并南北二行步，减于东行步，又四之，减上位，为第二益廉。四步虚隅，开三乘方，得半径。

草曰：立天元一为半径即高勾也，置南行加天元，得：

丨元
丨三𝍣

为高弦也。置大勾：

𝍡〇𝍧

以高弦乘之，得：

𝍡〇𝍧元
𝍡𝍰〇𝍰〇

复以高勾除之，得下式：

𝍡〇𝍧太
𝍡𝍰〇𝍰〇

为大弦也。令之自乘，得：

𝍣三𝍡⊥𝍣太
一丨⊥𝍧一𝍡𝍰〇
𝍦𝍰𝍧丅𝍧⊥𝍣〇〇

寄位。又置二之天元，加南北行并，得：

𝍡元
丨𝍬〇

$$-\{2(a_3+a_{16})(b_{14}+b_{16})$$
$$-\{(a_3+a_{16})^2$$
$$-[(a_3+a_{16})$$
$$-(b_{14}+b_{16})]^2\}\}x^2$$
$$+2b_{14}(a_3+a_{16})^2x$$
$$+b_{14}^2(a_3+a_{16})^2=0.$$

令 $$x=r,$$
$$x+b_{14}=c_7。$$

因 $$\frac{a_3+a_{16}}{c_3+c_{15}}=\frac{a_7=r}{c_7},$$

$$(a_3+a_{16})(x+b_{14})\cdot\frac{1}{x}$$
$$=c_3+c_{16}=\text{大弦}。$$

$$(a_3+a_{16})^2+2b_{14}(a_3+a_{16})^2x^{-1}$$
$$+b_{14}^2(a_3+a_{16})^2x^{-2}$$
$$=(c_3+c_{16})^2$$ 寄位

又 $2x+b_{14}+b_{16}=$ 大股

$$\{(2x+b_{14}+b_{16})-(a_3+a_{16})\}^2$$
$$=\{(b_3+b_{16})-(a_3+a_{16})\}^2.$$

为大股。复用大勾二百八减之，得：

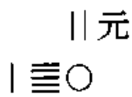
为较也。以自乘，得：

为较幂。以减寄位，得：

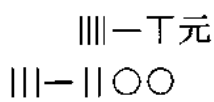
$$\{(a_3+a_{16})^2+2b_{14}(a_3+a_{16})^2x^{-1}+b_{14}^2(a_3+a_{16})^2x^{-2}\}-\{(2x+b_{14}+b_{16})-(a_3+a_{16})\}^2=2(a_3+a_{16})(b_3+b_{16})。$$ 寄左

为二直积寄左。再置大股

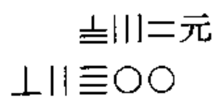
再置 $2(a_3+a_{16})(2x+b_{14}+b_{16})=2(a_3+a_{16})(b_3+b_{16})$



以大勾乘之，得：



为直积。又倍之，得：



为同数。与左相消，得：

为同数。与左相消，得：

$-4x^4-\{4(a_3+a_{16})-4[(a_2+a_{16})-(b_{14}+b_{16})]\}x^3$

𝍡𝍪𝍣〇⊘太

𝍠𝍩𝍥𝍰𝍠𝍪𝍧〇

𝍦𝍰𝍧𝍫𝍨𝍮𝍣〇〇

翻法开三乘方，得一百二十步，

即城径之半也，合问。

$$-\left|2(a_3+a_{16})(b_{14}+b_{16})-\{(a_3+a_{16})^2-[(a_3-a_{16})-(b_{14}+b_{16})]^2\}\right|x^2$$

$$+2b_{14}(a_3+a_{16})^2x+b_{14}{}^2(a_3+a_{16})^2=0.$$

$x=r$，合问。

《测圆海镜》卷十一。杂糅一十八问。

第十八问

或问出北门一十五步，折而东行二百八步有树，出西门八步，折而南行四百九十五步见之。问答同前。

法曰：先置南行步，内减一东二西并步，余二百七十一，为前泛率；次并一南二北，内减东行步，余三百一十七，为中泛率；次并东西步，以南行步乘之于上位，又以西行乘南北并，得数减上位，余一十万二千八百四十，为后泛率。乃以后泛率自乘，得一百五亿七千六百六万五千六百为三乘方实。以前中二泛相减，余四十六，以乘后泛数为从。前中

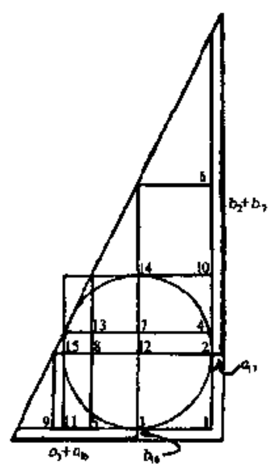
$(b_2+b_{17})-[(a_3+a_{16})+2a_{17}]$

$=\alpha=$前泛率，

$(b_2+b_{17})+2b_{15}-(a_3+a_{16})=\beta$

$=$中泛率，

$(b_2+b_{17})[(a_3+a_{16})+a_{17}]$



二泛相乘，得八万五千九百〇七，加入二之后泛数，共得二十九万一千五百八十七于上位，又（倍）东西并，以乘南北并，得二十二万三百二十，加上位，通得五十一万一千九百七，为第一廉。（前中二）泛数，加入四之东西并，得一千四百五十二于上位，又以前中二泛相减，余四十六，减上位，余一千四百六为第二廉，一步常法，得半径。

$-a_{17}[(b_2+b_{17})+b_{16}]=\gamma=$后泛率。

$$-x^4-\{[(\alpha+\beta)+4(a_3+a_{16})+a_{17}]-(\beta-\alpha)\}x^3-\{(\alpha\beta+2\gamma)+2[(a_3+a_{16})+a_{17}]\cdot[(b_2+b_{17})+b_{16}]\}x^2-\gamma(\beta-\alpha)x+\gamma^2=0,$$

$x=r$。

草曰：立天元一为半城径，加入东行西行并得

|元
||一丅

为大勾也。

令　$x=r$，

$x+(a_3+a_{16})+a_{17}=$大勾，

又置天元加入南行北行并得：

|元
||||一〇

为大股也。

$x+(b_2+b_{17})+b_{16}=$大股，

置西行八步，以大股乘之，得下式：

Ⅲ元，
||||〇≟〇

合以大勾除之，不除，寄为

$a_{17}[x+(b_3+b_{17})+b_{16}]$

母，便以此为股尖也。置南行四百九十五步，减天元，得

$$\cdot\frac{1}{x+(a_3+a_{16})+a_{17}}$$

$=$股尖(b_{17})。

𝍠̸元
𝍣𝍱𝍤

用分母大勾乘之。乘讫，得下式

𝍠̸
𝍡𝍮𝍧元
𝍠〇𝍮𝍧𝍪〇

内减了股尖，余：

𝍠̸
𝍡𝍮𝍠元
𝍠〇𝍡𝍰𝍣〇

为小股也。内带大勾分母。置小股，合以大勾乘了，复以大股除之为小勾。今为小股内已有大勾为母，更不须乘，只以小股：

𝍠̸
𝍡𝍮𝍠元
𝍠〇𝍡𝍰𝍣〇

便为小勾也内带大股为母。小勾小股相乘得数为一个小勾股相乘直积，内带大勾股

$$\{(b_2+b_{17}-x)[x+(a_3+a_{16})+a_{17}]$$
$$-a_{17}[x+(b_2+a_{17})+b_{16}]\}$$
$$\cdot\frac{1}{x+(a_3+a_{16})+a_{17}}=b_{10}$$

$=$小股，内带大勾分母

或$(-x^2+\alpha x+\gamma)$

$$\cdot\frac{1}{x+(a_3+a_{16})+a_{17}}=b_{10};$$

$$b_{10}[x+(a_3+a_{16})+a_{17}]$$
$$\cdot\frac{1}{x+(b_2+b_{17})+b_{16}}=a_{10}=\text{小勾}。$$

或$(-x^2+\alpha x+\gamma)$

$$\cdot\frac{1}{x+(b_2+b_{17})+b_{16}}=a_{10}。$$

内带大股分母

相乘直积为分母也。乃以半城径即天元也除之，为一个弦较和也。

𝍠
𝍣𝍫𝍡̸
𝍠𝍫𝍡𝍪𝍢𝍫̸
𝍬𝍣𝍯𝍢𝍰𝍡𝍯〇太
𝍠〇𝍣𝍯𝍥〇𝍮𝍬𝍥〇〇

此法本取勾外容圆，合以弦较和除二积，为勾外所容之圆(径)。今用半天元圆径，除一个积，则却得一个弦较和也。内依旧带大积分母也。寄左。然后再置小股

𝍠̸
𝍡𝍯𝍠元
𝍠〇𝍡𝍰𝍢〇

合用大积乘之，缘内已带大勾分母，今只用大股：

𝍠元
𝍣𝍩〇

乘之，得：

𝍠̸
𝍡𝍫𝍧̸
𝍡𝍫𝍠〇𝍣〇元
𝍣𝍪𝍢𝍫𝍧𝍫〇〇太

因　(勾外容圆法)：

$$\frac{2a_{10}b_{10}}{c_{10}+(b_{10}-a_{10})}=D,$$

即　$$\frac{a_{10}b_{10}}{r}=c_{10}+(b_{10}-a_{10})。$$

$$x^{-1}(-x^2+ax+\gamma)^2\cdot\frac{1}{[x+(b_2+b_{17})+b_{16}][x+(a_3+a_{16})+a_{17}]}$$
$$=c_{10}+b_{10}-a_{10}。$$

寄左，内依旧带大积分母。

$$2\{(b_2+b_{17}-x)[x+(a_3+a_{16})+a_{17}]$$
$$-a_{17}[x+(b_2+b_{17})+b_{16}]\}$$
$$\{[x+(b_2+b_{17})+b_{16}]$$
$$-[x+(a_3+a_{16})+a_{17}]\}。$$
$$\frac{1}{[x+(b_2+b_{17})+b_{16}][x+(a_3+a_{16})+a_{17}]}$$
$$=2(b_{10}-a_{10})。$$

或　$$(-x^2+ax+\gamma)(\alpha+\beta)\cdot\frac{1}{[x+(b_2+b_{17})+b_{16}][x+(a_3+a_{16})+a_{17}]}$$
$$=2(b_{10}-a_{10})。$$

为大积所乘小股于上；再置小勾，合用大积乘之，缘内已带大股分母，合只用大勾：

因 $[c_{10}+(b_{10}-a_{10})][c_{10}-(\overline{b_{10}-a_{10}})]$

$$=2a_{10}b_{10}。$$

又(勾外容圆法)：

$$\frac{2a_{10}b_{10}}{D}=c_{10}+(b_{10}-a_{10}).$$

故 $D=c_{10}-(b_{10}-a_{10})$。

𝍩元
𝍪𝍠𝍮

乘之，得：

𝍩
𝍬𝍢
𝍩𝍥𝍩𝍢𝍯𝍥元
𝍪𝍡𝍪𝍠𝍫𝍢𝍬〇

$\{2x[x+(a_3-a_{16})+a_{17}][x+(b_2+b_{17})+b_{16}]\}$

$$\cdot\frac{1}{[x+(b_2+b_{17})+b_{16}][x+)a_3+a_{16})+a_{17}]}$$

$$=c_{10}-(b_{10}-a_{10}),$$

或 $\{2x^3+[(\alpha+\beta)+4(\overline{a_3+a_{16}}+a_{17})]x^2$

$+2[(a_3+a_{16})+b_{17})[(b_2+b_{17})+b_{16}]x\}$

$$\cdot\frac{1}{(x+(b_2+b_{17})+b_{16}][x+(a_3+a_{16})+a_{17}]}$$

$$=c_{10}-(b_{10}-a_{10}),$$

内依旧带大积分母

为大积所乘之小勾也。以此小勾减上小股，得：

𝍪𝍧𝍬，
𝍦𝍰𝍥𝍯𝍢
𝍫〇𝍪𝍢𝍬𝍧𝍥〇太

即带分小较也。又二因小较，得此下式：

因 $2(b_{10}-a_{10})+[c_{10}-(b_{10}-a_{10})]$

$$=c_{10}+(b_{10}-a_{10})$$

𝍬𝍦𝍯
𝍩𝍣𝍰𝍢𝍫𝍦元
𝍮〇𝍬𝍥𝍰𝍧𝍪〇

为带分二较也。又以大勾股直积：

$\{2[(\overline{b_2+b_{17}}-x)(x+\overline{a_3+a_{16}}+a_{17})-a_{17}$

$(x+\overline{b_2+b_{17}}+b_{16})][(x+\overline{b_2+b_{17}}+b_{16})-$

|
⊥||⊥
|一〇一⊥〇太

乘二之天元半圆径,得:

||
|≡||||二
||二〇三||〇
〇太

为一个带分弦较较也。弦较较乘弦较和为二直积,既以圆径除二直积,为弦较和,则是圆径为弦较较也。今又为半天元圆径除一积为弦较和,故倍天元半径作一个弦较较也。遂将此弦较较,加入前二较得:

||
≐T≡
|||⊥Ⅲ⊥T≐元
T〇||||⊥Ⅲ≐||〇

亦为一个弦较和也。与寄左相消,得下式:

ㄨ
|≡〇〒
||||一|≐〇Ⅲ元
||||⊥|||〇T≡〇
|〇≡Π⊥〇T≡T〇〇

$$(x+\overline{a_3+a_{16}}+a_{17}))]+2x[x+(a_3+a_{16})+a_{17}][x+(b_2+b_{17})+b_{16}]\}\cdot\frac{1}{[x+(b_2+b_{17})+b_{16}][x+(a_3+a_{16})+a_{17}]}$$

$$=c_{10}+(b_{10}-a_{10})$$

为同数,与寄左相消,得下式:

$$-x^4-\{[(\alpha+\beta)+4(\overline{a_3+a_{16}}+a_{17})]-(\beta-\alpha)\}x^3-\{(\alpha\beta+2\gamma)+2[(a_3+a_{16})+a_{17}][(b_2+b_{17})+b_{16}]\}x^2-\gamma(\beta-\alpha)x+\gamma^2=0,$$

而

$(b_2+b_{17})-[(a_3+a_{16})+2a_{17}]$
$=\alpha=$前泛率,

$(b_2+b_{17})+2b_{16}-(a_3+a_{16})$
$=\beta=$中泛率,

$(b_2+b_{17})[(a_3+a_{16})+a_{17}]$
$-a_{17}[(b_2+b_{17})+b_{16}]=\gamma=$后泛率,

开三乘方得一百二十步，即半城径也，合问。	$x=r$， 合问。

《测圆海镜》卷十一，第十八问，又法为李治所作，可和洞渊之法相比较，现引录于后：

立天元为半径副之，上并加东西行，得：	令　$x=r=$半径，
丨元 ‖一丅	$x+(a_3+a_{16})+a_{17}=$通勾率，
为通勾率；下并加南北行，得：	
丨元 ‖‖一〇	$x+(b_2+b_{17})+b_{16}=$通股率；
为通股率；乃置西行八步，以通股乘之，得下：	
川元 ‖‖〇川〇	$a_{17}[x+(b_2+b_{17})+b_{16}]$ $\cdot\dfrac{1}{x+(a_3+a_{16})+a_{17}}$ $=b_{17}$ $=$南小股。
合通勾除，不除，寄为母，便以此为南小股也。	
又置南行四百九十五步，内减天元得：	$\{[(b_2+b_{17})-x][x+(a_2+a_{16})+a_{17}]$ $-a_{17}[x+(b_2+b_{17})+b_{16}]\}$ $\cdot\dfrac{1}{x+(a_3+a_{16})+a_{17}}=b_{10}$
乂元 ‖‖≡‖‖	或 $(-x^2+\alpha x+\gamma)$
用通勾乘之，得：	

𝍠̸

𝍡𝍯𝍧元

𝍠〇𝍥𝍰𝍡〇

内减了南小股余下式：

𝍠̸

𝍡𝍯𝍠元

𝍠〇𝍡𝍰𝍣〇

为股圆差也。内带通勾分母。

又置北行一十五步，以通勾乘之，得下：

𝍠𝍭元

𝍢𝍪𝍣〇

合通股除，不除，寄为母，便以此为北小勾也。

又置东行二百八步，内减天元，得：

𝍠̸元

𝍡〇𝍰

用通股乘之得：

𝍠̸

𝍢〇𝍡̸元

𝍠〇𝍮〇𝍧〇

内减了北小勾，余：

$$\cdot\frac{1}{x+(a_3+a_{16})+a_{17}}=b_{10}$$

=股圆差。

$$b_{16}[x+(a_3+a_{16})+a_{17}]$$

$$\cdot\frac{1}{x+(b_2+b_{17})+b_{16}}$$

$=a_{16}$

=北小勾。

又

$$\{(a_3+a_{16}-x)\cdot[x+(b_2+b_{17})+b_{16}]$$

$$-b_{16}[x+(a_3+a_{16})+a_{17}]\}$$

$$\cdot\frac{1}{x+(b_2+b_{17})+b_{16}}=a_{11}。$$

或

$$(-x^2-\beta x+\gamma)\cdot\frac{1}{x+(b_2+b_{17})+b_{16}}$$

$=a_{11}$

=勾圆差。

𝍬̸

|||一𝍧元

|〇||𝍭||||〇

为勾圆差也。内带通股分母。乃以二差相乘得下式：

|

≡⊤

||𝍭|≡𝍦𝍯

||||⊥|||〇⊤≡〇̸元

|〇≡𝍦⊥〇⊤≡⊤〇〇

为半段圆径幂也，内带通积为母。寄左。然后以通勾通股相乘得：

|

𝍭||⊥元

|一〇一⊥〇

以天元幂乘之，得：

|

𝍭||⊥

|一〇一⊥〇

〇元

又倍之，得下式：

||

一||||≡||

||𝍪〇|||𝍪〇

〇元

$$(-x^2+\alpha x+\gamma)(-x^2-\beta x+\gamma)$$

$$\cdot\frac{1}{[x+(a_3+a_{16})+a_{17}][x+(b_2+b_{17})+b_{16}]}$$

$$=a_{11}b_{10}。$$

或 $[x^4+(\beta-\alpha)x^3-(\alpha\beta+2\gamma)x^2$

$-(\beta-\alpha)\gamma x+\gamma^2]$

$$\cdot\frac{1}{[x+(a_3+a_{16})+a_{17}][x+(b_2+b_{17})+b_{16}]}$$

$$=a_{11}b_{10}。$$

寄左

以

$\{2x^2[x+(a_3+a_{16})+a_{17}]$

$\cdot[x+(b_2+b_{17})+b_{16}]\}$

$$\cdot\frac{1}{[x+(a_3+a_{16})+a_{17}][x+(b_2+b_{17})+b_{16}]}$$

$=2r^2$。

而

$2\{[(b_2+b_{17})+b_{16}]$

$-[(a_3+a_{16})+a_{17}]\}=\alpha+\beta$，

$2\{[(b_2+b_{17})+b_{16}]$

$+[(a_3+a_{16})+a_{17}]\}$

$=(\alpha+\beta)+4[(a_3+a_{16})+a_{17}]$。

或

$\{2x^4+[(\alpha+\beta)+4\overline{(a_3+a_{16}}$

为同数。与左相消，所得廉从一与前同，合问。

$+a_{17})]x^3+2[(a_3+a_{16})$

$+a_{17}][(b_2+b_{17})+b_{16}]x^2\}$

$\cdot\dfrac{1}{[x+(a_3-a_{16})+a_{17}][x+(b_2+b_{17})+b_{16}]}$

$=2r^2$。

$\boxed{\text{因}\quad a_{11}b_{10}=2r^2,}$

故为同数。与左相消，得：

$-x^4-\{(\alpha+\beta)+4[(a_3+a_{16})+a_{17}]-(\beta-\alpha)\}x^3-\{(\alpha\beta+2\gamma)+2[(a_3+a_{16})+a_{17}][(b_2+b_{17})+b_{16}]\}x^2-\gamma(\beta-\alpha)x+\gamma^2=0$，

而

$(b_2+b_{17})-(a_3+a_{16})-2a_{17}=\alpha$

$=$前泛率，

$(b_2+b_{17})+2b_{16}-(a_3+a_{16})=\beta$

$=$中泛率，

$(b_2+b_{17})[(a_3+a_{16})+b_{17}]$

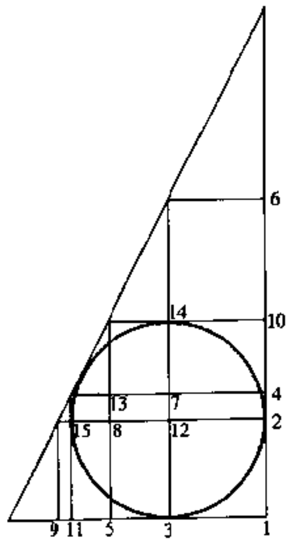
$-a_{17}[(b_2+b_{17})+b_{16}]$

$=\gamma=$后泛率。

$x=r$，合问。

八、李治的测圆术

李治(1192～1279)的测圆术，详所著《测圆海镜》十二卷(1248年)之内。卷一识别杂纪五百余条中，诸杂名目疏证，和卷二九容公式疏证，前篇已说过。原书十二卷，自来注家多因数解题，现就第二卷至第十二卷原草，按法列式，期合原义。其他《四库》馆校本，李锐校本，未当之处，亦一一胪举，而草中识别有不易辨的，亦间附补



注,外加轮廓为志。读者阅此一过,于李治测圆术的精义,可以了解无余。此种传译,或较他种方法为便当。

《测圆海镜细草》卷第二

正率一十四问

1. 有 a_1,b_1,求 D。

本法 此为勾股容圆也。

$$\frac{2a_1b_1}{a_1+b_1+\sqrt{a_1^2+b_1^2}}=D。$$

2. 有 a_2,b_2,求 D。

本法 此为勾上容圆也。

$$\frac{2a_2b_2}{b_2+\sqrt{a_2^2+b_2^2}}=D。$$

3. 有 a_3,b_3,求 D。

本法　　此为股上容圆也。

$$\frac{2a_3b_3}{a_3+\sqrt{a_3^2+b_3^2}}=D。$$

4.　　有 a_{12},b_{12},求 D。

本法　　此为勾股上容圆也。

$$\frac{2a_{12}b_{12}}{\sqrt{a_{12}^2+b_{12}^2}}=D。$$

5.　　有 a,b,求 D。

本法　　此为弦上容圆也。

$$\frac{2ab}{a+b}=D。$$

6.　　有 a_{10},b_{10},求 D。

本法　　此为勾外容圆也。

$$\frac{2a_{10}b_{10}}{\sqrt{a_{10}^2+b_{10}^2}+(b_{10}-a_{10})}=D。$$

7.　　有 a_{11},b_{11},求 D。

本法　　此为股外容圆也。

$$\frac{2a_{11}b_{11}}{\sqrt{a_{11}^2+b_{11}^2}-(b_{11}-a_{11})}=D。$$

8.　　有 a_{13},b_{13},求 D。

本法　　此为弦外容圆也。

$$\frac{2a_{13}b_{13}}{(a_{13}+b_{13})-\sqrt{a_{13}^2+b_{13}^2}}=D。$$

9.　　有 a_{14},b_{14},求 D。

本法　　此为勾外容半圆也。

$$\frac{2a_{14}b_{14}}{\sqrt{a_{14}^2+b_{14}^2}-a_{14}}=D。$$

10. 有 a_{15},b_{15},求 D。

本法 此为股外容圆半也。

$$\frac{2a_{15}b_{15}}{\sqrt{a_{15}^2+b_{15}^2}-b_{15}}=D。$$

11(a) 有 b_2,b_{15},求 D。

本法 此为半矮梯也。

$$\sqrt{b_2\cdot b_{15}}=r。\qquad 2r=D。$$

(b) 有 a_3,a_{14},求 D。

$$\sqrt{4\cdot a_3\cdot a_{14}}=D。$$

(c) 有 a_3,a_{14},求 D。

$$\sqrt{a_3\cdot a_{14}}=r。\qquad 2r=D。$$

12. 有 a_{11},b_{10},求 D。

本法 此为两差求黄方也。

识别 $a_{11}=a_1-D$, $b_{10}=b_1-D$,

$$\sqrt{2a_{11}\cdot b_{10}}=D。$$

13. 有 $a_{15}=b_{14}$,求 D。

本法 以方五斜七求之。

$$\boxed{\begin{aligned} r+a_{15}:r&=7:5\\ a_{15}:r&=2:5\end{aligned}}$$

$$5a_{15}=D。$$

14. 有 a_3,b_2,求 D。

本法　令　$x=r$。

$$b_2-x=b_{10}=\text{股圆差}。$$

$$a_3-x=a_{11}=\text{勾圆差}。$$

$$(b_2-x)(a_3-x)=a_{11}\cdot b_{10}=\frac{1}{2}(a_1+b_1-c_1)^2$$

$$=\frac{1}{2}D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。以

$$2x^2=\frac{1}{2}D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (B)$$

为同数。与左相消，

$$(b_2-x)(a_3-x)=2x^2,$$

$$-x^2-(a_3+b_2)x+a_3b_2=0,$$

$$x=r。$$

合问。

又本法　识别得：$a_3+b_2=c_1$。

令　$x=r$。

$$x+b_2=b_1,$$

$$x+a_3=a_1,$$

$$(x+a_3)(x+b_2)=a_1b_1,$$

$$(x+a_3)(x+b_2)\cdot\frac{1}{x}=a_1+b_1+c_1,$$

即　$x+(a_3+b_2)+a_3b_2x^{-1}=a_1+b_1+c_1$　$\cdots\cdots\cdots\cdots$　(A)

寄左。以

$$(x+a_3)+(x+b_2)+(a_3+b_2)=a_1+b_1+c_1,$$

即　$2x+2(a_3+b_2)=a_1+b_1+c_1$　$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$　(B)

为同数，与左相消。

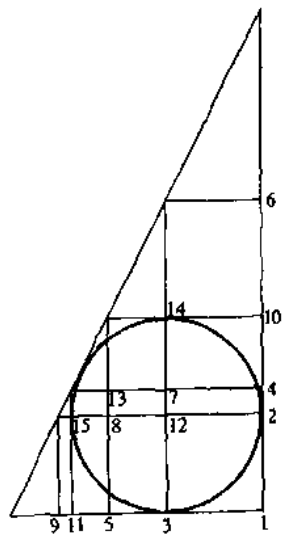
$$x+(a_3+b_2)+a_3b_2x^{-1}=2x+2(a_3+b_2),$$

$$-x^2-(a_3+b_2)x+a_3b_2=0,$$

$x=r$。 合问。

《测圆海镜细草》卷第三

边股(b_2)一十七问



1. 有 b_2,c_4,求 D。

本法 识别得:$c_4-b_2=b_{15}$,

$\sqrt{2(c_4-b_2)\cdot 2b_2}=D$。 合问。

2. 有 b_2,c_{11},求 D。

本法 令 $x=D$。

$2b_2-x=2b_{10}$,

$a_{11}(2b_2-x)=D^2$ ………………………………………… (A)

寄左。以

$x^2=D^2$ ………………………………………………… (B)

为同数。与左相消,得

$-x^2-a_{11}x+2a_{11}b_2=0$,

$x=D$。 合问。

又本法 令 $x=r$。

$b_2-x=b_{10}$,

$$\frac{a_{11}}{2}(b_2-x)=r^2 \cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。以

$$x^2=r^2 \cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消,得

$$-x^2-\frac{a_{11}}{2}x+\frac{a_{11}b_2}{2}=0,$$

$x=r$, $2r=D$。 合问。

3. 有 b_2,b_{11},求 D。

本法 令 $x=r$。

$b_{11}-x=b_{15}=$半梯头,

$$b_2(b_{11}-x)=r^2 \cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。以

$$x^2=r^2 \cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消,得

$$-x^2-b_2x+b_2\cdot b_{11}=0,$$

$x=r$, $2r=D$。 合问。

4. 有 b_2,a_{15},求 D。

本法 令 $x=D$。

$x+a_{15}=a_2=$中勾,

$a_{15}\cdot b_2\cdot\frac{1}{x+a_{15}}=b_{15}=$小股,

内寄中勾分母。

$$4b_2\cdot a_{15}\cdot b_2\cdot\frac{1}{x+a_{15}}=D^2 \cdots\cdots \text{(A)}$$

寄中勾分母,寄左。以

$$(x+a_{15})x^2\cdot\left(\frac{1}{x+a_{15}}\right)=D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (B)$$

(亦寄中勾分母)为同数。与左相消,得

$$-x^3-a_{15}x^2+4a_{15}b_2^2=0,$$

$x=D$。 合问。

5. 有 b_2,a_{14},求 D。

本法 令 $x=r$。

$b_2-x=b_{10}=$小股,

$x+a_{14}=a_{10}=$小勾,

$x+b_2=b_1=$大股,

$(x+b_2)(x+a_{14})\cdot\dfrac{1}{b_2-x}=a_1=$大勾,

内寄小股分母。

$$[(x+b_2)(x+a_{14})-(b_2-x)x]\cdot\frac{1}{b_2-x}=a_3,$$

$$a_{14}[(x+b_2)(x+a_{14})-(b_2-x)x]\cdot\frac{1}{b_2-x}=r^2 \quad\cdots\cdots\quad (A)$$

内寄小股分母,寄左。以

$$(b_2-x)x^2\cdot\frac{1}{b_2-x}=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (B)$$

(亦寄小股分母)为同数。与左相消,得

$$x^3-(b_2-2a_{14})x^2+a_1^2\cdot x+a_{14}^2b_2=0,$$

$x=r,\quad 2r=D$。 合问。

又本法 识别得:$b_2+a_{14}=b_1-a_{13}$,

$b_2-a_{14}=c_{10}=$大差弦

令 $x=r$。

$b_2-x=b_{10}$,

$$x+a_{14}=a_{10},$$

$$(b_2-x)(x+a_{14})=a_{10}b_{10} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。

$$\boxed{\text{因} \quad (c_{10}+b_{10}-a_{10})r=(c_{10}+b_{10}-a_{10})\frac{(c_{10}-b_{10}+a_{10})}{2}=a_{10}b_{10}}$$

以 $$[(b_2-a_{14})+(b_2-x)-(a_{14}+x)]x=a_{10}b_{10} \cdots\cdots \quad (B)$$

为同数。与左相消，得

$$-x^2+(b_2-a_{14})x-a_{14}b_2=0,$$

$x=r$。　　合问。

6. 有 b_2，c_{10}，求 D。

本法　识别得：　$c_{10}-b_2=a_{14}$。

令　$x=r$。

$x+c_{10}-b_2=a_{10}=$小勾，

$b_2-x=b_{10}=$小股，

$x+b_2=b_1=$大股，

$(x+c_{10}-b_2)(x+b_2)\cdot\dfrac{1}{b_2-x}=a_1=$大勾，

内带小股分母。

$$[(x+c_{10}-b_2)(x+b_2)-2x(b_2-x)]\cdot\frac{1}{b_2-x}=a_{11},$$

$$[(x+c_{10}-b_2)(x+b_2)-2x(b_2-x)]=a_{11}\cdot b_{10}$$

$$=\frac{1}{2}(a_1+b_1-c_1)^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。以

$$2x^2=\frac{1}{2}(a_1+b_1-c_1)^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (B)$$

为同数。与左相消，得

$$x^2-[b_2-(c_{10}-b_2)]x+b_2(c_{10}-b_2)=0,$$

$x=r, 2r=D$。 合问。

7. 有 b_2, c_2，求 D。

本法 识别得： $c_2-b_2=a_8=$小勾。

令 $x=r=b_8=$小股。

$x+b_2=b_1=$大股，

$(x+b_2)(c_2-b_2)\cdot\dfrac{1}{x}=a_1=$大勾，

$(x+b_2)(c_2-b_2)\cdot\dfrac{1}{x}-2x=a_{11}=$勾圆差。

$$\frac{b_2}{2}(c_2-b_2)x^{-1}+\frac{1}{2}(c_2-b_2)-x=\frac{a_{11}}{2},$$

$b_2-x=b_{10}$。

因	$\dfrac{a_{11}}{2}\cdot b_{10}=r^2$

$$\left[\frac{b_2}{2}(c_2-b_2)x^{-1}+\frac{1}{2}(c_2-b_2)-x\right](b_2-x)=r^2 \quad \cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。以

$$x^2=r^2 \quad \cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消，得

$$-\left(b_2+\frac{c_2-b_2}{2}\right)x^2+b_2^2\cdot\frac{c_2-b_2}{2}=0,$$

$x=r$， $2r=D$。 合问。

又本法 $\dfrac{2\sqrt{(c_2-b_2)(c_2+b_2)\cdot b_2}}{c_2+b_2}=D$， 合问。

此盖前勾上容圆法也。

8. 有 b_2, c_1，求 D。

本法 识别得： $c_1-b_2=r+(c_1-b_1)$.

令 $x=r$。

$x+(c_1-b_2)=a_1=$大勾，

$x+b_2=b_1=$大股，

$[x+(c_1-b_2)]^2=a_1^2$ ………………………………… (A)

寄左。

因 $(c_1+b_1)(c_1-b_1)=a_1^2$。

以 $[c_1+(x+b_2)][(c_1-b_2)-x]=a_1^2$ ………………… (B)

为同数。与左相消，得

$$-2x^2-[(c_1+b_2)+(c_1-b_2)]x$$

$$+[(c_1+b_2)(c_1-b_2)-(c_1-b_2)^2]=0,$$

$x=r$， $2x=D$， 合问。

又本法 令 $x=c_1-b_1$。

$(c_1-b_2)-x=r$，

$4[(c_1-b_2)-x]^2=D^2$ ……………………………… (A)

寄左。以

$2\{b_2-[(c_1-b_2)-x]\}x=D^2$ ……………………… (B)

为同数。与左相消，得

$$2x^2-[8(c_1-b_1)+2b_2-2(c_1-b_2)]x+4(c_1-b_2)^2=0,$$

$x=c_1-b_1$。 合问。

9. 有 b_2，c_6，求 D。

本法 识别得：$b_2-c_6=b_7=$小股率。

令 $x=r=a_7=$小勾率。

$x+b_2=b_1=$大股率，

$$x(x+b_2)\cdot\frac{1}{b_2-c_6}=a_1=\text{大勾率},$$

内寄小股分母。

$$[x(x+b_2)-2x(b_2-c_6)]\cdot\frac{1}{b_2-c_6}=a_{11}=\text{小差},$$

内寄小股分母。

$$b_2-x=b_{10}=\text{大差}。$$

$$2[x(x+b_2)-2x(b_2-c_6)](b_2-x)\cdot\frac{1}{b_2-c_6}=D^2\quad\cdots\ (\mathrm{A})$$

内寄小股分母，寄左。以

$$(2x)^2(b_2-c_6)\left(\frac{1}{b_2-c_6}\right)=D^2\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\ (\mathrm{B})$$

为同数。与左相消，得

$$-2x^2+2b_2[b_2-2(b_2-c_6)]=0,$$

$$x=r,\qquad 2r=D。$$ 合问。

10. 有 b_2，b_{14}，求 D。

本法 令 $x=r=a_6=$勾率。

$$b_2-(x+b_{14})=b_6=\text{股率},$$

$$b_{14}=\text{小股},$$

$$b_{14}x\cdot\frac{1}{b_2-(x+b_{14})}=a_{14}=\text{小勾},$$

内寄股率分母。

$$b_{14}+2x=b_3=\text{大股},$$

$$(b_{14}+2x)x\cdot\frac{1}{b_2-(x+b_{14})}=a_3=\text{大勾},$$

内寄股率分母。

$$(b_{14}+2x)x\cdot b_{14}x\cdot\frac{2}{\{b_2-(x+b_{14})\}^2}=a_3\cdot a_{14}$$
$$=r^2\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\ (\mathrm{A})$$

内带股率幂为分母，寄左。以

$$x^2[b_2-(x+b_{14})]^2\cdot\frac{1}{[b_2-(x+b_{14})]^2}=r^2\quad\cdots\cdots\ (\mathrm{B})$$

为同数。与左相消,得

$$x^2-2b_2x+[(b_2-b_{14})^2-b_{14}^2]=0,$$

$x=r,\qquad 2r=D$。 合问。

11. 有 b_2,a_{10},求 D。

本法 令 $x=r$。

$x+b_2=b_1=$大股,

$b_2-x=b_{10}=$小股,

$a_{10}=$小勾,

$a_{10}(x+b_2)\cdot\dfrac{1}{b_2-x}=a_1=$大勾,

内寄小股为母。

$[a_{10}(x+b_2)-x(b_2-x)]\cdot\dfrac{1}{b_2-x}=a_3=$半个矮梯底,

$a_{10}-x=a_{14}=$半个矮梯头,

$$[a_{10}(x+b_2)-x(b_2-x)](a_{10}-x)\cdot\frac{1}{b_2-x}=r^2 \quad\cdots\cdots\text{(A)}$$

(内带小股为母)寄左。以

$$x^2(b_2-x)\left(\frac{1}{b_2-x}\right)=r^2 \quad\cdots\cdots\text{(B)}$$

为如积,与左相消,得

$$-[a_{10}(b_2-a_{10})+a_{10}b_2]x+a_{10}^2b_{10}=0,$$

$x=r,\qquad 2r=D$。 合问。

又本法 令 $x=r$。

$x+b_2=b_1=$大股,

$b_2-x=b_{10}=$小股$=$股圆差,

$a_{10}=$小勾,

$a_{10}(x+b_2)\cdot\dfrac{1}{b_2-x}=a_1=$大勾,

内寄小股为母。

$$[a_{10}(x+b_2)-2x(b_2-x)]\cdot\frac{1}{b_2-x}=a_{11}=\text{勾圆差},$$

$$b_2-x=b_{10}=\text{股圆差},$$

$$a_{10}(x+b_2)-2x(b_2-x)=a_{11}\cdot b_{10}=2r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

更无分母,寄左。

$$2x^2=2r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

为如积,与左相消,得

$$-(2b_2-a_{10})x+a_{10}b_2=0,$$

$x=r$, 合问。

12. 有 b_2, c_{15},求 D。

本法 令 $x=b_{15}$,

$$x+c_{15}=a_8,$$

$$\frac{b_2-x}{2}=b_6,$$

因	$a_8\cdot b_6=r^2$。

$$(x+c_{15})\cdot\frac{b_2-x}{2}=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

又因	$b_2\cdot b_{15}=r^2$。

以 $b_2x=r^2$ $\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$ (B)

为同数。与左相消,得

$$-0.5x^2-\frac{b_2+c_{15}}{2}x+\frac{b_2c_{15}}{2}=0,$$

$x=b_{15}$, $2\sqrt{b_2b_{15}}=D$。 合问。

13. 有 b_2, c_{14},求 D。

本法　令　$x=a_{14}$，

$x+c_{14}=b_7$，

$b_2-(x+c_{14})=c_7$，

$2[b_2-(x+c_{14})]=c_4$。

因	$c_4-b_2=b_{15}$，　$b_2b_{15}=r^2$，　$\dfrac{c_4\cdot a_{14}}{c_{14}}=\dfrac{D}{2}$。

$$b_2\{2[b_2-(x+c_{14})]-b_2\}c_{14}^2\cdot\left(\frac{1}{c_{14}^2}\right)=r^2。\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\ (\mathrm{A})$$

(带明弦分母)寄左。

$$\left\{\frac{2[b_2-(x+c_{14})]x}{2}\right\}^2\cdot\frac{1}{c_{14}^2}=r^2\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (\mathrm{B})$$

为同数。与左相消，得

$x^4-2(b_2-c_{14})x^3+(b_2-c_{14})^2x^2+2b_2c_{14}^2x$

$-b_2\{2(b_2-c_{14})-b_2\}c_{14}^2=0$，

$x=a_{14}$。

余各依法入之。　合问。

又本法　识别得：　$b_2-c_{14}=b_7+c_{13}=c_7+a_{14}$，

$(b_2-c_{14})-r=a_{14}+b_{14}$，

$a_{14}+b_{14}+c_{14}=b_1-D=b_{10}$，

$a_{14}+b_{14}-c_{14}=(a+b-c)_{14}$，

$2c_{14}+(a+b-c)_{14}=b_1-D=b_{10}$，

$b_2-a_{14}=c_{10}$。

令　$x=a_{14}$。

$(b_2-c_{14})-x=c_7$，

$b_2-[(b_2-c_{14})-x]=b_7$，或 $c_{14}+x=b_7$，

$(b_2-c_{14})-(x+c_{14})=c_{13}$或 $b_2-2c_{14}-x=c_{13}$。

$(b_2-c_{14}-x)-x=b_{15}$或$b_2-2c_{14}-2x=b_{15}$。

因	$\dfrac{c_7\cdot a_{14}}{c_{14}}=c_7=r$，　$b_2\cdot b_{15}=r^2$。

$$[(b_2-c_{14}-x)x]^2\cdot\frac{1}{c_{14}^2}=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (A)$$

内带明弦幂分母，寄左。以

$$[b_2(b_2-2c_{14}-2x)]c_{14}^2\left(\frac{1}{c_{14}^2}\right)=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (B)$$

为同数。与左相消，得

$$x^4-2(b_2-c_{14})x^3+(b_2-c_{14})^2x^2+2b_2c_{14}^2x$$

$$-b_2(b_2-2c_{14})c_{14}^2=0,$$ 如前式。

14. 有b_2，c_6，求D。

本法　令　$x=r$，

$$b_2(2c_6-b_2)=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (A)$$

寄左。以

$$x^2=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (B)$$

为同数。与左相消，得

$$-x^2+b_2(2c_6-b_2)=0,$$

$$x=r,\qquad 2r=D。$$ 合问。

15. 有b_2，c_8，求D。

本法　识别得：$c_8=a_{12}$。

令　$x=r$，

$$x+c_8=a_2,$$

$$c_8-x=a_{15},$$

因	$\dfrac{a_{15}\cdot b_2}{a_2}=b_{15}$，　$b_2\cdot b_{15}=r^2$。

$$b_2(c_8-x)b_2\cdot\frac{1}{x+c_8}=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (A)$$

内带边勾分母,寄左。

以 $$x^2(x+c_8)\left(\frac{1}{x+c_8}\right)=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (B)$$

为同数。与左相消,得

$$-x^3-c_8x^2-b_2^2x+b_2^2c_8=0,$$

$x=r,\quad 2r=D$。 合问。

16. 有 $b_2, b_{14}+c_{14}$,求 D。

本法 识别得: $b_2-(b_{14}+c_{14})=a_{10}$。

令 $x=a_{14}$。

$$[b_2-(b_{14}+c_{14})]-x=r,$$

$$[b_2-(b_{14}+c_{14})-x]-x=a_{13},$$

或 $$b_2-(b_{14}+c_{14})-2x=a_{13},$$

$$[b_2-(b_{14}+c_{14})-x]+b_2=b_1,$$

或 $$2b_2-(b_{14}+c_{14})-x=b_1,$$

因	$a_{13}b_1=\frac{1}{2}D^2$。

$$\frac{[b_2-(b_{14}+c_{14})-2x][2b_2-(b_{14}+c_{14})-x]}{2}=r^2 \quad\cdots\quad (A)$$

寄左。以

$$[b_2-(b_{14}+c_{14})-x]^2=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (B)$$

为同数。与左相消,得

$$-\frac{b_2+(b_{14}+c_{14})}{2}x+\left\{\frac{[b_2-(b_{14}+c_{14})][2b_2-(b_{14}+c_{14})]}{2}-[b_2-(b_{14}+c_{14})]^2\right\}=0,$$

$x=a_{14}$。 合问。

17. 有 $b_2, a_{15}+c_{15}$，求 D。

本法　原误。

馆案法　识别得：　$b_2=b_6+c_6=b_7+c_7$，

$b_{15}=c_7-b_7$，

$b_{15}+c_{15}=a_8$。

令　$x=b_{15}$。

$$x^2\cdot\frac{1}{a_{15}+c_{15}}=c_{15}-a_{15},$$

内寄重勾弦和分母。

$$[x^2+(a_{15}+c_{15})^2]\cdot\frac{1}{a_{15}+c_{15}}=2c_{15},$$

$$[x^2+(a_{15}+c_{15})^2+2x(a_{15}+c_{15})]\cdot\frac{1}{a_{15}+c_{15}}$$

$$=2(c_{15}+b_{15})=2a_8,$$

$$b_2-x=2b_6,$$

因	$2a_8\cdot 2b_6=D^2$，　$4b_2b_{15}=D^2$。

$$[x^2+(a_{15}+c_{15})^2+2x(a_{15}+c_{15})](b_2-x)\cdot\frac{1}{a_{15}+c_{15}}$$

$$=D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (A)$$

寄左。

$$4b_2x(a_{15}+c_{15})\cdot\left(\frac{1}{a_{15}+c_{15}}\right)=D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (B)$$

为同数。与左相消，得

$$x^3-[b_2-2(a_{15}+c_{15})]x^2+[2b_2+(a_{15}+c_{15})](a_{15}+c_{15})x$$

$$-b_2(a_{15}+c_{15})^2=0,$$

$x=b_{15}$。 合问。

李锐法　识别得：　$a_2+c_2-(a_{15}+c_{15})=a_4+c_4$，

$$b_2+b_{15}=c_4,$$

$$2r=a_4,$$

$$a_{15}+b_{15}+c_{15}=c_1-b_1。$$

令 $$x=b_{15}。$$

$$(a_{15}+c_{15})b_2\cdot\frac{1}{x}=a_2+c_2,$$

或 $$(a_{15}+c_{15})b_2x^{-1}=a_2+c_2。$$

$$(a_{15}+c_{15})b_2x^{-1}-(a_{15}+c_{15})=a_4+c_4,$$

$$x+b_2=c_4。$$

$$(a_{15}+c_{15})b_2x^{-1}-(a_{15}+c_{15})-(x+b_2)=2r,$$

$$2b_2-[(a_{15}+c_{15})b_2x^{-1}-(a_{15}+c_{15})-(x+b_2)]$$
$$=2(c_1-a_1)$$

$$x+a_{15}+c_{15}=c_1-b_1。$$

$$(x+a_{15}+c_{15})\{2b_2-[(a_{15}+c_{15})b_2x^{-1}-(a_{15}+c_{15})-(x+b_2)]\}=D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (A)$$

寄左。

$$4b_2x=D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (B)$$

为同数。与左相消,得

$$x^3-[b_2-2(a_{15}+c_{15})]x^2+[2b_2+(a_{15}+c_{15})](a_{15}+c_{15})x$$
$$-b_2(a_{15}+c_{15})^2=0,$$

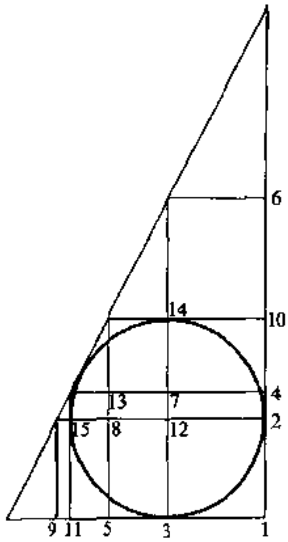
$$x=b_{15}。$$ 合问。

《测圆海镜细草》卷第四

底勾(a_3)一十七问

1. 有 a_3,c_5,求 D。

本法 识别得: $c_5-a_4=a_{14}$,



$\sqrt{4(c_5-a_3)a_3}=D$。 合问。

2. 有 a_3,b_{10},求 D。

本法 令 $x=D$。

$$2a_3-x=2a_{11},$$

$(2a_3-x)b_{10}=D^2$ ………………………………………… (A)

寄左。以

$x^2=D^2$ ………………………………………………… (B)

为同数。与左相消,得

$-x^2-b_{10}x+2a_3b_{10}=0$。

$x=D$。 合问。

又本法 令 $x=r$。

$a_3-x=a_{11}$,

$(a_3-x)\dfrac{b_{10}}{2}=r^2$ ………………………………………… (A)

寄左。以

$x^2=r^2$ ………………………………………………… (B)

为同数。与左相消，得

$$-x^2-\frac{b_{10}}{2}x+\frac{a_3b_{10}}{2}=0,$$

$x=r,\qquad 2r=D$。　　合问。

3. 有 a_3,a_{10}，求 D。

本法　令　$x=r$。

$$a_3(a_{10}-x)=r^2 \quad\cdots\cdots\quad (A)$$

寄左。

$$x^2=r^2 \quad\cdots\cdots\quad (B)$$

为同数。与左相消，得

$$-x^2-a_3x+a_3\cdot a_{10}=0,$$

$x=r,\qquad 2r=D$。　　合问。

4. 有 a_3,b_{14}，求 D。

本法　令　$x=D$。

$x+b_{14}=b_3=$股率，

$a_3\cdot b_{14}\cdot\dfrac{1}{x+b_{14}}=a_{14}=$小勾，

寄股率为母。

$$4a_3\cdot a_3\cdot b_{14}\cdot\frac{1}{x+b_{14}}=D^2 \quad\cdots\cdots\quad (A)$$

内股率分母，寄左。

$$(x+b_{14})x^2\left(\frac{1}{x+b_{14}}\right)=D^2 \quad\cdots\cdots\quad (B)$$

为同数。与左相消，得

$$-x^3-b_{14}x^2+4a_3^2b_{14}=0,$$

$x=D$。　　合问。

李锐法　令　$x=a_{14}=$小勾。

$b_{14}=$小股，

$a_3=$大勾，

$a_3-x=a_5=$中勾，

因	$\dfrac{a_5\cdot b_{14}}{a_{14}}=b_5=D$， 又 $a_3a_{14}=r^2$。

$$(a_3-x)^2\cdot b_{14}^2\cdot\frac{1}{x^2}=D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (A)$$

寄左。

$$4a_3x=D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (B)$$

为同数。与左相消，得

$$-4a_3x^3+b_{14}^2x^2-2a_3b_{14}^2x+(a_3b_{14})^2=0,$$

$$x=a_{14},$$

而 $2\sqrt{a_3a_{14}}=D$。 合问。

李锐法 令 $x=r$。

$$2x+b_{14}=b_3,$$

$$a_3b_{14}\cdot\frac{1}{2x+b_{14}}=a_{14},$$

$$a_3\cdot a_3\cdot b_{14}\cdot\frac{1}{2x+b_{14}}=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (A)$$

内股率分母，寄左。

$$x^2(2x+b_{14})\left(\frac{1}{2x+b_{14}}\right)=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (B)$$

为同数。与左相消，得

$$-2x^3-b_{14}x^2+a_3^2b_{14}=0,$$

$x=r$， $2r=D$。 合问。

5. 有 a_3，b_{15}，求 D。

本法 令 $x=r$。

$a_3-x=a_{11}=$小勾，

$x+b_{15}=b_{11}=$小股，

$x+a_3=a_1=$大勾，

$(x+a_3)(x+b_{15})\frac{1}{a_3-x}=b_1=$大股，

内带小勾分母。

$$[(x+a_3)(x+b_{15})-(a_3-x)x]\cdot\frac{1}{a_3-x}=b_2,$$

$$b_{15}[(x+a_3)(x+b_{15})-(a_3-x)x]\cdot\frac{1}{a_3-x}=r^2 \quad\cdots\cdots\quad (A)$$

内有小勾分母，寄左。以

$$(a_3-x)x^2\cdot\left(\frac{1}{a_3-x}\right)=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (B)$$

为同数。与左相消，得

$$x^3-(a_3-2b_{15})x^2+b_{15}^2x+a_3b_{15}^2=0,$$

$x=r$，　　$2r=D$。　　合问。

又本法　识别得：　$a_3+b_{15}=a_1-b_{13}$，

$a_3-b_{15}=c_{11}$，

令　　$x=r$。

$a_3-x=a_{11}$，

$x+b_{15}=b_{11}$，

$$(a_3-x)(x+b_{15})=a_{11}\cdot b_{11} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (A)$$

寄左。

馆案：因
$a_{11}-a_9=c_8-b_8$，
$a_{11}=c_8-b_8+a_8$，
$\frac{b_{11}}{r=b_8}=\frac{c_{11}-b_{11}+a_{11}}{c_8-b_8+a_8}$，
$(c_{11}-b_1+a_{11})r=a_{11}b_{11}$。

$2x+b_{15}-a_3=b_{11}-a_{11}$，

$$2a_3-2b_{15}-2x=c_{11}-b_{11}+a_{11},$$

$$[(2a_3-2b_{15}-2x)x]=a_{11}b_{11} \cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消,得

$$x^2-(a_3-b_{15})x+a_3b_{15}=0,$$

$x=r$。 合问。

6. 有 a_3, c_{11},求 D。

本法 识别得: $a_3-c_{11}=b_{15}$,

令 $x=r$。

$x+b_{15}=b_{11}=$小股,

$a_3-x=a_{11}=$小勾,

$x+a_3=a_1=$大勾,

$$(x+a_3)(x+b_{15})\cdot\frac{1}{a_3-x}=b_1=\text{大股},$$

内带小勾分母。

因 $b_1-2r=b_{10}$, $2a_{11}\cdot b_{10}=(a_1+b_1-c_1)^2$。

$$2[(a_3+x)(b_{15}+x)-2x(a_3-x)]$$
$$=(a_1+b_1-c_1)^2 \cdots\cdots \text{(A)}$$

更无分母,寄左。

$$(2x)^2=(a_1+b_1-c_1)^2, \cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消,得

$$x^2-[a_3-(a_3-c_{11})]x+a_3\cdot(a_3-c_{11})=0,$$

$x=r$, $2r=D$。 合问。

7. 有 a_3, c_{13},求 D。

$c_3-a_3=b_7=$小股,

令 $x=r=$小勾。

$x+a_3=a_1=$大勾,

$(x+a_3)(c_3-a_3)\cdot\dfrac{1}{x}=b_1=$大股，

$(x+a_3)(c_3-a_3)\cdot\dfrac{1}{x}-2x=a_{10}=$股圆差。

$2[(a_3+x)(c_3-a_3)x^{-1}-2x](a_3-x)=D^2$ ………（A）

寄左。

$(2x)^2=D^2$ …………………………………………（B）

为同数。与左相消，得

$-[2(c_3-a_3)+4a_3]x^2+2\times 2a_3(c_3-a_3)=0$，

$x=r$，　$2r=D$。　　合问。

又本法　$\dfrac{a_3\sqrt{(c_3-a_3)(c_3+a_3)}}{\dfrac{c_3+a_3}{2}}=D$，　　合问。

〔此用股上容圆求之，比前法较为简易。〕

8. 有 a_3, c_1，求 D。

本法　识别得：$c_1-a_3=r+(c_1-a_1)$。

令　$x=r$。

$x+(c_1-a_3)=b_1=$大股，

$x+a_3=a_1=$大勾，

$[x+(c_1-a_3)]^2=b_1^2$ ……………………………（A）

寄左。以

$[c_1+(x+a_3)][(c_1-a_3)-x]=b_1^2$ ………………（B）

为同数。与左相消，得

$-2x^2-[(c_1+a_3)+(c_1-a_3)]x$

$+[(c_1+a_3)(c_1-a_3)-(c_1-a_3)^2]=0$，

$x=r$，　$2r=D$。　　合问。

又本法　令　$x=c_1-a_1$。

$$(c_1-a_3)-x=r,$$

$$[(c_1-a_3)-x]^2=r^2 \cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。以

$$\frac{\{a_3-[(c_1-a_3)-x]\}x}{2}=r^2 \cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消，得

$$0.5x^2-\left[2(c_1-a_3)+\frac{a_3-(c_1-a_3)}{2}\right]x-(c_1-a_3)^2=0,$$

$$x=c_1-a_1。$$ 合问。

9. 有 a_3，c_9，求 D。

本法　识别得：

$$a_3-c_9=a_8=\text{勾率}。$$

令　$$x=r=b_8=\text{股率}。$$

$$x+a_3=a_1=\text{大勾},$$

$$x(x+a_3)\cdot\frac{1}{a_3-c_9}=b_1=\text{大股},$$

内带勾率分母。

$$[x(x+a_3)-2x(a_3-c_9)]\cdot\frac{1}{a_3-c_9}=b_{10}=\text{大差},$$

内带勾率分母。

$$a_3-x=a_{11}=\text{小差}。$$

$$(a_3-x)[x(x+a_3)-2x(a_3-c_9)]\cdot\frac{1}{a_3-c_9}$$

$$=\frac{1}{2}(a_1+b_1-c_1)^2 \cdots\cdots \text{(A)}$$

内寄勾率为母，寄左。

$$2x^2(a_3-c_9)\left(\frac{1}{a_3-c_9}\right)=\frac{1}{2}(a_1+b_1-c_1)^2 \cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消，得

$$-x^2+a_3[a_3-2(a_3-c_9)]=0,$$

$x=r,\qquad 2r=D$。　　　　合问。

10. 有 a_3,a_{15}，求 D。

本法　令　$x=r$。

$$a_3-(x+a_{15})=a_9=\text{平勾率},$$

$$x=b_9=\text{平股率},$$

$$a_{15}=\text{小勾},$$

$$a_{15}x\cdot\frac{1}{x+a_{15}-a_3}=b_{15}=\text{小股},$$

内带勾率为母。

$$(a_{15}+2x)x\cdot\frac{1}{x+a_{15}-a_3}=b_2=\text{大股},$$

内寄勾率为母。

$$(a_{15}+2x)x\cdot a_{15}x\cdot\frac{1}{(x+a_{15}-a_3)^2}=b_2b_{15}=r^2 \quad\cdots\cdots\ (A)$$

内寄勾率为母，寄左。

$$x^2(x+a_{15}-a_3)^2\cdot\frac{1}{(x+a_{15}-a_3)^2}=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (B)$$

为同数。与左相消，得

$$x^2-2a_3x+\{(a_3-a_{15})^2-a_{15}^2\}=0,$$

$x=r,\qquad 2r=D$。　　　　合问。

11. 有 a_3,b_{11}，求 D。

本法　令　$x=r$。

$$x+a_3=a_1=\text{大勾},$$

$$a_3-x=a_{11}=\text{小勾},$$

$$b_{11}=\text{小股},$$

$$b_{11}(x+a_3)\cdot\frac{1}{a_3-x}=b_1=\text{大股},$$

$$-b_{11}(x+a_3)-x(a_3-x)]\cdot\frac{1}{a_3-x}=b_2=\text{半个矮梯底},$$

内寄小勾为母。

$$b_{11}-x=b_{15}=\text{半个矮梯头},$$

$$[b_{11}(a_3+x)-x(a_3-x)](b_{11}-x)\cdot\frac{1}{a_3-x}=r^2 \cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。以

$$x^2(a_3-x)\left(\frac{1}{a_3-x}\right)=r^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消，得

$$-[b_{11}(a_3-b_{11})+a_3b_{11}]x+a_3b_{11}^2=0,$$

$$x=r, \qquad 2r=D_{\circ}$$

合问。

又本法 令 $x=r$。

$$x+a_3=a_1=\text{大勾},$$

$$a_3-x=a_{11}=\text{小勾}=\text{勾圆差},$$

$$b_{11}=\text{小股},$$

$$b_{11}(x+a_3)\cdot\frac{1}{(a_3-x)}=b_1=\text{大股},$$

内寄小勾为母。

$$[b_{11}(x+a_3)-2x(a_3-x)]\frac{1}{a_3-x}=b_{10}=\text{股圆差。}$$

$$[b_{11}(x+a_3)-2x(a_3-x)]=a_{11}b_{10}=2r^2 \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

更无分母，寄左。以

$$2x^2=2r^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消，得

$$-(2a_3-b_{11})x+a_3b_{11}=0,$$

$$x=r_{\circ}$$

合问。

12. 有 a_3，c_{14}，求 D。

本法 令 $x=a_{14}$。

$$x+c_{14}=b_7,$$

$$\frac{a_3-x}{2}=a_9,$$

$$(x+c_{14})\cdot\frac{a_3-x}{2}=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (\mathrm{A})$$

寄左。以

$$a_3x=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (\mathrm{B})$$

为同数。与左相消，得

$$-0.5x^2-\frac{a_3+c_{14}}{2}x+\frac{a_3\cdot c_{14}}{2}=0,$$

$x=a_{14}$， $2\sqrt{a_3\cdot a_{14}}=D$。 合问。

13. 有 a_3, c_{15}，求 D。

本法 令 $x=b_{15}$。

$$x+c_{15}=a_8,$$

$$a_3-(x+c_{15})=c_8,$$

$$2[a_3-(x+c_{15})]=c_5,$$

$$a_3[2(a_3-(x+c_{15}))-a_3\}c_{15}^2\cdot\left(\frac{1}{c_{15}^2}\right)=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (\mathrm{A})$$

带分，寄左。以

$$\left\{\frac{2[a_3-(x+c_{15})]x}{2}\right\}^2\cdot\frac{1}{c_{15}^2}=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (\mathrm{B})$$

内带勾弦分母，为同数。与左相消，得

$$x^4-2(a_3-c_{15})x^3+(a_3-c_{15})^2x^2$$
$$+2a_3c_{15}^2x-a_3[2(a_3-c_{15})-a_3]c_{15}^2=0,$$

$x=b_{15}$。 合问。

余各依数求之。

又本法 识别得： $a_3-c_{15}=a_8+c_{13}=c_8+b_{15}$，

$$(a_3-c_{15})-r=a_{15}+b_{15},$$

$$a_{15}+b_{15}+c_{15}=a_1-D=a_{11},$$

$$a_{15}+b_{15}-c_{15}=(a+b-c)_{15},$$

$$2c_{15}+(a+b-c)_{15}=a_1-D=a_{11},$$

$$a_3-b_{15}=c_{11}。$$

令 $x=b_{15}$。

$$(a_3-c_{15})-x=c_8,$$

$$a_3-[(a_3-c_{15})-x]=a_8,\quad 或\quad c_{15}+x=a_8,$$

$$(a_3-c_{15})-(x+c_{15})=c_{13},\quad 或\quad a_3-2c_{15}-x=c_{13},$$

$$(a_3-2c_{15}-x)-x=a_{14},\quad 或\quad a_3-2c_{15}-2x=a_{14},$$

因	$\dfrac{c_8\cdot b_{15}}{c_{15}}=b_8,$	$a_3\cdot a_{14}=r^2$。

$$\{[(a_3-c_{15})-x]x\}^2\cdot\frac{1}{c_{15}^2}=r \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (A)$$

内带直弦幂分母,寄左。

$$[a_3(a_3-2c_{15}-2x)]c_{15}^2\cdot\left(\frac{1}{c_{15}^2}\right)=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (B)$$

为同数。与左相消,得

$$x^4-2(a_3-c_{15})x^3+(a_3-c_{15})^2x^2+2a_3c_{15}^2x$$

$$-a_3(a_3-2c_{15})c_{15}^2=0,$$

廉从一一如上。

14. 有 a_3,c_9,求 D。

本法 命 $x=r$。

$$a_3(2c_9-a_3)=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (A)$$

寄左。以

$$x^2=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (B)$$

为同数。与左相消，得

$$-x^2+a_3(2c_9-a_3)=0,$$

$$x=r,\qquad 2r=D。$$ 合问。

15. 有 a_3，c_7，求 D。

本法　识别得：$c_7=b_{12}$。

令 $$x=r,$$

$$x+c_7=b_3,$$

$$c_7-x=b_{14},$$

因	$\dfrac{b_{14}\cdot a_3}{b_3}=a_{14},\qquad a_3\cdot a_{14}=r^2.$

$$a_3(c_7-x)a_3\cdot\frac{1}{c_7+x}=r^2 \quad\cdots\cdots\quad (A)$$

内带底股分母，寄左。以

$$x^2(x+c_7)\cdot\frac{1}{x+c_7}=r^2 \quad\cdots\cdots\quad (B)$$

与左相消，得

$$-x^3-c_7x^2-a_3^2x+a_3^2c_7=0,$$

$$x=r,2r=D。$$ 合问。

16. 有 a_3，$a_{15}+c_{15}$，求 D。

本法　识别得：$a_3-(a_{15}+c_{15})=b_{11}$。

令 $$x=b_{15},$$

$$[a_3-(a_{15}+c_{15})]-x=r。$$

$$[a_3-(a_{15}+c_{15})-x]-x=b_{13},$$

或 $$a_3-(a_{15}+c_{15})-2x=b_{13}。$$

$$[a_3-(a_{15}+c_{15})-x]+a_3=a_1,$$

或 $$2a_3-(a_{15}+c_{15})-x=a_1。$$

因	$a_1b_{13}=\frac{1}{2}D^2$。

$$\frac{[a_3-(a_{15}+c_{15})-2x][2a_3-(a_{15}+c_{15})-x]}{2}=r^2 \quad \cdots \text{(A)}$$

寄左。以

$$[a_3-(a_{15}+c_{15})-x]^2=r^2 \cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数与左相消。

$$-\frac{a_3+(a_{15}+c_{15})}{2}x$$
$$+\left\{\frac{[a_3-(a_{15}+c_{15})][2a_3-(a_{15}+c_{15})]}{2}\right.$$
$$\left.-[a_3-(a_{15}+c_{15})]^2\right\}=0,$$

$x=b_{15}$。 合问。

17. 有 a_3,$b_{14}+c_{14}$,求 D。

本法 原误。

馆案法 识别得:$a_3=a_8+c_8$,

$$a_{14}=c_8-a_8,$$
$$b_{14}+c_{14}=a_8。$$

令 $x=a_{14}$。

$$x^2\cdot\frac{1}{b_{14}+c_{14}}=c_{14}-b_{14},$$

内寄明股弦和分母。

$$[x^2+(b_{14}+c_{14})^2]\frac{1}{b_{14}+c_{14}}=2c_{14},$$

$$[x^2+(b_{14}+c_{14})^2+2x(b_{14}+c_{14})]\frac{1}{b_{14}+c_{14}}$$
$$=2(c_{14}+b_{14})=2b_7=2b_6,$$

$$a_3-x=2a_8,$$

因	$2a_8 \cdot 2b_6 = D^2, \qquad 4a_3a_{14} = D^2$。

$$[x^2+(b_{14}+c_{14})^2+2x(b_{14}+c_{14})](a_3-x)\cdot\frac{1}{b_{14}+c_{14}}$$
$$=D^2 \quad \cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。以

$$4a_3x(b_{14}+c_{14})\left(\frac{1}{b_{14}+c_{14}}\right)=D^2 \quad \cdots\cdots \quad (B)$$

为同数。与左相消。

$$-x^3-[2(b_{14}+c_{14})-a_3]x^2-[2a_3(b_{14}+c_{14})$$
$$+(b_{14}+c_{14})^2]x+a_3(b_{14}+c_{14})^2=0。$$

$x=a_{14}$。 合问。

李锐法 识别得： $b_3+c_3-(b_{14}+c_{14})=b_5+c_5$，

$a_3+a_{14}=c_5$，

$2r=b_5$，

$a_{14}+b_{14}+c_{14}=c_1-a_1$。

令 $x=a_{14}$。

$$(b_{14}+c_{14})a_3\cdot\frac{1}{x}=b_3+c_3,$$

或 $(b_{14}+c_{14})a_3x^{-1}=b_3+c_3$，

$(b_{14}+c_{14})a_3x^{-1}-(b_{14}+c_{14})=b_5+c_5$，

$a_3+x=c_5$，

$(b_{14}+c_{14})a_3x^{-1}-(b_{14}+c_{14})-(x+a_3)=2r$，

$$2a_3-[(b_{14}+c_{14})a_3x^{-1}-(b_{14}+c_{14})-(x+a_3)]$$
$$=2(c_1-b_1),$$

$x+b_{14}+c_{14}=c_1-a_1$，

$$(x+b_{14}+c_{14})\{2a_3-[(b_{14}+c_{14})a_3x^{-1}-(b_{14}+c_{14})$$
$$-(a_3+x)]\}=D^2 \quad \cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。以

$$4a_3x=D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (B)$$

为同数。与左相消，得

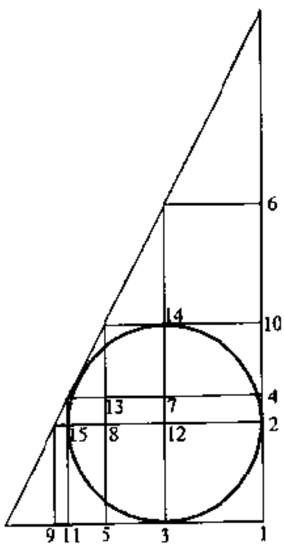
$$-x^3-[2(b_{14}+c_{14})-a_3]x^2$$

$$-[2a_3+(b_{14}+c_{14})](b_{14}+c_{14})x+a_3(b_{14}+c_{14})^2=0,$$

$x=a_{14}$。 合问。

《测圆海镜细草》卷第五

大股(b_1)一十八问



1. 有 b_1, b_{14}，求 D。

本法　令　$x=r=a_6=$勾率，

$b_1-(2x+b_{14})=b_6=$股率，

$$b_1x\frac{1}{b_1-(2x+b_{14})}=a_1=\text{大勾},$$

内带股率分母。

$$\{b_1x-2x[b_1-(2x+b_{14})]\}\frac{1}{b_1-(2x+b_{14})}=c_1-b_1,$$

内有股率分母。

$$b_1-2x=c_1-a_1,$$

$$(b_1-2x)\{b_1x-2x[b_1-(2x+b_{14})]\}\frac{1}{b_1-(2x+b_{14})}$$

$$=\frac{1}{2}(a_1+b_1-c_1)^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

内寄股率分母，寄左。以

$$2x^2[b_1-(2x+b_{14})]\left(\frac{1}{b_1-(2x+b_{14})}\right)$$

$$=\frac{1}{2}(a_1+b_1+c_1)^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消，得

$$-4x^2+(4b_1-2b_{14})x-b_1[2(b_1-b_{14})-b_1]=0,$$

$x=r$，　$2r=D$。　　合问。

2. 有 b_1,a_{14}，求 D。

本法　识别得：$a_{13}b_1=\frac{1}{2}D^2=a_1b_{13}$。

令　$x=r$。

$$x-a_{14}=a_{13},$$

$$b_1(x-a_{14})=\frac{1}{2}D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。以

$$2x^2=\frac{1}{2}D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消，得

$$-2x^2+b_1x-a_{14}b_1=0,$$

$x=r$，　$2r=D$。　　合问。

3. 有 b_1,a_{15}，求 D。

本法　令　$x=r$。

$$2x+a_{15}=a_2=\text{勾率},$$

$$b_1-x=b_2=\text{股率}=\text{半梯之底},$$

$$a_{15}(b_1-x)\cdot\frac{1}{2x+a_{15}}=b_{15}=\text{小股}=\text{半梯之头},$$

内带勾率分母。

$$(b_1-x)a_{15}(b_1-x)\cdot\frac{1}{2x+a_{15}}=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(A)}$$

内带勾率分母，寄左。以

$$x^2(2x+a_{15})\cdot\left(\frac{1}{2x+a_{15}}\right)=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(B)}$$

为同数。与左相消，得

$$-2x^3-2a_{15}b_1x+a_{15}b_1^2=0,$$

$$x=r,\qquad 2r=D\text{。}\qquad\qquad \text{合问。}$$

4. 有 b_1，b_{15}，求 D。

本法　令　$x=r$。

$$b_1-x=b_2=\text{半梯底},$$

$$b_{15}=\text{半梯头},$$

$$b_{15}(b_1-x)=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(A)}$$

寄左。以

$$x^2=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(B)}$$

为同数。与左相消，得

$$-x^2-b_{15}x+b_1b_{15}=0,$$

$$x=r,\qquad 2r=D\text{。}\qquad\qquad \text{合问。}$$

5. 有 b_1，b_{11}，求 D。

本法　令　$x=r$。

$$b_{11}-x=b_{15}=\text{半梯头},$$

$$b_1-x=b_2=\text{半梯底},$$

$$(b_1-x)(b_{11}-x)=r^2 \quad \cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。以

$$x^2=r^2 \quad \cdots\cdots \quad (B)$$

为同数。与左相消，得

$$-(b_1+b_{11})x+b_1b_{11}=0,$$

$$x=r, \qquad 2r=D。$$ 合问。

6. 有 b_1, a_{11}，求 D。

本法　识别得：$c_1-b_1=a_{11}$＝小差。令　　$x=D$。

$$2a_{11}(b_1-x)=D^2 \quad \cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。以

$$x^2=D^2 \quad \cdots\cdots \quad (B)$$

与左相消，得

$$-x^2-2a_{11}x+2a_{11}b_1=0,$$

$$x=D。$$ 合问。

7. 有 b_1, c_{10}，求 D。

本法　识别得：$b_1-D=b_{10}$＝小股。

令　　$x=D$。

$b_1-x=b_{10}$＝股圆差＝(大差)，

$b_1c_{10}\dfrac{1}{b_1-x}=c_1$＝大弦，

内带小股分母。

$b_1(b_1-x)\dfrac{1}{b_1-x}=b_1$＝大股，

亦带小股分母。

$[b_1c_{10}-b_1(b_1-x)]\dfrac{1}{b_1-x}=c_1-b_1$＝小差。

$$[b_1c_{10}-b_1(c_1-x)]=\frac{1}{2}(a_1+b_1-c_1)^2,$$

更无分母。

$$2[b_1c_{10}-b_1(b_1-x)]=(a_1+b_1-c_1)^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (A)$$

寄左。以

$$x^2=(a_1+b_1-c_1)^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (B)$$

为同数。与左相消，得

$$-x^2+2b_1x-(2b_1^2-2b_1c_{10})=0,$$

$$x=D。$$

合问。

又本法 识别得： $b_1-c_{10}=r+a_{14}$。

令 $x=r$。

$$(b_1-c_{10})-x=a_{14}=\text{半梯头},$$

$$b_1-2x=b_{10}=\text{股率},$$

$$b_1-c_{10}=a_{10}=\text{勾率},$$

$$b_1(b_1-c_{10})\frac{1}{b_1-2x}=a_1=\text{大勾},$$

内寄股率分母。

$$[b_1(b_1-c_{10})-x(b_1-2x)]\frac{1}{b_1-2x}=a_3=\text{半梯底}。$$

$$[(b_1-c_{10})-x][b_1(b_1-c_{10})$$

$$-x(b_1-2x)]\cdot\frac{1}{b_1-2x}=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (A)$$

内寄股率分母，寄左。以

$$x^2(b_1-2x)\cdot\left(\frac{1}{b_1-2x}\right)=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (B)$$

为同数。与左相消，得

$$2(b_1-c_{10})x^2-2b_1(b_1-c_{10})x+b_1(b_1-c_{10})^2=0,$$

$$x=r, \qquad 2r=D。$$

合问。

8. 有 b_1，c_4，求 D。

本法 识别得： $b_1-c_4=b_{13}$。

令 $x=D$。

$x-2(b_1-c_4)=2b_{15}=$梯头，

$2b_1-x=2b_2=$梯底，

$$(2b_1-x)[x-2(b_1-c_4)]=D^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。以

$$x^2=D^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (B)$$

与左相消，得

$$-2x^2+[2(b_1-c_4)+2b_1]x-2(b_1-c_4)\cdot 2b_1=0,$$

$x=D$。 合问。

9. 有 b_1, c_2，求 D。

本法 识别得： $b_1-c_1=b_8-a_8=c_8-a_{11}$。

令 $x=r$。

$b_1-x=b_2=$中股，

$$c_2x\cdot\frac{1}{b_1-x}=c_8,$$

内带中股分母。

$$[c_2x-(b_1-c_2)(b_1-x)]\cdot\frac{1}{b_1-x}=a_{11}=\text{小差},$$

内带中股分母。

$b_1-2x=b_{10}=$大差，

$$(b_1-2x)[c_2x-(b_1-c_2)(b_1-x)]\cdot\frac{1}{b_1-x}=r^2 \quad \cdots\cdots \quad (A)$$

（内带中股分母），寄左。以

$$x^2(b_1-x)\cdot\left(\frac{1}{b_1-x}\right)=r^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (B)$$

为同数。与左相消，得

$$x^3-2b_1x^2+\left[\frac{b_1^2}{2}+b_1(b_1-c_2)\right]x-\frac{b_1^2}{2}(b_1-c_2)=0,$$

$x=r$， $2r=D$。 合问。

10. 有 b_1, c_1，求 D。

本法 识别得： $c_1-b_1=a_1-D=$ 勾圆差。

$x=a_1=\sqrt{(c_1+b_1)(c_1-b_1)}$，

$a_1-(c_1-b_1)=D$。 合问。

11. 有 b_1, c_6，求 D。

本法 识别得： $c_6=b_{12}$，

令 $x=r=a_6=$ 小勾率。

$x+c_6=b_3$，

$b_1-(x+c_6)=b_6=$ 小股率，

$b_1-x=b_2=$ 梯底，

$(b_1-x)-2[b_1-(x+c_6)]=b_{15}=$ 梯头，

或 $b_1-2(b_1-c_6)+x=b_{15}$，

$(b_1-x)[b_1-2(b_1-c_6)+x]=r^2$ ……………………… (A)

寄左。以

$x^2=r^2$ ……………………………………………………… (B)

与左相消，得

$-2x^2+2(b_1-c_6)x-b_1[2(b_1-c_6)-b_1]=0$，

$x=r$， $2r=D$。 合问。

12. 有 b_1+c_2, c_9-a_{11}，求 D。

本法 识别得： $c_9-a_{11}=c_9-(c_1-b_1)$

$=b_9-a_9$

$=b_1-c_2$。

$\frac{(b_1+c_2)+(c_9-a_{11})}{2}=b_1=$ 大股，

$\frac{(b_1+c_2)-(c_9-a_{11})}{2}=c_2=$ 小弦，

令 $x=D$。

$$b_1-\frac{x}{2}=b_2=\text{中股},$$

$$c_2=\text{中弦},$$

$$c_2\frac{x}{2}\cdot\frac{1}{b_1-\frac{x}{2}}=c_9,$$

内寄中股分母。

$$\left[c_2\frac{x}{2}-(c_9-a_{11})\left(b_1-\frac{x}{2}\right)\right]\cdot\frac{1}{b_1-\frac{x}{2}}=a_{11},$$

或 $$\left[c_2\frac{x}{2}-(b_1-c_2)\left(b_1-\frac{x}{2}\right)\right]\cdot\frac{1}{b_1-\frac{x}{2}}=a_{11},$$

内带中股分母。

$$2(b_1-x)=2b_{10},$$

$$2(b_1-x)\left[c_2\cdot\frac{x}{2}-(b_1-c_2)\left(b_1-\frac{x}{2}\right)\right]\cdot\frac{1}{b_1-\frac{x}{2}}$$

$$=D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

(内带中股勾母),寄左。以

$$x^2\left(b_1-\frac{x}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{b_1-\frac{x}{2}}\right)=D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消,得

$$0.5x^3-2b_1x^2+\left[2b_1\cdot\frac{b_1}{2}+2b_1(b_1-c_2)\right]x$$

$$-2b_1^2(b_1-c_2)=0,$$

$x=D$。 合问。

13. 有 b_1,c_{15},求 D。

本法 令 $x=r$。

$$b_1-2x=c_1-a_1。$$

因	$\dfrac{(c_1-a_1)^2+b_1^2}{2(c_1-a_1)}=c_1$。

$$\frac{1}{2}[(b_1-2x)^2+b_1^2]\frac{1}{b_1-2x}=c_1=\text{大弦},$$

内带大差分母，别寄。

$$b_1c_{15}\cdot\frac{1}{c_1}=b_{15}=\text{半梯头},$$

内带大弦分母。

$$b_1-x=b_2=\text{半梯底},$$

$$(b_1-x)b_1c_{15}\cdot\frac{1}{c_1}=r^2,$$

有大弦分母。

或 $$(b_1-x)b_1c_{15}(b_1-2x)\cdot\frac{1}{\frac{1}{2}[(b_1-2x)^2+b_1^2]}=r^2 \quad\cdots\ (\mathrm{A})$$

寄左。以

$$x^2\cdot\frac{1}{2}[(b_1-2x)^2+b_1^2]\cdot\frac{1}{\frac{1}{2}\{(b_1-2x)^2+b_1^2\}}=r^2\ \cdots\cdots\ (\mathrm{B})$$

为同数。与左相消，得

$$2x^4-2b_1x^3+(b_1^2-2b_1c_{15})x^2+3b_1^2c_{15}x-b_1c_{15}b_1^2=0,$$

$$x=r。$$ 合问。

又本法 令 $x=c_1-a_1$。

$$\frac{x^2+b_1^2}{2x}=c_1=\text{大弦},$$

或 $$0.5x+\frac{b_1^2}{2x}=c_1,$$

$b_1=$大股，

$b_1\cdot c_{15}\cdot\frac{1}{c_1}=b_{15}=$半梯头，

内寄大弦分母。

$x+b_1=2b_2=$全梯底，

$$2(x+b_1)b_1c_{15}\cdot\frac{1}{c_1}=D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

内寄大弦为母，寄左。以

$$(b_1-x)^2\left(0.5x+\frac{b_1^2}{2x}\right)\left(\frac{1}{c_1}\right)=D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消，得

$$0.5x^4-b_1x^3+(b_1^2-2b_1c_{15})x^2$$

$$-(2b_1^2c_{15}+b_1^3)x+b_1^2\cdot\frac{b_1^2}{2}=0,$$

$x=c_1-a_1$，

$b_1-x=D$。　　　　合问。

14. 有 b_1, c_{14}，求 D。

本法　令　$x=r$。

$b_1-2x=c_1-a_1=$大差，

因	$\frac{b_1^2+(c_1-a_1)^2}{2(c_1-a_1)}=c_1$，　及　$\frac{b_1^2-(c_1-a_1)^2}{2(c_1-a_1)}=a_1$。

$\frac{b_1^2+(b_1-2x)^2}{2}\cdot\frac{1}{b_1-2x}=c_1=$大弦，

或　$(2x^2-2b_1x+b_1^2)\cdot\frac{1}{b_1-2x}=c_1$，

内带大差分母。

$\frac{b_1^2-(b_1-2x)^2}{2}\cdot\frac{1}{b_1-2x}=a_1=$大勾，

或 $$(-2x^2+2b_1x)\cdot\frac{1}{b_1-2x}=a_1,$$

亦带大差分母。

因	$\frac{c_{14}\cdot a_1}{c_1}=a_{14}$， 及 $a_1-r=a_3$。

$$c_{14}(-2x^2+2b_1x)\cdot\frac{1}{c_1}\cdot\frac{1}{b_1-2x}=a_{14}=\text{半梯头},$$

内带大弦为母，寄上位。其大勾内元有大差分母不用。

$$[(-2x^2+2b_1x)-x(b_1-2x)]\cdot\frac{1}{b_1-2x}=a_3,$$

或 $$b_1x\,\frac{1}{b_1-2x}=a_3=\text{半梯底},$$

$$b_1xc_{14}(-2x^2+2b_1x)\cdot\frac{1}{c_1}\cdot\frac{1}{b_1-2x}\cdot\frac{1}{b_1-2x}$$
$$=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A)$$

内带大差及大弦为母，寄左。以

$$x^2(2x^2-2b_1x+b_1^2)(b_1-2x)\cdot\frac{1}{c_1}\cdot\frac{1}{b_1-2x}\cdot\frac{1}{b_1-2x}$$
$$=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (B)$$

为同数。与左相消，得

$$-4x^3+6b_1x^2-(4b_1^2-2b_1c_{14})x+(b_1^3-2b_1^2c_{14})=0,$$

$$x=r。$$ 合问。

又本法 识别得：$a_{14}+b_{14}+c_{14}=c_1-a_1$。

令 $$x=c_1-a_1=\text{大差}。$$

$$\frac{x^2+b_1^2}{2}\cdot\frac{1}{x}=c_1,$$

寄大差分母。

$$\frac{b_1^2-x^2}{2}\cdot\frac{1}{x}=a_1,$$

寄大差分母。

因	$\frac{a_1c_{14}}{c_1}=a_{14}$， 及 $\frac{b_1c_{14}}{c_1}=b_{14}$。

或 $(2x^2-2b_1x-b_1^2)\cdot\frac{1}{b_1-2x}=c_1$，

内带大差分母。

$$\frac{b_1^2-(b_1-2x)^2}{2}\cdot\frac{1}{b_1-2x}=a_1=\text{大勾},$$

$$c_{14}\frac{x^2+b_1^2}{2}\cdot\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{c_1}=c_{14},$$

(其大勾内元有大差分母不用)。三位相并得下：

$$\left(c_{14}\cdot\frac{b_1^2-x^2}{2}+b_1c_{14}x+c_{14}\frac{x^2+b_1^2}{2}\right)\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{c_1}$$
$$=c_1-a_1 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。以

$$x\left(\frac{x^2+b_1^2}{2}\right)\cdot\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{c_1}=c_1-a_1 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消，得

$$-0.5x^3-\left(\frac{b_1^2}{2}-b_1c_{14}\right)x+b_1^2c_{14}=0,$$

$x=c_1-a_1$， $b-x=D$。 合问。

15. 有 b_1，c_9，求 D。

本法 令 $x=r=b_9=$小股。

因	$\frac{b_1c_9}{b_9}=c_1$。

$$b_1c_9x^{-1}=c_1,$$

$$b_1-2x=c_1-a_1,$$

$$b_1c_9x^{-1}-(b_1-2x)=a_1,$$

$$[b_1c_9x^{-1}-(b_1-2x)]-2x=b_1c_9x^{-1}-b_1=c_1-b_1。$$

因	$\frac{c_1-a_1}{2}(c_1-b_1)=r^2。$

$$\frac{1}{2}(b_1-2x)(b_1c_9x^{-1}-b_1)=r^2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (A)$$

寄左。以

$$x^2=r^2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (B)$$

与左相消，得

$$x^3+b_1x^2-\left(b_1c_9+\frac{b_1^2}{2}\right)x+b_1\cdot\frac{b_1c_9}{2}=0,$$

$x=r$。 合问。

16. 有 b_1,c_{12}，求 D。

本法 令 $x=b_{12}=c_8$。

$$x+c_{12}=c_2。$$

$$x(x+c_{12})\frac{1}{c_{12}}=b_2=\text{边股}=\text{半梯底},$$

寄斜步分母。

$$[b_1c_{12}-x(x+c_{12})]\frac{1}{c_{12}}=b_1-b_2=r,$$

寄斜步分母。

$$[b_1c_{12}-x(x+c_{12})]^2\frac{1}{c_{12}^2}=r^2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (A)$$

内带斜步幂为母，寄左。又

$$c_{12}-x=c_{15},$$

$$x(c_{12}-x)\frac{1}{c_{12}}=b_{15}=\text{半梯头},$$

斜步不除，寄为母。

$$x(c_{12}+x)x(c_{12}-x)\cdot\left(\frac{1}{c_{12}^2}\right)=r^2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (B)$$

为同数。与左相消，得

$$2x^4+2c_{12}x^3-2b_1c_{12}x^2-2b_1c_{12}^2x+(b_1c_{12})^2=0,$$

$$x=b_{12},$$

$$a_{12}=\sqrt{c_{12}^2-x^2},\qquad \frac{2a_{12}\cdot b_{12}}{c_{12}}=D。$$ 合问。

17. 有 b_1，$a_{15}+b_{14}$，求 D。

本法　识别得：$a_{15}+b_{14}+D=a_{12}+b_{12}$

$$=c_8+c_7 \quad\cdots\cdots (a)$$

$$2(c_8+c_7)-c_1=a_{12}+b_{12}-c_{12} \quad\cdots\cdots (b)$$

$$=c_{13},$$

令　$x=c_1-a_1$。

$$\frac{b_1^2-x^2}{2x}=a_1,\quad \frac{x^2+b_1^2}{2x}=c_1,\quad b_1=b_1。$$

$$\left(\frac{b_1^2}{2}x^{-1}-0.5x\right)+b_1=a_1+b_1。$$

$$b_1-x=a_1+b_1-c_1=D。$$

$$(a_{15}+b_{14})+(b_1-x)=c_8+c_7 \quad\cdots\cdots (a)'$$

$$2[(a_{15}+b_{14})+(b_1-x)]-\left(\frac{b_1^2}{2}x^{-1}-0.5x\right)$$

$$=a_{12}+b_{12}-c_{12} \quad\cdots\cdots (b)'$$

因	$\dfrac{(a_1+b_1)(a_{12}+b_{12}-c_{12})}{a_{12}+b_{12}}=a_1+b_1-c_1$。

$$\left(\frac{b_1^2}{2}x^{-1}-0.5x+b_1\right)\left(2(a_{15}+b_{14})+2(b_1-x)-\left(\frac{b_1^2}{2}x^{-1}-0.5x\right)\right)\cdot\frac{1}{(a_{15}+b_{14})+(b_1-x)}=a_1+b_1-c_1 \quad\cdots\cdots (A)$$

内寄小和为母，寄左。以

$$(b_1-x)[(a_{15}+b_{14})+(b_1-x)]\cdot\frac{1}{(a_{15}+b_{14})+(b_1-x)}$$

$$=a_1+b_1-c_1 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (B)$$

为同数。与左相消，得

$$0.25x^4-1\frac{1}{2}b_1x^3+(a_{15}+b_{14})b_1x^2$$

$$+\frac{b_1^2}{2}[2\cdot(a_{15}+b_{14})+b_1]x-\left(\frac{b_1^2}{2}\right)^2=0,$$

$x=c_1-a_1, b_1-x=D$。　　合问。

18. 有 b_1, c_{13}，求 D。

本法　识别得：　$D-c_{13}=a_{13}+b_{13}$。

令　　$x=r$。

$b_1-2x=c_1-a_1=$大差，

$$\frac{1}{2}[b_1^2+(b_1-2x)^2]\cdot\frac{1}{b_1-2x}=c_1,$$

内带大差为分母。

$$\frac{1}{2}[b_1^2-(b_1-2x)^2]\cdot\frac{1}{b_1-2x}=a_1,$$

带大差分母，

$$\left(\frac{b_1^2-(b_1-2x)^2}{2}+b_1(b_1-2x)\right)\cdot\frac{1}{b_1-2x}=a_1+b_1,$$

带大差分母。

因	$c_{13}(a_1+b_1)=c_1(a_{13}+b_{13})$。

$$a_{13}\left(\frac{b_1^2-(b_1-2x)^2}{2}+b_1(b_1-2x)\right)\cdot\frac{1}{b_1-2x}$$

$$=c_{13}(a_1+b_1) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。以

$$(2x-c_{13})\cdot\frac{b_1^2+(b_1-2x)^2}{2}\cdot\frac{1}{b_1-2x}$$

$$=c_1(a_{13}+b_{13}) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消，得

$$4x^3-4b_1x^2+(2b_1^2+2b_1c_{13})x-2b_1^2c_{13}=0,$$

$x=r$。 合问。

又本法　识别得：$a_{13}+b_{13}+c_{13}=D$。

令　$x=D$。

$b_1-x=c_1-a_1=$大差。

$$\frac{1}{2}[b_1^2+(b_1-x)^2]\frac{1}{b_1-x}=c_1,$$

内寄大差分母。

$$\frac{1}{2}[b_1^2-(b_1-x)^2]\frac{1}{b_1-x}=a_1,$$

内寄大差分母。

因	$\frac{a_1c_{13}}{c_1}=a_{13}$,	及	$\frac{b_1c_{13}}{c_1}=b_{13}$。

$$a_{13}\cdot\frac{b_1^2-(b_1-x)^2}{2}\frac{1}{b_1-x}\cdot\frac{1}{c_1}=a_{13},$$

寄大弦分母，

$$b_1c_{13}(b_1-x)\frac{1}{b_1-x}\cdot\frac{1}{c_1}=b_{13},$$

只寄大弦分母，

$$c_{13}\cdot\frac{b_1^2+(b_1-x)^2}{2}\frac{1}{b_1-x}\cdot\frac{1}{c_1}=c_{13},$$

只寄大弦分母。

$$(2b_1^2c_{13}-b_1c_{13}x)\frac{1}{b_1-x}\cdot\frac{1}{c_1}=a_{13}+b_{13}+c_{13} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

内寄大弦分母，寄左。以

$$x\frac{b_1^2+(b_1-x)^2}{2}\cdot\frac{1}{b_1-x}\cdot\frac{1}{c_1}=a_{13}+b_{13}+c_{13}\quad\cdots\cdots\cdots\ (\mathrm{B})$$

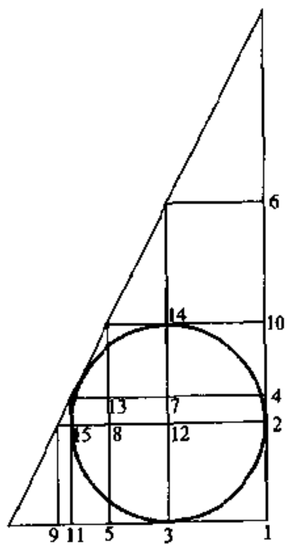
为同数。与左相消，得

$$0.5x^3-b_1x^2+(b_1^2+b_1c_{13})x-2b_1^2c_{13}=0,$$

$x=D$。　　合问。

《测圆海镜细草》卷第六

大勾(a_1)一十八问



1. 有 a_1，a_{15}，求 D。

本法　令　$x=r=b_9=$股率，

$$a_1-(2x+a_{15})=a_9=\text{勾率},$$

$$a_1x\frac{1}{a_1-(2x+a_{15})}=b^2=\text{大股},$$

内带勾率分母。

$$\{a_1x-2x[a_1-(2x+a_{15})]\}\cdot\frac{1}{a_1-(2x+a_{15})}=c_1-a_1,$$

内有勾率分母。

$$a_1-2x=c_1-b_1,$$

$$(a_1-2x)\{a_1x-2x[a_1-(2x+a_{15})]\}\cdot\frac{1}{a_1-(2x+a_{15})}$$

$$=\frac{1}{2}(a_1+b_1-c_1)^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

内有勾率分母，寄左。以

$$2x^2[a_1-(2x+a_{15})]\left[\frac{1}{a_1-(2x+a_{15})}\right]$$

$$=\frac{1}{2}(a_1+b_1-c_1)^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消，得

$$-4x^2+(4a_1-2a_{15})x-a_1(a_1-2b_{15})=0,$$

$x=r$，　　$2r=D$。　　　　合问。

2. 有 a_1,b_{15}，求 D。

本法　识别得：$a_1\cdot b_{13}=\frac{1}{2}D^2$.

令　　$x=r$。

$$x-b_{15}=b_{13},$$

$$a_1(x-b_{15})=\frac{1}{2}D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。以

$$2x^2=\frac{1}{2}D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消，得

$$-2x^2+a_1x-a_1b_{15}=0,$$

$x=r$，　　$2r=D$。　　　　合问。

3. 有 a_1,b_{14}，求 D。

本法　令　$x=r$。

$2x+b_{14}=b_3=$股率，

$$a_1-x=a_3=\text{勾率},$$

$$b_{14}(a_1-x)\cdot\frac{1}{2x+b_{14}}=a_{14}=\text{小勾}=\text{半梯之头},$$

内带股率分母。

$$(a_1-x)b_{14}(a_1-x)\frac{1}{2x+b_{14}}=r^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

内带股率分母,寄左。以

$$x^2(2x+b_{14})\left(\frac{1}{2x+b_{14}}\right)=r^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消,得

$$-2x^3-2a_1b_{14}x+a_1^2b_{14}=0,$$

$x=r,\qquad 2r=D$。 合问。

4. 有 a_1,a_{14},求 D。

本法　令　$x=r$。

$$a_1-x=a_3=\text{梯底},$$

$$a_{14}=\text{梯头}。$$

$$a_{14}(a_1-x)=r^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。以

$$x^2=r^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消,得

$$-x^2-a_{14}x+a_1a_{14}=0,$$

$x=r,\qquad 2r=D$。 合问。

5. 有 a_1,a_{10},求 D。

本法　令　$x=r$。

$$a_{10}-x=a_{14}=\text{梯头},$$

$$a_1-x=a_3=\text{梯底}。$$

$$(a_1-x)(a_{10}-x)=r^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。以

$$x^2=r^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

与左相消，得

$$-(a_1+a_{10})x+a_1a_{10}=0,$$

$$x=r,\qquad 2r=D。$$ 合问。

6. 有 a_1,b_{10}，求 D。

本法　令　$x=D$。

$$x+b_{10}=b_1=股,$$

$$a_1+b_{10}=c_1=弦。$$

$$2a_1(x+b_{10})=2a_1b_1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

因	$(a_1+b_1+c_1)(a_1+b_1-c_1)=2a_1b_1$。

以　$[a_1+(x+b_{10})+(a_1+b_{10}))]x=2a_1b_1 \cdots\cdots\text{(B)}$

为同数。与左相消，得

$$-x^2-2b_{10}x+2a_1b_{10}=0,$$

$$x=D。$$ 合问。

7. 有 a_1,c_{11}，求 D。

本法　令　$x=D$。

$$a_1-x=a_{11}=勾圆差,$$

$$a_1c_{11}\cdot\frac{1}{a_1-x}=c_1=大弦,$$

内带小勾分母。

$$a_1(a_1-x)\cdot\frac{1}{a_1-x}=a_1=大勾,$$

$$[a_1c_{11}-a_1(a_1-x)]\frac{1}{a_1-x}=c_1-a_1=大差,$$

$$[a_1c_{11}-a_1(a_1-x)]=\frac{1}{2}(a_1+b_1-c_1)^2,$$

更无分母。

$$2[a_1c_{11}-a_1(a_1-x)]=(a_1+b_1-c_1)^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。以

$$x^2=(a_1+b_1-c_1)^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (B)$$

与左相消,得

$$-x^2+2a_1x-(2a_1^2-2a_1c_{10})=0,$$

$x=D$。 合问。

又本法 识别得: $a_1-c_{11}=x+b_{15}$,

令 $x=r$。

$(a_1-c_{11})-x=b_{15}=$半梯头,

$a_1-2x=a_{11}=$勾率,

$b_1-c_{11}=b_{11}=$股率,

$a_1(b_1-c_{11})\dfrac{1}{a_1-2x}=b_1=$大股,

内寄勾率分母。

$[a_1(b_1-c_{11})-x(a_1-2x)]\dfrac{1}{a_1-2x}=b_2=$半梯底。

$$[(a_1-c_{11})-x][a_1(b_1-c_{11})-x(a_1-2x)]\frac{1}{a_1-2x}$$
$$=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A)$$

内寄勾率分母,寄左。以

$$x^2(a_1-2x)\left(\frac{1}{a_1-2x}\right)=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (B)$$

为同数。与左相消,得

$$2(a_1-c_{11})x^2-2a_1(a_1-c_{11})x+a_1(a_1-c_{11})^2=0,$$

$x=r$, $2r=D$。 合问。

8. 有 a_1, c_5，求 D。

本法 识别得： $a_1-c_5=a_{13}$。

令 $x=D$。

$x-2(a_1-c_5)=2a_{14}=$梯头，

$2a_1-x=2a_3=$梯底。

$(2a_1-x)[x-2(a_1-c_5)]=D^2$ ························ (A)

寄左。以

$x^2=D^2$ ·· (B)

与左相消，得

$-2x^2+[2(a_1-c_5)+2a_1]x-2(a_1-c_5)2a_1=0$，

$x=D$。 合问。

9. 有 a_1, c_3，求 D。

本法 识别得： $c_3-a_1=b_7-a_7$

$=b_{10}-c_7$。

令 $x=r$。

$a_1-x=a_3=$中勾，

$c_3x\dfrac{1}{a_1-x}=c_7$，

内寄中勾分母。

$[c_3x+(c_3-a_1)(a_1-x)]\dfrac{1}{a_1-x}=b_{10}=$大差，

内带中勾分母。

$a_1-2x=a_{11}=$小差。

$(a_1-2x)[c_3x+(c_3-a_1)(a_1-x)]\dfrac{1}{a_1-x}=r^2$ ········· (A)

内有中勾分母，寄左。以

$x^2(a_1-x)\left(\dfrac{1}{a_1-x}\right)=r^2$ ································· (B)

为同数。与左相消，得

$$x^3-2a_1x^2+\left[\frac{a_1^2}{2}+a_1(c_3-a_1)\right]x+\frac{a_1^2}{2}(c_3-a_1)=0,$$

$x=r,\qquad 2r=D$。 合问。

10. 有 a_1,c_3，求 D。

本法 识别得：$c_1-a_1=b_1-D=$股圆差。

令 $x=D$。

$a_1-x=a_{11}$，

$2(c_1-a_1)(a_1-x)=D^2$ ………………………… (A)

寄左。以

$x^2=D^2$ ……………………………………………… (B)

与左相消，得

$$-x^2-2(c_1-a_1)x+2a_1(c_1-a_1)=0,$$

$x=D$。 合问。

11. 有 a_1,c_9，求 D。

本法 识别得：$c_9=a_{12}$，

令 $x=r=b_9=$小股率。

$x+c_9=a_2$，

$a_1-(x+c_9)=a_9=$小勾率，

$a_1-x=a_3=$梯底，

$(a_1-x)-2[a_1-(x+c_9)]=a_{14}=$梯头，

或 $a_1-2(a_1-c_9)+x=a_{14}$。

$(a_1-x)[a_1-2(a_1-c_9)+x]=r^2$ ………………… (A)

寄左。以

$x^2=r^2$ ……………………………………………… (B)

与左相消，得

$$-2x^2+2(a_1-c_9)x-a_1[2(a_1-c_9)-a_1]=0,$$

$x=r,\qquad 2r=D$。　　合问。

12. 有 $a_1+c_3, b_{10}-c_6$，求 D。

本法　识别得：$b_{10}-c_6=(c_1-a_1)-c_6$

$$=b_7-a_7$$

$$=c_3-a_1。$$

$$\frac{(a_1+c_3)+(c_3-a_1)}{2}=c_3,$$

$$\frac{(a_1+c_3)-(c_3-a_1)}{2}=a_1。$$

令　　$x=D$。

$$a_1-\frac{x}{2}=a_3=\text{中勾},$$

$$c_3=\text{中弦},$$

$$c_3\,\frac{x}{2}\cdot\frac{1}{a_1-\frac{x}{2}}=c_6,$$

内带中勾分母。

$$\left[c_3\cdot\frac{x}{2}+(b_{10}-c_6)\left(a_1-\frac{x}{2}\right)\right]\cdot\frac{1}{a_1-\frac{x}{2}}=b_{10},$$

或　　$$\left[c_3\cdot\frac{x}{2}+(c_3-a_1)\left(a_1-\frac{x}{2}\right)\right]\cdot\frac{1}{a_1-\frac{x}{2}}=b_{10};$$

$$2(a_1-x)=2a_{11},$$

$$2(a_1-x)\left[c_3\cdot\frac{x}{2}+(c_3-a_1)\left(a_1-\frac{x}{2}\right)\right]\cdot\frac{1}{a_1-\frac{x}{2}}$$

$$=D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

内带中勾分母，寄左。

$$x^2\left(a_1-\frac{x}{2}\right)\left[\frac{1}{a-\frac{x}{2}}\right]=D^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

与左相消,得

$$0.5x^3-2a_1x^2+\left[2a_1\cdot\frac{a_1}{2}-2a_1(c_3-a_1)\right]x$$

$$+2a_1^2(c_3-a_1)=0,$$

$x=D$。　　　　合问。

13. 有 a_1,c_{14},求 D。

本法　令　$x=r$。

$a-2x=c_1-b_1$,

因	$\dfrac{(c_1-b_1)^2+a_1^2}{2(c_1-b_1)}=c_1$。

$$\frac{1}{2}[(a_1-2x)^2+a_1^2]\cdot\frac{1}{a_1-2x}=c_1=\text{大弦},$$

内带小差分母。

$$a_1c_{14}\cdot\frac{1}{c_1}=a_{14}=\text{半梯头},$$

内带大弦分母。

$$a_1-x=a_3=\text{半梯底}$$

$$(a_1-x)a_1c_{14}\cdot\frac{1}{c_1}=r^2,$$

有大弦分母。

或　$$(a_1-x)a_1c_{14}(a_1-2x)\cdot\frac{1}{\frac{1}{2}[(a_1-2x)^2+a_1^2]}$$

$$=r^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

内只带本大弦分母,寄左。以

$$x^2\cdot\frac{1}{2}[(a_1-2x)^2+a_1^2]\cdot\frac{1}{\frac{1}{2}[(a_1-2x)^2+a_1^2]}$$

$$=r^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (B)$$

为同数。与左相消，得

$$2x^4-2a_1x^3+(a_1^2-2a_1c_{14})x^2+3a_1^2c_{14}x-a_1c_{14}\cdot a_1^2=0,$$

$x=r$。 合问。

14. 有 a_1，c_{15}，求 D。

本法 令 $x=D$。

$a_1-x=c_1-b_1=$小差。

因 $\dfrac{a_1^2+(c_1-b_1)^2}{2(c_1-b_1)}=c_1$， 及 $\dfrac{a_1^2-(c_1-b_1)^2}{2(c_1-b_1)}=b_1$。

$$\frac{a_1^2+(a_1-x)^2}{2}\cdot\frac{1}{a_1-x}=c_1=\text{大弦},$$

或 $$\left(a_1^2-a_1x+\frac{x^2}{2}\right)\cdot\frac{1}{a_1-x}=c_1。$$

内带小差分母。

$$\frac{a_1^2-(a_1-x)^2}{2}\cdot\frac{1}{a_1-x}=b_1=\text{大股},$$

或 $$\left(a_1x-\frac{x^2}{2}\right)\cdot\frac{1}{a_1-x}=b_1。$$

内带小差分母。

因 $2\cdot\dfrac{c_{15}\cdot b_1}{c_1}=2b_{15}$， 及 $2\left(b_1-\dfrac{D}{2}\right)=2b_2$。

$$2c_{15}\left(a_1x-\frac{x^2}{2}\right)\cdot\frac{1}{c_1}\cdot\frac{1}{a_1-x}=2b_{15}=\text{两小股},$$

内寄大弦为母，权寄。

$$2\left[\left(a_1x-\frac{x^2}{2}\right)-\frac{x}{2}(a_1-x)\right]\frac{1}{a_1-x}=2b_2,$$

或 $$a_1x\cdot\frac{1}{a_1-x}=2b_2=\text{两边股},$$

内亦有小差分母。

$$2a_1xc_{15}\left(a_1x-\frac{x^2}{2}\right)\cdot\frac{1}{c_1}\cdot\frac{1}{a_1-x}\cdot\frac{1}{a_1-x}=D^2 \quad \cdots\cdots \text{(A)}$$

内寄大弦及小差分母,寄左。以

$$x^2\left(a_1^2-ax+\frac{x^2}{2}\right)(a_1-x)\cdot\frac{1}{c_1}\cdot\frac{1}{a_1-x}\cdot\frac{1}{a_1-x}$$
$$=D^2 \quad \cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消,得

$$0.5x^3+1.5a_1x^2-(2a_1-a_1c_{15})x+(a_1^3-2a_1^2c_{15})=0,$$

$x=D$。 合问。

又本法 识别得:$a_{15}+b_{15}+c_{15}=c_1-b_1$。

令 $x=c_1-b_1=$勾圆差。

$$\frac{a_1^2+x^2}{2}\cdot\frac{1}{x}=c_1,$$

寄小差分母。

$$\frac{a_1^2-x^2}{2}\cdot\frac{1}{x}=b_1,$$

寄小差分母。

因	$\dfrac{b_1\cdot c_{15}}{c_1}=b_{15}$,	及	$\dfrac{a_1\cdot c_{15}}{c_1}=a_{15}$。

$$c_{15}\frac{a_1^2-x^2}{2}\cdot\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{c_1}=b_{15},$$

寄大弦分母。

$$a_1c_{15}x\cdot\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{c_1}=a_{15},$$

寄大弦分母。

$$c_{15}\frac{a_1^2+x^2}{2}\cdot\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{c_1}=c_{15},$$

寄大弦分母。

三位相并得下：

$$\left(c_{15}\frac{a_1^2-x^2}{2}+a_1c_{15}x+c_{15}\frac{a_1^2+x^2}{2}\right)\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{c_1}=c_1-b_1 \quad \cdots \text{(A)}$$

寄左。以

$$x\left(\frac{a_1^2+x^2}{2}\right)\cdot\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{c_1}=c_1-b_1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消，得

$$-0.5x^3-\left(\frac{a_1^2}{2}-a_1c_{15}\right)x+a_1^2c_{15}=0,$$

$$x=c_1-b_1,\qquad a_1-x=D。$$

合问。

15. 有 a_1,c_7，求 D。

本法　令　$x=r=a_7=$小勾。

因	$\frac{a_1c_7}{a_7}=c_1$。

$$a_1c_7x^{-1}=c_1,$$

$$a_1-2x=c_1-b_1,$$

$$a_1c_7x^{-1}-(a_1-2x)=b_1,$$

$$[a_1c_7x^{-1}-(a_1-2x)]-2x=a_1c_7x^{-1}-a_1=c_1-a_1。$$

因	$\left(\frac{c_1-a_1}{2}\right)(c_1-b_1)=r^2$。

$$\frac{1}{2}(a_1-2x)(a_1c_7x^{-1}-a_1)=r^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。以

$$x^2=r^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

与左相消，得

$$-x^3+a_1x^2-\left(a_1c_7+\frac{a_1^2}{2}\right)x+a_1\cdot\frac{a_1c_7}{2}=0,$$

$x=r$，　$2r=D$。　　　　合问。

16. 有 a_1，c_{11}，求 D。

本法　令　$x=a_{12}$。

$$x+c_{12}=c_3,$$

$$x(x+c_{12})\cdot\frac{1}{c_{12}}=a_3=\text{底勾}=\text{半梯底},$$

寄斜步分母。

$$[a_1c_{12}-x(x+c_{12})]\frac{1}{c_{12}}=a_1-a_3=r。$$

$$[a_1c_{12}-x(x+c_{12})]^2\frac{1}{c_{12}^2}=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (A)$$

内带斜步(幂)分母，寄左。

又　$c_{12}-x=c_{14}$，

$$x(c_{12}-x)\frac{1}{c_{12}}=a_{14}=\text{半梯头},$$

寄斜步为母。

$$x(c_{12}+x)x(c_{12}-x)\frac{1}{c_{12}^2}=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (B)$$

为同数。与左相消，得

$$2x^4+2c_{12}x^3-2a_1c_{12}x^2-2a_1c_{12}^2x+(a_1c_{12})^2=0,$$

$$x=a_{12},$$

$b_{12}=\sqrt{c_{12}^2-a_{12}^2}$，　$\frac{2a_{12}b_{12}}{2}=D$。　　　　合问。

17. 有 a_1，$a_{15}+b_{14}$，求 D。

本法　令　　　$x=c_1-b_1$。

$\frac{a_1^2-x^2}{2x}=b_1$，　$\frac{x^2+a_1^2}{2x}=c_1$，　$b_1=b_1$。

$$a_1+\left(\frac{a_1^2}{2}x^{-1}-0.5x\right)=a_1+b_1,$$

$$a_1-x=a_1+b_1-c_1=D。$$

$$(a_{15}+b_{14})+(a_1-x)=a_{12}+b_{12}$$
$$=c_8+c_7,$$
$$2[(a_{15}+b_{14})+(a_1-x)]=c_4+c_5,$$
$$2[(a_{15}+b_{14})+(a_1-x)]-\left(\frac{a_1^2}{2}x^{-1}-0.5x\right)$$
$$=a_{12}+b_{12}-c_{12}=c_{13},$$

因	$\dfrac{(a_1+b_1)(a_{12}+b_{12}-c_{12})}{a_{12}+b_{12}}=a_1+b_1-c_1$。

$$\left(a_1+\frac{a_1^2}{2}x^{-1}-0.5x\right)[2(a_{15}+b_{14})+2(a_1-x)]$$
$$-\left(\frac{a_1^2}{2}x^{-1}-0.5x\right)\cdot\frac{1}{(a_{15}+b_{14})+(a_1-x)}$$
$$=a_1+b_1-c_1, \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A)$$

内寄小和为母,寄左。以

$$(a_1-x)[(a_{15}+b_{14})-(a_1-x)]\cdot\frac{1}{(a_{15}+b_{14})+(a_1-x)}$$
$$=a_1+b_1-c_1, \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (B)$$

为同数。与左相消,得

$$0.25x^4-1\frac{1}{2}a_1x^3+(a_{15}+b_{14})a_1x^2$$
$$+\frac{a_1^2}{2}[2\cdot(a_{15}+b_{14})+a_1]x-\left(\frac{a_1^2}{2}\right)^2=0,$$

$x=c_1-b_1$, $\quad a_1-x=D$。 合问。

18. 有 a_1,c_{13},求 D。

本法 识别得: $D-c_{13}=a_{13}+b_{13}$。

令 $\quad x=r$。

$a_1-2x=c_1-b_1=$小差。

$$\frac{1}{2}[a_1^2+(a_1-2x)^2]\cdot\frac{1}{a_1-2x}=c_1,$$

内带小差分母。

$$\frac{1}{2}[a_1^2-(a_1-2x)^2]\cdot\frac{1}{a_1-2x}=b_1,$$

内亦带小差为母。

$$\left[a_1(a_1-2x)+\frac{a_1^2-(a_1-2x)^2}{2}\right]\frac{1}{a_1-2x}=a_1+b_1,$$

带小差母。

因	$c_{13}(a_1+b_1)=c_1(a_{13}+b_{13})$。

$$c_{13}\left[a_1(a_1-2x)+\frac{a_1^2-(a_1-2x)^2}{2}\right]\frac{1}{a_1-2x}$$
$$=c_{13}(a_1+b_1)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

$$(2x-c_{13})\frac{a_1^2+(a_1-2x)^2}{2}\cdot\frac{1}{a_1-2x}$$
$$=c_1(a_{13}+b_{13})\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消，得

$$4x^3-4a_1x^2+(2a_1^2+2a_1c_{13})x-2a_1^2c_{13}=0,$$

$x=r$。 合问。

又本法 识别得： $a_{13}+b_{13}+c_{13}=D$。

令 $x=D$。

$a_1-x=c_1-b_1=$小差，

$$\frac{1}{2}[a_1^2+(a_1-x)^2]\frac{1}{a_1-x}=c_1,$$

内寄小差分母。

$$\frac{1}{2}[a_1^2-(a_1-x)^2]\frac{1}{a_1-x}=b_1,$$

内寄小差分母。

因 $\dfrac{b_1c_{13}}{c_1}=b_{13}$,	及	$\dfrac{a_1c_{13}}{c_1}=a_{13}$。

$$c_{13}\left(\frac{a_1^2-(a_1-x)^2}{2}\right)\frac{1}{a_1-x}\cdot\frac{1}{c_1}=b_{13},$$

寄大弦分母。

$$a_1c_{13}(a_1-x)\frac{1}{a_1-x}\cdot\frac{1}{c_1}=a_{13},$$

只寄大弦分母。

$$c_{13}\left(\frac{a_1^2+(a_1-x)^2}{2}\right)\frac{1}{a_1-x}\cdot\frac{1}{c_1}=c_{13},$$

只寄大弦分母。

三位相并,得:

$$(2a_1^2c_{13}-a_1c_{13}x)\frac{1}{a_1-x}\cdot\frac{1}{c_1}=a_{13}+b_{13}+c_{13}\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

内有大弦分母,寄左。以

$$x\cdot\frac{a_1^2+(a_1-x)^2}{2}\frac{1}{a_1-x}\cdot\frac{1}{c_1}=a_{13}+b_{13}+c_{13}\quad\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消,得

$$0.5x^3-a_1x^2+(a_1^2+a_1c_{13})x-2a_1^2c_{13}=0,$$

$x=D$。 合问。

《测圆海镜细草》卷第七

明叀(a_{14})前一十八问

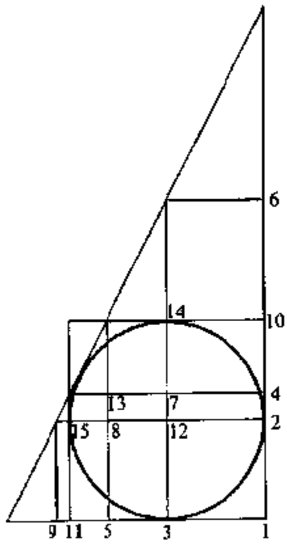
1. 有 a_{14},b_{15},求 D。

本法 识别得: $a_{14}+b_{15}=c_{13}$,

$a_{14}-b_{15}=b_{13}-a_{13}$,

$2a_{14}=c_{13}+(b_{13}-a_{13})$,

$2b_{15}=c_{13}-(b_{13}-a_{13})$,



$a_{14}b_{15}=\frac{1}{2}a_{13}b_{13}$,

$D-2a_{14}=2a_{13}$,

$D-2b_{15}=2b_{13}$,

$a_{13}+b_{13}+c_{13}=D$, 合问。

又本法 令 $x=D$

$=a_{13}+b_{13}+c_{13}$。

$x-2(a_{14}+b_{15})=a_{13}+b_{13}-c_{13}$,

$x[x-2(a_{14}+b_{15})]$

$=(a_{13}+b_{13}+c_{13})(a_{13}+b_{13}-c_{13})$

$=2a_{13}b_{13}$ ……………………………………………… (A)

寄左。又

$2a_{14}2b_{15}=2a_{13}b_{13}$,

则 $x[x-2(a_{14}+b_{15})]=2a_{14}2b_{15}$ ………………………… (B)

为同数。与左相消,得

$-x^2+2(a_{14}+b_{15})x+2a_{14}2b_{15}=0$,

$x=D$。 合问。

又本法 令 $x=r$。

$x+a_{14}=a_{10}$,

$x+b_{15}=b_{11}$,

因 $a_{10}b_{11}=\frac{D^2}{2}$。

$(x+a_{14})(x+b_{15})=\frac{(2r)^2}{2}$ ………………………… (A)

寄左。

$2x^2=2r^2$ ………………………………………… (B)

与左相消,得

$-x^2+(a_{14}+b_{15})x+a_{14}b_{15}=0$,

$x=r$。 合问。

又本法 令 $x=r$。

$x-a_{14}=a_{13}$,

$x-b_{15}=b_{13}$,

$(x-a_{14})(x-b_{15})=2a_{13}b_{13}$,

因 $(a_{14}-b_{15})^2=(b_{13}-a_{13})^2$

故 $2(x-a_{14})(x-b_{15})+(a_{14}-b_{15})^2=c_{13}^2$ ……………… (A)

寄左。又

$(a_{14}+b_{15})^2=c_{13}^2$ ………………………………………… (B)

为同数。与左相消,得

$-2x^2+2(a_{14}+b_{15})x+\{(a_{14}+b_{15})^2$

$-[2a_{14}b_{15}+(a_{14}-b_{15})^2]\}=0$,

$x=r$。 合问。

又本法 令 $x=a_{13}$。

$a_{14}-b_{15}=b_{13}-a_{13}$,

$(a_{14}-b_{15})+x=b_{13}$,

$x[(a_{14}-b_{15})+x]=a_{13}b_{13}$ …………………………… (A)

寄左。

$2a_{14}b_{15}=a_{13}b_{13}$ ………………………………………… (B)

与左相消,得

$-x^2-(a_{14}-b_{14})x+2a_{14}b_{15}=0$,

$x=a_{13}$,

$3a_{14}b_{15}\div a_{13}=b_{13}$,

$(a_{14}+b_{15})+(a_{13}+b_{13})=D$。　　合问。

又本法　令　$x=a_{13}+b_{13}$。

$x+(a_{14}+b_{15})=a_{13}+b_{13}+c_{13}$,

$x-(a_{14}+b_{15})=a_{13}+b_{13}-c_{13}$,

$[x+(a_{14}+b_{15})][x-(a_{14}+b_{15})]=2a_{13}b_{13}$ ………… (A)

寄左。

$2a_{14}2b_{15}=2a_{13}b_{13}$ ………………………………………… (B)

为同数。与左相消,得

$x^2-[(a_{14}+b_{15})^2+2a_{14}2b_{15}]=0$,

$x=a_{13}+b_{13}$,

$(a_{14}+b_{15})+(a_{13}+b_{13})=D$。　　合问。

2. 有 a_{15},b_{14},求 D。

本法　识别得:　$c_{12}-(a_{15}+b_{14})=a_{13}+b_{13}$,

$b_{14}-a_{15}=c_6-c_8$。

因	$b_{14}+r-a_{15}-r=b_{12}-a_{12}$

$b_{14}-a_{15}=c_{12}-c_{11}=c_{10}-c_{12}$,

令 $x=c_{14}-a_{14}$。

$$\frac{b_{14}^2}{x}=c_{14}+a_{14},$$

$$\frac{b_{14}^2}{x}-x=2a_{14},$$

$$\left(\frac{b_{14}^2}{x}-x\right)b_{14}=2a_{14}b_{14},$$

按勾外容圆半法， $\dfrac{2a_{14}b_{14}}{c_{14}-a_{14}}=D$。

又以 $\dfrac{1}{x}\left(\dfrac{b_{14}^2}{x}-x\right)b_{14}=D$。

$$\frac{b_{14}^2-x^2}{x^2}\cdot b_{14}=D \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A)$$

为泛寄。

因 Δ_{14},Δ_{15}相似：

$$\frac{2a_{15}b_{14}}{2a_{14}}=b_{15},$$

$$2a_{15}\cdot 2a_{15}b_{14}\cdot\frac{1}{2a_{14}}=2a_{15}\cdot b_{15} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (a)$$

$$b_{14}-x=b_{14}-(c_{14}-a_{14}),$$

$$(b_{14}-x)^2=(a_{14}+b_{14}-c_{14})^2,$$

$$=2(c_{14}-a_{14})(c_{14}-b_{14}),$$

$$\frac{(b_{14}-x)^2}{x}=2(c_{14}-b_{14}),$$

因 Δ_{14},Δ_{15}相似：

$$\frac{2(c_{14}-b_{14})b_{15}}{2b_{14}}=c_{15}-b_{15},$$

或 $$\frac{(b_{14}-x)^2}{x}\cdot\frac{a_{15}}{2a_{14}}=c_{15}-b_{15} \quad\cdots\cdots (b)$$

按股外容圆半法	$\frac{2a_{15}b_{15}}{c_{15}-b_{15}}=D$。

由(a),(b)得:

$$\frac{2a_{15}\cdot 2a_{15}\cdot b_{14}}{\dfrac{(b_{14}-x)^2\cdot a_{15}}{x}}=D,$$

或 $$\frac{4a_{15}b_{14}x}{(b_{14}-x)^2}=D \quad\cdots\cdots (\mathrm{B})$$

寄左。

与泛寄相消得:

$$\frac{4a_{15}x}{(b_{14}-x)^2}=\frac{b_{14}^2-x^2}{x},$$

或① $$-x^4+2(b_{14}-2a_{15})x^3-2b_{14}^3x+b_{14}^4=0。$$

$$x=c_{14}-a_{14}。$$

即得 $$x=c_{14}-a_{14}。$$

李治称《钤经》一书,以下式:

$$\frac{1}{x}\left(\frac{b_{14}^2}{x}-x\right)b_{14}=D,$$

代入,得:

$$\frac{b_{14}[b_{14}^2-(c_{14}-a_{14})^2]}{(c_{14}-a_{14})^2}=D。$$ 合问。

李治以为此只是"勾外容圆半法":

$$\frac{2a_{14}b_{14}}{c_{14}-a_{14}}=D,$$

① 原草由(a),(b)得(B)不消去a_{15},又(A),(B)相消不消去b_{14}。是以原法,原草须要用(a_{15},b_{14})遍乘各项,其数较繁,今简略得此式。

公式左边分母子同乘 $c_{14}-a_{14}$ 而已。

又本法　令　$x=r$。

$$x+b_{14}=b_{12},$$

$$x+a_{15}=a_{12}。$$

因　$$\frac{a_{12}b_{12}}{r}=c_{12},$$

$$\left(\frac{(x+b_{14})(x+a_{15})}{x}\right)^2=c_{12}^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

又因　$$a_{12}^2+b_{12}^2=c_{12}^2,$$

即　$$(x+a_{15})^2+(x+b_{15})^2=c_{12}^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消，得

$$-x^4+[(a_{15}+b_{14})^2-(a_{15}-b_{14})^2]x^2$$
$$+2a_{15}b_{14}(a_{15}+b_{14})x+(a_{15}b_{14})^2=0,$$

$$x=r,$$

$$2x=D。$$　　合问。

又本法　如前令　$x=r$。

$a_{12}=x+a_{15}=$ 勾率，

$b_{12}=x+b_{14}=$ 股率，

$b_{14}=$ 小股，

$$\frac{b_{14}a_{12}}{b_{12}}=a_{14},$$

$$\frac{b_{14}(x+a_{15})}{x+b_{14}}=a_{14};$$

又　$b_3=2x+b_{14}=$ 大股，

$$\frac{b_3a_{12}}{b_{12}}=a_3,$$

$$\frac{(2x+b_{14})(x+a_{15})}{x+b_{14}}=a_3,$$

因　　$a_3a_{14}=r^2$,

$$\frac{1}{(x+b_{14})^2}(2x+b_{14})(x+a_{15})b_{14}(x+a_{15})$$
$$=r^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (\mathrm{A})$$

内带股率幂为母,寄左。

$$x^2=r^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (\mathrm{B})$$

为同数。与左相消,得

$$-x^4+[(a_{15}+b_{14})^2-(a_{15}-b_{14})^2]x^2$$
$$+2a_{15}b_{14}(a_{15}+b_{14})x+(a_{15}b_{14})^2=0,$$

$x=r$,

$2x=D$,　　合问。

又本法　令　$x=c_{12}$。

因　　$b_{14}-a_{15}=b_{14}+r-r-a_{15}=b_{12}-a_{12}$,

故　　$c_{12}^2-(b_{14}-a_{15})^2=2a_{12}b_{12}$。

又　　$\dfrac{2a_{12}b_{12}}{c_{12}}=D$,

即　　$\dfrac{x^2-(b_{14}-a_{15})^2}{x}=x-(b_{14}-a_{15})^2x^{-1}$

$=D$,

$[x-(b_{14}-a_{15})^2x^{-1}+2a_{15}]^2=(2a_{12})^2$,

$[x-(b_{14}-a_{15})^2x^{-1}+2b_{15}]^2=(2b_{12})^2$,

因　　$(2a_{12})^2+(2b_{12})^2=(2c_{12})^2$,

故　　$[x-(b_{14}-a_{15})^2x^{-1}+2a_{15}]^2+[x-(b_{14}-a_{15})^2x^{-1}+2b_{14}]^2$

$$=4c_{12}^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (\mathrm{A})$$

寄左。

$$4x^2=4c_{12}^2 \quad \cdots\cdots \quad (B)$$

为同数。与左相消，得：

$$-2x^4+4(b_{14}+a_{15})x^3+4[(b_{14}^2+a_{15}^2)-(b_{14}-a_{15})^2]x^2$$
$$-4(b_{14}+a_{15})(b_{14}-a_{15})^2x+2(b_{14}-a_{15})^4=0,$$

$x=c_{12}$。

又令 $x'=r$。

$$(x'+a_{15})^2+(x'+b_{14})^2=c_{12}^2,$$
$$-2x'^2-(2a_{15}+2b_{14})x'+c_{12}^2-(a_{15}^2+b_{14}^2)=0,$$

得： $x'=r$， 合问。

又本法 令 $x=c_{12}-b_{12}=c_{15}$，

因	$b_{14}-a_{15}=b_{12}-a_{12}$，

故 $x+(b_{14}-a_{15})=c_{12}-a_{12}=c_{14}$，

$$2x[x+(b_{14}-a_{15})]=2(c_{12}-b_{12})(c_{12}-a_{12})$$
$$=(a_{12}+b_{12}-c_{12})^2$$
$$=c_{13}^2 \quad \cdots\cdots \quad (a)$$

为泛寄。

因	$\frac{a_{15}c_{14}}{c_{15}}=a_{14}$，

故 $\frac{a_{15}[x+(b_{14}-a_{15})]}{x}=a_{14}$。

又因 $\frac{b_{14}c_{15}}{c_{14}}=b_{15}$，

即 $\frac{b_{14}x}{c_{14}}=b_{15}$，

及 $\frac{a_{14}c_{14}}{c_{14}}=a_{14}$，

即 $$\frac{[a_{15}+a_{15}\cdot(b_{14}-a_{15})\cdot x^{-1}](x+b_{14}-a_{15})}{c_{14}}=a_{14}。$$

因 $a_{14}+b_{15}=c_{13}$,

即 $$\frac{1}{c_{14}^2}\{[a_{15}+a_{15}\cdot(b_{14}-a_{15})\cdot x^{-1}][x+(b_{14}-a_{15})]$$
$$+b_{14}x\}^2=c_{13}^2。 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (b)$$

内带明弦幂分母,寄左。

由(a),(b)得

$$\{[a_{15}+a_{15}\cdot(b_{14}-a_{15})\cdot x^{-1}][x+(b_{14}-a_{15})]+b_{14}x\}^2$$
$$=(x+b_{14}-a_{15})^2\cdot 2x(x+b_{14}-a_{15})$$

或 $$[(b_{14}+a_{15})x+2a_{15}(b_{14}-a_{15})+a_{15}(b_{14}-a_{15})^2x^{-1}]^2$$
$$=2x^4+6(b_{14}-a_{15})x^3+6(b_{14}-a_{15})^2x^2+2(b_{14}-a_{15})^3x,$$

即 $$-2x^6-6nx^5-[6n^2-(b_{14}+a_{15})^2]x^4$$
$$-[2n\cdot n^2-2(b_{14}+a_{15})t]x^3+[2(b_{14}+a_{15})s+t^2]x^2$$
$$+2stx+s^2=0;$$

就中 $b_{14}-a_{15}=n=$行差,

$(b_{14}-a_{15})^2=n^2=$差幂,

$a_{15}n^2=s=$泛率,

$2a_{15}n=t=$小泛。

$x=c_{12}-b_{12}=c_{15}$,

$\sqrt{n^2-a_{15}^2}=b_{15}$,

由"股外容圆半法"得:

$$\frac{2a_{15}b_{15}}{c_{15}-b_{15}}=D。$$ 合问。

3. 有 a_{15},a_{14},求 D。

本法 因 $a_{14}=c_8-a_8$,

令 $x=r=b_8=$平股,

$x+a_{15}-a_{14}=a_8=$平勾。

因	$x+a_{16}=c_8$，

$(x+a_{15}-a_{14})^2+x^2=c_8^2$ ………………………………… (A)

寄左。

$(x+a_{15})^2=c_8^2$ ………………………………………………… (B)

为同数。与左相消，得

$x^2-2a_{14}x+(a_{15}-a_{14})^2-a_{15}^2=0$，

$x=r$，

$2x=D$。 合问。

4. 有 b_{14}，b_{15}，求 D。

本法 识别得： $b_{15}=c_7-b_7$。

令 $x=a_7=r$。

$x+b_{14}=c_7$，

$x+b_{14}-b_{15}=b_7$，

$x^2+(x+b_{14}-b_{15})^2=c_7^2$ ………………………………… (A)

寄左。

$(x+b_{14})^2=c_7^2$ ………………………………………………… (B)

为同数。与左相消，得

$x^2+2b_{15}x+[b_{14}^2-(b_{14}-b_{15})^2]=0$，

$x=r$，

$2x=D$， 合问。

5. 有 a_{14}，c_8，求 D。

本法 识别得： $a_{14}=c_8-a_8$。

$b_8=r=$股。

令 $x=r$。

$(c_8-a_{14})^2+x^2=c_8^2$,

$-x^2+c_8^2-(c_8-a_{14})^2=0$,

$x=r$,

$2x=D$。 合问。

6. 有 b_{14},c_7,求 D。

本法 识别得: $b_{14}=c_7-b_7$,

$c_7=$弦,

$a_7=r=$勾。

令 $x=r$。

$x^2+(c_7-a_{14})^2=c_7^2$ ……………………………………… (A)

寄左。

$c_7^2=c_7^2$ ……………………………………………………………… (B)

为同数。与左相消,得

$-x^2+[c_7^2-(c_7-b_{14})^2]=0$,

$x=r$,

$2x=D$。 合问。

7. 有 b_{15},c_{13},求 D。

本法 识别得: $c_{13}-b_{15}=a_{14}$。

因"弦外容圆"

$$\frac{2a_{13}b_{13}}{c_{13}-(a_{13}+d_{13})}=D,$$

及 $2a_{14}b_{15}=a_{13}b_{13}$;

故 $4a_{14}b_{15}=2a_{13}b_{13}$,

$2a_{13}b_{13}+c_{13}^2=(a_{13}+b_{13})^2$,

即 $\sqrt{4(c_{13}-b_{15})b_{15}+c_{13}^2}=a_{13}+b_{13}$,

$a_{13}+b_{13}+c_{13}=D$。 合问。

8. 有 a_{14}，c_{13}，求 D。

本法　据草，识别得：　$c_{13}a_{14}=b_{15}$，

$a_{14}-b_{15}=b_{13}-a_{13}$。

因　$$2a_{14}b_{15}=a_{13}b_{13},$$

$$a_{13}^2+a_{13}(b_{13}-a_{13})+2a_{14}b_{15}=0,$$

即　$$a_{13}^2+a_{13}(b_{13}-a_{13})+2a_{14}(c_{13}-a_{14})=0,$$

故　$x^2+[a_{14}-(c_{13}-a_{14})]x+2a_{14}(c_{13}-a_{14})=0$，

$x=a_{13}$，

$a_{14}-b_{15}+a_{13}=b_{13}$，

$a_{13}+b_{13}+c_{13}=D$。　　合问。

据法：则因　$2a_{14}b_{15}=a_{13}b_{13}$，

$c_{13}-a_{14}=b_{15}$，

如上题　$c_{13}^2-2a_{13}b_{13}=c_{13}^2-2a_{14}\cdot 2b_{15}$

$=c_{13}^2-2a_{14}\cdot 2(c_{13}-a_{14})$

$=(b_{13}-a_{13})^2$，

$\sqrt{c_{13}^2-4a_{14}(c_{13}-a_{14})}=b_{13}-a_{13}$，

$x^2+(b_{13}-a_{13})x+2a_{14}(c_{13}-a_{14})=0$，

$x=a_{13}$，

$a_{13}+(b_{13}-a_{13})=b_{13}$，

$a_{13}+b_{13}+c_{13}=D$。　　合问。

9. 有 $D-a_{14}=A_{14}$，$D-b_{15}=B_{15}$，求 D。

本法　识别得：　$D-a_{14}=r+a_{13}$，

$D-b_{15}=r+b_{13}$，

$(D-b_{15})+(D-a_{14})=b_{13}+a_{13}+D$，

$(D-b_{15})-(D-a_{14})=b_{13}-a_{13}$。

又令 $x=b_{15}$。

$$\frac{D-b_{15}-x}{2}=b_{13},$$

$$\left(\frac{D-b_{15}-x}{2}\right)-[(D-b_{15})-(D-a_{14})]=a_{13}。$$

因 $a_{13}^2+b_{13}^2=c_{13}^2$,

故 $$\left\{\frac{D-b_{15}-x}{2}-[(D-b_{15})-(D-a_{14})]\right\}^2+\left(\frac{D-b_{15}-x}{2}\right)^2=c_{13}^2,$$

或 $$0.5x^2-(D-a_{14})x+[(D-a_{14})^2+0.5(D-b_{15})^2-(D-a_{14})(D-b_{15})]=c_{13}^2 \quad \cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

又因 $x+[(D-b_{15})-(D-a_{14})]=a_{14}$

及 $a_{14}+b_{15}=c_{13}$,

故 $\{2x+[(D-b_{15})-(D-a_{14})]\}^2=c_{13}^2$,

或 $$4x^2+4[(D-b_{15})-(D-a_{14})]x+[(D-b_{15})^2+(D-a_{14})^2-2(D-a_{14})(D-b_{15})]=c_{13}^2 \quad \cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消,得

$$-3.5x^2-[4(D-b_{15})-3(D-a_{14})]x+[(D-a_{14})(D-b_{15})-0.5(D-b_{15})^2]=0,$$

或 $$-3.5x^2-(4B_{15}-3A_{14})x+(A_{14}B_{15}-0.5B_{15}^2)=0。$$ 合问①。

---

① 俨按:原法内 x 的系数作 $2(D-a_{14})$,是和数字偶合,馆校本及李锐校本,都未加校正。原法是:$\left\{\left(\frac{B_{15}}{2}\right)^2+\left[\frac{B_{15}}{2}-(B_{15}-A_{14})\right]^2-(B_{15}-A_{14})^2\right\}$。

10. 有 $D-b_{14}=B_{14}$，$D-a_{15}=A_{15}$，求 D。

本法　识别得： $(D-a_{15})-(D-b_{14})=b_{14}-a_{15}$

$$=(b_{14}+r)-(a_{15}+r)$$

$$=b_{12}-a_{12}。$$

令　　$x=r$。

$$3x-(D-b_{14})=b_{12},$$

$$3x-(D-a_{15})=a_{12},$$

如图　$\dfrac{a_{12}b_{12}}{r}=c_{12}$，

$$\frac{(3x-A_{15})^2(3x-B_{14})^2}{x^2}=c_{12}^2 \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

$$(3x-A_{15})^2+(3x-B_{14})^2=c_{12}^2 \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消，得

$$63x^4-48(A_{15}+B_{14})x^3+\{18A_{15}B_{14}+[3(A_{15}+B_{14})]^2-(A_{15}^2+B_{14}^2)\}x^2-6(A_{15}+B_{14})A_{15}B_{14}x+(A_{15}B_{14})^2=0,$$

$$x=r,$$

$$2x=D。$$

合问。

11. 有 $a_{15}+b_{14}$，c_{12}，又 $a_{15}<b_{14}$，求 D。

本法　识别得： $D+a_{15}+b_{14}=a_{12}+b_{12}=$ 皇极和，

令　　$x=D$。

因　　$\boxed{(a_{12}+b_{12})^2-c_{12}^2=2a_{12}b_{12},}$

$$(x+a_{15}+b_{14})^2-c_{12}^2=2a_{12}b_{12} \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

$$c_{12}x=2a_{12}b_{12} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (B)$$

与左相消，得

$$x^2+[2(a_{15}+b_{14})-c_{12}]x-[c_{12}^2-(a_{15}+b_{14})^2]=0,$$

$x=D$。 合问。

12. 有 $a_{15}+b_{14}$，c_{13}，又 $b_{14}>a_{15}$，求 D。

本法 识别得： $a_{15}+b_{14}+D=a_{12}+b_{12}=$皇极和，

$$a_{12}+b_{12}-c_{13}=c_{12},$$

$$a_{15}+b_{14}-c_{13}=c_{12}-D=\text{旁差},$$

令 $x=D$。

$$a_{15}+b_{14}+x=a_{12}+b_{12},$$

$$(a_{15}+b_{14}+x)^2-(a_{15}+b_{14}+x-c_{13})^2=2a_{12}b_{12} \quad \cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。

如前题 $c_{12}x=2a_{12}b_{12}$，

即 $[(a_{12}+b_{12}-c_{13})+x]x=2a_{12}b_{12} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (B)$

与左相消，得

$$-x^2+\{2c_{13}-[(a_{12}+b_{12})-c_{13}]\}x$$
$$+\{(a_{15}+b_{14})^2-[(a_{15}+b_{14})-c_{13}]^2\}=0。$$

$x=D$。 合问。

13. 有 $b_{15}+c_{13}$，$c_{13}-b_{15}$，$a_{14}>b_{15}$，求 D。

本法 识别得： $(b_{15}+c_{13})-b_{15}=c_{13}$，

因

$$r=r,$$

$$a_{14}+a_{13}=b_{13}+b_{15},$$

$$a_{14}-b_{15}=b_{13}-a_{13},$$

$$(c_{13}-b_{15})-b_{15}=b_{13}-a_{13},$$

$(c_{13}-b_{15})-b_{15}=b_{13}-a_{13}$,

$c_{13}-b_{15}=a_{14}$,

令 $x=b_{15}$。

因 $2a_{14}b_{15}=a_{13}b_{13}$,

故 $4(c_{13}-b_{15})x=2a_{13}b_{13}$ ………………………………… (A)

寄左。

因 $2(c_{13}-b_{15})=c_{13}+(b_{13}-a_{13})$,

及 $[(b_{15}+c_{13})-b_{15}]-[(c_{13}-b_{15})-b_{15}]=c_{13}-(b_{13}-a_{13})$,

即 $(b_{15}+c_{13})-(c_{13}-b_{15})=c_{13}-(b_{13}-a_{13})$,

故 $2(c_{13}-b_{15})[(b_{15}+c_{13})-(c_{13}-b_{15})]=2a_{13}b_{13}$ ……… (B)

为同数。与左相消,得

$$x=\frac{2(c_{13}-b_{15})[(b_{15}+c_{13})-(c_{13}-b_{15})]}{4(c_{13}-b_{15})}$$

$=b_{15}$。 合问。

又本法 识别得: $b_{15}+c_{13}=2b_{15}+a_{14}$,

$c_{13}-b_{15}=a_{14}$,

$(b_{15}+c_{13})+(c_{13}-b_{15})=2c_{13}$,

$(b_{15}+c_{13})-(c_{13}-b_{15})=2b_{13}$。

14. 有 $a_{14}+c_{13}+b_{15}$,$a_{14}+c_{13}+b_{15}-a_{14}$,求 D。

本法 识别得: $a_{14}+c_{13}+b_{15}=2c_{13}$,

$(a_{14}+c_{13}+b_{15})-a_{14}=a_{13}+b_{15}$,

$[(a_{14}+c_{13}+b_{15})-a_{14}]-\frac{a_{14}+c_{13}+b_{15}}{2}=b_{15}$,

$c_{13}-b_{15}=a_{14}$,

如前题本法[①] $a_{14}-b_{15}=b_{13}-a_{13}$。

15. 有 $D-b_{15}$,c_4,求 D。

本法 令 $x=b_{15}$。

$2c_4-2x=2b_4$,

$2b_4\cdot 2x=D^2$,

即 $(2c_4-2x)\cdot 2x=D^2$ ……………………………… (A)

寄左。

$[(D-b_{15})+x]^2=D^2$ ……………………………… (B)

与左相消,得

$5x^2-[4c_4-2(D-b_{15})]x+(D-b_{15})^2=0$,

$x=b_{15}$,

$(D-b_{15})+b_{15}=D$。 合问。

16. 有 $D-a_{14}$,c_5,求 D。

本法 令 $x=a_{14}$,

$2c_5-2x=2a_3$,

$2a_3\cdot 2a_{14}=D^2$,

$(2c_5-2x)2x=D^2$ ……………………………… (A)

寄左。

$[(D-a_{14})+x]^2=D^2$ ……………………………… (B)

为同数。与左相消,得

$5x^2-[4c_5-2(D-a_{14})]x+(D-a_{14})^2=0$,

$x=a_{14}$,

$(D-a_{14})+a_{14}=D$。 合问。

17. 有 a_1-a_{14},b_1-b_{15},求 D。

---

① 俨按:此题本法,及前题又本法无草。

本法　识别得：　$a_{14}+a_{13}=r$，

$b_{15}+b_{13}=r$，

$(a_1-a_{14})+(b_1-b_{15})=a_1+b_1-c_{13}$，

$(b_1-b_{15})-(a_1-a_{14})=2(b_7-a_8)$，

$(a_1-a_{14})-r=a_5=$(全径上)勾方差，

$(b_1-b_{15})-r=b_4=$(全径上)股方差，

而　$\dfrac{a_1-a_{14}-r}{2}=a_9=$(半径上)勾方差，

$\dfrac{b_1-b_{15}-r}{2}=b_6=$(半径上)股方差，

令　$x=D$。

$(a_1-a_{14})-\dfrac{x}{2}=a_5=$(全径上)勾方差，

$(b_1-b_{15})-\dfrac{x}{2}=b_4=$(全径上)股方差，

因　$a_5\cdot b_4=D^2$，

$$\left[(a_1-a_{14})-\frac{x}{2}\right]\cdot\left[(b_1-b_{15})-\frac{x}{2}\right]=D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

$$x^2=D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

与左相消，得

$$-0.75x^2-\left[\frac{(a_1-a_{14})+(b_1-b_{15})}{2}\right]x+(a_1-a_{14})(b_1-b_{15})=0,$$

$x=D$。　　　　合问。

18. 有 a_1+a_{14}，b_1+b_{15}，求 D。

本法　识别得：

$$a+a_{14}-r=c_5,$$

$$b_1+b_{15}-r=c_4,$$

令 $x=D=b_5=a_4$。

$$\left(a_1+a_{14}-\frac{x}{2}\right)^2-x^2=a_5^2=(\text{全径上})\text{勾方差幂},$$

$$\left(b_1+b_{15}-\frac{x}{2}\right)^2-x^2=b_4^2=(\text{全径上})\text{股方差幂},$$

因 $a_5^2b_4^2=(D^2)^2$,

故
$$\left[\left(a_1+a_{14}-\frac{x}{2}\right)^2-x^2\right]\left[\left(b_1+b_{15}-\frac{x}{2}\right)^2-x^2\right]=(D^2)^2 \qquad \text{(A)}$$

寄左。

$$(x^2)^2=(D^2)^2 \qquad \text{(B)}$$

与左相消,得

$$\begin{aligned}&-0.4375x^4+0.75[(a_1+a_{14})+(b_1+b_{15})]x^3\\&\quad-\{0.75[(a_1+a_{14})^2+(b_1+b_{15})^2]\\&\quad-[(a_1+a_{14})(b_1+b_{15})]\}x^2\\&\quad-\{(b_1+b_{15})(a_1+a_{14})^2+(a_1+a_{14})(b_1+b_{15})^2\}x\\&\quad+(a_1+a_{14})^2(b_1+b_{15})^2=0,\end{aligned}$$

$x=D$。 合问。

《测圆海镜细草》卷第八

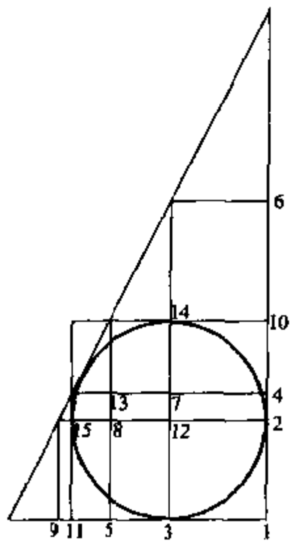
明叀后一十六问

1. 有 $a_{14}+b_{14}$,$a_{15}+b_{15}$,c_{12},求 D。

本法 识别得: $(a_{14}+b_{14})+(a_{15}+b_{15})$

$$=c_{12}-(a_{13}+b_{13}-c_{13})$$

$$=(a_{12}+b_{12})-(a_{13}+b_{13}),$$



$$(a_{14}+b_{14})-(a_{15}+b_{15})=a_7-a_8$$
$$=(b_{12}-a_{10})+(b_{13}-a_{13})$$
$$=(b_1-a_1)-(b_{12}-a_{12}),$$

令 $x=a_8$。

$$x+(a_{14}+b_{14})-(a_{15}+b_{15})=b_7,$$

$$2x+(a_{14}+b_{14})-(a_{15}+b_{15})=c_{12} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

$$c_{12}=c_{12} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

与左相消,得

$$x=a_8。$$

因 $r^2=a_8\cdot b_7$,

代入,得

$$r=\sqrt{x[x+(a_{14}+b_{14})-(a_{15}+b_{15})]}。$$ 合问。

又本法

$$c_{12}-[(a_{14}+b_{14})+(a_{15}+b_{15})]=a_{13}+b_{13}-c_{13},$$

$$\frac{a_{13}+b_{13}-c_{13}}{2}=\text{泛率}=s,$$

由前本法识别得：

$$\frac{a_{13}+b_{13}-c_{13}}{2}+(a_{14}+b_{14})=b_7,$$

$$\frac{a_{13}+b_{13}-c_{13}}{2}+(a_{15}+b_{15})=a_8,$$

$$r=\sqrt{a_8b_7}=\sqrt{[s+(a_{14}+b_{14})][s+(a_{15}+b_{15})]}。\qquad \text{合问。}$$

2. 有 $a_{14}+b_{14}$，$a_{15}+b_{15}$，c_{13}，求 D。

本法　令　$x=c_{15}$。

$$\frac{1}{a_{15}+b_{15}}\cdot(a_{14}+b_{14})x=c_{14},$$

内带重和分母。

因	$a_{14}+c_{13}=b_{12}$,

$$\frac{1}{a_{15}+b_{15}}[(a_{14}+b_{14})x+(a_{15}+b_{15})c_{13}]=b_{12},$$

内带重和分母。

$$\frac{1}{(a_{15}+b_{15})^2}[(a_{14}+b_{14})x+(a_{15}+b_{15})c_{13}]^2=b_{12}^2,$$

内寄重和幂为分母。

因	$c_{15}+c_{13}=a_{12}$,

$$\frac{1}{(a_{15}+b_{15})^2}(x+c_{13})^2(a_{15}+b_{15})^2=a_{12}^2,$$

与前式相加，得

$$\{[(a_{14}+b_{14})x+(a_{15}+b_{15})c_{13}]^2$$
$$+[(x+c_{13})(a_{15}+b_{15})]^2\}\frac{1}{(a_{15}+b_{15})^2}$$
$$=a_{12}^2+b_{12}^2=(b_{12}-a_{12})^2+2a_{12}b_{12},$$

内有蒷和幂分母，寄左。

因	$c_{14}+c_{15}+c_{13}=c_{12}$，

故 $$[(a_{14}+b_{14})x+(a_{15}+b_{15})x+(a_{15}+b_{15})c_{13}]^2\cdot\frac{1}{(a_{15}+b_{15})^2}$$
$$=c_{12}^2$$

为同数。与左相消，得

$$-\{[(a_{14}+b_{14})+(a_{15}+b_{15})]^2-[(a_{14}+b_{14})^2+(a_{15}+b_{15})^2]\}x^2+c_{13}^2(a_{15}+b_{15})^2=0,$$

$x=c_{15}$。

又本法　令　$x=c_{15}$。

依前术，求得：

$$\frac{1}{a_{15}+b_{15}}\cdot(a_{14}+b_{14})x=c_{14}=c_{12}-a_{12},$$

内带蒷和分母。

$$c_{15}=c_{12}-b_{12},$$

因	$2(c_{12}-a_{12})(c_{12}-b_{12})=c_{13}^2$，

$$2(a_{14}+b_{14})x^2\frac{1}{a_{15}+b_{15}}=c_{13}^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(A)}$$

内有蒷和分母，寄左。

$$c_{13}^2=c_{13}^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(B)}$$

为同数。与左相消，得

$$-2(a_{14}+b_{14})x^2+(a_{15}+b_{15})c_{13}^2=0,$$

$x=c_{15}$。　　　　合问。

3. 有$(c_{12}-a_{12})+(c_{12}-b_{12})=\alpha$，$[(a_{15}+b_{15})+(a_{14}+b_{14}-c_{14})]=\beta$，求 D。

本法　识别得：$[(c_{12}-a_{12})+(c_{12}-b_{12})]=c_{14}+c_{15}$。

因	$r+a_{15}-c_{15}=c_{13}$，
即	$a_{15}+b_{15}-c_{15}=c_{13}-b_{13}$。
又因	$r+b_{14}-c_{14}=c_{13}$，
即	$a_{14}+b_{14}-c_{14}=c_{13}-a_{13}$。

故 $$[(a_{15}+b_{15}-c_{15})+(a_{14}+b_{14}-c_{14})]$$
$$=(c_{13}-b_{13})+(c_{13}-a_{13})。$$

又 $$[(c_{12}-a_{12})$$
$$+(c_{12}-b_{12})]+[(a_{14}+b_{14}-c_{14})+(a_{13}+b_{13}-c_{13})]$$
$$=(a_{14}+b_{14})+(a_{15}+b_{15}),$$
$$[(c_{12}-a_{12})+(c_{12}-b_{12})]-[(a_{14}+b_{14}-c_{14})$$
$$+(a_{13}+b_{13}-c_{13})]=[(c_{14}-a_{14})+(c_{14}-b_{14})]$$
$$+[(c_{15}-a_{15})+(c_{15}-b_{15})]。$$

令 $$x=a_{13}+b_{13}-c_{13}。$$
$$(a_{15}+b_{15}-c_{15})+(a_{14}+b_{14}-c_{14})+x=c_{13},$$
$$2c_{13}+x=a_{13}+b_{13}+c_{13}=D。$$

又 $$c_{13}+[(c_{12}-a_{12})+(c_{12}-b_{12})]=c_{12},$$
$$c_{12}D=2a_{12}b_{12},$$

即 $$[2(\beta+x)+x](\beta+x+\alpha)=2a_{12}b_{12},$$

或 $$(3x+2\beta)[x+(\alpha+\beta)]=2a_{12}b_{12} \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

又因 $$c_{12}+c_{13}=a_{12}+b_{12},$$
$$(a_{12}+b_{12})^2-c_{12}^2=2a_{12}b_{12},$$

故 $$[(\beta+x+\alpha)+(\beta+x)]^2-(\beta+x+\alpha)^2=2a_{12}b_{12} \cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消，得
$$(x+\beta)(3x+2\alpha+3\beta)=(3x+2\beta)(x+\alpha+\beta),$$

或　$3x^2+(2\alpha+6\beta)x+\beta(2\alpha+3\beta)$

$=3x^2+(3\alpha+5\beta)x+2\beta(\alpha+\beta)$,

$(\alpha-\beta)x-\beta^2=0$,

$x=a_{13}+b_{13}-c_{13}$。　　合问。

4. 有 c_{15},c_{14},求 D。

本法　由卷第八,2 题(又本法)知:$c_{13}^2=2c_{14}c_{15}$。

故　$c_{13}=\sqrt{2c_{14}\cdot c_{15}}$,

$c_{15}+c_{13}=a_{12}$,

$c_{14}+c_{13}=b_{12}$,

余各依法求之。

即由$\frac{2a_{12}b_{12}}{c_{12}}=D$之"勾股上容圆"公式,代入可得 D 也。

此题无草。

5. 有 $b_{14}+c_{14}$,$b_{15}+c_{15}$,求 D。

本法　识别得：$b_{15}+c_{15}=a_8$。

因　$(b_{14}-a_{14})+(c_{14}+a_{14}+b_{15}+c_{15})=(b_{14}-a_{14})+c_{12}$

$(b_{14}+c_{14})+(b_{15}+c_{15})=(b_{14}-a_{14})+c_{12}$,

又因 $(b_{14}-a_{14})+[(c_{14}+a_{14})-(b_{15}+c_{15})]=(b_{14}-a_{14})+b_6-a_8$

$(b_{14}+c_{14})-(b_{15}+c_{15})=(b_{14}-a_{14})+(b_6-a_8)$,

$a_8-a_{15}=a_{13}$。

令　$x=a_{15}$。

因　$\frac{a_{15}(b_{14}+c_{14})}{b_{15}+c_{15}=a_8}=a_{14}$,

即　$\frac{(b_{14}+c_{14})x}{b_{15}+c_{15}}=a_{14}$。

又因 $a_8-a_{15}=a_{13}$，

即 $b_{15}+c_{15}-x=a_{13}$。

又因 $a_{13}+a_{14}=r$，

即 $2\left(\frac{b_{14}+c_{14}}{b_{15}+c_{15}}x+(b_{15}+c_{15})-x\right)^2=\frac{D^2}{2}$ ………………… (A)

寄左。

因 $a_{15}+(b_{15}+c_{15})=a_1-D$，

即 $x+(b_{15}+c_{15})=a_{11}$。

又因 $a_{14}+b_{14}+c_{14}=b_1-D$，

即 $\frac{b_{14}+c_{14}}{b_{15}+c_{15}}x+b_{14}+c_{14}=b_{10}$。

又因 $a_{11}\cdot b_{10}=\frac{D^2}{2}$，

即 $[x+(b_{15}+c_{15})]\left(\frac{(b_{14}+c_{14})}{b_{15}+c_{15}}x+(b_{14}+c_{14})\right)=\frac{D^2}{2}$ … (B)

为同数。与左相消，得

$$\left\{2\left[\frac{(b_{14}+c_{14})-(b_{15}+c_{15})}{b_{15}+c_{15}}\right]^2-\frac{b_{14}+c_{14}}{b_{15}+c_{15}}\right\}x^2$$
$$+[2(b_{14}+c_{14})-4(b_{15}+c_{15})]x$$
$$-[(b_{14}+c_{14})(b_{15}+c_{15})-2(b_{15}+c_{15})^2]^{①}=0,$$

$x=a_{15}$，

余皆依数求之。 合问。

6. 有 $a_{14}+c_{14}$，$a_{15}+c_{15}$ 求 D。

本法 识别得：$(a_{14}+c_{14})+(a_{15}+c_{15})=c_{12}-(b_{15}-a_{15})$，

$(a_{14}+c_{14})-(a_{15}+c_{15})=(b_{15}-a_{15})+(b_6-b_8)$

$b_7-b_{14}=b_{13}$。

① 原法从法都误。疑原文脱落。馆案和李锐案亦未合，兹依题意列式。

令 $x=b_{14}$。

因 $\dfrac{b_{14}(a_{15}+c_{15})}{a_{14}+c_{14}=b_7}=b_{15}$，

即 $\dfrac{(a_{15}+c_{15})x}{a_{14}+c_{14}}=b_{15}$。

又因 $b_7-b_{14}=b_{13}$，

即 $\dfrac{(a_{14}+c_{14}-x)(a_{14}+c_{14})}{a_{14}+c_{14}}=b_{13}$。

又因 $b_{13}+b_{15}=r$，

即 $\Big[(a_{15}+c_{15})x+(a_{14}+c_{14}-x)(a_{14}+c_{14})\Big]\dfrac{1}{a_{14}+c_{14}}=r$。

$$\Big\{-[(a_{14}+c_{14})-(a_{15}+c_{15})]x+(a_{14}+c_{14})^2\Big\}^2$$

$$\cdot\frac{1}{(a_{14}+c_{14})^2=b_7^2}=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

内带高股幂为分母，寄左。因

$b_{15}+(a_{15}+c_{15})=a_1-D$，

即 $\Big[(a_{15}+c_{15})x+(a_{15}+c_{15})(a_{14}+c_{14})\Big]\cdot\dfrac{1}{a_{14}+c_{14}}=a_{11}$。

及 $b_{14}+(a_{14}+c_{14})=b_1-D$；

即 $[x+(a_{14}+c_{14})]=b_{10}$。

又因 $\dfrac{a_{11}\cdot b_{10}}{2}=r^2$，

即 $\dfrac{1}{2}[(a_{15}+c_{15})x+(a_{15}+c_{15})(a_{14}+c_{14})]$

$$\cdot[x+(a_{14}+c_{14})](a_{14}+c_{14})$$

$$\cdot\frac{1}{(a_{14}+c_{14})^2=b_7^2}=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消，得

$$\{[(a_{14}+c_{14})-(a_{15}+c_{15})]^2$$

$$-\frac{1}{2}[(a_{14}+c_{14})(a_{15}+c_{15})]\}x^2$$

$$-\{2(a_{14}+c_{14})^2[(a_{14}+c_{14})-(a_{15}+c_{15})]$$

$$+\frac{1}{2}[2(a_{15}+c_{15})(a_{14}+c_{14})^2]\}x$$

$$+(a_{14}+c_{14})^4-\frac{1}{2}(a_{15}+c_{15})(a_{14}+c_{14})^3=0,$$

$x=b_{14}$。 合问。

7. 有 a_1+c_1，$a_{15}+c_{15}$，求 D。

本法　令　$x=b_{15}$。

$$\frac{(a_1+c_1)x}{a_{15}+c_{15}}=b_1,$$

$$x+a_{15}+c_{15}=a_{11},$$

因	$b_1+a_{11}=c_1$,

$$\frac{(a_1+c_1)x}{a_{15}+c_{15}}+[x+(a_{15}+c_{15})]=c_1,$$

$$(a_1+c_1)-\frac{a_1+c_1}{a_{15}+c_{15}}x-[x+(a_{15}+c_{15})]=a_1,$$

因	$a_1-a_{11}=D$,

$$(a_1+c_1)-\frac{a_1+c_1}{a_{15}+c_{15}}x-2[x+(a_{15}+c_{15})]=D,$$

或　$$\left(-\frac{a_1+c_1}{a_{15}+c_{15}}-2\right)x+S=D,$$

而　$S=[(a_1+c_1)-2(a_{15}+c_{15})]=$泛率。

因	$b_1-D=b_{10}$,

$$\left(2\frac{a_1+c_1}{a_{15}+c_{15}}+2\right)x-S=b_{10}。$$

因	$a_{11}\cdot a_{10}=2r^2$,

$$[x+(a_{15}+c_{15})]\left[\left(2\cdot\frac{a_1+c_1}{a_{15}+c_{15}}+2\right)x-S\right]=2r^2 \quad \cdots \text{(A)}$$

寄左。

又因	$\frac{D^2}{2}=2r^2,$

$$\frac{1}{2}\left[S-\left(\frac{a_1+c_1}{a_{15}+c_{15}}+2\right)\right]^2=2r^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

与左相消，得

$$\frac{1}{2}\left(\frac{a_1+c_1}{a_{15}+c_{15}}\right)^2x^2-\left[\frac{(a_1+c_1)^2}{a_{15}+c_{15}}+(a_1+c_1)\right]^{①}x$$

$$+\left[\frac{S^2}{2}+(a_{15}+c_{15})S\right]=0,$$

$S=[(a_1+c_1)-2(a_{15}+c_{15})]=$泛率。

$x=b_{15}$。 合问。

8. 有 a_1+c_1，$a_{14}+c_{14}$，求 D。

本法 令 $x=b_{14}$。

$$\frac{(a_1+c_1)x}{a_{14}+c_{14}}=b_1，而\ a_{14}+c_{14}=b_7,$$

内带高股为母。

$$x+a_{14}+c_{14}=c_1-a_1$$
$$=b_{10},$$

$$[x+(a_{14}+c_{14})](a_{14}+c_{14})\cdot\frac{1}{a_{14}+c_{14}}=b_{10}。$$

因	$b_1-(c_1-a_1)=D,$

故 $\{[(a_1+c_1)-(a_{14}+c_{14})]x-(a_{14}+c_{14})^2\}\cdot\frac{1}{a_{14}+c_{14}}=D,$

① 原法从法仅载数字，于例不合，应当改正。

即 $$\{[(a_1+c_1)-(a_{14}+c_{14})]x-(a_{14}+c_{14})^2\}^2$$

$$\cdot\frac{1}{(a_{14}+c_{14})^2=b_7^2}=D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A)$$

内带高股幂分母，寄左。

又因	$(a_1+c_1)-(c_1-a_1)=2a_1$，

即 $$\{(a_1+c_1)(a_{14}+c_{14})-[x+(a_{14}+c_{14})](a_{14}+c_{14})\}$$

$$\cdot\frac{1}{a_{14}+c_{14}}=2a_1。$$

因	$2a_1-2D=2(c_1-b_1)=2a_{11}$，

即 $$\{-[2(a_1+c_1)-(a_{14}+c_{14})]x+(a_{14}+c_{14})[(a_1+c_1)$$

$$+(a_{14}+c_{14})]\}\cdot\frac{1}{a_{14}+c_{14}}=2a_{11}。$$

因	$2a_{11}\cdot b_{10}=D^2$，

即 $$\{-[2(a_1+c_1)-(a_{14}+c_{14})]x+(a_{14}+c_{14})[(a_1+c_1)$$

$$+(a_{14}+c_{14})]\}[x+(a_{14}+c_{14})](a_{14}+c_{14})$$

$$\cdot\frac{1}{(a_{14}+c_{14})^2=b_7^2}=D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (B)$$

为同数，与左相消。即

$$[-(2\alpha-\beta)x+\beta(\alpha+\beta)](x+\beta)\beta$$

$$=(\alpha-\beta)^2x^2-2\beta^2(\alpha-\beta)x+\beta^4,$$

得 $$-\alpha^2x^2+\alpha\beta^2x+\alpha\beta^3=0。$$

$$x=b_{14}。$$

而 $a_1+c_1=\alpha=$前数。

$a_{14}+c_{14}=\beta=$后数。 合问。

9. 有 b_1+c_1，$b_{15}+c_{15}$，求 D。

本法　识别得：$b_{15}+c_{15}=a_8$。

令　$x=a_{15}$。

$b_1+c_1=\alpha=$前数，

$b_{15}+c_{15}=\beta=$后数，

$$\frac{(b_1+c_1)a_{15}}{b_{15}+c_{15}}=\frac{\alpha x}{\beta}=a_1,$$

$$a_{15}+b_{15}+c_{15}=x+\beta=a_1-D$$
$$=c_1-b=a_{11}。$$

因	$a_1-(a_1-D)=D$,

$$\frac{\alpha x}{\beta}-(x+\beta)=\left(\frac{\alpha}{\beta}-1\right)x-\beta,$$
$$=D,$$

$$\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}-1\right)x-\beta\right]^2=D^2 \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

又因	$(b_1+c_1)-(a_{15}+b_{15}+c_{15})=2b_1$,

$$(b_1+c_1)-[x+(b_{15}+c_{15})]=2b_1,$$

又因　$2b_1-2D=2(c_1-a_1)=2b_{10}$,

即　$$[\alpha-(x+\beta)]-2\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}-1\right)x-\beta\right]$$
$$=-\left(\frac{2\alpha}{\beta}-1\right)x+(\alpha+\beta),$$
$$=2b_{10},$$

又因　$2a_{11}\cdot b_{10}=D^2$,

$$(x+\beta)\left[-\left(\frac{2\alpha}{\beta}-1\right)x+(\alpha+\beta)\right]=D^2 \quad\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

与左相消，得

$$-[(\gamma-1)^2+2\gamma-1]x^2-\alpha x+\alpha\beta=0,$$

$$x=a_{15}。$$

而 $\qquad b_1+c_1=\alpha=$ 前数，

$b_{15}+c_{15}=\beta=$ 后数，

$\dfrac{\alpha}{\beta}=\gamma=$ 泛率， 合问。

10. 有 $b_1+c_1, b_{14}+c_{14}$，求 D。

本法 识别得：$(b_1+c_1)-(b_{14}+c_{14})=a_1+b_1+a_{14}$。

盖因 $a_1+(b_1+c_1)-(b_{14}+c_{14})-a_1$ $=a_1+b_1+c_1-(a_1+b_{14}+c_{14})=a_1+b_1+a_{14}$，

令 $\qquad x=a_{14}$。

$b_1+c_1=\alpha=$ 前数，

$b_{14}+c_{14}=\beta=$ 后数，

$$\frac{\alpha x}{\beta}=a_1,$$

$$\alpha-\beta-x=a_1+b_1,$$

$$[(\alpha-\beta-x)\beta-\alpha x]\cdot\frac{1}{\beta}=b_1。$$

因 $\qquad a_{14}+b_{14}+c_{14}=c_1-a_1=b_{10}$，

$$(x+\beta)\beta\cdot\frac{1}{\beta}=c_1-a_1。$$

又因 $\qquad b_1-(c_1-a_1)=b_1-b_{10}=D$，

故 $\qquad \dfrac{1}{2}[(\alpha-\beta-x)\beta-\alpha x-(x+\beta)\beta]\cdot\dfrac{1}{\beta}=\dfrac{D}{2}=r$，

即 $\qquad \left\{\dfrac{1}{2}[(\alpha-\beta)\beta-\beta^2]-\dfrac{1}{2}[\alpha+2\beta]x\right\}\dfrac{1}{\beta}=r$，

或 $\left(S-\frac{1}{2}(\alpha+2\beta)x\right)^2\cdot\frac{1}{\beta^2}=r^2$ ·························· (A)

寄左。而

$$S=\frac{1}{2}[(\alpha-\beta)\beta-\beta^2]=\text{泛率}。$$

又因	$a_1-r=a_3,$
	$a_3a_{14}=r^2,$

故 $\left[\alpha x+\frac{1}{2}(\alpha+2\beta)x-S\right]\frac{x}{\beta}=r^2,$

故 $[(\alpha+t)x^2-Sx]\beta\cdot\frac{1}{\beta^2}=r^2$ ···························· (B)

为同数，与左相消，

而 $t=\frac{1}{2}(\alpha+2\beta)=\text{次率},$

即 $(S-tx)^2=(\alpha+t)\beta x^2-S\beta x$。

得 $[t^2-(\alpha+t)\beta]x^2-(2St-S\beta)x+S^2=0,$

$x=a_{14}$。

而 $b_1+c_1=\alpha=\text{前数},$

$b_{14}+c_{14}=\beta=\text{后数},$

$\frac{1}{2}[(\alpha-\beta)\beta-\beta^2]=S=\text{泛率},$

$\frac{1}{2}(\alpha+2\beta)=t=\text{次率}$。 合问。

11. 有 $b_{14}+c_{14}$，$a_{15}+c_{15}$，$(b_{14}+a_{15})-c_{13}=\text{傍差}$，求 D。

本法 识别：

因	$\frac{(b_{14}+c_{14})-(r+c_{13})-(a_{15}+c_{15})-(r+c_{13})}{2}=b_{12}-a_{12},$

故 $\frac{(b_{14}+c_{14})-(a_{15}+c_{15})}{2}=b_{12}-a_{12}$ ························ (1)

同理 $\dfrac{(b_{14}+c_{15}+r)+(c_{14}+a_{15}+r)-D}{2}=c_{12}-r$,

即 $$\frac{(b_{14}+c_{14})+(a_{15}+c_{15})}{2}=c_{12}-r \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

又因 $(b_{14}+r)+(a_{15}+r-c_{13})=c_{12}$,参观卷第七,12 题识别。

故 $$(b_{14}+a_{15})-c_{13}=c_{12}-D \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

由 (1),(3)得

$$(b_{14}+c_{14})+(a_{15}+c_{15})-2[(b_{14}+a_{15})-c_{13}]=D。$$ 合问。

或因 $$a_{12}b_{12}=rc_{12},$$

由 $(2)^2-(1)^2$,得

$$(b_{14}+c_{14})(a_{15}+c_{15})=r^2。$$ 合问。

12. 有$(b_8-a_8)+(b_7-a_7)=$角差,$(b_{14}+a_{15})-c_{13}=$傍差,求 D。

本法 令 $x=a_8$。

$$x+[(b_8-a_8)+(b_7-a_7)]=b_7,$$

或 $$x+\alpha=b_7,$$

而 $$(b_8-a_8)+(b_7-a_7)=\alpha=\text{前数}。$$

因 $$a_8+b_7=c_{12},$$

故 $$2x+\alpha=c_{12}。$$

由前题(3)式,$(b_{14}+a_{15})-c_{13}=c_{12}-D$,

故 $$\frac{2x+\alpha-\beta}{2}=r,$$

而 $$(b_{14}+a_{15})-c_{13}=\beta=\text{后数},$$

即　$\left(x+\frac{\alpha-\beta}{2}\right)^2=r^2$ ……………………………………… (A)

寄左。

又　$a_8b_7=r^2$，

即　$(x+\alpha)x=r^2$ ……………………………………… (B)

为同数。与左相消，得

$$\beta x-\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)^2=0,$$

$$x=a_8。$$

而　$(b_8-a_8)+(b_7-a_7)=\alpha=$前数，

$(b_{14}+a_{15})-c_{13}=\beta=$后数。　　合问。

13. 有 $b_7-a_8=\alpha=$角差，$(b_{14}-a_{14})+(b_{15}-a_{15})=\beta=$次差，$c_{12}-D=\alpha=$傍差，求 D。

本法　识别：

因	$b_7-a_8=(b_{14}+r-b_{15})+(a_{14}-r-a_{15})$，
即	$b_7-a_8=(b_{14}+a_{14})-(b_{15}+a_{15})$，

故　$\frac{(b_7-a_8)+[(b_{14}-a_{14})+(b_{15}-a_{15})]}{2}=b_{12}-a_{12}$ …… (1)

$\frac{(b_7-a_8)-[(b_{14}-a_{14})+(b_{15}-a_{15})]}{2}=b_{13}-a_{13}$ …… (2)

$(b_7-a_8)+(b_{12}-a_{12})=b_1-a_1$ ……………………… (3)

因	$c_{12}-D=(b_{14}-a_{14})-(b_{15}-a_{15})$，

$(b_7-a_8)+(c_{12}-D)=2(b_7-a_7)$ ……………………… (4)

$(b_7-a_8)-(c_{12}-D)=2(b_8-a_8)$ ……………………… (5)

由	(3)－(5)，(3)－(4)得：

$$(b_{12}-a_{12})+(c_{12}-D)=b_{10}-a_{10} \quad \cdots\cdots (6)$$

$$(b_{12}-a_{12})-(c_{12}-D)=b_{11}-a_{11} \quad \cdots\cdots (7)$$

令 $x=a_{11}$，

因	$b_1-a_1=b_{10}-a_{11}$，

故 $x+b_1-a_1=x+\alpha+\frac{\alpha+\beta}{2}$，

$=b_{10}$，

因	$a_{11}\cdot b_{10}=\frac{D^2}{2}$，

即 $x\left(x+\alpha+\frac{\alpha+\beta}{2}\right)=r^2 \quad \cdots\cdots (A)$

寄左。

因	$b_{10}-(b_{10}-a_{10})=a_{10}$， $a_{11}+(b_{11}-a_{11})=b_{11}$，

$$\left(x+\alpha+\frac{\alpha+\beta}{2}\right)-\frac{\alpha+\beta}{2}-\gamma=x+\alpha-\gamma=a_{10}，$$

$$x+\frac{\alpha+\beta}{2}-\gamma=b_{11}，$$

因	$a_{10}\cdot b_{11}=\frac{D^2}{2}$

即 $(x+\alpha-\gamma)\left(x+\frac{\alpha+\beta}{2}-\gamma\right)=x^2 \quad \cdots\cdots (B)$

为同数。与左相消，得

$$-2\gamma x+(\alpha-\gamma)\left(\frac{\alpha+\beta}{2}-\gamma\right)=0，$$

$$x=a_{11}。$$

而 $b_7-a_8=\alpha=$角差$=$前数，

$(b_{14}-a_{14})+(b_{15}-a_{15})=\beta=$次差$=$次数，

$\frac{\alpha+\beta}{2}=$平率，

$c_{12}-D=\gamma=$徬差$=$旁率。 合问。

又本法 识别得：$c_{13}-(b_{13}-a_{13})=2b_{15}$，

令 $x=a_8$。

如前题(2)式

$$\frac{(b_7-a_8)-\{(b_{14}-a_{14})+(b_{15}-a_{15})\}}{2}=b_{13}-a_{13},$$

$$\frac{\alpha-\beta}{2}=b_{13}-a_{13},$$

因 $(b_{13}-a_{13})+b_{15}=a_{14}$，

令 $\frac{\gamma}{2}+\frac{\alpha-\beta}{2}=a_{14}=S=$泛率。

$$a_{14}-a_8=c_8,$$

$$c_8^2-a_8^2=b_8^2=r^2,$$

$$(S+x)^2-x^2=r^2,$$

$$2Sx+S^2=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

因 $(b_7-a_8)+a_8=b_7$，

$$b_7:r=r:a_8,$$

$$(\alpha+x)x=r^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消，得

$$-x^2-(\alpha-2S)x+S^2=0,$$

$x=a_8$。 合问。

又本法

如前　令	$x=a_8$，
又因	$b_7+b_{15}=c_7$，
	$c_7^2-b_7^2=a_7^2=r^2$，

则　$$\left(\alpha+x+\frac{\gamma}{2}\right)^2-(\alpha+x)^2=r^2 \quad \cdots\cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。

又　$$(\alpha+x)x=r^2 \quad \cdots\cdots\cdots \quad (B)$$

为同数。与左相消，得

$$-x^2-(\alpha-\gamma)x+\left[\left(\alpha+\frac{\gamma}{2}\right)^2-\alpha^2\right]^{①}=0,$$

$x=a_8$。

14. 有$(b_6-a_6)+(b_8-a_8)=\alpha=$角差，$(b_{14}-a_{14})+(b_{15}-a_{15})$ $=\beta=$次差，求 D。

本法　识别：如前

$$\frac{[(b_6-a_6)+(b_8-a_8)]+[(b_{14}-a_{14})+(b_{15}-a_{15})]}{2}$$

$=b_{12}-a_{12}$。

令　$x=a_8$。

因	$(b_7-a_8)+a_8=b_7$，
	$b_7+a_8=c_{12}$，

$$(\alpha+x+x)^2-\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)^2=2a_{12}b_{12}。$$

① 此题实数，馆案本和李锐本都不合原法。

因	$$\frac{2a_{12}b_{12}}{c_{12}}=D,$$

故　$$\left[(2x+\alpha)^2-\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)^2\right]^2\cdot\frac{1}{c_{12}^2}=D^2\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(\mathrm{A})$$

内有极弦幂分母，寄左。

又　$$4(x+\alpha)x(2x+\alpha)^2\cdot\frac{1}{c_{12}^2}=D^2\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(\mathrm{B})$$

为同数。与左相消，得

$$\left|(4\alpha^2+(4\alpha)^2)-\left\{(4\alpha)^2+8\left[\alpha^2-\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)^2\right]\right\}\right|x^2$$

$$+\left\{4\alpha\cdot\alpha^2-2x4\alpha\left[\alpha^2-\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)^2\right]\right\}^{①}x$$

$$-\left[\alpha^2-\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)^2\right]^2=0,$$

$x=a_8$。　　　　合问。

15. 有 $a_{14}+b_{14}=\alpha,a_{15}+b_{15}=\beta$，求 D。

本法　按原书本法，意旨含混。馆案所谓："其中有偶尔思省未至者"，即是此类。今为读者明了起见，为说明其义。按《测圆海镜》各个正三角形各边并为正三角形 $8^2+15^2=17^2$ 之倍数。例如明勾股形 $(9\times8)^2+(9\times15)^2=(9\times17)^2$，为 9 之倍数。重勾股形 $(2\times8)^2+(2\times15)^2=(2\times17)^2$，为 2 之倍数，是也。復次《测圆海镜》所举正三角形，三边并为整数，其和、较亦为整数，如

	和 $a+b$	较 $b-a$
$3^2+4^2=5^2$	7	1

① 以上系原法，或可简书如下式：

$$[2(\alpha+\beta)^2-4\alpha^2]x^2+[2\alpha(\alpha+\beta)^2-4\alpha^3]x-\left[\alpha^2+\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)^2\right]^2=0。$$

$5^2+12^2=13^2$	17	7
$7^2+24^2=25^2$	31	17
$8^2+15^2=17^2$	23	7
$9^2+40^2=41^2$	49	31

是也。

如已知　$a_{14}+b_{14}=2\times49$，　今假定　称为叀和，

$a_{15}+b_{15}=5\times49$，　又假定　称为明和，

则可求得　$\dfrac{a_{14}+b_{14}}{a_{15}+b_{15}}=\dfrac{2}{5}$，　而 $5-2=3$，　称为泛率。

又　$(a_{15}+b_{15})-(a_{14}+b_{14})=3\times49$　称为泛实，

$\dfrac{(a_{15}+b_{15})-(a_{14}+b_{14})}{3}=49$，　即 $a+b$，　称为和率。

由表中可知　$b-a$，　称为差率。

由和率，差率各和较折半，可得：　a，　称为勾率，

及　b，　称为股率。

而　2，　称为叀垒率，

又　5，　称为垒率，

$1\times2,5$ 各乘 a,b 即可得假定之明、叀勾股数。

又本法　如　$\dfrac{a_{14}+b_{14}}{a_{15}+b_{15}}=\dfrac{\alpha}{\beta}=n$。

识别得：　$c_{14}-b_{14}=\dfrac{1}{2}(a_{13}+b_{13}-c_{13})$，

$$c_{15}-a_{15}=\frac{1}{2}(a_{13}+b_{13}-c_{13})。$$

$$\frac{c_{14}-a_{14}}{c_{14}-b_{14}}=n，$$

$$\frac{c_{15}-a_{15}}{c_{15}-b_{15}}=n。$$

令 $x=c_{15}-b_{15}$ ……………………………………………… (1)

$nx=c_{15}-a_{15}$ ……………………………………………… (2)

$=c_{14}-b_{14}$ ……………………………………………… (3)

$=\frac{1}{2}(a_{13}+b_{13}-c_{13})$,

$n^2x=c_{14}-a_{14}$ ……………………………………………… (4)

(1)+(2)+(3)+(4)得：

$(n^2+2n+1)x=(c_{14}-a_{14})+(c_{14}-b_{14})$

$+(c_{15}-a_{15})+(c_{15}-b_{15})$ ……………………… (a)

$(a_{14}+b_{14})+(a_{15}+b_{15})=(a_{14}+b_{14})+(a_{15}+b_{15})$ …… (b)

(b)−(a)得：

$(a_{14}+b_{14})+(a_{15}+b_{15})-(n^2+2n+1)x$

$=2[(c_{13}-a_{13})+(c_{13}-b_{13})]$ ……………………… (c)

$3\times 2=3(a_{13}+b_{13}-c_{13})$ ……………………………… (d)

(c)+(d)得：

$(a_{14}+b_{14})+(a_{15}+b_{15})-(n^2-4n+1)x$

$=a_{13}+b_{13}+c_{13}=D$

$[(\alpha+\beta)-(n^2-4n+1)x]^2=D^2$ ……………………… (A)

寄左。又

$(a_{15}+b_{15})+nx=(a_{15}+b_{15})+\frac{1}{2}(a_{13}+b_{13}-c_{13})$,

或 $nx+\beta=a_8$。

$(a_{14}+b_{14})+nx=(a_{14}+b_{14})+\frac{1}{2}(c_{13}+b_{13}-c_{13})$

或 $nx+\alpha=b_6$,

$4(nx+\alpha)(nx+\beta)=D^2$ ……………………………… (B)

为同数。与左相消，得

$$-[4n^2-(n^2-4n+1)^2]x^2-[2(n^2-4n+1)(\alpha+\beta)$$
$$+4n(\alpha+\beta)]x+[(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta]=0。$$

或 $$-[4n^2-(n^2-4n+1)^2]x^2$$
$$-2(n-1)^2(\alpha+\beta)x+(\alpha+\beta)^2=0,$$

$x=c_{15}-b_{15}$。 合问。

16. 有 $a_{14}+a_{15}=\alpha, b_{14}+b_{15}=\beta$,求 D。

本法 识别得:

$$\frac{b_{14}+b_{16}}{a_{14}+a_{15}}=\frac{nb}{na}, \quad 而 \quad n=垒率。$$

$$\frac{a_{14}+a_{15}}{n}=a, \qquad a=勾率,$$

$$\frac{b_{14}+b_{15}}{n}=b, \qquad b=股率。$$

如$a+b$=和率,则 $n(a+b)=(a_{14}+b_{14})+(a_{15}+b_{15})$;

$b-a$=较率,$n(b-a)=(b_{14}-a_{14})+(b_{15}-a_{15})$;

c=弦率,$nc=c_{14}+c_{15}$;

$a+b-c$=黄率,$n(a+b-c)=(a_{14}+b_{14}-c_{14})+(a_{15}+b_{15}-c_{15})$;

$c-a$=大差率,$n(c-a)=(c_{14}-a_{14})+(c_{15}-a_{15})$;

$c-b$=小差率,$n(c-b)=(c_{14}-b_{14})+(c_{15}-b_{15})$。

令 $$x=\frac{1}{2}(a_{13}+b_{13}-c_{13}),$$
$$=c_{14}-b_{14},$$
$$=c_{15}-a_{15}。$$

$$n(c-a)-x=(c_{14}-a_{14})+(c_{15}-a_{15})-(c_{15}-a_{15})$$
$$=c_{14}-a_{14},$$
$$n(c-b)-x=(c_{14}-b_{14})+(c_{15}-b_{15})-(c_{14}-b_{14})$$
$$=c_{15}-b_{15}。$$

$$[n(c-a)-x][n(c-b)-x]$$

$$=\left[\frac{1}{2}(a_{13}+b_{13}-c_{13})\right]^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

$$x^2=\left[\frac{1}{2}(a_{13}+b_{13}-c_{13})\right]^2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

与寄左相消，得

$$[(c-a)+(c-b)]x+n(c-a)(c-b)=0,$$

$$x=\frac{1}{2}(a_{13}+b_{13}-c_{13})。$$

既得 $x=\frac{1}{2}(a_{13}+b_{13}-c_{13})$，

则 $2x+n(a+b-c)=a_{14}+b_{15}$

$$=a_{12}+b_{12}-c_{12}=c_{13},$$

$$nc-2x=b_{14}+a_{15},$$

$$(nc-2x)-[2x+n(a+b-c)]$$

$$=(b_{14}-a_{14})-(b_{15}-a_{15})=\text{旁差}$$

$$nc-\{(nc-2x)-[2x+n(a+b-c)]\}$$

$$=(c_{14}-b_{14}+a_{14})+(c_{15}+b_{15}-a_{15}),$$

或 $4x+n(a+b-c)=a_{13}+b_{13}$，

$$6x+2n(a+b-c)=a_{13}+b_{13}+c_{13},$$

$$=D。$$

合问。

又本法

如前令 $x=\frac{1}{2}(a_{13}+b_{13}-c_{13})$， $=c_{14}-b_{14}$， $=c_{15}-a_{15}$， $n(a+b)=(a_{14}+b_{14})+(a_{15}+b_{15})$。 求得 x 后，以

$$2x+n(a+b)=(c_{14}+a_{14})+(c_{15}+b_{15})=c_{12} \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$(nc-2x)-[2x+n(a+b-c)]$$
$$=(b_{14}-a_{14})-(b_{15}-a_{15})$$
$$=c_{12}-D=\text{旁差} \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

(1)−(2)得：

$$6x+2n(a+b-c)=c-(c-D)$$
$$=D。$$

合问。

又本法　原书于此又本法仅称：

$(c-b)\times a$	$=a_{15}$，	及$(c-a)\times a$	$=a_{14}$，
$(c-b)\times b$	$=b_{15}$，	$(c-a)\times b$	$=b_{14}$，
$(c-b)\times(b-a)$	$=b_{15}-a_{15}$，	$(c-a)\times(b-a)$	$=b_{14}-a_{14}$，
$(c-b)\times(a+b)$	$=a_{15}+b_{15}$，	$(c-a)\times(a+b)$	$=a_{14}+b_{14}$，
$(c-b)\times c$	$=c_{15}$，	$(c-a)\times c$	$=c_{14}$，
$(c-b)\times(a+b-c)$ $=a_{15}+b_{15}\cdot c_{15}$，		$(c-a)\times(a+b-c)$ $=a_{14}+b_{14}-c_{14}$，	

既得明 Δ_{14}，叀 Δ_{15}各数，余皆可知。

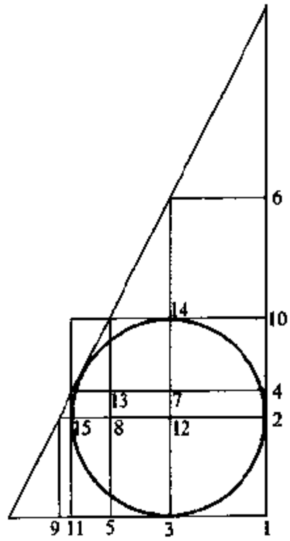
按前本法所求得的勾率，股率，弦率，即原勾股形 $8^2+15^2=17^2$ 的勾，股，弦。而叀 Δ_{15}适为原勾股形 $8^2+15^2=17^2$，中 $c-b=17-15=2$ 的倍数，又明 Δ_{14}适为原勾股形 $8^2+15^2=17^2$，中 $c-a=17-8=9$ 的倍数，所以前以小差率 $c-b=2$ 因之，即叀段各数。后以大差率 $c-a=9$ 因之，即明段各数了。

《测圆海镜细草》卷第九上

大斜四问

1. 有 $a_{12}+b_{12}+c_{12}$，$b_{12}-a_{12}$，求 D。

本法　令　$x=a_{12}$。



$$x+(b_{12}-a_{12})=b_{12},$$

$$2x+(b_{12}-a_{12})=a_{12}+b_{12},$$

$$(a_{12}+b_{12}+c_{12})-(2x+b_{12}-a_{12})=c_{12},$$

$$[(a_{12}+b_{12}+c_{12})-(2x+b_{12}-a_{12})]^2=c_{12}^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (A)$$

寄左。

$$(b_{12}-a_{12})^2+2[x+(b_{12}-a_{12})]x=c_{12}^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (B)$$

为同数。与左相消,得

$$2x^2-\{4[(a_{12}+b_{12}+c_{12})-(b_{12}-a_{12})] +2(b_{12}-a_{12})\}x+\{[(a_{12}+b_{12}+c_{12}) -(b_{12}-a_{12})]^2-(b_{12}-a_{12})^2\}=0,$$

$$x=a_{12}, \qquad \frac{2a_{12}b_{12}}{c_{12}}=D。$$ 合问。

又本法 令 $x=a_{12}+b_{12}-c_{12}$

$=c_{13}$。

$$x+(a_{12}+b_{12}+c_{12})=2(a_{12}+b_{12}),$$

$$(a_{12}+b_{12}+c_{12})-x=2c_{12},$$

$$2\{[x+(a_{12}+b_{12}+c_{12})]^2-[(a_{12}+b_{12}+c_{12})-x]^2\}$$
$$=16a_{12}\cdot b_{12} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。

$$x+(a_{12}+b_{12}+c_{12})+2(b_{12}-a_{12})=4b_{12},$$
$$x+(a_{12}+b_{12}+c_{12})-2(b_{12}-a_{12})=4a_{12},$$
$$[x+(a_{12}+b_{12}+c_{12})+2(b_{12}-a_{12})][x$$
$$+(a_{12}+b_{12}+c_{12})-2(b_{12}-a_{12})]=16a_{12}b_{12} \quad\cdots\cdots \quad (B)$$

为同数。与左相消，得

$$x^2-6(a_{12}+b_{12}+c_{12})x+[(a_{12}+b_{12}+c_{12})^2$$
$$-4(b_{12}-a_{12})^2]^{①} =0,$$
$$x=a_{12}+b_{12}-c_{12}。$$

余各依法求之。 合问。

2. 有 c_1，b_1-a_1，求 D。

本法 令 $x=a_1$。

$$x+b_1-a_1=b_1,$$
$$2x(x+b_1-a_1)=2a_1b_1 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。

$$[c_1+(b_1-a_1)][c_1-(b_1-a_1)]=2a_1b_1 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (B)$$

为同数。与左相消，得

$$-2x^2-2(b_1-a_1)x+[c_1+(b_1-a_1)][c_1-(b_1-a_1)]=0,$$
$$x=a_1。$$

合问。

3. 有 c_1，$a_{10}+b_{11}$，求 D。

本法 识别得： $a_{10}+b_{11}=D+c_{13}$，

$$c_1+a_{10}+b_{11}=a_1+b_1+c_{13}。$$

---

① 原法有误，兹正之。

令 $x=D$。

$a_{10}+b_{11}-x=c_{13}$,

$D-c_{13}=a_{13}+b_{13}$,

即 $2x-(a_{10}+b_{11})=a_{13}+b_{13}$。

$c_1[2x-(a_{10}+b_{11})]=c_1(a_{13}+b_{13})$ ………………… (A)

寄左。又

$x+c_1=a_1+b_1$,

$(a_1+b_1)c_{13}=c_1(a_{13}+b_{13})$,

即 $(x+c_1)(a_{10}+b_{11}-x)=c_1(a_{13}+b_{13})$ ……………… (B)

得同数,与左相消,得

$-x^2-[2c_1+c_1-(a_{10}+b_{11})]x+2c_1(a_{10}+b_{11})=0$,

$x=D$。 合问。

4. 有 c_1,a_2+b_3,求 D。

本法 识别得: $a_2+b_3=D+(a_{12}+b_{12})$,

$a_2+b_3=a_1+b_1-c_{12}$。

因	$c_1=a_1+b_1-D$,

$(a_2+b_3)-c_1=D-c_{12}$。

令 $x=D$。

$a_2+b_3-x=a_{12}+b_{12}$,

$c_1-(a_2+b_3)+x=c_{12}$。

$(a_2+b_3+x)^2-\{c_1-(a_2+b_3)+x\}^2=2a_{12}b_{12}$ ……… (A)

寄左。又

$c_{12}D=2a_{12}b_{12}$,

即 $\{c_1-(a_2+b_3)+x\}x=2a_{12}b_{12}$ ……………………… (B)

为同数。与左相消,得

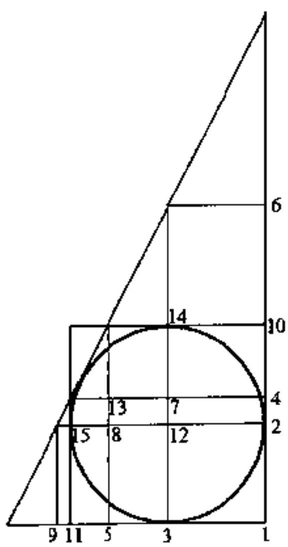
$$-x^2-\{2c_1+[c_1-(a_2+b_3)]\}x$$

$$+\{(a_2+b_3)^2-[c_1-(a_2+b_3)]^2\}=0,$$

$x=D$。 合问。

《测圆海镜细草》卷第九下

大和(a_1+b_1)八问



1. 有 a_1+b_1,a_2,b_3,求 D。

本法 令 $x=D$。

$$a_2-0.5x=c_8=a_{12},$$

$$b_3-0.5x=c_7=b_{12},$$

$$a_2+b_3-x=(c_7+c_{15})+(c_8-c_{15})$$

$$=c_{12}+c_{13},$$

$$2(a_2+b_3-x)=2(c_7+c_8)$$

$$=c_1+c_{13},$$

$$(a_1+b_1)-2(a_2+b_3-x)$$

$$=(a_1+b_1)-(c_1+c_{13})$$

$$=a_{13}+b_{13},$$

$$x-[(a_1+b_1)-2(a_2+b_3-x)]$$
$$=D-(a_{13}+b_{13})$$
$$=c_{13},$$

$$(a_2+b_3-x)-\{x-[(a_1+b_1)-2(a_2+b_3-x)]\}$$
$$=(c_{12}+c_{13})-c_{13}$$
$$=c_{12},$$

$$\{(a_2+b_3)-[2(a_2+b_3)-(a_1+b_1)]\}^2=c_{12}^2 \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。又

$$(a_2-0.5x)^2+(b_2-0.5x)^2=c_{12}^2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消，得

$$0.5x^2-(a_2+b_3)x+(a_2^2+b_3^2)$$
$$-\{(a_2+b_3)-[2(a_2+b_3)-(a_1+b_1)]\}^2=0,$$

$x=D$。　　合问。

2. 有 c_1+b_1，$c_{13}+(b_{13}-a_{13})$，$c_{13}-(b_{13}-a_{13})$，求 D。

本法　识别得：$c_{13}+(b_{13}-a_{13})=2a_{14}$，

$c_{13}-(b_{13}-a_{13})=2b_{15}$。

令　$x=a_{13}$。

$$x+\frac{c_{13}+b_{13}-a_{13}}{2}=r,$$

$$2x+c_{13}+b_{13}-a_{13}=D$$
$$=a_{13}+b_{13}+c_{13},$$

$$\frac{[c_{13}+(b_{13}-a_{13})]+[c_{13}-(b_{13}-a_{13})]}{2}=c_{13},$$

$$\frac{[c_{13}+(b_{13}-a_{13})]-[c_{13}-(b_{13}-a_{13})]}{2}=b_{13}-a_{13},$$

$$x+\frac{[c_{13}+(b_{13}-a_{13})]-[c_{13}-(b_{13}-a_{13})]}{2}=b_{13},$$

$$2x+\frac{[c_{13}+(b_{13}-a_{13})]-[c_{13}-(b_{13}-a_{13})]}{2}=a_{13}+b_{13}。$$

因 $(a_{13}+b_{13}+c_{13})-(a_1+b_1)=c_1$，

即 $2x+c_{13}+(b_{13}-a_{13})-(a_1+b_1)=c_1$，

$$\begin{aligned}&\left[2x+c_{13}+(b_{13}-a_{13})-(a_1+b_1)\right]\\&\quad\times\left\{2x+\frac{[c_{13}+(b_{13}-a_{13})]-[c_{13}-(b_{13}-a_{13})]}{2}\right\}\\&=c_1(a_{13}+b_{13})\ \cdots\cdots\cdots\cdots\ (\text{A})\end{aligned}$$

寄左。又

$$\begin{aligned}&(a_1+b_1)\left\{\frac{[c_{13}+(b_{13}-a_{13})]+[c_{13}-(b_{13}-a_{13})]}{2}\right\}\\&=c_{13}(a_1+b_1)\ \cdots\cdots\cdots\cdots\ (\text{B})\end{aligned}$$

为同数。与左相消，得

$$\begin{aligned}&-4x^2+\left|2\{(a_1+b_1)-[c_{13}+(b_{13}-a_{13})]\}-2(b_{13}-a_{13})\right|x\\&\quad+(a_1+b_1)\left\{\frac{[c_{13}+(b_{13}-a_{13})]+[c_{13}+(b_{13}-a_{13})]}{2}\right\}\\&\quad-\{[c_{13}+(b_{13}-a_{13})]-(a_1+b_1)\}(b_{13}-a_{13})=0,\end{aligned}$$

$x=a_{13}$，

而 $2(a_{13}+a_{14})=D$。 合问。

3. 有 a_1+b_1，$a_{11}+b_{11}$，$a_{10}+b_{10}$，求 D。

本法 识别得：$b_1-(a_{10}+b_{10})=a_{13}$ ⋯⋯⋯⋯ (1)

$a_1-(a_{11}+b_{11})=b_{13}$ ⋯⋯⋯⋯ (2)

$(a_{10}+b_{10})+(a_{11}+b_{11})=c_1+c_{13}$ ⋯⋯ (3)

$(a_{10}+b_{10})-(a_{11}+b_{11})$

$=(b_1-a_1)+(b_{13}-a_{13})$ ⋯⋯⋯ (4)

$$\frac{(a_{10}+b_{10})+(a_{11}+b_{11})}{2}=a_{12}+c_{13}=a_{12}+b_{12}。$$

令 $x=c_{13}$。

由(1),(2)得

$$(a_1+b_1)-\{(a_{10}+b_{10})+(a_{11}+b_{11})\}=a_{13}+b_{13},$$

由(3)得

$$(a_{10}+b_{10})+(a_{11}+b_{11})-x=c_1,$$

则 $$[(a_{10}+b_{10})+(a_{11}+b_{11})-x][(a_1+b_1)-(a_{10}+b_{10})-(a_{11}+b_{11})]=c_1(a_{13}+b_{13}) \quad \cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。又

$$x(a_1+b_1)=c_{13}(a_1+b_1) \quad \cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消,得

$$-\{(a_1+b_1)-[(a_{10}+b_{10})+(a_{11}+b_{11})]+(a_1+b_1)\}x+[(a_{10}+b_{10})+(a_{11}+b_{11})]\{(a_1+b_1)-[(a_{10}+b_{10})+(a_{11}+b_{11})]\}=0,$$

$$x=c_{13},$$

$$x+a_{13}+b_{13}=D。$$ 合问。

又本法 令 $x=b_{13}-a_{13}$.

由前(1),(2)得

$$(a_1+b_1)-[(a_{10}+b_{10})+(a_{11}+b_{11})]=a_{13}+b_{13},$$

由(4)得

$$(a_{10}+b_{10})-(a_{11}+b_{11})-x=b_1-a_1,$$

则 $$\{(a_1+b_1)-[(a_{10}+b_{10})+(a_{11}+b_{11})]\}[(a_{10}+b_{10})-(a_{11}+b_{11})-x]=(a_{13}+b_{13})(b_1-a_1) \quad \cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。又

$$x(a_1+b_1)=(b_{13}-a_{13})(a_1+b_1) \quad \cdots\cdots \text{(B)}$$

为同数。与左相消,得

$$-\{(a_1+b_1)-[(a_{10}+b_{10})+(a_{11}+b_{11})]$$
$$+(a_1+b_1)\}x+\{(a_1+b_1)-[(a_{10}+b_{10})$$
$$+(a_{11}+b_{11})]\}\{[(a_{10}+b_{10})-(a_{11}+b_{11})]\}=0,$$

$$x=b_{13}-a_{13},$$

因 $$\frac{a_{13}+b_{13}+x}{2}=b_{13},$$

$$\frac{a_{13}+b_{13}-x}{2}=a_{13},$$

$$c_{13}=\sqrt{a_{13}^2+b_{13}^2},$$

$$a_{13}+b_{13}+c_{13}=D。$$ 合问。

4. 有 $a_1+b_1=\alpha, c_{10}-a_{10}=\beta, c_{11}-b_{11}=\gamma$，求 D。

本法　识别得： $c_{11}-b_{11}+2b_{11}=c_{11}+b_{11}=a_1,$

$c_{10}-a_{10}+2a_{10}=c_{10}+a_{10}=b_1。$

令 $$x=b_{11}。$$

$$x+c_{11}-b_{11}=c_{11},$$

$$x+c_{11}=2x+c_{11}-b_{11}=a_1,$$

$$(a_1+b_1)-(2x+c_{11}-b_{11})=b_1,$$

$$\frac{[(a_1+b_1)-(2x+c_{11}-b_{11})]-(c_{10}-a_{10})}{2}=a_{10},$$

$$c_{10}-a_{10}+\frac{[(a_1+b_1)-(2x+c_{11}-b_{11})]-(c_{10}-a_{10})}{2}$$
$$=c_{10}。$$

因 $$\frac{b_1c_{11}}{b_{11}}=c_1,$$

故 $$[a_1+b_1-(2x+c_{11}-b_{11})](x+c_{11}-b_{11})x^{-1}=c_1 \quad \cdots (A)$$

泛寄。又因

$$\frac{a_1c_{10}}{a_{10}}=c_1,$$

内寄大差勾。故

$$(2x+c_{11}-b_{11})\left\{c_{10}-a_{10}+\frac{[(a_1+b_1)-(2x+c_{11}-b_{11})]-(c_{10}-a_{10})}{2}\right\}\frac{1}{a_{10}}=c_1 \quad \cdots\cdots \quad (B)$$

寄左。以大差勾，a_{10}，乘泛寄，为同数。与左相消，得

$$4x^3-\left\{(\alpha-\beta-\gamma)-(3\gamma-\alpha)+\left[2\left(\beta+\frac{\alpha-\beta-\gamma}{2}\right)\right]-\gamma\right\}x^2+\left\{(\alpha-3\gamma)\frac{\alpha-\beta-\gamma}{2}-(\alpha-\gamma)\gamma-\left[\beta+\frac{\alpha-\beta-\gamma}{2}\right]\gamma\right\}x+(\alpha-\gamma)\gamma\cdot\frac{\alpha-\beta-\gamma}{2}=0,$$

$x=b_{11}$。 合问。

5. 有 a_1+b_1，c_6+c_8，c_6-c_8，求 D。

本法 识别得：

$$b_1-c_6=b_2-b_{14},$$
$$a_1-c_8=a_2-a_{14},$$
$$c_6+c_8=c_1-c_{12},$$
$$=a_{12}+b_{12},$$
$$c_6-c_8=b_{12}-a_{12}。$$
$$(c_6+c_8)+(c_6-c_8)=c_4,$$
$$(c_6+c_8)-(c_6-c_8)=c_5,$$
$$(a_1+b_1)-(c_6+c_8)=c_{12}+D。$$

令 $x=D$。

$$(a_1+b_1)-(c_6+c_8)-x=c_{12},$$

$$\frac{(c_6+c_8)^2-(c_6-c_8)^2}{2}=2a_{12}b_{12} \quad \cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。

$$[(a_1+b_1)-(c_6+c_8)-x]x=2a_{12}b_{12} \quad \cdots\cdots \quad (B)$$

为同数。与左相消,得

$$x^2-[(a_1+b_1)-(c_6+c_8)]x+\frac{(c_6+c_8)^2-(c_6-c_8)^2}{2}=0,$$

$x=D$。 合问。

6. 有 a_1+b_1, c_{10}, c_{11},求 D。

本法 识别得: $a_1+b_1-c_{10}=a_1+a_{10}$,

$a_1+b_1-c_{11}=b_1+b_{11}$,

$c_{10}+c_{11}=c_1-c_{13}$,

$(a_1+b_1)-(c_{10}+c_{11})=a_{10}+b_{11}$,

$=D+c_{13}$。

令 $x=D$。

$(a_1+b_1)-(c_{10}+c_{11})-x=c_{13}$,

因	$a_{13}+b_{13}+c_{13}=D$,

故 $x-[(a_1+b_1)-(c_{10}+c_{11})-x]=a_{13}+b_{13}$。

又因	$a_1+b_1-c_1=D$。

故 $a_1+b_1-x=c_1$。

$$(a_1+b_1-x)\{2x-[(a_1+b_1)-(c_{10}+c_{11})]\}$$
$$=c_1(a_{13}+b_{13}) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (\text{A})$$

寄左。

$$[(a_1+b_1)-(c_{10}+c_{11})-x](a_1+b_1)$$
$$=c_{13}(a_1+b_1) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (\text{B})$$

与左相消,得

$$-2x^2+[3(a_1+b_1)+(a_1+b_1)-(c_{10}+c_{11})]x$$
$$-2(a_1+b_1)[(a_1+b_1)-(c_{10}+c_{11})]=0,$$

$x=D$。 合问。

7. 有 a_1+b_1, c_4, c_5，求 D。

本法　识别得：

$$c_4 = c_{10} + c_{13} = b_2 + b_{15},$$

$$c_5 = c_{11} + c_{13} = a_3 + a_{14},$$

$$b_1 - c_4 = b_{13},$$

$$a_1 - c_5 = a_{13}。$$

故

$$(a_1+b_1)-(c_4+c_5)=a_{13}+b_{13}。$$

$$D-(a_{13}+b_{13})=c_{13},$$

$$c_4+c_5=c_1+c_{13}。$$

令

$$x=c_{13}。$$

$$(c_4+c_5)-x=c_1,$$

$$(c_4+c_5-x)[(a_1+b_1)-(c_4+c_5)] = c_1(a_{13}+b_{13}) \quad \cdots\cdots (A)$$

寄左。

$$(a_1+b_1)x=c_{13}(a_1+b_1) \quad \cdots\cdots (B)$$

为同数。与左相消，得

$$[(a_1+b_1)-(c_4+c_5)+(a_1+b_1)]x-(c_4+c_5) \times[(a_1+b_1)-(c_4+c_5)]=0,$$

$$x=c_{13}。$$

合问。

8. 有 a_1+b_1, c_2, c_2，求 $\dot{D}$。

本法　识别得：

$$b_1-c_2=r-a_8 = c_8-(a-D),$$

$$c_3-a_1=b_7-r = (b_1-D)-c_7,$$

$$c_2+c_3=c_1+c_{12},$$

$$c_2-c_3=b_{12}-a_{12},$$

$$(c_2+c_3-a_1+b_1)=c_{12}-D。$$

令 $x=c_{12}$。

$$x^2-(c_2-c_3)^2=2a_{12}b_{12} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

$$x-[(c_2+c_3)-(a_1+b_1)]=a_1+b_1-c_1,$$

$$=D。$$

$$x\{x-[(c_2+c_3)-(a_1+b_1)]\}=2a_{12}b_{12}\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

与左相消，得

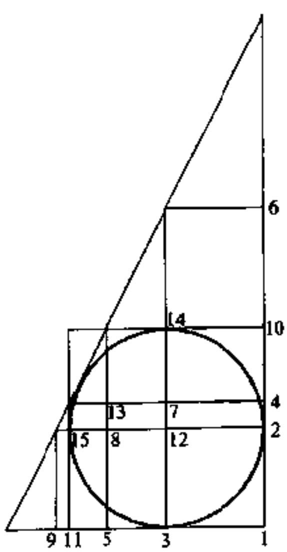
$$[(c_2+c_3)-(a_1+b_1)]x-(c_2-c_3)^2=0。$$

$$x=c_{12},$$

$$c_{12}-[(c_2+c_3)-(a_1+b_1)]=D。$$ 合问。

《测圆海镜细草》卷第十

三事和 $(a_1+b_1+c_1)$ 八问



1. 有 $a_1+b_1+c_1$,c_1-b_1,求 D。

本法 令 $x=b_1-a_1$。

$$x+2(c_1-b_1)=(c_1-b_1)+(c_1-a_1),$$

$$x+2(c_1-b_1)+(a_1+b_1+c_1)=3c_1,$$

$$2(a_1+b_1+c_1)-[x+2(c_1-b_1)]=3(a_1+b_1),$$

$$(a_1+b_1+c_1)-2x-4(c_1-b_1)=3(a_1+b_1)-3c_1$$

$$=3(a_1+b_1-c_1),$$

$$[(a_1+b_1+c_1)-4(c_1-b_1)-2x]^2$$

$$=9(a_1+b_1-c_1)^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。

$$x+(c_1-b_1)=c_1-a_1,$$

$$(c_1-b_1)[x+(c_1-b_1)]=(c_1-b_1)(c_1-a_1)$$

$$=\frac{1}{2}(a_1+b_1-c_1)^2,$$

$$18(c_1-b_1)[x+(c_1-b_1)]=9(a_1+b_1-c_1)^2 \quad \cdots\cdots \quad (B)$$

与左相消,得

$$4x^2-\{[4(a_1+b_1+c_1)-16(c_1-b_1)]+18(c_1-b_1)\}x$$

$$+[(a_1+b_1+c_1)-4(c_1-b_1)]^2$$

$$-18(c_1-b_1)^2=0,$$

$x=b_1-a_1$。 合问。

2. 有 $a_1+b_1+c_1$,c_1-a_1,求 D。

本法 令 $x=b_1-a_1$。

$$2(c_1-a_1)-x=(c_1-b_1)+(c_1-a_1),$$

$$2(c_1-a_1)+(a_1+b_1+c_1)-x=3c_1,$$

$$2(a_1+b_1+c_1)-[2(c_1-a_1)-x]=3(a_1+b_1),$$

$$(a_1+b_1+c_1)-4(c_1-a_1)+2x=3(a_1+b_1)-3c_1$$

$$=3(a_1+b_1-c_1)。$$

$$[(a_1+b_1+c_1)-4(c_1-a_1)+2x]^2$$
$$=9(a_1+b_1+c_1)^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。

$$(c_1-a_1)-x=c_1-b_1,$$

$$2(c_1-a_1)[(c_1-a_1)-x]=(a_1+b_1-c_1)^2,$$

$$18(c_1-a_1)[(c_1-a_1)-x]=9(a_1+b_1-c_1)^2 \quad\cdots\cdots\cdots \quad (B)$$

与左相消，得

$$-4x^2-[18(c_1-a_1)+4s]x+[18(c_1-a_1)^2-S^2]=0,$$

$$x=b_1-a_1。$$

$2(a_1+b_1+c_1)-2(c_1-a_1)=\beta=$后数，

$2(c_1-a_1)+(a_1+b_1+c_1)=\alpha=$前数，

$\alpha-\beta=S=$泛率。　　　　合问。

3. 有 $a_1+b_1+c_1$，b_1-a_1，求 D。

本法　令　$x=c_1$。

$$(a_1+b_1+c_1)-x=a_1+b_1,$$

$$(a_1+b_1+c_1)-x-(b_1-a_1)=2a_1,$$

$$[(a_1+b_1+c_1)-x-(b_1-a_1)]^2=4a_1^2,$$

$$[(a_1+b_1+c_1)-x+(b_1-a_1)]^2=4b_1^2。$$

$$[(a_1+b_1+c_1)-x-(b_1-a_1)]^2+[(a_1+b_1+c_1)$$
$$-x+(b_1-a_1)]^2=4c_1^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。

$$4x^2=4c_1^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (B)$$

与左相消，得

$$-2x^2-4(a_1+b_1+c_1)x+[(a_1+b_1+c_1)-(b_1-a_1)]^2$$
$$+[(a_1+b_1+c_1)+(b_1-a_1)]^2=0。$$

$x=c_1$。 合问。

4. 有 $a_1+b_1+c_1$，$(c_1-a_1)+(c_1-b_1)$，求 D。

本法 $\frac{1}{3}[(a_1+b_1+c_1)+(c_1-a_1)+(c_1-b_1)]=c_1$，

$a_1+b_1+c_1-c_1=a_1+b_1$，

$a_1+b_1-c_1=D$。 合问。

5. 有 $a_1+b_1+c_1=\alpha$，$(c_1-b_1)+(c_1-a_1)+(b_1-a_1)=\beta$，求 D。

本法 识别得：$(c_1-b_1)+(c_1-a_1)+(b_1-a_1)=2(c_1-a_1)$，

令 $x=c_1-b_1$。

$$x+\frac{1}{2}[(c_1-b_1)+(c_1-a_1)+(b_1-a_1)]+(a_1+b_1+c_1)$$
$$=3c_1。$$

$$\{x+\frac{1}{2}[(c_1-b_1)+(c_1-a_1)+(b_1-a_1)]+(a_1+b_1+c_1)\}^2$$
$$=9(b_1-a_1)^2+18a_1b_1 \quad\cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。

$$(a_1+b_1+c_1)^2+[(c_1-b_1)+(c_1-a_1)+(b_1-a_1)]x$$
$$=4(b_1-a_1)^2+12a_1b_1,$$
$$1.5(a_1+b_1+c_1)^2+1.5[(c_1-b_1)+(c_1-a_1)+(b_1-a_1)]x$$
$$=6(b_1-a_1)^2+18a_1b_1 \quad\cdots\cdots \quad (B)$$

(A)－(B)得：

$$(x+\alpha+0.5\beta)^2-1.5\alpha^2-1.5\beta x=3(b_1-a_1)^2 \quad\cdots\cdots \quad (C)$$

寄左。又因

$$0.5\beta-x=b_1-a_1,$$
$$3(0.5\beta-x)^2=3(b_1-a_1)^2 \quad\cdots\cdots \quad (D)$$

与左相消，得

$$2x^2-(2\alpha+2.5\beta)x+\{3(0.5\beta)^2$$

$-[(\alpha+0.5\beta)^2-1.5\alpha^2]\}$①$=0$,

$x=c_1-b_1$。 合问。

6. 有 $a_1+b_1+c_1=\alpha$, $(a_{14}+b_{14}-c_{14})+(a_{15}+b_{15}-c_{15})=\beta$, 求 D。

本法 识别: $(a_{14}+b_{14}-c_{14})+(a_{15}+b_{15}-c_{15})$

$=(c_{13}-a_{13})+(c_{13}-b_{13})$

令 $x=a_{13}+b_{13}-c_{13}$。

$2(a_{14}+b_{14}-c_{14})+2(a_{15}+b_{15}-c_{15})+3x$

$=a_{13}+b_{13}+c_{13}$,

$=D$,

$(a_1+b_1+c_1)+[2(a_{14}+b_{14}-c_{14})+2(a_{15}+b_{15}-c_{15})]+3x$

$=2(a_1+b_1)$,

$(a_1+b_1+c_1)-[2(a_{14}+b_{14}-c_{14})+2(a_{15}+b_{15}-c_{15})]-3x$

$=2c_1$,

$[2(a_{14}+b_{14}-c_{14})+2(a_{15}+b_{15}-c_{15})]+3x+x$

$=2(a_{13}+b_{13})$,

$[2(a_{14}+b_{14}-c_{14})+2(a_{15}+b_{15}-c_{15})]+3x-x$

$=2c_{13}$,

因 $2(a_1+b_1)2c_{13}=2(a_{13}+b_{13})\cdot 2c_1$。

$(\alpha+2\beta+3x)(2\beta+2x)=2(a_1+b_1)2c_{13}$ ··············· (A)

寄左。

$(2\beta+4x)(\alpha-2\beta-3x)=2(a_{13}+b_{13})2c_1$ ············ (B)

与左相消,得

$-18x^2+\{[(\alpha-2\beta)4-6\beta]-[(\alpha+2\beta)2+6\beta]\}x$

① 原法于数偶合,兹正之。

$$-\{[(\alpha+2\beta)2\beta]-[(\alpha-2\beta)2\beta]\}=0,$$

或	$-18x^2+(2\alpha-24\beta)x-8\beta^2=0,$

$x=a_{13}+b_{13}-c_{13}$。 合问。

7. 有 $a_1+b_1+c_1, c_{12}$，求 D。

本法 令 $x=c_1$。

$$x-c_{12}=a_{12}+b_{12},$$

$$c_{12}^2-(x-c_{12})^2=2a_{12}b_{12},$$

因	$\frac{2a_{12}b_{12}}{c_{12}}=D,$

$$[c_{12}^2-(x-c_{12})^2]\frac{1}{c_{12}}=D \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

又因	$(a_1+b_1+c_1)-2c_1=a_1+b_1-c_1,$ $=D,$

$$[(a_1+b_1+c_1)-2x]=D \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

与左相消，得

$$-x^2+c_{12}(a_1+b_1+c_1)=0,$$

$x=c_1$。 合问。

8. 有 $a_1+b_1+c_1, c_{13}$，求 D。

本法 识别得： $\frac{c_1-c_{13}}{2}=c_{12},$

$$\frac{c_1+c_{13}}{2}=a_{12}+b_{12}。$$

令 $x=\frac{c_1}{2}$。

$$\left(\frac{2x+c_{13}}{2}\right)^2-\left(\frac{2x-c_{13}}{2}\right)^2=2a_{12}b_{12},$$

$$\left[\left(\frac{2x+c_{13}}{2}\right)^2-\left(\frac{2x-c_{13}}{2}\right)^2\right]\frac{1}{c_{12}}=D \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

$$(a_1+b_1+c_1)-4x=D \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

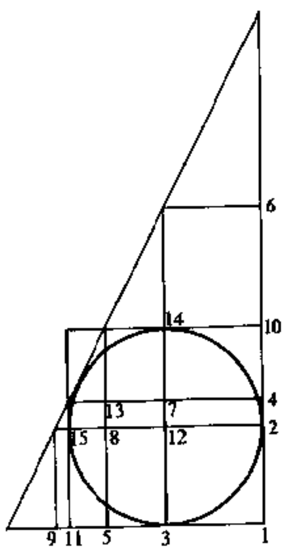
与左相消,得

$$-4x^2+(a_1+b_1+c_1)x-\frac{c_{13}}{2}(a_1+b_1+c_1)=0,$$

$$x=\frac{c_1}{2}。$$ 合问。

《测圆海镜细草》卷第十一

杂糅一十八问



1. 有 c_2,c_3,求 D。

本法　识别得：　$c_2=c_6+c_{12}$,

$c_3=c_{12}+c_9$,

$$c_2+c_3=c_1+c_{12},$$
$$c_2-c_3=b_{12}-a_{12}=c_6-c_9,$$
$$c_1-2c_{12}=c_{13},$$
$$2c_{12}-c_2=c_{15},$$
$$2c_{12}-c_3=c_{14}, c_{12}+(b_{12}-a_{12})=c_{10},$$
$$c_{12}-(b_{12}-a_{12})=c_{11}。$$

令 $x=c_8$。

$$x+c_2-c_3=c_6。$$
$$[x+(c_2-c_3)]^2+x^2=c_{12}^2 \cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

$$(c_3-x)^2=c_{12}^2 \cdots\cdots \text{(B)}$$

与左相消，得

$$-x^2-[2(c_2-c_3)+2c_3]x+c_3^2-(c_2-c_3)^2=0,$$
$$x=c_8。$$ 合问。

2. 有 c_4，c_5，求 D。

本法 识别得：$c_4=2c_6$，

$$c_5=2c_8,$$
$$c_4+c_5=c_1+c_{13}=2(c_6+c_8),$$
$$c_4-c_5=2(b_{12}-a_{12})=2(c_6-c_8),$$
$$\frac{c_4+c_5}{2}=a_{12}+b_{12}。$$

令 $x=c_{13}$。

$$\frac{c_4+c_5}{2}-x=c_{12},$$
$$\left(\frac{c_4+c_5}{2}-x\right)^2=c_{12}^2 \cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

$$\left(\frac{c_4}{2}\right)^2+\left(\frac{c_5}{2}\right)^2=c_{12}^2 \quad \cdots\cdots \quad (B)$$

与左相消，得

$$x^2-(c_4+c_5)x+\left[\left(\frac{c_4+c_5}{2}\right)^2-\left(\frac{c_4}{2}\right)^2-\left(\frac{c_5}{2}\right)^2\right]=0,$$

$x=c_{13}$。 合问。

3. 有 b_{11}，c_4，求 D。

本法 $b_{11}-x=\frac{c_4-b_4}{2}$。

令 $x=r$。

$2(b_{11}-x)=c_4-b_4$，

$c_4-2(b_{11}-x)=b_4$，

$$[c_4-2(b_{11}-x)]^2+(2x)^2=c_4^2 \quad \cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。

$$c_4^2=c_4^2 \quad \cdots\cdots \quad (B)$$

与左相消，得

$8x^2+4(c_4-2b_{11})x-[c_4^2-(c_4-2b_{11})^2]=0$，

$x=r$。 合问。

4. 有 a_{10}，c_5，求 D。

本法 识别得： $a_{10}-r=\frac{c_5-a_5}{2}$。

令 $x=r$。

$2(a_{10}-x)=c_5-a_5$。

$c_5-2(a_{10}-x)=a_5$，

$$[c_5-2(a_{10}-x)]^2+(2x)^2=c_5^2 \quad \cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。

$$c_5^2=c_5^2 \quad \cdots\cdots \quad (B)$$

与左相消，得 $8x^2+4(c_5-2a_{10})x-[c_5^2-(c_5-2a_{10})^2]=0$，

$x=r$。 合问。

5. 有 a_{10},b_{11},求 D。

本法 识别得： $a_{10}\cdot b_{11}=a_{11}\cdot b_{10}$。

令 $x=D$。

因 $a_{11}\cdot b_{10}=\frac{D^2}{2}$,

故 $2a_{10}\cdot b_{11}=D^2$ ………………………………………… (A)

寄左。又

$x^2=D^2$ ………………………………………………………… (B)

与左相消,得

$-x^2+2a_{10}b_{11}=0$,

$x=D$。 合问。

又本法 识别得： $D-a_{10}=a_{13}$,

$D-b_{11}=b_{13}$,

$a_{10}+b_{11}=D+c_{13}$,

$a_{10}-b_{11}=b_{13}-a_{13}$。

以下原误,今不录。

6. 有 b_6,a_8,求 D。

本法 识别得： $b_8+a_8=c_{12}$。

$$\boxed{b_6-a_8=(b_1-b_{12}-r)-(a_1-a_{12}-r),}$$

$b_6-a_8=(b_1-a_1)-(b_{12}-a_{12})$[①],

因 $b_6a_8=r^2$,

$r=\sqrt{b_6\cdot a_8}$。 合问。

① 按此处识别所举,与题无关,可省去。

又本法 令 $x=r$。

则 $x+b_6=b$,

$x+a_8=a$。

按“弦上容圆法”,

$$(x+b_6)(x+a_8)\cdot\frac{1}{x}=a+b \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (A)$$

寄左。

$$(x+b_6)+(x+a_8)=a+b \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (B)$$

与左相消,得

$-x^2+a_8b_6=0$,

$x=r$。 合问。

7、有 b_4,a_5,求 D。

本法 令 $x=D$。

$b_4=$(全径上)股方差,

$a_5=$(全径上)勾方差,

$$a_5b_4=D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (A)$$

寄左。

$$x^2=D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (B)$$

与左相消,得

$-x^2+a_5b_4=0$,

$x=D$。 合问。

8. 有 $b_{10}-a_{10}$,$b_{11}-a_{11}$,求 D。

本法

因	$c_{10}-(b_{10}-a_{10})=D$,
	$c_{11}+(b_{11}-a_{11})=D$。

识别得: $(b_{10}-a_{10})+(b_{11}-a_{11})=c_{10}-c_{11}$,

$$\frac{(b_{10}-a_{10})-(b_{11}-a_{11})}{2}=c_{12}-D。$$

$$\boxed{\begin{array}{ll}\text{因} & c_{12}+(b_{12}-a_{12})=c_{10}, \\ & c_{12}-(b_{12}-a_{12})=c_{11},\end{array}}$$

$$\frac{(b_{10}-a_{10})+(b_{11}-a_{11})}{2}=b_{12}-a_{12}。$$

令　$x=D$。

$$x+\frac{(b_{10}-a_{10})-(b_{11}-a_{11})}{2}=c_{12},$$

$$\frac{(b_{10}-a_{10})+(b_{11}-a_{11})}{2}=b_{12}-a_{12},$$

因　$[c+(b-a)][c-(b-a)]=2ab$。

故
$$\left\{x+\frac{(b_{10}-a_{10})-(b_{11}-a_{11})}{2}+\frac{(b_{10}-a_{10})-(b_{11}-a_{11})}{2}\right\}\times$$
$$\left\{x+\frac{(b_{10}-a_{10})-(b_{11}-a_{11})}{2}-\frac{(b_{10}-a_{10})-(b_{11}-a_{11})}{2}\right\}$$
$$=2a_{12}b_{12}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。

$$\left\{x+\frac{(b_{10}-a_{10})-(b_{11}-a_{11})}{2}\right\}x=2a_{12}b_{12}\cdots\cdots\cdots \quad (B)$$

与左相消，得

$$-\frac{(b_{10}-a_{10})-(b_{11}-a_{11})}{2}x+(b_{10}-a_{10})(b_{11}-a_{11})=0,$$

$x=D$。　　合问。

9. 有 c_{13}，$a_{10}-b_{11}$，求 D。

本法　识别得：$a_{10}-b_{11}=b_{13}-a_{13}$。

令　$x=a_{13}$。

$x+c_{13}=b_{11}$，

$$a_{10}-b_{11}+x+c_{13}=a_{10}。$$

因　　$a_{10}\cdot b_{11}=\frac{1}{2}D^2$，

即　　$[(a_{10}-b_{11})+(x+c_{13})](x+c_{13})=\frac{1}{2}D^2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (A)$

寄左。

$$x+(a_{10}-b_{11})=b_{13},$$

$$x+[x+(a_{10}-b_{11})]=a_{13}+b_{13},$$

$$x+[x+(a_{10}-b_{11})]+c_{13}=a_{13}+b_{13}+c_{13}$$

$$=D,$$

$$\frac{1}{2}[2x+(a_{10}-b_{11})+c_{13}]^2=\frac{1}{2}D^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (B)$$

与左相消，得

$$x^2+\{2[(a_{10}-b_{11})+c_{13}]-[(a_{10}-b_{11})+2c_{13})]^{①}\ x$$

$$-\{[(a_{10}-b_{11})+c_{13}]c_{13}-\frac{1}{2}[(a_{10}-b_{11})+c_{13}]^2\}=0,$$

$x=a_{13}$。　　　　合问。

10. 有 $a_{12}+b_{12}$，$a_{13}+b_{13}$，求 D。

本法　识别得：$a_{12}+b_{12}=c_{12}+(a_{12}+b_{12}-c_{12})$，

$a_{13}+b_{13}=c_{13}+(a_{13}+b_{13}-c_{13})$。

令　　$x=a_{12}+b_{12}-c_{12}$。

$$a_{12}+b_{12}-x=c_{12},$$

$$a_{13}+b_{13}-x=a_{13}+b_{13}-c_{13},$$

则　　$(a_{12}+b_{12}-x)(a_{13}+b_{13}-x)=c_{12}(a_{13}+b_{13}-c_{13})\cdots\cdots (A)$

---

① 按此节有脱文，或作

$$x^2+(a_{10}-b_{11})x-[(a_{10}-b_{11})+c_{13})c_{12}-\frac{1}{2}[(a_{10}-b_{11})+c_{13})^2]=0$$

亦可。

寄左。又

$$x^2=c_{13}(a_{12}+b_{12}-c_{12}) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

与左相消，得

$$-[(a_{12}+b_{12})+(a_{13}+b_{13})]x+(a_{12}+b_{12})(a_{13}+b_{13})=0。$$

$$x=a_{12}+b_{12}-c_{12}。$$ 合问。

11. 有 c_1，$\dfrac{b_1}{a_1}=2.4$，求 D。

本法　令　$x=a_1$。

$$2.4x=b_1,$$

$$x^2+(2.4x)^2=c_1^2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

$$c_1^2=c_1^2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

与左相消，得

$$-6.76x^2+c_1^2=0,$$

$$x=a_1,$$

$$\frac{2a_1b_1}{a_1+b_1+c_1}=D。$$ 合问。

12. 有 $(a_{10}+b_{10}-c_{10})-(a_{11}+b_{11}-c_{11})=\alpha$，$(a_{12}+b_{12}-c_{12})-(a_{13}+b_{13}-c_{13})=\beta$，求 D。

本法　识别得：$a_{10}+b_{10}-c_{10}=2a_{14}$，

$a_{11}+b_{11}-c_{11}=2b_{15}$，

$$(a_{10}+b_{10}-c_{10})-(a_{11}+b_{11}-c_{11})$$
$$=2(b_{13}-a_{13}),$$

$$\boxed{(a_{12}+b_{12}-c_{12})-(a_{13}+b_{13}-c_{13})=c_{13}-(a_{13}+b_{13}-c_{13}),}$$

$$(a_{12}+b_{12}-c_{12})-(a_{13}+b_{13}-c_{13})$$

$$=(c_{13}-b_{13})+(c_{13}-a_{13}),$$

$$\frac{(a_{10}+b_{10}-c_{10})-(a_{11}+b_{11}-c_{11})}{2}=b_{13}-a_{13},$$

$$(a_{12}+b_{12}-c_{12})-(a_{13}+b_{13}-c_{13})-\frac{(a_{10}+b_{10}-c_{10})-(a_{11}+b_{11}-c_{11})}{2}=2(c_{13}-b_{13}),$$

$$\frac{1}{2}\left[(a_{12}+b_{12}-c_{12})-(a_{13}+b_{13}-c_{13})-\frac{(a_{10}+b_{10}-c_{10})-(a_{11}+b_{11}-c_{11})}{2}\right]=c_{13}-b_{13},$$

$$(a_{12}+b_{12}-c_{12})-(a_{13}+b_{13}-c_{13})-\frac{1}{2}\left[(a_{12}+b_{12}-c_{12})-(a_{13}+b_{13}-c_{13})-\frac{(a_{10}+b_{10}-c_{10})-(a_{11}+b_{11}-c_{11})}{2}\right]$$

$$=c_{13}-a_{13}。$$

令 $$x=a_{13}+b_{13}-c_{13}。$$

故
$$x+\frac{1}{2}\left(\beta-\frac{\alpha}{2}\right)=a_{13},$$

$$x+\frac{1}{2}\left(\beta+\frac{\alpha}{2}\right)=b_{13},$$

$$\begin{array}{rll} +)\,x & +\beta & =c_{13}, \\ \hline 3x & +2\beta & =a_{13}+b_{13}+c_{13}, \\ & & =D。\end{array}$$

因
$$\boxed{\begin{aligned} D-2a_{13}&=2a_{14}\\ &=a_{10}+b_{10}-c_{10},\end{aligned}}$$

$$(3x+2\beta)-2\left[x+\frac{1}{2}\left(\beta-\frac{\alpha}{2}\right)\right]=x+\beta+\frac{\alpha}{2},$$

$$=a_{10}+b_{10}-c_{10}。$$

又	$D-2b_{13}=2b_{15}$， $=a_{11}+b_{11}-c_{11}$，

$$(3x+2\beta)-2\left[x+\frac{1}{2}\left(\beta+\frac{\alpha}{2}\right)\right]=x+\beta-\frac{\alpha}{2}$$
$$=a_{11}+b_{11}-c_{11}。$$

因	$\frac{1}{2}(a_{10}+b_{10}-c_{10})(a_{11}+b_{11}-c_{11})=2a_{14}b_{15}$， $=a_{13}\cdot b_{13}$，

$$\frac{1}{2}\left(x+\beta+\frac{\alpha}{2}\right)\left(x+\beta-\frac{\alpha}{2}\right)$$
$$=\frac{1}{2}(a_{10}+b_{10}-c_{10})(a_{11}+b_{11}-c_{11})$$
$$=a_{13}\cdot b_{13} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。又

$$\left(x+\frac{\beta}{2}-\frac{\alpha}{4}\right)\left(x+\frac{\beta}{2}+\frac{\alpha}{4}\right)=a_{13}\cdot b_{13} \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (B)$$

与左相消，得

$$-0.5x^2+\frac{1}{2}\left(\beta-\frac{\alpha}{2}\right)\left(\beta+\frac{\alpha}{2}\right)=0,$$
$$x=a_{13}+b_{13}-c_{13}=D。$$

合问。

13. 有 $c_{12}-[c_{10}-(b_{10}-a_{10})]=\alpha=$旁差，$[c_{11}+(b_{11}-a_{10})]-c_{13}=\beta$，$b_{12}-a_{12}=\gamma$，求 D。

本法　识别得：$c_{10}-(b_{10}-a_{10})=D$，

$$c_{11}+(b_{11}-a_{11})=D,$$
$$c_{12}-[c_{10}-(b_{10}-a_{10})]+[c_{11}+(b_{11}-a_{11})]-c_{13}$$
$$=c_{14}+c_{15},$$

$=a_{12}+b_{12}-2c_{13}$,

$[c_{11}+(b_{11}-a_{11})]-c_{13}=a_{13}+b_{13}$,

$c_{12}-[c_{10}-(b_{10}-a_{10})]=c_{12}-D$。

令 $x=c_{13}$。

$\{[c_{11}+(b_{11}-a_{11})]-c_{13}\}+x=a_{13}+b_{13}+c_{13}$,

$=D$,

$\{c_{12}-[c_{10}-(b_{10}-a_{10})]\}+\{[c_{11}+(b_{11}-a_{11})]-a_{13}\}+x$

$=c_{12}$,

即 $\alpha+\beta+x=c_{12}$,

$2(\alpha+\beta+x)^2=2c_{12}^2$。

$2(\alpha+\beta+x)^2-\gamma^2=(a_{12}+b_{12})^2$ ························ (A)

寄左。

$2x+\alpha+\beta=2c_{13}+(a_{12}+b_{12}-2c_{13})$

$=a_{12}+b_{12}$,

$(2x+\alpha+\beta)^2=(a_{12}+b_{12})^2$ ····························· (B)

与左相消,得

$-2x^2+[(\alpha+\beta)^2-\gamma^2]=0$,

$x=c_{13}$。

$x+\beta=D$。 合问。

14. 有 $c_8-(c_1-b_1)=\alpha$,$(c_1-a_1)-c_6=\beta$,求 D。

本法 识别得: $[c_8-(c_1-b_1)]+[(c_1-a_1)-c_6]=b_6-a_8$,

$(b_6-a_8)+(b_{12}-a_{12})=b_1-a_1$,

$(b_6-a_8)-(b_{13}-a_{13})=b_{12}-a_{12}$,

$[(c_1-a_1)-c_6]-[c_8-(c_1-b_1)]=c_{12}-D$,

$r-[c_8-(c_1-b_1)]=a_8$,

$r+[(c_1-a_1)-c_6]=b_6$,

$$2[c_8-(c_1-b_1)]+(c_1-b_1)=a_{10}$$

$$=[c_8-(c_1-b_1)]+c_8,$$

$$(c_1-a_1)-2[(c_1-a_1)-c_6]=b_{11}$$

$$=c_6-[(c_1-a_1)-c_6]。$$

令 $x=a_8$。

$$x+[c_8-(c_1-b_1)]+[(c_1-a_1)-c_6]=x+(b_6-a_8)$$

$$=b_6=b_7。$$

$$\boxed{a_8+b_7=c_{12},}$$

$$x+x+[c_8-(c_1-b_1)]+[(c_1-a_1)-c_6]=c_{12},$$

$$2x+[c_8-(c_1-b_1)]+[(c_1-a_1)-c_6]$$

$$-[(c_1-a_1)-c_6]+[c_8-(c_1-b_1)]=D,$$

$$2x+2[c_8-(c_1-b_1)]=D,$$

$$\{x+[c_8-(c_1-b_1)]\}^2=r^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

因	$a_8\cdot b_6=r^2,$

以 $\{x+[c_8-(c_1-b_1)]+[(c_1-a_1)-c_6]\}x=r^2 \quad \cdots\cdots\cdots \text{(B)}$

与左相消,得

$$-(\beta-\alpha)x+\alpha^2=0,$$

$$x=a_8。$$

合问。

又本法 令 $x=r$。

$$x-[c_8-(c_1-b_1)]=a_8,$$

$$x+[(c_1-a_1)-c_6]=b_6。$$

$$\{x-[c_8-(c_1-b_1)]\}\{x+[(c_1-a_1)-c_6]\}=r^2 \quad \cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

$$x^2=r^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

与左相消，得

$$(\beta-\alpha)x-\alpha\beta=0,$$

$x=r$。 合问。

15. 有 $a_1+c_1=\alpha$，$(c_1-a_1)+(c_1-b_1)=\beta$，求 D。

本法 令 $x=c_1-b_1$。

$$\frac{1}{2}\{(a_1+c_1)-[x+(c_1-a_1)+(c_1-b_1)]\}=a_1+b_1+c_1,$$

$$=D,$$

$$\left[\frac{1}{2}(\alpha-x-\beta)\right]^2=D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

$$(c_1-a_1)+(c_1-b_1)-x=(c_1-a_1),$$

$$2x[(c-a_1)+(c_1-b_1)-x]=D^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

与左相消，得

$$-2.25x^2+\left(\frac{\alpha-\beta}{2}+2\beta\right)x-\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)^2=0,$$

$x=c_1-b_1$。 合问。

16. 有 $a_{12}+b_{12}+c_{12}=\alpha$，$a_{13}+b_{13}-c_{13}=\beta$，求 D。

本法 识别得： $a_{12}+b_{12}+c_{12}=c_1$。

令 $x=D$

$$=a_{13}+b_{13}+c_{13}。$$

$$\boxed{\frac{(a_{13}+b_{13}+c_{13})-3(a_{13}+b_{13}-c_{13})}{2}=(c_{13}-a_{13})+(c_{13}-b_{13}),}$$

$$\frac{x-3\beta}{2}=(c_{13}-a_{13})+(c_{13}-b_{13}),$$

$$(0.5x-1.5\beta)+2\beta=a_{13}+b_{13},$$

$$x-(0.5x+0.5\beta)=c_{13},$$

$$\boxed{\begin{aligned}&(a_{12}+b_{12}+c_{12})+(a_{13}+b_{13}+c_{13})\\&=c_1+D\\&=a_1+b_1,\end{aligned}}$$

$x+\alpha=a_1+b_1$,

$(x+\alpha)(0.5x+0.5\beta)=(a_1+b_1)c_{13}$ ……………… (A)

寄左。

$(0.5x+0.5\beta)\alpha=(a_{13}+b_{13})c_1$ …………………… (B)

与左相消,得

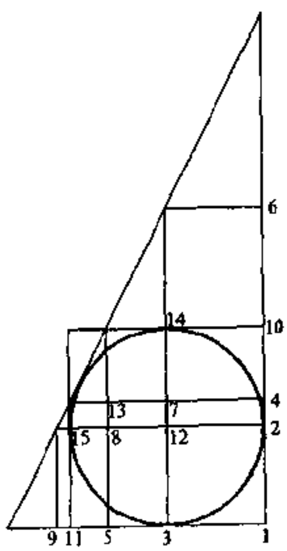
$0.5x^2-0.5\beta x-\alpha\beta=0$,

$x=D$。 合问。

17,18. 已见本篇第七节,"洞渊的测圆术"内,现不复录。

《测圆海镜细草》卷第十二

之分一十四问



1. 有 $c_1+b_1, a_1=\frac{8}{15}b_1$，求 D。

本法　令　$x=c_1-b_1$。

$$(c_1+b_1)x=a_1^2,$$

$$15^2(c_1+b_1)x=225a_1^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。

$$(c_1+b_1)-x=2b_1,$$

$$4(c_1+b_1)-4x=8b_1$$

$$=15a_1,$$

$$[4(c_1+b_1)-4x]^2=225a_1^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (B)$$

与左相消，得

$$16x^2-257(c_1+b_1)x+16(c_1+b_1)^2=0,$$

$$x=c_1-b_1,$$

$$\frac{x+(c_1+b_1)}{2}=c_1,$$

$$\frac{x-(c_1+b_1)}{2}=b_1,$$

$$\sqrt{c_1^2-b_1^2}=a_1,$$

$$\frac{2a_1b_1}{a_1+b_1+c_1}=D。$$

合问。

2. 有 $c_1+a_1, a_1=\frac{8}{15}b_1$，求 D。

本法　令　$x=c_1-a_1$。

$$(c_1+a_1)x=b_1^2,$$

$$16^2(c_1+a_1)x=256b_1^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。

$$(c_1+a_1)-x=2a_1,$$

$$15(c_1+a_1)-15x=2\times15a_1=16b_1,$$

$$[15(c_1+a_1)-15x]^2=256b_1^2 \quad \cdots\cdots \quad (B)$$

与左相消，得

$$225x^2-706(c_1+a_1)x+225(c_1+a_1)^2=0,$$

$$x=c_1-a_1,$$

$$\frac{(c_1+a_1)-x}{2}=a_1,$$

$$\frac{(c_1+a_1)+x}{2}=c_1,$$

$$\sqrt{c_1^2-a_1^2}=b_1,$$

$$\frac{2a_1b_1}{a_1+b_1+c_1}=D。$$ 合问。

3. 有 b_1-a_1，$\left(1-\frac{5}{9}\right)(3D)$[①] $=a_1$，求 D。

本法 令 周， $3D=9x$，

径， $D=3x$，

勾， $a_1=4x$，

$x=a_1-D=$小差。

$x+(b_1-a_1)=b_1-D=$大差。

$$2[x+(b_1-a_1)]x=D^2 \quad \cdots\cdots \quad (A)$$

寄左。

$$(3x)^2=D^2 \quad \cdots\cdots \quad (B)$$

与左相消，得

$$-7x+2(b_1-a_1)=0,$$

$$x=\frac{D}{3},$$

$$3x=D。$$ 合问。

① 假定 $\pi=3$ 入算，故械周为 3D。

4. 有 $b_2-a_3=b_1-a_1$，$\frac{5}{6}D=a_3$，求 D。

本法 令 $D=6x$，

$r=3x$，

$a_3=5x$，

$5x-3x=2x=c_1-b_1=$ 小差，

$2x+(b_2-a_3)=c_1-a_1=$ 大差。

$$2[2x+(b_2-a_3)](2x)=D^2 \cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

$$(6x)^2=D^2 \cdots\cdots \text{(B)}$$

与左相消，得

$$-\left[6^2-2\left(5-\frac{6}{2}\right)\left(5-\frac{6}{2}\right)\right]x+2\left(5-\frac{6}{2}\right)(b_2-a_3)=0,$$

$x=\frac{D}{6}$，

$6x=D$。 合问。

5. 有 a_1+b_1，$\frac{16}{40}b_1=D$，或 $\frac{n}{m}b_1=D$，求 D。

本法 令 $16x=D$，

$40x=b_1$，

$(a_1+b_1)-40x=a_1$，

$(a_1+b_1)-40x-16x=a_1-D=$ 小差，

$40x-16x=b_1-D=$ 大差。

$$2(40x-16x)[(a_1+b_1)-40x-16x]=D^2 \cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

$$(16x)^2=D^2 \cdots\cdots \text{(B)}$$

与左相消，得

$$-[2(40-16)(40+16)+16^2]x+2(40-16)(a_1+b_1)$$

$=0,$

或 $-[2(m-n)(m+n)+n^2]x+2(m-n)(a_1+b_1)=0,$

$16x=D$,或 $nx=D$。 合问。

6. 有 $a_{12}=\frac{8}{15}b_{12}$,或 $a_{12}=\frac{n}{m}b_{12}$,$c_{12}-b_{12}$,$c_{12}-a_{12}$,求 D。

本法 令 $8x=a_{12}$,

$15x=b_{12}$。

则 $2\times 8x\times 15x=2a_{12}b_{12}$ ……………………………… (A)

寄左。又

$$2(c_{12}-b_{12})(c_{12}-a_{12})=(a_{12}+b_{12}-c_{12})^2,$$

$$(c_{12}-b_{12})+(c_{12}-a_{12})+\sqrt{2(c_{12}-b_{12})(c_{12}-a_{12})}=c_{12},$$

$$\left[(c_{12}-b_{12})+(c_{12}-a_{12})+\sqrt{2(c_{12}-b_{12})(c_{12}-a_{12})}\right]^2 -[(c_{12}-a_{12})-(c_{12}-b_{12})]^2 =2a_{12}b_{12} \quad\text{……………… (B)}$$

与左相消,得

$$-2\times 8x\times 15x+\left[(c_{12}-b_{12})+(c_{12}-a_{12})+\sqrt{2(c_{12}-b_{12})(c_{12}-a_{12})}\right]^2-[(c_{12}-a_{12})-(c_{12}-b_{12})]^2=0,$$

或 $$-2mnx+\left[(c_{12}-b_{12})+(c_{12}-a_{12})+\sqrt{2(c_{12}-b_{12})(c_{12}-a_{12})}\right]^2-[(c_{12}-a_{12})-(c_{12}-b_{12})]^2=0,$$

$$x=\frac{a_{12}}{8}=\frac{b_{12}}{15},$$

$\frac{2a_{12}b_{12}}{c_{12}}=D$。 合问。

7. 有 $c_{12}=\frac{c_1}{2}$，$D=\frac{b_2}{2}$，$a_3=\frac{5}{6}D$，求 D。

本法　令　$6x=D$，

$5x=a_3$，

$12x=b_2$，

$3x+12x=r+b_2=b_1$，

$(15x)^2=b_1^2$，

$3x+5x=r+a_3=a_1$，

$(8x)^2=a_1^2$，

$$(8x)^2+(15x)^2=c_1^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (A)$$

寄左。

$$(2c_{12})^2=c_1^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (B)$$

与左相消，得

$$-(8^2+15^2)x^2+2c_{12}^2=0,$$

$$x=\frac{D}{6},$$

$$6x=D。$$

合问。

8. 有 $a_3+b_2+c_1=2c_1$，$b_2=\frac{12}{17}c_1$，$a_3=\frac{5}{17}c_1$，求 D。

本法　识别得：$b_2-a_3=\frac{7}{17}c_1$

$=b_1-a_1$。

余各依法求之。

此题无草。

9. 有 $a_3+\frac{5}{6}b_2=600$，$b_2+\frac{3}{5}a_3=600$，求 D。

本法　因　$a_3+\frac{5}{6}b_2=600$，

$$b_2+\frac{3}{5}a_3=600。$$

故 $5b_2+6a_3=3600$ 原右行。

以方程入之， $-)\ 5b_2+3a_3=3000$ 原左行。

左行直减右行 $0+3a_3=600$ 今右行。

得 $a_3=200$。

又 $5b_2+3a_3=3000$， 原左行。

$-)\ 0+3a_3=600$， 今右行。

减之 $5b_2+0=2400$，

又得 $b_2=480$。

既得 $a_3=200, b_2=480$。

令 $x=D$。

$0.5x+b_2=b_1$，

$0.5x+a_3=a_1$，

$$\begin{array}{rllll} & 0.25x^2 & +b_2x & +b_2^2 & =b_1^2, \\ +) & 0.25x^2 & +a_3x & +a_3^2 & =a_1^2, \\ \hline \end{array}$$

加之 $0.5x^2+(a_3+b_2)x+a_3^2+b_2^2=a_1^2+b_1^2$

$=c_1^2$ ……………………………………………… (A)

寄左。

$(a_3+b_2)^2=c_1^2$ ……………………………………… (B)

与左相消，得

$-0.5x^2-(a_3+b_2)x+(a_3+b_2)^2-(a_3^2+b_2^2)=0$，

$x=D$。 合问。

10. 有 $a_{11}+\frac{1}{3}b_{10}=200, b_{10}-\frac{3}{4}a_{11}=300$，求 D。

本法 因 $a_{11}+\frac{1}{3}b_{10}=200$，

$$b_{10}-\frac{3}{4}a_{11}=300。$$

故	$b_{10}+3a_{11}=\ \ 600,$	原右行。
以方程入之	$+)\ \ 4b_{10}-3a_{11}=1200,$	原左行。
左行直加右行	$5b_{10}+\ \ 0=1800,$	今右行。
得	$b_{10}\qquad =360,$	
又	$b_{10}+3a_{11}=\ \ 600,$	原右行。
	$-)\ \ b_{10}\qquad =\ \ 360,$	今右行。
	$3a_{11}=240,$	

又得　$a_{11}=80,$

$D=\sqrt{2a_{11}\cdot b_{10}}$。　　合问。

11. 有 $b_1-D=\frac{3}{5}b_1$，或 $b_1-D=\frac{n}{m}b_1$，$a_1-D=\frac{1}{4}a_1$，或 $a_1-D=\frac{q}{p}a_1$，$(b_1-D)-(a_1-D)$，求 D。

本法　令　$x=a_1-D$。

$4x=a_1,$

$4x+(b_1-D)-(a_1-D)=b_1,$

$3[4x+(b_1-D)-(a_1-D)]=3b_1$

$=5(b_1-D)$。

$3[4x+(b_1-D)-(a_1-D)]-5x$

$=5[(b_1-D)-(a_1-D)]$ ………………………… (A)

寄左。

$5[(b_1-D)-(a_1-D)]$

$=5[(b_1-D)-(a_1-D)]$ ………………………… (B)

与左相消，得

$(3\times4-5)x-2[(b_1-D)-(a_1-D)]=0,$

或　$$(np-m)x-2[(b_1-D)-(a_1-D)]=0,$$

$x=a_1-D$。　　合问。

12. 有 $b_1-D=\frac{3}{5}b_1$，或 $b_1-D=\frac{n}{m}b_1$，$a_1-D=\frac{1}{4}a_1$，或 $a_1-D=\frac{q}{p}a_1$，$\frac{b_1}{5}-\frac{a_1}{4}$，或$\frac{b_1}{m}-\frac{a_1}{p}$，求 D。

本法　令　$x=\frac{a_1}{4}$

$=a_1-D$，

$$x+\left(\frac{b_1}{5}-\frac{a_1}{4}\right)=\frac{b_1}{5},$$

因	$b_1-D=\frac{3}{5}b_1$,

$$(5-3)\left[x+\left(\frac{b_1}{5}-\frac{a_1}{4}\right)\right]=D \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(A)}$$

寄左。

又因	$a_1-D=\frac{a_1}{4}$,

$$(4-1)x=D \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \text{(B)}$$

与左相消，得

$$-[(4-1)-(5-3)]x+(5-3)\left(\frac{b_1}{5}-\frac{a_1}{4}\right)=0,$$

或　$$-[(p-q)-(m-n)]x+(m-n)\left(\frac{b_1}{m}-\frac{a_1}{p}\right)=0,$$

$x=a_1-D$。　　合问。

13. 有 $b_{14}=\left(1-\frac{15}{24}\right)b_{10}=\frac{9}{14}b_{10}$或 $b_{14}=\frac{n}{m}b_{10}$，$a_{15}=\left(1-\frac{4}{5}\right)a_{11}=\frac{1}{5}a_{11}$，或 $a_{15}=\frac{q}{p}a_{11}$，$b_{14}-a_{15}$，$b_{10}-a_{11}$，求 D。

本法 $x=\frac{1}{5}a_{11}$

$=a_{15}$,

$5x+(b_{10}-a_{11})=b_{10}$,

因	$2a_{11}b_{10}=D^2$,
	$5x\times 2[5x+(b_{10}-a_{11})]=D^2$,

或 $5\times 2[5x+(b_{10}-a_{11})]=\frac{D^2}{x}$,

令 $9\times 5\times 2\{5x+(b_{10}-a_{11})\}=9D^2$ …………………… (A)

$\boxed{\text{其中省去一个}\frac{1}{x}}$

寄左。又

$x+(b_{14}-a_{15})=b_{14}$,

$24[x+(b_{14}-a_{15})]=24b_{14}=9b_{10}$,

因	$2a_{11}\cdot b_{10}=D^2$,

$2\times 5\times 24[x+(b_{14}-a_{15})]=9D^2$ …………………… (B)

$\boxed{\text{其中亦省去一个}\frac{1}{x}}$

与左相消,得

$-(9\times 5-24\times 1)x+[24(b_{14}-a_{15})-(b_{10}-a_{11})]=0$,

或 $-[(np-mq)x+m(b_{14}-a_{15})-n(b_{10}-a_{11})]=0$,

$x=\frac{1}{5}a_{11}=a_{15}$,

余各依法求之。 合问。

14. 有 $a_1+b_1+c_1$, $\frac{b_1}{a_{14}}=8\frac{1}{3}$,或$\frac{b_1}{a_{14}}=\frac{n}{m}$, $\frac{a_1}{b_{15}}=10\frac{2}{3}$,或$\frac{a_1}{b_{15}}=$

$\frac{q}{m}, a_{14}-a_{13}, b_{13}-b_{15}$，求 D。

本法 识别得：$\frac{(a_{14}-a_{13})+(b_{13}-b_{15})}{2}=a_{14}-b_{15}$

$$=b_{13}-a_{13},$$

$$(b_{13}-b_{15})-(a_{14}-a_{13})=a_{13}+b_{13}-c_{13},$$

$$(a_{14}-a_{13})+2a_{13}=r,$$

$$(b_{13}-b_{15})+2b_{15}=r,$$

令 $x=b_{15}$，

$$x+\frac{(a_{14}-a_{13})+(b_{13}-b_{15})}{2}=a_{14},$$

$$\frac{n}{m}\left[x+\frac{(a_{14}-a_{13})+(b_{13}-b_{15})}{2}\right]=b_1,$$

$$\frac{q}{m}x=a_1,$$

$$n\left[x+\frac{(a_{14}-a_{13})+(b_{13}-b_{15})}{2}\right]+qx=a_1+b_1, \quad \cdots\cdots \text{(A)}$$

$$\boxed{\text{内 寄 分 母}\frac{1}{m}}$$

寄左。

$$4x+2(b_{13}-b_{15})=a_{13}+b_{13}+c_{13}=D,$$

$$[4x+2(b_{13}-b_{15})]+[a_1+b_1+c_1]=2(a_1+b_1),$$

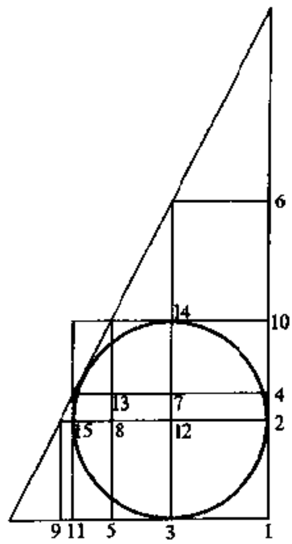
$$\frac{1}{2}\{[4x+2(b_{13}-b_{15})]+(a_1+b_1+c_1)\}=a_1+b_1,$$

$$\frac{m}{2}\{[4x+2(b_{13}-b_{15})]+(a_1+b_1+c_1)\}=a_1+b_1\cdots\cdots\text{(B)}$$

$$\boxed{\text{内亦寄分母}\frac{1}{m}}$$

与左相消，得

$$(m+q-2m)x+\frac{m}{2}[2(b_{13}-b_{15})+(a_1+b_1+c_1)]$$
$$-n\cdot\frac{(a_{14}-a_{13})+(b_{13}-b_{15})^{①}}{2}=0,$$



$x=b_{15}$,

$4x+2(b_{13}-b_{15})=D$。 合问。

九、李 治 传

李治亦作李冶,字仁卿,号敬斋,李遹次子,母王氏。金真定栾城县人。自幼善算。四十以后究心名理。登金正大七年(1230 年)词赋进士第。调高陵主簿,未上。从大臣辟,权知河南钧州事。于此时著《泛说》四十卷。壬辰(1232 年)正月钧州城溃,微服北渡。在金时与元好问(1190～1257)辈相友善。好问于金大兴二年(1233 年)寄耶律楚材书,曾举及“真定李治”(见《遗山先生文集》卷三十

① 按原法有脱文,馆校本和李锐校本,都未代它补正。

九，《四部丛刊》本）。天兴三年（1234 年）金亡。李治壬辰北渡后，流落沂崞间。先隐于崞山之桐川。元好问亦在桐川，有"桐川与仁卿饮"一诗，时在淳祐四年（1244 年），（见《元遗山诗集》，和清施国祁《元遗山诗集笺注》卷九）。于桐川聚书环堵，得洞渊九容之说，日夕玩绎，在戊申（1248 年）成《测圆海镜》十二卷。后由崞到太原，居太原藩府，到平定，居聂珪帅府。辛亥（1251 年）家真定元氏县之封龙山，封龙在恒山之阳。李治又与元裕、张德辉相友善。元世祖居潜邸。因德辉荐，丁巳（1257 年）五月元世祖命召金遗老窦默、李俊民、李治、魏璜于四方（见《元史》卷一四八），召至问以时事。有"王庭问对"，己未（1259 年）李治因近世有某者，以方圆移补成编，号《益古集》。乃再为移补条段，细缙图式，成《益古演段》三卷。中统元年（1270 年）元世祖即位，始立翰林院，二年（1261 年）八月授以翰林学士（见《元史》卷八十一，元袁桷《清容居士集》卷十八，和元王恽，1228～1304，《秋涧先生大全文集》卷八十二）。期月告老，归隐于封龙山。中统三年（1262 年）李治序金元好问遗著《遗山先生文集》四十卷，即自题封龙山人李治。商挺至元元年（1264 年）入拜参知政事，荐李治等同修辽金二史。李在封龙山，聚徒讲诵。至元十六年（1279 年）死，年八十八（1192～1279）。子克修。治病革，语克修曰："《测圆海镜》一书，虽九九小数，吾常精思致力焉，后世必有知之者。"其自信如此。著作之不关算数者，有《古今黈》四十卷，《文集》四十卷，《壁书丛削》十二卷，《泛说》四十卷。

参 考 文 献

[1] 《金史》，北京图书馆藏元至正刊本，百衲本《二十四史》本。

[2] 《大金国志》卷二十八，钞本。

[3] 《元史》卷八十一，卷一百四十八，董俊传，卷一百六十，李治传，卷一百五十九，商

挺传，卷一百六十三，北京图书馆藏明洪武刊本，百衲本《二十四史》本。

[4] 柯劭忞，《新元史》卷一百七十一。

[5] 金元好问，《翰苑英华中州集》卷五，《四部丛刊》本。

[6] 金元好问，《遗山先生文集》四十卷，内卷一，卷九，卷十三，卷十七(寄菴先生纂碑记)，卷三十九，《四部丛刊》本。

[7] 《元遗山诗集》，中统本。

清施国祁，《元遗山诗集》，《笺注》卷一，卷四，卷九(桐川与仁卿饮)卷十，卷十三，康熙庚寅(1710年)本。

[8] 《元遗山先生全集》，重刊本。

[9] 元苏天爵，《国朝名臣事略》卷五，卷十，卷十二，十三，十四。前南京江苏省立国学图书馆藏沈(子培)氏海日楼藏元元统乙亥，金氏勤有书堂刊本，和上海涵芬楼藏黄丕烈校旧钞本。

[10] 元苏天爵，《国朝文类》七十卷内卷三，卷四，卷八，卷十六，卷三十二，卷三十七，《四部丛刊》本。

[11] 元袁桷，《清容居士集》卷十八，《四部丛刊》本。

[12] 元王若虚，《滹南遗老集》，《四部丛刊》本。

[13] 元张之翰，《西岩》集卷八，《四库全书珍本初集》本。

[14] 元安熙，《安默庵文集》。

[15] 元王恽，《秋涧先生大全文集》卷三，卷六十九(史天泽传)，卷八十二(中堂记事记)，国学图书馆藏明宏治戊午翻元刊本，《四部从刊》本。

[16] 李治，《敬斋古今黈》八卷本，武英殿聚珍版本，文澜阁《四库全书》本。

[17] 李治，《敬斋古今黈》十二卷本，缪刻《藕香零拾》本。

附录：

事迹。

王庭问对。

门生集贤焦公(养直)撰：文集序。

王文忠公撰：书院记。

太常徐公撰：四贤堂记。

敬斋：泛说。

[18] 明杨士奇，《文渊阁书目》卷十四。

[19] 明王圻,《续文献通考》引《栾城县志》卷四。

[20] 明吴元善,《圣门志》卷一上。

[21] 《栾城县志》,卷二,卷四,清康熙二十二年(1683 年)本。

[22] 清卢文昭,《辽金元艺文志》。

[23] 清施国祁,《礼耕堂丛说》,缪刊本。

[24] 清沈涛,《常山贞石志》二十四卷内(故知中山府事王善神道碑)。光绪二十年(1894 年)本。《京畿金石考》引同。

[25] 《畿辅通志》卷一四五,一四六,清雍正十一年(1733 年)本。

[26] 清曾国荃,《山西通志》卷九十六,光绪十八年(1892 年)本。

[27] 《元氏县志》卷十一,光绪十年(1884 年)本。

[28] 金李治(1192～1279),1248 年,《测圆海镜》十二卷。

[29] 金李治(1192～1279),1259 年,《益古演段》三卷。

唐宋元明数学教育制度*

目　次

一、古代数学教育制度

本篇所述吾国数学教育制度，限于唐宋元明四代。但为明了吾国教育传统思想起见，于古代教育制度，亦略为说述，其详细考证，再详另篇。

---

* 本文原载《科学》第17卷(1933年)第10期第1545～1565页，1947年收入《中算史论丛》(四上)第253～285页，1955年收入《中算史论丛》第四集第238～280页。

考吾国古代小学有六岁及八岁学书计之说，详具载籍。

(1)《内则》称："六年教之数与方名；十年出就外傅，居宿于外，学书计。"

(2)《白虎通》称："八岁毁齿，始有识知，入学学书计。"

(3)《周礼》保氏，教民六艺：六曰九数。

(4)《前汉书・食货志》称："八岁入小学，学六甲、五方、书计之事。"

(5)魏王粲(177～217)《儒吏论》称："古者八岁入小学，学六甲、五方、书计之事。"见隋虞世南《北堂书钞》卷八十三引，和宋《太平御览》卷第六百三十，学部七引，都是据《前汉书・食货志》的记录。

(6)唐徐坚(659～729)《初学记》称："古者子生六岁，而教数与方名，十岁入小学，学六甲、书计之事。"似本《内则》之说。

(7)宋王应麟《困学纪闻》卷五《仪礼》条释《内则》之说称："六年教之数与方名。数者，一至十也。方名，《汉书・食货志》所谓五方也。九年教数日，《汉志》所谓六甲也。十年学书计，六书九数也。计者数之详，十百千万亿也。《汉志》六甲、五方、书计，皆以八岁学之，与此不同。"

《内则》、《汉志》六岁八岁之说，虽有异同，而古代教育家，曾着意于数学教育，则无疑义。后来吾国数学代有传人，未始非得力于古代的数学教育。

二、隋代数学教育制度

古代数学教育仅限于小学，至隋乃隶于国学。其可考的不过数条：

(1)唐元宗御撰《唐六典》卷二十一注称:"魏晋已来,多在史官不列于国学。隋置算学博士一人,从九品下。"

(2)《隋书·百官志》称:"算学博士二人,算助教二人,学生八十人,并隶于国子寺。"宋章如愚撰《群书考索》卷三十,算学条:"(隋)国子寺统算学。"[①]

(3)《旧唐书》卷四十四职官三称:"隋始置算学博士二人于国庠。"

隋代甚短,所以算学制度,尚未详备。唐宋时期始告成立。

三、唐代数学教育制度

唐代数学教育制度,叠见于记载:

(1)《大唐新语》称:"隋炀帝置明经、进士二科,国家因隋制增置秀才、明法、明字、明算,并前为六科。"[②]

(2)唐杜佑《通典》称:"唐贡士之制,有秀才,有明经,有进士,有明法,有明书,有明算。每岁仲冬郡县馆监课试。"[③]

(3)《新唐书》卷四十四《选举志》上称:"其科之目,有秀才,有明经,有俊士,有进士,有明法,有明字,有明算。……有道举,有童子。"《唐六典》卷四:明字、明算作书、算。

(4)《通考》称:"唐制取士之科:其科之目有秀才,有明经,有进士,有俊士,有明法,有明字,有明算,有一史,有三史,有开元礼,有道举,有童子。"

---

① 见明正德年(1506~1521)刊本《群书考索》(后集)。

② 《日知录》卷十一"明经"条注引。

③ 宋祝穆《事文类聚》前集(1246年)卷二十六引。

(5)《旧唐书》卷四，《新唐书》卷四十八称："唐初废算学。显庆元年丙辰(公元656年)复置。"

其学校组织，有博士，有助教，有学生。

(1)《唐六典》卷二十一，称："算学博士二人，从九品下。"其自注称："隋置算学博士一人，从九品下，皇朝增置二人。"《唐六典》卷二十一又称："算学博士二人，学生三十人，典学二人。"

(2)《旧唐书·职官志》称："算学博士二人，从九品下。学生三十人。"敦煌本《唐天宝(742～755)官品令》[①] 亦引及"算学博士"[②]。

(3)《新唐书·百官志》称："算学博士二人，从九品下，助教一人。"

(4)《新唐书·选举志》称："算学生三十人。"

就中束修之礼，各馆都具有：

(1)《唐六典》卷二十一称："其束修之礼，督课试举，如三馆博士之法。"[③]

(2)《新唐书·百官志》称："凡六学束修之礼，督课试举，皆如国子学。"

(3)宋王溥建隆三年(公元962年)《唐会要》卷三十五"学校"条称："神龙二年(公元706年)九月[④]，勅学生在学，各以长幼为序，初入学皆行束修之礼于师。……俊士及律、书、算学，州县各绢

① 见金毓黻《敦煌写本〈唐天宝官品令〉考释》，《说文月刊》三卷十期第107～111页(1943年)。

② 《金石萃编》卷八十七唐四十七天宝四载(公元745年)石台孝经有"算学博士张元贞"之名。

③ 《唐六典》卷二十一称："国子博士掌教文武官三品以上，……其生初入，置束帛一，篚酒一壶，修一案，号为束修之礼。"

④ 《啸园丛书》本唐王定保《唐摭言》卷一"两监"条作："龙朔二年(公元662年)九月。"

一疋。"

学制共有七年,分科教授:

(1)《唐六典》卷二十一称:"算学博士,掌教文武官八品以下,及庶人子之为生者。二分其经以为之业。习《九章》、《海岛》、《孙子》、《五曹》、《张丘建》、《夏侯阳》、《周髀》十有五人。习《缀术》、《缉古》十有五人。其《记遗》、《三等数》亦兼习之。《孙子》、《五曹》共限一年业成。《九章》、《海岛》共三年。《张丘建》、《夏侯阳》各一年。《周髀》、《五经算》共一年。《缀术》四年。《缉古》一年(应作三年)。"[①] 其束修之礼督课试举如三馆博士之法。

(2)《旧唐书·职官志》称:"博士掌教文武八品以下,及庶人子为生者。二分其经以为之业。习《九章》、《海岛》、《孙子》、《五曹》、《张丘建》、《夏侯阳》、《周髀》十五人。习《缀术》、《缉古》十五人。其《记遗》、《三等(数)》亦兼习之。"

(3)《新唐书·百官志》称:"算学:博士二人,从九品下,助教一人,掌教八品以下,及庶人子为生者。二分其经以为业。《九章》、《海岛》、《孙子》、《五曹》、《张丘建》、《夏侯阳》、《周髀》、《五经算》;《缀术》、《缉古》为颛业。兼习《记遗》、《三等数》。"

(4)《新唐书·选举志》又称:"凡算学:《孙子》、《五曹》共限一岁。《九章》、《海岛》共三岁。《张丘建》、《夏侯阳》各一岁。《周髀》、《五经算》共一岁。《缀术》四岁。《缉古》三岁。《记遗》、《三等数》皆兼习之。"

(5)元胡三省注《资治通鉴》卷二百五十三"乾符四年"(公元

---

① 广雅书局本《唐六典》作一年,近卫公府藏版昭和十年京都帝国大学文学部印本亦作"一年"。

宋孙逢吉,《职官分纪》卷二十一"算学博士"条引《唐六典》则作三年。

877年)条"上好骑射,剑槊,法算"称:"唐国子监有算学博士,掌教《九章》、《海岛》、《孙子》、《五曹》、《张丘(建)》、《(夏侯)阳》、《周髀》、《五经算》;《缀术》、《缉古》为专业。皆法算也。"

考试亦主分科举行:

(1)《唐六典》卷二称:"其明算,则《九章》三帖,《海岛》、《孙子》、《五曹》、《张丘建》、《夏侯阳》、《周髀》、《五经》等七部各一帖。其《缀术》六帖,《缉古》四帖[①]。录大义本条为问答者,明数造术,辩明术理,然后为通。《记遗》、《三等数》读令精熟。试十得九为第。其试《缀术》、《缉古》者,《缀术》七条,《缉古》三条。诸及第人并录奏,仍关各送吏部。书、算于从九品下叙排。

(2)《新唐书·选举志》称:"凡算学,录大义本条为问答。明数造术,详明术理,然后为通。试《九章》三条,《海岛》、《孙子》、《五曹》、《张丘建》、《夏侯阳》、《周髀》、《五经算》各一条,十通六;《记遗》、《三等数》帖读,十得九为第。试《缀术》、《缉古》,录大义为问答者,明数造术,详明术理,无注者合数造术,不失义理,然后为通。《缀术》七条,《缉古》三条,十通六;《记遗》、《三等数》帖读,十得九为第。落经者虽通六不第。"

(3)《唐会要》卷三十五"学校"条称:"其试者通计一年所受之业口问大义,得八以上为上,得六以上为中,得五以上为下。"

其兴废之制,叠见于《旧唐书》、《新唐书》、《唐会要》。而以《唐会要》所记为尤详,但亦互有异同之处[②]。

(1)《旧唐书·高宗纪》及《礼仪志》并称:"显庆二年(公元657年)废书算律学。"但《旧唐书》卷四十五《舆服志》提到"书算学生"。

---

① 按《唐六典》卷四本文亦作《缀术》六帖,《缉古》四帖。唐杜佑《通典》引作天宝元年,则《缀术》七帖,《缉古》三帖,是天宝以后制度了。

② 其《旧唐书》、《新唐书》、《唐会要》互有异同之处,作·点为志。

又《新唐书》卷二十四《车服志》提到“书算律学生”。

(2)《新唐书·百官志》称:“显庆三年(公元658年)又废。龙朔二年(公元662年)二月复置律及书、算学。三年(公元663年)以书隶兰台,算隶秘阁局,律隶详刑寺。”(《新唐书·选举志上》)

(3)《唐会要》卷六十五“广文馆”条称:“显庆三年(公元658年)九月四日诏以书、算学业明经,事唯小道,各擅专门有乖故实,并令省废。至龙朔二年(公元662年)五月十七日,复置律学,书、算学官一员,(龙朔)三年二月十日书学隶兰台,算学隶秘书局,律学隶详刑寺。”宋章如愚撰《群书考索》(后集)卷三十“算学”条称:“龙朔二年(公元662年)东西都置《九章》、《五曹》、《周髀》……为颛业。”

唐初贞观(627～649)国学之盛,近古未有。天宝(742～755)以后,学校益废,生徒流散,贞元前后(约公元800年)六馆已亡其三。而讲学之会,尚且连襟成帷。元和二年(公元807年)始定员额,西京书算馆不过十人,东都算馆二人,虽在末年国子、太学、广文、四门,和书、算、律等七馆学生尚有二百人。

(1)《贞观政要》卷第七[①]“崇儒学”第二十七称:“贞观二年(公元628年)……是岁大收天下儒士,赐帛给传。去声,驿传也。令诣京师。令平声,后同。擢以不次,布在廊庙者甚众,学生通一大经已上,咸得署吏。署吏职入仕也。国学增筑学舍四百余间。国子、太学、四门、广文,亦增置生员。其书算各置博士学生,以备众艺。唐制(公元750年后)。国子、太学、广文、四门、律、书、算凡七学,皆置博士。国子掌教三品以上及国公子孙,从二品以上曾孙为生者。太学掌教五品以上,及郡县公子孙。从三品曾孙为生者。广文馆掌领国子学生业进士者。四门馆掌教七品以上侯伯子男为生,及庶人子为俊士生者。律学,书学,算学,掌教八品以下,及庶人子为俊士生者。又有五经博士掌以其经教

① 据《四部丛刊续编》本,《贞观政要》。按《贞观政要》十卷,唐吴竞类辑,元戈直集论,清席世臣校订。

国子。太宗又数幸国学，数音朔。令祭酒司业，博士，讲论毕，各赐以束帛。四方儒生负书而至者，盖以千数。俄而吐蕃及高昌、高丽、新罗等诸夷酋长，音掌。亦遣子弟请入于学。于是国学之内，鼓箧升讲筵者箧方竹器，所以盛书籍者。几至万人。几平声。儒学之兴，古昔未有也。按儒林传，贞观十四年(公元640年)召天下惇师老德以为学官，数临幸，观释菜，广学舍千二百区，益生员至三千二百，自屯营飞骑，皆给博士受经。能通经者，听入贡限，四方秀艾，坌集京师。于是新罗、高昌、百济、吐蕃、高丽等群酋长，并遣子弟入学，鼓笥踵堂者，凡八千余人。虽三代之盛，所未闻也。”

(2)《唐会要》卷三十五“学校”条称：“贞观以后，太宗数幸国学，太学遂增学舍一千二百间，国学、太学、四门亦增生员。其书、算等各置博士，凡三千二百六十员，……于是国学之内，八千余人。国学之盛，近古未有。”①

(3)姚铉《唐文粹》卷二十六，贞元中(约公元800年)人李观“请修太学书”称：“在昔学有六馆，居类(其)业，生有三千，盛侔于古。近季祸难，……具六馆之目。其曰：国子、太学、四门、书、律、算等，今存者三，亡者三。”②

(4)《唐文粹》卷七十七，贞元十四年(公元798年)欧阳詹“太学张博士讲礼记”称：“国子师长，序公侯子孙自其馆。太学师长，序卿大夫子孙自其馆。四门师长，序八方俊造自其馆。广文师长，序天下秀彦自其馆。其余法家、墨家、书家、算家，术业以明，亦自其馆。没阶云来，即席鳞差。攒弁如星，连襟成帷。……贞元十四年(公元798年)五月二十七日记。”③

① 按郑樵《通志》卷五十九“选举二”称：“贞观五年(公元631年)凡三千三百六十员”。

② 见《四部丛刊》影元翻宋小字本《唐文粹》第五册，卷二十六，第6页。

③ 见《四部丛刊》影元翻宋小字本《唐文粹》第十三册，卷七十七，第1页。

(5)《唐会要》卷六十五“东都国子监”条称:“(元和)二年(公元807年)十二月,国子监奏两京诸馆学生总六百五十员,请每馆定额如后:……算馆十人。”

(6)《唐摭言》卷一“两监”条称:“元和二年(公元807年)十二月两京学生五百五十员,……律馆、算馆各十员。”

《唐会要》、《唐摭言》并称:“其年十二月敕东都国子监量置学生一百员:国子馆十五员,太学馆十五员,四门馆五十员,广文馆八员,律馆五员,书馆三员,算馆二员。”

(7)《唐文粹》卷二十五韩愈《请上尊号表》称:“臣某言臣得所管国子、太学、广文、四门,及书、算、律等七馆学生沈周封等二百人状称:……”①

(8)《资治通鉴》卷二百四十一“元和十四年(公元819年)”称:“己丑群臣上尊号曰元和圣文神武法天应运皇帝,赦天下。”按上文韩愈《请上尊号表》无年月,当在此年。

其俸钱亦代有增减:学生初入学皆行束脩之礼。见《唐摭言》卷一“两监”条。

(1)《唐会要》卷九十一称:“开元二十四年(公元736年)百官料钱……国子书算博士及助教……各一贯九百十七文。”②

(2)《唐会要》卷九十一称:“大历十二年(公元777年)四月二十八日……每月料钱……国子书算博士及助教……各一千九百一十七文。”③

(3)《唐会要》卷九十一称:“建中二年(公元781年)正月四日

---

① 见《四部丛刊》影元翻宋小字本《唐文粹》第五册,卷二十五,第1页。

② 元胡三省《资治通鉴注》引。

③ 据北京图书馆藏钞本《唐会要》。

……国子书算及律助教各三十千文(疑作三千文)。”

(4)《唐会要》称:“贞元四年(公元788年)书算及律助教。各一千文。”

(5)《新唐书·食货志》称:“唐世百官俸钱会昌(841～846)后不复增减。今著其数:太师、太傅、太保,钱二百万。……书、算、律学博士……四千,……,书、算助教……三千。”

唐亡于天祐二年(公元905年)。会昌(841～846)以后史书尚记书、算博士、助教俸钱,则终唐之世,数学教育制度,尚未尝废。宋敏求《长安志》卷七(1076年)称:“务本坊半以西国子监,……领国子学、太学、四门、律、书、算六学。”

四、唐代日本数学教育制度

隋唐数学教育,影响日本至巨。该国于设置算博士,算生之外,兼主分科考试。制度一如中国。

(1)日本细川润序远藤利贞原版《日本数学史》称:

钦明之朝(公元554年)百济贡历博士。推古之朝(公元602年)百济僧观勒献历及天文书。星历之学,与数学相须为用,则汉土数学入我邦,盖以此时为始。天智置算博士,及算生二十人。天武(公元693年)建占星台。文武(公元702年)更置天文博士、历博士,及天文历生各十人,算生三十人,此为极盛时代。

(2)大宝(701～703)、养老(707～713)间的《令义解》称:

凡算经:《孙子》、《五曹》、《九章》、《海岛》、《六章》、《缀术》、《三开》、《重差》、《周髀》、《九司》各为一经。学生二分其经,以为之业。凡算学生,辩明术理,然后为通。试《九章》三条,

《海岛》、《周髀》、《五曹》、《九司》、《孙子》、《三开》、《重差》各一条。试九全通为甲，通六为乙，若落《九章》，虽通六犹为不第。其试《缀术》、《六章》者，准前《缀术》六条，《六章》三条。若以《九章》与《缀术》，及《六章》与《海岛》等六经，愿受试者亦同，合听也。试九全通为甲，通六为乙。若落经者，《六章》总不通者也。虽通六犹为不第。"①

(3)《类聚符宣抄》第九载康保四年（公元 967 年）算道状，称：

算道请因修前例，并他道准得业生令，课试学生从八位上日下部宿祢保赖状

读书：

《九章》一部， 《海岛》一卷， 《周髀》一部， 《五曹》一部，

《九司》一部， 《孙子》一部， 《三开》一部。

主计助正六位上，兼行博士，越前权大目大藏宿祢具傅弟子。

左保赖在学年久，徒蕴强立之才，攻坚日新，……准得业生，令遂执业。

康保四年十月二十七日

主计助正六位上，兼行博士，越前权大目大藏宿

祢具傅正五位下行主计头，兼博士小槻宿祢系平②

至日本当时何故以《九司》、《三开》、《重差》、《六章》，代中国之《张丘建》、《夏侯阳》、《缉古》，则以文献无征，无法考出。

复次则《日本国见在书目》为宽平时代（889～897）藤原佐世奉敕撰本。其记算法书籍，有下列各种：

---

① 泽田吾一《日本数学史讲话》，第 22 页引。

② 《日本数学史讲话》，第 71～72 页引。

《九章》九卷刘徽注。《……》祖中注。《……》徐氏撰。《……术义》九，祖中注。《……十一义》一。《九章图》一。《……乘除私记》九。《……妙言》七。《……私记》九。《九法笔术》一。《六章》六卷高氏撰。《……图》一。《六章私记》四。《九司》五卷。《……算术》一。《三开》三卷。《……图》一。《海岛》二。《……一》徐氏注。《……二》祖仲注。《……图》一。《缀术》六。《夏侯阳算经》三。《新集算例》一。《五经算》一。《张丘建》三。《元嘉算术》一。《孙子算经》三。《五曹算经》五甄鸾撰。《要用算例》一。《中星历》一。

《历例》一。《注疏》一。《历注》二。《婆罗门阴阳算历》一。《记遗》一。《五行算》二。[1]

五、唐李淳风注十部《算经》

后周甄鸾(535～577 时人)曾撰注《九章》、《孙子》、《五曹》、《张丘建》、《夏侯阳》、《周髀》、《五经》、《记遗》、《三等数》、《海岛》诸算经，入唐李淳风再加注释。唐初曾以李淳风所注十部算经，付国学行用。但事在唐高祖(618～626)时，或在唐高宗显庆元年(公元656 年)，或永隆元年(公元 680 年)，则复传闻异辞。[2]

(1)《旧唐书》卷七十九《李淳风传》和《新唐书》卷二百零四《李淳风传》都称："唐初太史监侯王思辩表称：《五曹》、《孙子》十部算

① 见《古逸丛书》之十九，遵义黎氏校刊。

② 其互有异同之处，作·点为志。其中《旧唐书》殿本作"高祖"，百衲本作"高宗"。

经，理多踳驳，李淳风复与国子监算学博士梁述、太学助教王真儒等受诏注《五曹》、《孙子》十部算经。书成，唐高祖令国学行用。”

(2)《册府元龟》卷八百六十九总录部一百一十九称：“显庆元年(公元656年)，左仆射于志宁等奏以十部算经付国学行用。”

(3)《唐会要》卷六十六“广文馆”条称：“显庆元年十二月十九日尚书左仆射于志宁奏置。令习李淳风等注释《五曹》、《孙子》等十部算经，分为二十卷行用。”①

(4)《唐会要》卷三十六称：“永隆元年(公元680年)十二月，太史令李淳风进注释(《五曹》)、《孙子》等十部(算)经，分为二十卷。”②

但所称《五曹》、《孙子》等十部算经二十卷，按《一切经音义》、《唐会要》、《旧唐书》、《新唐书》、《崇文总目》、《直斋书录解题》、《通志·艺文略》、《玉海》、《通考》、《宋史》，所记卷数，互有异同。

(1)九章

《九章算经》□□，李淳风释。 (《一切经音义》)

《九章算经》九卷，李淳风注。 (《新唐书》)

《九章算经要略》一卷，李淳风注。 (《新唐书》)

《九章算经要略》一卷，李淳风注释。(《宋史》、《崇文总目》)

《九章算术》九卷，李淳风撰。 (《通志·艺文略》)

《九章算经要诀》一卷，李淳风撰。 (《通志·艺文略》)

《九章算经》九卷，魏刘徽，唐李淳风注。 (《宋史》)

(《郡斋读书志》、《玉海》、《通考》同)

《九章算经要略》九卷，李淳风注。 (《宋史》)

① 据北京图书馆藏钞本。

② 见宋王应麟《玉海》卷四十四引，又据北京图书馆藏钞本校过。

(2)海岛

《海岛算经》一卷,李淳风注。 (《新唐书》)

《海岛算经》一卷,李淳风撰。 (《通志·艺文略》)

《海岛算经》一卷,甄鸾撰,李淳风注释。 (《玉海》)

(3)孙子

甄鸾《孙子算经》三卷,李淳风注。 (《新唐书》)

(《通志·艺文略》同)

《孙子算经》三卷,李淳风注。 (《崇文总目》)

《孙子算经》一卷,李淳风注释。 (《宋史》)

(4)五曹

(《五曹》)、《孙子》等十部算经二十卷,李淳风注释。

(《唐会要》、《册府元龟》)

《五曹》、《孙子》等十部算经二十卷,李淳风注。

(《旧唐书》)

(《通志·艺文略》同,《新唐书》引略同)

《五曹算经》五卷,李淳风等注。 (《宋史》、《玉海》)

甄鸾《五曹算法》二卷,李淳风注。 (《宋史》)

(5)张丘建

《张丘建算经》三卷,李淳风注。 (《新唐书》)

(《通志·艺文略》同)

甄鸾注,刘孝孙细草,《张丘建算经》三卷,李淳风等注释。

(《直斋书录解题》)

(6)夏侯阳

…………………………

(7)周髀

《周髀》二卷,李淳风撰。 (《旧唐书》)

《周髀》二卷,李淳风释。 (《新唐书》)

《周髀算经》二卷,李淳风注。 (《新唐书》)

《周髀算经》二卷,李淳风撰。 (《通志·艺文略》)

赵君卿注,甄鸾重述,《周髀算经》二卷,李淳风等注释。

(《崇文总目》)

(《中兴馆目》、《玉海》、《通考》同)

(8)五经

《五经算术》二卷,李淳风注。 (《新唐书》、《崇文总目》同)

《五经算术》二卷,甄鸾注,李淳风注释。(《玉海》引《书目》)

王孝通《五经算法》一卷,李淳风注。 (《宋史》)

(9)缀术

祖冲之《缀术》五卷,李淳风注。 (《旧唐书》)

祖冲之《缀术》五卷,李淳风释。 (《新唐书》)

(10)缉古

《缉古算术》四卷,李淳风注。 (《旧唐书》)

王孝通《缉古算术》四卷,李淳风注。 (《新唐书》)

《缉古算术》一卷,李淳风注。 (《宋史》)

六、宋代数学教育制度

(一) 绪　言

宋代始于建隆元年(公元960年),《宋史》卷一百六十八《职官志》于"建隆(公元960年)以后合班之制"条下记及"算学博士",并注称:"书、算学无助教。"北宋亡于靖康元年(1126年)。同书于"绍兴(1131年)以后合班之制"条下,则不记"算学博士"。又宋鲍澣之《九章序》称:"本朝崇宁亦立于学官,故前世算数之学相望有人。自

衣冠南渡以来，此学既废，非独好之者寡，而《九章算经》亦几泯没无传矣。"这都说明北宋初，即有算学制度，南渡以后，此学遂废。其经过情形，可述于下：

算学系与文武两学并列。宋王林《宋朝燕翼诒谋录》（宝庆丁亥，1227 年，自序）卷二"伎术官不得拟常参官"条称："技术不得与士大夫齿，贱之也。至道二年（公元 996 年）正月申严其禁。……此与书学、画学、算学、律学，并列于文、武两学者异矣。"（据《百川学海》本）

算学制度，始见于史书，则在元丰六年（1083 年）。次年（1084 年）又传刻《算经十书》，至崇宁三年（1104 年）始立算学。崇宁、大观以来算学制度，叠有更改，其中尚有朋党门户之见。故俞臬感慨言及："学校，三代之学也。然崇宁四年（1105 年）以前，议者以为是，五年（1106 年）则非之。大观三年（1109 年）以前，议者以为是，四年（1110 年）则非之。岂学校固若是哉。"（语见《宋史》卷三百五十四，俞臬本传）。其兴废之制，叠见于《宋史》。而《宋史》所记多出于宋李攸《宋朝事实》卷九。复次则宋王林《宋朝燕翼诒谋录》（1227 年），宋孙逢吉《职官分纪》，宋李焘《续资治通鉴长编》，宋章如愚《群书考索》（后集），以及《玉海》、《宋会要》、《文献通考》，记载互有详略。现就元丰以后史实，以《宋史》为蓝本，以他书互证。分列于后：

（二）宋神宗元丰算学条例

宋李攸：《宋朝事实》卷九"算学"："元丰七年（1084 年）诏，四选命官通算学者，许于吏部就试。其合格者，上等除博士，中次	宋孙逢吉《职官分纪》卷二十一称："国朝国子监，掌国子、太学、武学、律学、算学，五学之政。于元丰六年（1083）奉旨施行。"（据

为学谕。”

《宋史》卷一百六十四《职官志》第一百十七职官四：

宋神宗元丰七年（1084 年）诏：四选命官通算学者，许于吏部就试。其合格者，上等除博士，中次为学谕。

按宋李攸：《宋朝事实》卷九“算学”，系据《四库》本。《江阳谱》称：“《事实》起建隆迄宣和。”馆案称：“《江阳谱》称：攸书成，上之，缄封副本。秦桧不报，藏于家，则此书或为其子孙所增，而《宋史·（职官志）》採之。”

《四库全书珍本》初集本）。

宋王应麟《玉海》卷一百一十二：“元丰七年正月（壬戌）吏部请于四门选补算学博士阙，从之。十二月辛未诏通算学就试，上等除博士，中下等为学谕。”①

宋李焘：《续资治通鉴长编》卷三百五十：

神宗

元丰七年十二月辛未，“又诏许四选命官通算学者，依参选人赴吏部就试，合格上等除博士，中下等为学谕。”上书卷三百八十一注称：“元丰七年十二月七日立算学”。

（三）宋哲宗元祐异议

《宋史》卷一百六十四《职官志》第一百十七职官四：

宋哲宗元祐元年（1086 年）初议者谓：本监虽准朝旨造算学，元未兴工。其试选学官，亦未有应格。窃虑徒有烦费，乞罢修建。

宋李焘：《续资治通鉴长编》卷三百八十一：

哲宗

元祐元年六月：“看详编修国子监太学条制所状准朝旨同共看详修立国子监太学条例，及续准

① 本条（壬戌）二字，系据宋章如愚《群书考索》（后集）卷三十引文补入。

指挥国子律学武学条贯令一就修立外检准官制格。国子监掌国子、大学、武学、律学、算学五学之政令。今取到国子监合干人状称：本监自官制奉行后来检坐上件格子，申乞修置算学，准朝旨踏逐到武学东大街北，其地堪修算学。乞令工部下所属，检计修造。奉圣旨，依今看详上件。算学虽已准朝旨盖造，即未曾兴工。其试选学官未有人应格。窃虑将来建学之后，养士设科，徒有烦费，实于国事无补。今欲乞特赐详酌寝罢。诏罢修建。元丰七年十二月七日立算学。上书卷三百五十称："元祐元年六月二十八日罢算学。"

《宋会要》卷一百三十二[①]：

"元祐元年六月二十八日，看详编修国子监太学条例所状……准朝旨踏逐到武学东大街北，其地堪修算学，乞令工部下所属检计修造。奉圣旨依今看详上件，

① 据大兴徐松辑《大典》本，《宋会要》，吴兴刘承幹编定。现藏北京图书馆。都已影印出版。

算学已准朝旨盖造，即未曾兴工。其试选学官，未有人应格，切虑将来建学之后，养士设科，徒有烦费，实于国事无补，今欲乞赐详酌寝罢。诏罢修建。”

《玉海》卷一百一十二：

元祐元年国子监请修建算学，诏罢之。

（四）宋徽宗崇宁算学

《宋史》卷十九《本纪》第十九，徽宗一：

“宋徽宗崇宁三年（1104 年）六月壬子，置书、画、算学。”

宋李攸《宋朝事实》卷九，及《宋史》卷一百六十四，志第一百十七，职官四：

“崇宁三年遂将元丰算学条例，修成敕令。”

《宋史》卷一百五十七《选举志》第一百十，选举三：

“算学：崇宁三年始建，学生以二百一十人为额，许命官及庶人为之。其业以《九章》、《周髀》及假设疑数为算问，仍兼《海岛》、《孙子》、《五曹》、《张丘建》、《夏侯

《玉海》卷一百一十二：

崇宁三年六月壬子十一日建算学。

《宋会典》卷一百三十二，引同。

(阳)算法》，并历算、三式、天文书为本科外，人占一小经，愿占大经者听。公私试三舍法，略如太学，上舍三等推恩，以通仕、登仕、将仕郎为次。”(据《文献通考》卷四十五校字)。	
《宋史》卷二十《本纪》第二十，徽宗二：	《宋会要》卷一百三十二：
“崇宁五年(1106 年)正月丁巳罢书、画、算、医四学。壬戌复书、画、算学。”	崇宁五年四月十二日，诏：书、画、算、医四学，并罢。
宋李攸《宋朝事实》卷九，及《宋史》卷一百六十四《职官志》第一百十七，职官志： 崇宁五年正月罢算学，令附于国子监，十一月从薛昂请复置算学。	《玉海》卷一百一十二： 崇宁五年四月十二日，诏书、画、算、医四学，并罢。十一月十九日，复置算学，隶秘书省。
《宋史》卷二百〇四《艺文志》刑法类有： “《徽宗崇宁国子监算学敕令格式》，并《对修看详》一部。卷亡。”	《宋会要》卷一百三十二： “崇宁六年(1107 年)十一月都省札子……今将元丰算学条例，重加删润，修成敕令，并对修看详一部。以《崇宁国子监算学敕令格式》为名，乞赐施行，从之。

附薛昂小传

薛昂，杭州人，登元丰八年(1085 年)进士第。崇宁初历太学博

士、校书郎、著作校郎，为殿中侍御史，试起居郎，改中书舍人，兼侍读，升给事中，兼大司成(以上据《宋史》卷三百五十二本传)。故《宋会要》称："崇宁五年(1106年)九月三日大司成薛昂上言：书、画学量行校试事，乞令国子监详酌立法。"(《宋会要》稿)。崇宁五年十一月从薛昂请，复置算学，次年(大观元年，1107年)又从薛昂请，置国子博士等员(以上《宋史》卷一百六十五)。大观三年(1109年)拜尚书左丞，四年(1110年)请补外出知江宁，徙河南(《宋史》卷三百五十二)。政和三年(1113年)蔡京再用事，昂复自尚书右丞为左丞迁门下侍郎，寻请罢。授彰化军节度使，佑神观使，改特进，充资政殿大学士，知应王府(《宋史》卷三百五十二，并参《宋史》卷二十一)。政和六年(1116年)十一月戊申以薛昂为尚书左丞，政和七年(1117年)九月甲辰以薛昂为特进。重和元年(1118年)九月庚寅薛昂罢(《宋史》卷二十一)。靖康初言者斥其罪。诏以金紫光禄大夫致仕杭州。军乱，昂不请命，领州事，责徽州居住(《宋史》卷三百五十二)，蔡京死后，昂以党附蔡京，责授左中奉大夫，至死未复原官[①]。

又附《崇宁国子监算学敕令格式》，并对修看详(残本)[②]。

宋本《数术记遗》后附"算学源流"，记及"崇宁国子监算学令"，"崇宁国子监算学格"，"崇宁国子监算学对修中书省格"，今附录于后：

《算学源流》

(甲)崇宁国子监算学令：

诸学生习《九章》、《周髀》义及算问，谓假设疑数。兼通《海岛》、

① 张章简《华阳集》卷十七(《四部丛刊三编》本)有："缴薛昂复官恩泽词头状"。

② 见宋本《五曹算经》五卷、《数术记遗》一卷附《算学源流》一卷第4～6页。北京大学图书馆藏，并参看王文进《文禄堂访书记》(1942年)卷三，第10页。

《孙子》、《五曹》、《张丘建》、《夏侯阳算法》，并历算、三式、天文书。

诸试以通粗并计。两粗当一通。算义算问以所对优长通及三分以上为合格。历算即算前一季五星昏晓宿度，或日月交食，仍算定时刻早晚，及所食分数。三式即射覆及豫占三日阴阳风雨。天文即豫定一月或一季分野灾祥，并以依经备草合问为通。

(乙)崇宁国子监算学格：

官属

博士四员内二员分讲《九章》、《周髀》；二员分习历算、三式、天文。

学正举行学规一员。

职事人

学录佐学正纠不如规者一人。

学谕以所习业传谕诸生一人。

司计掌饮食支用一人。

直学掌文籍及谨学生出入二人。

司书掌书籍一人。

斋长纠斋中不如规者，斋谕掌佐斋长道谕诸生，斋各一人。

学生

上舍三十人。

内舍八十人。

外舍一百五十人。

补试命官公试同

《九章》义三道。

算问二道。

私试孟月

补上内舍第一场

《九章》、《周髀义》三道。

算问二道。

私试仲月

补上内舍第二场

历算一道。

私试季月

补上内舍第三场

三式或天文一道。

(丙)崇宁国子监算学对修中书省格。

秋试奏到算学升补上舍等第推恩下项

上舍上等通仕郎。

上舍中等登仕郎。

上舍下等将仕郎。

(五) 宋徽宗大观算学

《宋史》卷二十《本纪》第二十，徽宗二：

大观二年(1108年)六月乙未，"以殿中(省)六尚(局)、算学、大官局、翰林(司)、仪鸾司，皆隶(御史)六察。"

(1)按《宋史》卷一百六十四《职官志》"六尚：曰尚食，曰尚药，曰尚醖，曰尚衣，曰尚舍，曰尚辇。大官令掌膳羞割烹之事，

翰林司掌供果实，及茶茗汤药，仪鸾司掌供幕帟供帐之事。监察御史六人。……凡六察之事稽其多寡，……”又《宋史》卷十五：“元丰二年复置御史六察。”	
《宋史》卷二十： 大观三年(1109 年)十一月丁未“诏算学以黄帝为先师，风后等八人配飨，巫咸等七十人从祀。”	《玉海》卷一百十二： 大观三年十一月算学尊黄帝为先师，风后等配飨。商巫咸至周王朴七十人从祀。
宋李攸《宋朝事实》卷九及《宋史》卷一百六十四《职官志》第一百十七，职官四： “大观三年太常寺考究，以黄帝为先师，自常先，力牧至周王朴以上从祀凡七十人。”	《宋会要》卷一百三十三： “大观三年三月十八日礼部状据太常寺申：算学以文宣王为先师，……十一月七日[①]太常寺奉诏天文算学，合奉先师，并配飨从祀绘像，未尽典礼。可否礼官考古稽礼，考究以闻者，臣等窃详。……今算学所习天文、历算、三式、法算四科。其术皆本于(黄)帝，臣等稽之载籍，合之典礼，谓尊黄帝为先师，……王朴已上七十人，今欲拟从祀。”
《宋史》卷一百〇五，志第五十八，礼八〔吉礼八〕： “又有算学： 大观三年，礼部太常寺请以文宣王为先师，兖、邹、荆三国公配享，十哲从祀。自昔著名算数者，	

① 见大兴徐松辑《大典》本《宋会要》，刘承幹编定的。另据《容斋洪氏随笔》校此一条。

画像两庑，请加赐五等爵，随所封以定其服。于是中书舍人张邦昌定算学。封风后上谷公，箕子辽东公，周大夫商高郁夷公，大挠涿鹿公，隶首阳周公，容成平都公，常仪原都公，鬼俞区宜都公，商巫咸河东公。晋史苏晋阳伯，秦卜徒父颖阳伯，晋卜偃平阳伯，鲁梓慎汝阳伯，晋史赵高都伯，鲁卜楚丘昌衍伯，郑裨灶荥阳伯，赵史墨易阳伯，周荣方美阳伯，齐甘德菑川伯，魏石申隆虑伯，汉鲜于妄人清泉伯，耿寿昌安定伯，夏侯胜任城伯，京房乐平伯，翼奉良成伯，李寻平陵伯，张衡西鄂伯，周兴慎阳伯，单飏湖陆伯，樊英鲁阳伯，晋郭璞闻喜伯，宋何承天昌卢伯，北齐宋景业广宗伯，隋萧吉临湘伯，临孝恭新丰伯，张胄玄东光伯，周王朴东平伯。汉邓平新野子，刘洪蒙阴子，魏管辂平原子，吴赵逵谷城子，宋祖冲之范阳子，后魏商绍长乐子，北齐信都芳乐城子，北齐许遵高阳子，隋耿询湖熟子，刘焯昌亭子，刘炫景城子，唐傅仁均

博平子，王孝通介休子，瞿昙罗居延子，李淳风昌乐子，王希明琅琊子，李鼎祚赞皇子，边冈成安子，汉郎颛观阳子，襄楷隰阴子。司马季主夏阳男，落下闳阆中男，严君平广都男，魏刘徽淄乡男，晋姜岌成纪男，张丘建信成男，夏侯阳平陆男，后周甄鸾无极男，隋卢大翼成平男。寻诏以黄帝为先师。礼部员外郎吴时言：'书、画之学，教养生徒，使知以孔子为师，此道德之所以一也。若每学建立殿宇，则配食从祀，难于其人，请春秋释奠，止令书、画博士，量率职事生员，陪预执事，庶使知所宗师。医学亦准此。'诏皆从之。"①

《宋史》卷二十《徽宗本纪》： "大观四年(1110年)三月庚子………诏医学生并入太医局，算(学生)入太史局，书(学生)入翰林书艺局，画(学生)入翰林画图局，(从《宋史》卷一百五十七作图画局)学官等并罢。"	《玉海》卷一百一十二： 大观四年三月二日诏(医算书画)四学，并入(太医)，太史局，翰林书艺，图画局。

① 此节据《宋史》，北京图书馆藏元至正刊本，百衲本《二十四史》本校字。

《宋史》卷一百六十四，志第一百一十七，职官四：
大观四年，以算学生并入太史局。
宋李攸《宋朝事实》卷九“算学”：
“(大观)四年以算学生并入太史局，复入秘书省。”

《宋会要》卷一百三十二：
大观四年三月二日，诏算学生并入太史局，学官及人吏等并罢。
……

附徐处仁、吴时小传

(1)徐处仁，字泽之，应天府，谷熟县人，………元丰年(1078～1083)大铁钱折二，公私通行夹锡钱同之，毋得分别……帅臣徐处仁切责其非，坐贬。(《宋史》卷一百八十《食货志》)。徽宗(大观三年，1109 年)置算学，议所祖，或以孔子赞易知数。处仁言仲尼道之无所不备，非专门比。黄帝迎日推策，数之始也，祖黄帝为宜(《宋史》卷三百七十一，本传)。“靖康元年(1126 年)二月以观文殿学士，大名尹徐处仁为中书侍郎，三月徐处仁为太宰，兼门下侍郎。”(《宋史》卷二十三)同年(1126 年)北宋亡。“高宗即位，起为大名尹。”(《宋史》卷三百七十一)。

(2)吴时，字伸道，邛州人……大观兴算学，议以黄帝为先师，时言今祠祀圣祖，祝板书臣名，亦释奠孔子，但例中祀，数学六艺之一耳，当以何礼事之乃止。迁太仆少卿，张商英(政和元年，1111 年)罢相，言者指明为党，出知耀州(《宋史》卷三百四十七，本传)。

(六) 宋徽宗政和算学

《玉海》卷一百一十二：
政和三年(1113 年)复置算学。

《宋会要》卷一百三十二：

"政和三年三月二十三日大司成刘嗣明奏：承前算学内舍算学生武仲宣于去年三上封章，乞留算学等。奉圣旨令国子监依元丰六年九月十六日指挥施行。 本监申伏睹旧算学见今空闲，舍屋具存，别无官司拘占相度，欲乞依旧为算学，从之。 六月二十八日算学奏承朝旨复置算学，今检会崇宁国子监算学条（疑作敕）令，乞下诸路提举学事司行下诸州县等。"

（乙）（一）诸学生本科所习外占一小经，遇太学私试间月一赴，欲占大经者听。

补试命官公试同：

《九章》义三道

算问二道

命官公试：

一入上等转一官

三入中等循一资

五入下等占射差遣。

（丙）算学升补：

上舍上等通仕郎，

上舍中等登仕郎，

上舍下等将仕郎。

(甲)学生习《九章》、《周髀》,及算问,谓假令疑数。兼通《海岛》、《孙子》、《五曹》、《张丘建》、《(夏)侯阳算法》。

(乙)(二):

私试孟月:季月同。

《九章》义二道,《周髀》一道,

算问二道。

(私试)仲月:

《周髀》义二道,《九章》义一道,

算问一道。

升补上内舍。

第一场《九章》义三道,

第二场《周髀》义三道,

第三场算问五道。

从之。

附:刘嗣明、武仲宣小传

(1)刘嗣明,开封祥符人,……迁大司成,士子隶雅乐,被恩。嗣明亦升班,与学士等。已而言者论其取悦权贵,妄升国子生,预舍法,以抑寒士,黜知颍州,未几入为工部侍郎、翰林学士、工部尚书,卒赠资政殿学士、太中大夫(《宋史》卷三百五十六,本传)。

(2)武仲宣,前算学内舍算学生,政和三年(1113年)乞留算学。据《宋会要》:"(政和)六年(1116年)四月十九日诏通仕郎武仲宣:自大观初兴复算学,后来注释考正见行算经一百八十九卷。特与循一资。"(据大兴徐松辑《大典》本,《宋会要》吴兴刘承幹编定。

现藏北京图书馆。都已影印出版。）

（七）宋徽宗宣和算学

《宋史》卷二十二： 宣和二年(1120 年)七月己未罢医、算学。	《玉海》卷一百一十二： 宣和二年七月己未罢(算学)。
宋李攸《宋朝事实》卷九，及《宋史》卷一百六十四，志第一百十七，职官四： “宣和二年诏(罢算学)并罢官吏。”	《宋会要》卷一百三十二： 宣和二年七月二十一日诏：算学元丰中虽存有司之请，未尝兴建，又所议置官，不过传授二员。今张官置吏，考选而仕使之，大略与两学同。既失先帝本旨，赐茅之后，不复责以所学，何取于教养。可并罢官吏。

靖康二年(1127 年)北宋汴都陷于金人。秘阁三馆书籍、监本印板，金人并取而去，算学亦废。庆元庚申(1200 年)六月一日，新隆兴府靖安县主簿括苍鲍澣之仲祺序《九章算法》称：“(算学)…本朝崇宁亦立于学官，故前世算数之学，相望有人。自衣冠南渡以来，此学既废，非独好之者寡，而《九章算经》亦几泯没无传矣。”

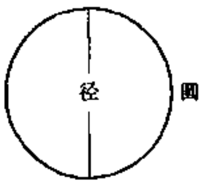
（八）宋代民间算学教育

宋代公家算学教育制度及其算书，已可由官书见到。至民间算学教育情形，则以资料缺乏，尚少具体发见。惟在敦煌所见算书，多系唐末宋初著作，其中一种存“均田法第一”，又一种存“营造部第八”，足见当日民间算学教育，不必尽用官书。即在宋代亦复相同。

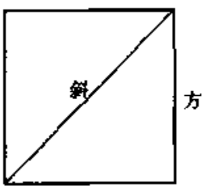
如《家山图书》内有九数算法之图(据《四库全书珍本》丛书本),系辑《永乐大典》原文,题朱子作。《读书敏求记》以为系晦庵(朱熹,1130～1200)私塾弟子之文。原文如下:

《家山图书》

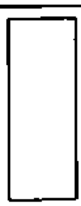
九数算法之图。



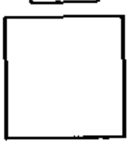
圆径　圆者〇也,径者|也。须打圆圈,都量有三,则其径有一。如圆有三寸,则径有一寸也。余仿此。



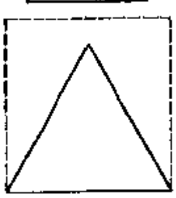
方斜　方者□也,斜者/也。四方各量有五,则其斜有七。如四方各有五尺,则斜有七尺。余仿此。



直田　直田长一十六步,阔一十五步。长阔相乘,为田积步。将二百四十步,除为亩,则为田一亩。

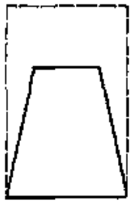


方田　方田八十一步,自乘得六千五百六十一步。以亩法除之,则为二十七亩三分三厘七毫五丝。



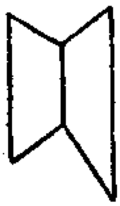
圭田　圭田中心正长一百八十步,阔六步。长阔相乘,折半得五千四百步积。以亩法除之,为田二十二亩五分。

勾股　股长三十九步,勾阔二十二步。勾股相乘折半得二百三十四步积。以亩法除之,为田九分七厘五毫。



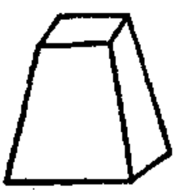
梯田　梯田南阔二十步,北阔四十步,正长一百五十步。并南北阔。折半,以长乘之,得五千一百步积。以亩法除之,为田二十一亩二分五厘。

弧矢田　弧矢田一段,长一百二十步,矢阔三十六步。弦长并入矢阔折半,再用矢阔乘之,积得二千八百〇八步。以亩法除之,为田一十七亩七分。



三广田　三广田,东阔六十步,西阔五十四步,中阔一十八步,中心正长二百一十步,为田三十二亩八分一厘五毫五丝。

三角田　一角长三十二步,左角三十八步,右角四十步,并左右角折长乘之,折半得六百二十四步积。以亩法除之,为田二亩六分。



方台　每面长二丈七尺,高四丈八尺,方面自乘得七百二十九尺,以高乘之,依前坚三,穿四,壤五。穿积得四万六千六百五十六尺,壤积得五万八千二百二十尺。坚积得三万四千九百九十二尺。

城子　上广二十五尺，下广三十八尺，高四十五尺，四面共长一万六千三百五十尺，得城积二千三百一十七万六千一百二十五尺。

七、宋刊《算经十书》

(一)《宋史》所记《算经十书》名称

《算经十书》名称，见于《宋史》各书汇举如下：

(1)《九章》、《孙子》、《五曹》、《张丘建》、《夏侯阳》、《周髀》、(《五经》)、《海岛》、《缀术》、《缉古》，见《宋史》卷六十八《律历志》第二一，律历一。

> 方田、粟米、差分、少广、商功、均输、方程、赢朒、旁要，是为《九章》。其后又有《海岛》、《孙子》、《五曹》、《张丘建》、《夏侯阳》、《周髀》、《缀术》、《缉古》等法，相因而起。

(2)《九章》、《孙子》、《五曹》、《张丘建》、《夏侯(阳)》、《周髀》、……《海岛》，……见《宋史》卷一百五十七《选举志》第一一〇，选举三：

> 算学，……其业以《九章》、《周髀》及假设疑数为算问，仍兼《海岛》、《孙子》、《五曹》、《张丘建》、《夏侯(阳)算法》并历算、三式、天文书为本科。

又“崇宁国子监算学令”，及《宋会要》卷一百一十二：

> 诸学生习《九章》、《周髀》义，及算问谓假设疑数。兼通《海岛》、《孙子》、《五曹》、《张丘建》、《夏侯阳算法》，并历算、三式、天文书。

(3)……《孙子》、《五曹》……,见《宋史》卷四百八十一、《列传》第二百四十世家四南汉刘氏。

薛崇誉,韶州曲江人,善《孙子》、《五曹算》。

(4)《九章》、……《海岛》、《缀术》、《缉古》,见《宋史》卷四百六十二《列传》第二二一方技下,楚衍。

楚衍,开封胙城人,……衍于《九章》、《缉古》、《缀术》、《海岛》诸算经,尤得其妙。……卒无子,有女亦善算术。

(二) 历代《算经十书》的流传

《算经十书》的编订,实始于唐。《唐会要》、《旧唐书》、《新唐书》,和《通志·艺文略》叠称:"《五曹》、《孙子》等十部算经二十卷,李淳风注释。"说详五:"唐李淳风注十部算经。"入宋不独《算经十书》名称已有更动,其中亦有未经李淳风注释的书,现就各书所引述的胪举如下,以见一般。

(1)九章

除李淳风注撰外尚有:

李籍《九章算经音义》一卷　　(《宋史》卷二百〇七)

刘微一作徽《九章算田草》九卷　　(《宋史》卷二百〇七)

贾宪《黄帝九章算经细草》九卷　　(《宋史》卷二百〇七)

(《崇文总目》、《通志·艺文略》同)

(2)孙子

除李淳风注释外尚有:

《孙子算经》三卷不知名　　(《宋史》卷二百〇七)

甄鸾注《孙子算经》　　(《一切经音义》)

(3)五曹

除李淳风注释外尚有:

甄鸾,《五曹算术》二卷 (《宋史》卷二百〇七)

程柔,《五曹算经求一法》三卷 (《宋史》卷二百〇七)

鲁靖,《五曹时要算术》三卷 (《宋史》卷二百〇七)

《五曹乘除见一捷例算法》一卷 (《宋史》卷二百〇七)

(4)张丘建

除李淳风注释外尚有:

《张立(丘)建算经》三卷 (《崇文总目》、《宋史》卷二百〇七)

(5)夏侯阳

《夏侯阳算经》三卷 (《崇文总目》、《宋史》卷二百〇七)

《夏侯阳算经》一卷 (《通志·艺文略》、《玉海》)

(6)周髀

除李淳风注释外尚有:

赵君卿,《周髀算经》二卷 (《宋史》卷二百〇七)

李籍,《周髀算经音义》一卷 (《宋史》卷二百〇七)

(7)五经

有李淳风注释。

(8)海岛

除李淳风注释外尚有:

《海岛算术》一卷 (《宋史》卷二百〇七)

夏翰一作翰新,重演议《海岛算经》一卷 (《宋史》卷二百〇七)

《海岛算经》一卷 (《崇文总目》)

(9)缀术

有李淳风注释。

(10)缉古

除李淳风注释外尚有:

王孝通《缉古算经》一卷

（《玉海》、《崇文总目》、《宋史》卷二百〇七）

王孝适（通）《缉古算经》一卷　　（《宋史》卷二百〇七）

《缉古算经》四卷，王孝通撰　　（《通志·艺文略》）

(11)记遗

徐岳《术数记遗》一卷　　（《崇文总目》、《宋史》卷二百〇七）

（三）北宋刻《算经十书》

唐立算学，李淳风因注《十部算经》。宋代再置算学，同时因刊刻《算经十书》，以备学习之用。《宋会要》称："奉圣旨，今国子监依元丰六年九月十六日指挥施行。"《宋史》称："元丰七年，诏选命官通算学者，通于吏部就试。"宋本《周髀》、《孙子》、《五曹》、《缉古》、《夏侯阳》、《九章》诸算经有"元丰七年九月□日"字样，而《缉古》、《夏侯阳》、《九章》诸算经，又有宰辅大臣官衔姓名一幅，司马光以下并列名其上。并有三行，书"元丰七年九月二十八日，进呈奉，御宝批　宜依已校定镂板"字样。复次则：

宋王应麟《玉海》卷四十四称：

《孙子算经》三卷　　元丰间秘书监赵彦若等校定。

《五曹算经》五卷　　元丰间秘书监赵彦若等校定。

《缉古算经》一卷　　元丰间秘书监赵彦若等校定。

《海岛算经》一卷　　元丰间秘书监赵彦若等校定。

宋马端临《文献通考》卷二百一十九称：

《(夏侯阳)算经》一卷　　无注　　元丰京监本。

宋陈振孙《直斋书录解题》亦称：

《(夏侯阳)算经》三卷　　无注　　元丰京监本。

明程大位《算法统宗》卷末"算经源流"条称：

宋元丰七年(1084年)刊《(算经)十书》入秘书省,又刻于汀州学校。

《黄帝九章》《周髀算经》《五经算法》《海岛算法》

《孙子算法》《张丘建算法》《五曹算法》《缉古算法》

《夏侯阳算法》《算术拾遗》

王国维《五代两宋监本考》卷中称:

北宋监本

《周髀算经》二卷 《九章算术》九卷 《孙子算经》三卷

《数术记遗》一卷 《海岛算经》一卷 《五曹算经》五卷

《夏侯阳算经》三卷 《张丘建算经》三卷 《五经算术》二卷

《缉古算经》一卷 有:

秘书省

某某《算经》一部××共×册

元丰七年九月 日校定,降授宣德郎秘书省校书良臣叶祖洽上进

校定承议郎行秘书省校书郎臣王仲修

校定朝奉郎行秘书省校书郎臣钱长卿

奉议郎守秘书丞臣韩宗古

朝请郎试秘书少监臣孙觉

降授朝散郎试秘书监臣赵彦若。

影宋本(《周髀算经》)、《五曹算经》、《孙子算经》、《夏侯阳算经》、《五曹算经》、(《缉古算经》)后均有此九(八)行。

又有:

元丰七年九月二十八日

进呈奉

御宝批宜依已校定镂板

朝奉郎秘书丞上骑都尉赐绯鱼袋臣韩治

朝散郎试秘书少监上骑都尉赐绯鱼袋臣顾临

朝议大夫守秘书少监上护军赐紫金鱼袋臣刘攽

中大夫守尚书右丞护军东平郡开国侯食邑二千三百户赐紫金鱼袋臣吕大防

通议大夫守尚书左丞上柱国平原郡开国公食邑二千八百户食实封伍百户臣李清臣

正议大夫守中书侍郎上柱国冯翊郡开国公食邑二千三百户食实封伍百户臣张璪

正议大夫守门下侍郎上柱国南阳郡开国公食邑二千一百户食实封壹阡户臣韩维

金紫光禄大夫守尚书右仆射兼中书侍郎上柱国东平郡开国公食邑六千二百户食实封壹阡玖伯户臣吕公著

正议大夫守尚书左仆射兼门下侍郎上柱国河内郡开国公食邑四千一百户食实封壹阡伍百户臣司马光

影宋本《夏侯阳算经》后有此十一(十二)行[①]。

《夏侯阳算经》所记宰辅大臣诸人,《宋史》都有传,即:顾临见《宋史》卷三百四十四,刘攽见《宋史》卷三百一十九,吕大防见《宋史》卷三百四十,李清臣见《宋史》卷三百二十八,张璪见《宋史》卷三百二十八,韩维见《宋史》卷三百一十五,吕公著见《宋史》卷三百三十六,司马光见《宋史》卷三百三十六;就中刘攽尤明历算。《宋史》卷七十四,《律历志》第二十七,英宗令国子监直讲刘攽考定《明天历》是非。又《宋史》卷十三《英宗纪》:治平二年(1065 年)三月颁《明天历》,则在元丰七年(1084 年)之前。而《周髀》各算经所记秘书省叶

① 王国维《五代两宋监本考》卷中第 42 页以下。

祖洽、王仲修、钱长卿、韩宗古、孙觉、赵彦若诸人，则《宋史》卷三百五十四记："叶祖洽字敦礼，邵武人。熙宁初(1068年)策试进士，……由国子丞知湖州，留为校书郎。………元祐初(1086年)，历职方兵部员外郎，加集贤校理，进礼部郎中给事中。……政和末(1117年)卒。"又孙觉，《宋史》卷三百四十四有传。

据宋孙逢吉《职官分纪》卷十六引《元祐官品令》，记有秘书省内秘书监以下诸官品级。《麟台故事》记元丰七年前后秘书省官吏题名，如：

秘书监　正四品　赵彦若　元丰三年降为秘书监

秘书少监　从五品　孙　觉　神宗即位(1078年)任为秘书少监

秘书丞　从七品　韩宗古

秘书郎　正八品　钱长卿　熙宁三年(1070年)任为著作佐郎

秘书郎　从八品　王仲修　元丰七年(1084年)除校书郎

秘书省正字　从八品　叶祖洽　元丰七年除校书郎

都和宋本《算经》所题秘书省官衔姓名符合。

证以王应麟、马端临、陈振孙记载，和宋刻《算经》，则元丰七年赵彦若校定算经可考的，有《周髀》、《孙子》、《五曹》、《缉古》、《海岛》、《夏侯阳》、《九章》、《张丘建》。至程大位所称《五经算法》、《算术拾遗》，元丰时是否有刻本，尚待考证。

复次则《宋会要》称："(政和)六年(1116年)四月十九日诏通仕郎武仲宣，自大观初兴复算学，后来注释考正见行《算经》一百八

十九卷，特与循一资。”[①] 所说见行《算经》一百八十九卷中可能包括《算经十书》，不过详细情形，还不知道。

（四）南宋刻《算经十书》

靖康二年（1127 年）金人入汴，秘阁三馆书籍、监本印板，并取而去，府库蓄积，为之一空，秘阁图书，狼籍泥土中[②]。

《玉海》称：“绍兴九年（1139 年）九月七日，诏下诸郡索国子监元颁善本，校对镂版。十五年（1145 年）闰十一月博士王之望请：群经义疏，未有版者，令临安府雕造。二十一年（1151 年）五月诏令国子监访寻五经三馆旧监本，刻版。上曰：其他阙书亦令次第雕版，虽重有所费，亦不惜也。”而于《算经》之重刻尚未暇顾及。直到嘉定五、六年（1212 年、1213 年），汀州守括苍鲍澣之始重刊元丰监本的一部分。

明程大位《算法统宗》卷末“算经源流”条称：“宋元丰七年（1084 年）刊《（算经）十书》入秘书省，又刻于汀州学校。”所谓“又刻于汀州学校”的十书，除《算术拾遗》一种外，其余都是鲍澣之重刊元丰的监本：就中《九章》一书，据宋鲍澣之《九章算序》，则庆元六年（1200 年）之夏鲍澣之在都城，与太史局同知算造杨忠辅德之论历，因从其家得古本《九章》。嘉定五年（1212 年）因《数术记遗》不立于崇宁学官，因于杭州七宝山三茅宁寿观《道藏》中录得，非从监本重雕。至《周髀算经》亦有鲍澣之序题：“嘉定六年癸酉（1213 年）十一月一日丁卯冬至，承议郎权知汀州军州兼管内劝农事主管

① 据大兴徐松辑《大典》本《宋会要》卷一百三十二引《永乐大典》卷二万二千。吴兴刘承幹编定，今藏北京图书馆。

② 参考《宋史・钦宗本纪》、《宣和录》、《系年要录》、《三朝北盟会编》卷七十三。

坑冶括苍鲍澣之仲祺谨书。”考弘治《汀州府志》职官门，知澣之在嘉定六年以朝奉郎知本州，八年(1215年)除刑部郎官离任。复刻《算经》是他初到汀州时的事实①。但除《周髀》、《九章》、《记遗》之外是否都是鲍澣之重刻，也尚待考证。

附杨忠辅、鲍澣之小传

(1)杨忠辅传

杨忠辅字德之，河南人。淳熙十二年(1185年)以武职起身为成忠郎，议论历事。因造《统天历》成(1198～1199)以秉义郎于庆元五、六年(1199～1200)换太史局丞，权同知算造，嘉泰三年(1203年)罢。鲍澣之曾从其家得古本《九章》云。

上述传略系据下列文献，即：

《宋史》卷八十二：“淳熙十二年(1185年)九月成忠郎杨忠辅言淳熙历简陋。”又庆元四年(1198年)“杨忠辅造新历”，庆元五年(1199年)五月新历成，赐名《统天》。《宋史》卷八十二：开禧三年(1207年)大理评事鲍澣之称：“当杨忠辅演造《统天历》之时，每与议论历事。”宋鲍澣之《九章算经序》(1200年)称：庆元六年(1200年)之夏鲍澣之在都城，“与太史局同知算造杨忠辅德之论历，因从其家得古本《九章》”；

宋楼钥(1137～1213)《攻媿集》卷三十四，有“秉义郎杨忠辅换太史局丞权同知算造”一文；

宋丁易东《大衍索隐》称：“杨忠辅为河南人。”又《大衍索隐》卷一称：“復得河南杨氏《大衍本原》”云。

(2)鲍澣之传

鲍澣之字仲祺，处州括苍人。庆元六年(1200年)，以迪功郎新

① 见1933年12月7日《大公报》图书副刊第六期内赵万里《芸盦郡书题记》。

隆兴府[1] 靖安县主簿，在都城与杨忠辅论历，因从其家得古本《九章》。是年序刊《九章算法》。开禧三年（1207 年）以大理评事上书论历，拟成《开禧新历》，嘉定元年（1208 年）以《开禧新历》附《统天历》颁之。嘉定五年（1212 年）录得《数术记遗》于杭州七宝山三茅宁寿观[2]中，因序刻之。嘉定六年（1213 年）以朝奉郎知汀州，因序刻《周髀算经》，题"承议郎权知汀州军州，兼管内劝农事，主管坑冶，括苍鲍澣之"云。嘉定八年（1215 年）除刑部郎官，离汀州军州任。

上述传略系据下列文献，即：

《宜稼堂丛书》本《详解九章算法》前有鲍澣之序，题"庆元庚申（1200 年）之夏……其年六月一日乙酉迪功郎兴隆府靖安县主簿鲍澣之仲祺谨书"；

《宋史》卷八十二：开禧三年（1207 年）鲍澣之以大理评事上书论历，拟成《开禧新历》。嘉定元年（1208 年）以《开禧新历》，附《统天历》颁之；

《宜稼堂丛书》本《数术记遗》前有鲍澣之嘉定五年（1212 年）序，称："复录得《数术记遗》于杭州七宝山三茅宁寿观中，因为之序。"

《宜稼堂丛书》本《周髀算经》，后有鲍澣之嘉定六年（1213 年）十一月一日跋，末题："承议郎权知汀州军州，兼管内劝农事，主管坑冶，括苍鲍澣之谨书。"

---

① 《宜稼堂丛书》本"《详解九章算法》"内隆兴府误作兴隆府。因：

《宋史》卷三十一及八十八称："隆兴府本洪州，隆兴元年（1163 年，《宋史》卷八十八误作三年），以孝宗潜藩，升为隆兴府。"此项"以年纪名"宋代不乏其例。在前有绍兴府（1131 年）、在后有庆元县（1197 年），宝庆府（1225 年）。

② 宋李心传《建炎以来朝野杂记》（1202 年）卷三："宁寿观在七宝山之山，旧名三茅堂。"

明弘治《汀州府志》卷十职官门"秩言"称:"鲍澣之于嘉定六年(1213年)以朝奉郎知本州,八年(1215年)除刑部郎官,离任。"

八、元明数学教育制度

元以少数民族入主中华。但在《通制条格》官书中,学令、选举各目尚记肄业算学条文。元程端礼《读书分年日程》(1315年)三卷,其卷二内有甄鸾《五经算术》。入明则洪武初年科举兼试算学。宣德嘉靖以后不复举及。

(1)明《太祖实录》:洪武三年(1370年)八月,京师及各行省开乡试。……中式者后十日复以五事试之。曰:骑、射、书、算、律。骑,观其驰驱便捷。射,观其中之多寡。书,通于六义。算,通于九法。律,观其决断[①]。

(2)《(明)太祖洪武实录》卷二百十六称:"洪武二十五年(1392年)二月甲子,命学校生员,兼习射与书、数之法……数(由乘、因、加、归、减,精)习《九章》之法,务在精通,俟其科贡,兼考之。"[②]

(3)《礼部志稿》卷七十称:"正统十五年(1450年)监察御史朱裳奏言……太祖高皇帝首立学校,令各治一经。以礼乐书算分科立教。"[③]

(4)《皇明太学志》(1557年)卷七"讲肄"条,按称:"原洪武二十五年(1392年)所颁数法,"凡生员每日务要习学算法,必由乘、因、加、归、除、减,精通《九章》之数。昔之善教者,经义治事,贵在兼

① 《日知录》卷十一"经义论策"条引。《(明)太祖实录》卷五十五。并参看王圻《续文献通考》。

② 括号内的文字系据《皇明太学志》(1557年)补注。

③ 见《四库全书珍本初集》本《礼部志稿》。

通，曾谓律令数学，切于日用，可忽而不之学乎。”[①]

(5)明《宣宗宣德实录》卷五十八称：“宣德四年(1429年)九月乙卯，北京国子监助教王仙言：近年生员，止记诵文字，以备科贡。其于字学算法，略不晓习。改入国监，历事诸司，字画粗拙，算数不通，何以居官莅政，乞令天下儒学生员，并习书算，……上谓行在吏部臣曰：其言皆有理，自今国子监博士助教考满称职者，必升用，生员亦会兼习书算。”

(6)明《南雍志》(1544年)卷十八“经籍考”下篇“梓刻本末”内有“《算法》二卷”。此项梓刻的《算法》二卷，当即当日国子监学习所用的课本[②]。

① 见《皇明太学志》十一卷。嘉靖三十六年(1557年)郭鎜序。

② 见明《南雍志》二十四卷，有嘉靖二十三年(1544年)，黄佐序。

清代数学教育制度*

目　次

一、清初数学教育制度(上)

明末曾由耶稣会士主修历法,未曾完成,明代已亡。清世祖初仍由汤若望(Schall Von Bell, Jean Adam,日耳曼人,1591～1666)等继续修补,于顺治二年(1645年)成《新法历书》一百卷。及其末年(1659～1661),杨光先等肆力反对新法,清初亦无人精通历算。圣

---

* 本文原来连载于《学艺》第13卷(1934年)第4号第37～52页,第5号第49～59页,第6号第39～44页;1947年收入《中算史论丛》(四上)第287～342页,1955年收入《中算史论丛》第四集第281～320页。

祖初即位，便兴大狱，其后杨光先亦得罪而去[①]。圣祖有鉴于此，乃锐意学习历算，由西教士教授，并编《数理精蕴》等书，而国学中亦设算学馆，其制度散见《大清会典》，《清文献通考》等书。

嘉庆二十三年(1818年)续修《大清会典》卷六十一“国子监”条称：

国子监……掌国学之政令，凡贡士、监生、学生之隶于监者，皆教之。

监生之别有四：曰恩监生，……又八旗官学生，汉算学生，算学肄业生，每届三年，钦派大臣，考取恩监生一次。曰荫监生，……。学生之别有二，曰八旗官学生，……曰算学生。满洲、蒙古，汉军算学生，于官学生内考取；汉算学生：举人、贡生、监生、廪增附生、俊秀、并准考取。

嘉庆二十三年(1818年)续修《大清会典》卷六十一又称：

算学：管理大臣，满洲一人“由特简”(助教汉一人)[②]，教习汉二人，掌教算法。额设算学生，满洲十二人，蒙古六人，月给银一两六钱；汉军六人，月给银一两；汉六人，月给银一两五钱。凡线、面、体，三部各限一年通晓。七政共限二年通晓。每季小试，岁终大试，会同钦天监考试。五年期满，管算学大臣，会同钦天监考取。凡满洲、蒙古、汉军充补各旗天文生汉人若举人引见以博士用，贡监生童亦以天文生补用。其有通习经史者照官学生例，俟考取监生时，咨送国子监，一例考验，文理明通者，即为监生。[③]

《清文献通考·职官考》称：

① 见李俨《明清之际西算输入中国年表》，《中算史论丛》(一)，第149～193页，(1931)上海(商务)。或重修版《中算史论丛》第三集，1955，第10～68页(＊见本书第七卷第9～81页。——编者)。

② 光绪二十五年(1899年)《钦定大清会典》卷七十六，多括弧内一句。

③ 原文见嘉庆二十三年(1818年)续修《大清会典》卷六十一，并参看光绪二十五年(1899年)《钦定大清会典》卷七十六。

八旗官学，分教八旗子弟；算学馆，分教算学生[①]。

《清文献通考》卷七十九，称：

国子监算法馆，助教汉人一人。

《清文献通考》卷八十三，称：

算法馆，助教汉人一人，分教算学生。……算法馆，与俄罗斯学助教，具于六堂官助教内遴委兼司之。

光绪二十五年(1899 年)《钦定大清会典》，称：

六堂：教贡生监生之所，分为(甲)率性，(乙)修道，(丙)诚心，(丁)正义，(戊)崇志，(己)广业等六堂。每堂酌设助教、学正、学录；掌分教肄业之事。董以学官，率以斋长，皆月课，以时讲贯其义。

二、清初数学教育制度(下)

清初数学教育制度，有年代可考的，按钞本《钦天监则例》、《清文献通考》、《会典事例》、《东华录》，自康熙九年(1670 年)到道光三年(1823 年)，尚可辑得若干条。

康熙五年(1666 年)(钦天监)题准增设汉天文生九十四人。[②]

康熙九年(1670 年)(九月戊午)谕：天文关系重大，必选择得人，令其专心习学，方能通晓精微。可选取官学生，与汉天文生一同学习。有精通者，俟钦天监员缺，考试补用。寻(礼部)议于官学生内。每旗选取十名，交钦天监分科学习，有精通

① 见黄炎培《中国教育史要》，《万有文库》本引。

② 见钞本《钦天监则例》，"本监官生升补"。

者,俟满汉博士缺补用(从之)。①

康熙五十二年(1713 年)初设算学馆,选八旗世家子弟,学习算法。以大臣官员,精于数学者司其事。特命皇子亲王董之。②

雍正二年(1724 年)(钦天监)奏准候补天文生,及补用天文生之监生,生员,由监送顺天府入皿字号乡试③。

雍正三年(1725 年)命何国宗将算法馆行走,明白测量人员,带去测量河道。④

雍正三年(1725 年)圣祖仁皇帝御制《律历渊源》百卷,刊刻告成,内《历象考成》四十二卷,《律吕正义》五卷,《数理精蕴》五十三卷。世宗宪皇帝御制序文颁行天下。令监官钦遵《考成》推算,以康熙二十三年甲子为元⑤。

雍正三年(1725 年)(钦天监)奏准本监官生举人,准应会试,监生生员准应乡试⑥。

雍正五年(1727 年)(钦天监)奏准八旗天文生有阙,由吏部考补⑦。

雍正十二年(1734 年)奏准康熙五十二年设算学馆于畅

① 见《清文献通考》,席裕福《皇朝政典类纂》卷二百十七,"学校五,太学,算学生"引《文献通考》,光绪二十九年(1903 年)上海图书集成局。其括弧内文字,乃据《东华录》"康熙十"校补。

② 参看《清文献通考》,席裕福《皇朝政典类纂》卷二百十七,"学校五,太学,算学生"引《会典事例》。

③ 见钞本《钦天监则例》,"本监官生升补"。

④ 见《东华录》"雍正七"。

⑤ 见《会典事例》卷八百三十。

⑥ 见钞本《钦天监则例》"本监官生升补"条。

⑦ 同上。

春园之蒙养斋。简大臣官员精于数学者，司其事，特命皇子亲王董之。选八旗世家子弟学习算法。又简满汉大臣翰林官，纂修《数理精蕴》及《律吕正义》诸书。至雍正元年(1723年)告成，御制序文镌版颁行。自明季司天失职，过差罕稽，至此而推步测验，罔不协应。际此理数大备之时，正当渊源传授，垂诸亿万斯年，应于八旗官学增设算学。教习十六人，教授官学生算法，每旗官学资质明敏者三十余人，定以未时起，申时止，学习算法①。

乾隆三年(1738年)停止教授八旗官学算法，专设算学。先是雍正十二年(1734年)八旗官学增设算学，教习十六人，教授官学生算法。至是……所有官学生习算法之例，概行停止，寻议令钦天监附近专立算学，额设教习二人，满汉学生各十二人，蒙古汉军学生各六人。即以向来八旗教习算法，由举人笔帖式，贡监生员出身补教习。……汉人无论举贡生童，或世业子弟愿入算学者听。俟考试录取。……功课中：线、面、体，三部各限一年②。

乾隆三年奏准：设立官学，教养八旗子弟，专以读书，翻译为业，以备将来录用。至算法一艺，理数精微，非童稚所能骤通。况以一时之暂，教授三十余人，势难遍及。按算法乃钦天监专司，其如何教习录取之处，应令酌量办理，其官学生习算法，概行停止。

又奏准：算学生每月膏火，照学官生例在各旗咨领，至汉算学生旅食京师，非汉军在京有家产可比，较汉军官学生，加

① 见《会典事例》卷八百二十九，“国子监，算学”。

② 见《清文献通考》卷六七七，“学校考五，太学三”。

银五钱，由监于户部领发。

又奏准：算学设汉教习二人，即于奏停八旗官学内教习算学充补。月廪等项照八旗官学汉教习例。五年期满，果能尽心训课，著有成效者，该管大臣奏交吏部议叙。举人笔帖式充补者，交与钦天监，以灵台郎补用。贡监生员充补者，以絜壶正补用。官学生，算学生充补者，以博士补用。将来教习员缺于奏停教习拔补完日，令该管大员，会同钦天监，于学内教习有成之人，考选充补。

又奏准于钦天监附近地方专立算学一所，额设学生：满洲汉人各十二人，蒙古汉军各六人。满洲蒙古汉军即于八旗官学内，择其从前曾学算法，资性相近愿学者，不拘旗分选取。汉人无论举贡生童，或世业子弟，取同乡京官印结，具呈国子监，会同管理算学大臣考试，秉公录取。

又奏准算法中：线、面、体，三部各限一年通晓。七政共限二年。每季小试，岁终大试，由算学会同钦天监考试，勤敏者奖励，惰者黜退别补。

又议准钦天监天文生，向以本旗考取生监补用，今应将五年期满算学生，学有成效者，由该管大员会同钦天监秉公考取，拟定名次，咨吏部注册，俟各本旗天文生员缺挨补。至考取生监停其补用。再天文生每旗满洲二人。汉军一人，并无蒙古。今算学生既有蒙古六人，为数无多，应与满洲算学生一同考送吏部，按定名次，归各该旗补用。汉算学生五年期满，一同考取举人引见，以博士用。贡监生以天文生补用①。

① 见《会典事例》卷八百二十九。互见清抄本《国子监则例》第十六册内“咨考算学生”条附注。

乾隆四年(1739年)奏准算学隶国子监管辖,应称国子监算学。所有考校一应文移案卷,即用监印钤盖。

又奏准算学教习之饭食衣服,由监行文支给①。

乾隆四年(1739年)定算学事宜文移案卷,俱归国子监管辖,称国子监算学,其教习之饭食衣服由监行文支给②。

乾隆四年(1739年)(钦天监)复准每世业子弟五人;由监选三科官员,人品老成,精通术业者一人为教习,督率课程。每年季考亦令考试,分别等第。三年内学有成效,令该教习出具结状方得补用。如世业子弟依恃父兄在监,名为学习,而术业生疏者,即行黜退③。

乾隆六年(1741年)议准满洲蒙古汉军算学生,向例与官学生一同考试监生,惟有童生考取汉算学生者,不得与考,嗣后汉算学生,有通习经史者,照官学生例,俟考试监生,咨送国子监,一例考验,果文理明通,授为监生,准应乡试④。

乾隆十年(1745年)奏准以钦天监天文生二十四人拨归国子监,算学肄业,无庸别给膏火。其一切教法及应试考取,均照算学生例。倘教习不敷,即选学业有成之算学生,协同分教,已补者即食本俸,未补者仍领学生膏火⑤。

乾隆十年奏准钦天监肄业生二十四人,拨归算学肄业,无庸别给膏火。倘教习不敷,即选学业有成之算学生,协同分教。已补者即食本俸,未补者仍食学生膏火。一应教习应试考取天

① 同第272页注①。

② 见《清文献通考》卷六十七,"学校考五,太学三"。

③ 见钞本《钦天监则例》,"本监官生升补"条。

④ 见《会典事例》卷八百二十九。

⑤ 见《清文献通考》卷六十七。

文生，均照学生例[①]。

乾隆十年（1745 年）复准期满之算学生，有举人出身者，准以博士补用[②]。

乾隆十二年（1747 年）奏准算学额设教习二人，协同分教三人，嗣后教习未满五年，分教未经实授，遇有升叙，如实心训课勤慎称职之人，均仍留教习，俟满五年，奏明交部议叙[③]。

乾隆二十五年（1760 年）议准考试库使，将满洲官学生，合例应考者，造册送吏部考试，算学生以四年奏准，照官学办理之例，一体送考[④]。

乾隆三十五年（1770 年）定汉算学生得由童生考取监生，应乡试。向例只满洲、蒙古、汉军算学生，得与官学生一同考取监生入场，至是议准得由童生考取监生应乡试[⑤]。

清初数学制度兴革，已详前诸条。数学制度在当日虽无多贡献，但嘉道以来尚未全废。考乾隆五十年（1784 年）汤大选任钦天监正，兼管国子监算学馆，嘉庆十三年（1808 年）福文高任钦天监正，道光三年（1823 年）季拱辰任钦天监正，并兼管国子监算学馆，即是一证。

三、教会学校的数学教育

基督教会所办教育事业，始于道光十九年（1839 年），实以蒲伦博士（Dr. R. S. Brown）设学于澳门为最早。此项学校，最初由教门

---

① 见《会典事例》卷八百二十九。

② 见钞本《钦天监则例》，“本监官生升补”条。

③ 见《会典则例》卷八百二十九。《清文献通考》卷六十七，记述此条大致相同。

④ 见《会典事例》卷八百二十九。

⑤ 见《清文献通考》卷六十七。

公会(Denomination boards)独立教会所创设[①],解放前尚有小学及中学由此等机关办理。道光二十五年(1845 年),美国圣公会主教文氏立学校于上海,后名约翰书院。同治十年(1871 年)又立学校于武昌,后名文华书院。并于光绪末年正式成立大学;同治三年(1864 年)美国长老会狄考文(Rev. Calvin W. Mateer,1836~1908)设文会馆于山东登州,同治五年(1866 年)英国浸礼会设广德书院于青州,后二校合并为广文学堂,设于潍县。到 1917 年又与济南醫学校、青州神学校合并为齐鲁大学。美国美以美会于光绪十四年(1888 年)立汇文书院于北京,十九年(1893 年)公理会设潞河书院于通县,后两校合组为燕京大学。美国监理公会林乐知(Young John Allen)于光绪七年(1881 年)创设中西书院于上海,该会于光绪二十三年(1897 年)又设中西书院于苏州,到二十七年(1901 年)与苏州博习书院(Buffinton Institute)合并成东吴大学。美国长老会自光绪十一年(1885 年)即在广州、澳门诸地建设学校,就中格致书院于光绪二十七年(1901 年)改岭南学堂,至光绪三十年(1904 年)又改为岭南大学[②]。同治十三年(1874 年)英总领事麦华陀和傅兰雅(Dr. John Fryer 1839~?)创办格致书院于上海[③]。刻有《格致书院课程附课题》(1895 年)。

天主教在中国,于每教区设立天主教启蒙学校(Ecoles de Catechumeun),道光三十年(1850 年)开办徐家汇公学(College de St. Ignace de Zi-Ka-Wei),又有圣芳济学校(College de Francis

① 《中国基督教教育事业》,第 18 页(1922 年)上海(商务)。

② 何炳松"三十五年来中国之大学教育",《最近三十五年之中国教育》上卷,第 93~94 页,1932 年 9 月,上海商务印书馆初版,并参看 1934 年 2 月 20 日《申报》第四张(十五),"全国私立大学沿革"条。

③ 见《格致汇编》第五年,秋季号。旧《申报》作同治十一年(1872 年)。

Xavier)，光绪二十九年(1903)因京师译学馆以戊戌(1898)政变停办，由蔡元培等商耶稣会创办震旦大学(Université L'aurore)于上海[①]。

是时学校初立，教科书籍缺乏，英美法各教士办学者因自编教科书，如1890年基督教教育会设有教科书委员会编辑教科书[②]。大致有下列各种：

(甲)耶稣教士编译本。

(1)《心算初学》六卷，登州哈师娘撰，天津官书局排印本。

(2)《心算启蒙》一卷，美国那夏礼撰，1886年上海美华书馆铅印本。

(3)《西算启蒙》无卷数，1885年译印本。

(4)《数学启蒙》二卷，英伟烈亚力(Alexander Wylie，1815～1887)撰。1853年伟烈亚力序刻本。

(5)《笔算数学》三册，美狄考文(Calvin Wilson Mateer，1836～1908)、邹立文(字宪章，平度人)同撰。1892年狄考文序，益智书局印本。

(6)《代数备旨》十三卷，美狄考文撰，邹立文、生福维(字范五，平度人)同译。1891年美华书馆铅印本。

(7)《代数备旨》下卷十一章，美狄考文遗著，范震亚据遗稿校。1902年会文编辑社石印本。

(8)《形学备旨》十卷，美狄考文、邹立文、刘永锡同译。1885年

---

① 参看《中国基督教教育事业》，第18页(1922年)上海(商务)。

何炳松，"三十五年来中国之大学教育"，《最近三十五年之中国教育》上卷，第93～94页，上海商务印书馆。

1934年2月20日《申报》第四张(十五)"全国私立大学沿革"条。

② 参看《教育年鉴》第三编(1934年)。

美华书馆铅印本。

(9)《八线备旨》四卷,美罗密士(Elias Loomis, 1811～1899)原撰,美潘慎文(Rev. A. P. Parker, 1850～1924)选译,谢洪赉校录,1893年潘慎文序于苏州博习书院,1894年美华书馆铅印本。

(10)《代形合参》三卷,美罗密士原撰,美潘慎文选译,谢洪赉校录。1893年美华书馆铅印本。

(11)《圆锥曲线》无卷数,美路密司撰,美求德生(J. H. Judson)选译,刘维师笔述。1893年美华书馆铅印本。

(12)《格致须知》初二集,英傅兰雅辑。

内容:《算法须知》,华蘅芳撰,1887年印本。

《量法须知》,英傅兰雅撰,1887年印本。

《代数须知》,英傅兰雅撰,1887年印本。

《三角须知》,英傅兰雅撰,1888年印本。

《微积须知》,英傅兰雅撰,1888年印本。

《曲线须知》,英傅兰雅撰,1888年印本。

余无算不录。

(乙)天主教士编译本。

(13)《课算指南》无卷数。天主教启蒙学校用书,今已绝版。

(14)《课算指南教授法》无卷数。同上用书,今已绝版。

(15)《数学问答》无卷数,佘宾王(P. F. Scherer, S. J.)撰。1901年汇塾课本,上海土山湾书馆铅印本。

(16)《量法问答》无卷数,佘宾王撰,同上书馆铅印本。

(17)《代数问答》无卷数,佘宾王撰,1903年同上书馆铅印本。

(18)《代数学》无卷数,Carlo Bourlet撰,陆翔译。1928年同上书馆。二次印本。

(19)《几何学》,平面,无卷数,Carlo Bourlet撰,戴连江译。

1913年同上书馆铅印本。

同时新教育事业,多有西教士插足其间,如同文馆馆长即为丁韪良(Dr. W. A. P. Martin, 1827～1916)。又光绪二十四年(1898年)间美人李佳白(Gilbert Reid)、狄考文建议设立总学堂,为京师大学堂设立之先声。而天津北洋大学及上海南洋公学初立之时,都有西人插足其间。

四、清末数学教育制度(上)

清初数学教育制度,初未养成数学人才。但《数理精蕴》等书,于学界尚有若干贡献。降及中叶,初无此项数学教育之可言。自鸦片战争以后,教育较受重视,因于同治初年(1862年)设立同文等馆,施行西洋教育制度。但是时目标,仅知养成外交人才,而于科学基础的数学教育,还未加注意。且其初期,学制系统,尚未建立,科举亦未废止。虽各项学校相继成立,而收效未著。但其历史尚可举出如后:

(1)同文馆,广方言馆的设立:

同治元年(1862年)八月,总理各国事务衙门,奏设同文馆于北京,内阁先于乾隆二十二年(1757年)设有俄罗斯文馆,至是并入[①]。是为中国新教育设学堂之始。

"同治二年(1863年)上海设广方言馆,广东设同文馆,均江苏巡抚李鸿章所奏请。"[②]

"广方言馆同治二年设于上海城内,八年移入江南制造局。学

① 黄炎培《中国教育史要》(《万有文库》本),引《京师同文馆学友会第一次报告书》。《报告书》,1916年3月京华书局代印。

② 见《京师同文馆学友会报告书》黄炎培,《中国教育史要》引,并参看陈宝泉《中国近代学制变迁史》,第3页。

生正课四十名，附课四十名。”①

“同治初总理衙门设同文馆，并设印书处，以印译籍。吴人冯桂芬倡议上海、广东城应仿设。”②

“苏抚李鸿章从其议，遂就上海敬业书院地址，建广方言馆，教西语西学，以译书为学者毕业之证。”③

“上海李鸿章奏请饬广东仿照同文馆，设立学馆，学习外国语言文字等语，已谕令广东将军等查照办理。”④

“同治二年(1863 年)谕，前已立同文馆，现据李鸿章奏，上海已设立外国语言文字学馆，广东事同一律，应仿照办理。”⑤

以上是同文馆，广方言馆设置情形。查同文馆、广方言馆开设之初，仅以研究外国语言文字为目标，以后方加课算学，且得名算师李善兰(1811～1882)⑥ 为教授，方定成和以后高中的数学相同的课程。

同治五年(1866 年)恭亲王奏称制造机器，必须讲求天文、算学。议于同文馆内添设算学馆，以讲求天文算学⑦。此议当即实行。

同治五年八月“允郭嵩焘请，召生员邹伯奇、李善兰，赴同文馆差委”。见《东华续录》卷五十八“同治”。

---

① 见《江南制造局记》卷二。

② 说详《显志堂稿》。又见冯桂芬“上海设立同文馆议”，载《校邠庐抗议》。

③ 见《墨余录》，郑鹤声、郑鹤春，《中国文献学概要》，第 164 页，上海(商务)，引。

④ 见《邸钞》——据《皇朝政典类纂》卷二百三十引：《谕折汇存》。

⑤ 见《东华续录》。

⑥ 据李慈铭《越缦堂日记》第三十九册，第 20～21 页：李善兰光绪八年十月二十九日(1882 年 12 月 9 日)死，生于嘉庆十五年十二月八日(1811 年 1 月 2 日)，年七十三。

⑦ 原文见《皇朝经世文》三编卷一，未注年月。舒新城，《近代中国教育史料》第一册，第 8 页，1928 年 3 月上海(中华)，定为同治五年，甚合。陈宝泉，《中国近代学制变迁史》谓此事在同治六年，尚待考证。

"同治五年，北京同文馆于英、法、俄文三馆以外，设天文、算学、化学、格致、公法各科。"见毕桂芬，《京师同文馆学友会第一次报告书序》①。

"同治五年创设天文算学等科，以七年为期。"见前书。

据"京师同文馆规"，② 分年课级，共须八年。

首年：认字写字，浅解辞句，讲解浅书。

二年：讲解浅书，练习句法，翻译条子。

三年：讲各国地图，读各国史略，翻译选编。

四年：数理启蒙，代数学，翻译公文。

五年：讲求格物，几何原本，平三角，弧三角，练习译书。

六年：讲求机器，微分积分，航海测算，练习译书。

七年：讲求化学，天文，测算，万国公法，练习译书。

八年：天文测算，地理，金石，富国策，练习译书。

同文馆加课天算之后，三十年间（自同治五年至光绪二十一年，1866～1895）未有改制，至光绪二十一年（1895 年）始由陈其璋奏请加以整顿。陈《疏》称：

> 伏思都中同文馆为讲求西学而设，学生不下百余人，岁费亦需巨万两。而所学者只算术，天文，及各国语言文字，在外洋只称为小中学塾，不得称为大学堂。且自始至终，亦逐渐加功，仍属有名无实，门类不分，精粗不辨，欲不为外洋所窃笑也难矣③。

---

① 黄炎培《中国教育史要》引。

② 见舒新城《近代中国教育史料》第一册，第 9～11 页，引《皇朝蓄艾文编》卷十四。陈翊林《最近三十年中国教育史》，第 47 页，上海，以为中学教育溯源于同文馆。

③ 见《皇朝蓄艾文编》卷十四，何炳松，"三十五年来中国之大学教育"，《最近三十五年之中国教育》，第 56～58 页（1931 年），以为"京师同文馆规"所定八年课级和考试章程，恐怕都是陈（其璋）氏奏请整顿的结果，自注又称："近来有人以为上面的（京师同文）馆规，分年课级，和考试章程，都是同文馆初设时所定，恐误。"录此备考。

至广方言馆章程计分九条：一辨志，二习经，三习史，四讲习小学，五课文，六习算，七考校日记，八求实用，九学生分上下两班[①]。

“其功课：国文、英文、法文、算学、舆地。”见《江南制造局记》卷二。

而习算细目，则见于《李文忠奏议》。据《奏议》称：“李鸿章奏于上海设广方言馆，其课程午后即学算术。无论笔算、珠算，先从加减乘除入手。中学熟习《算经十书》。”[②] 又刻有《广方言馆算学课艺》(1896 年)。

(2)技术专修等学校的设立：

同治五年(1866 年)，左宗棠奏设船厂于福建马尾，并设随厂学堂于船坞东北，学堂分为两部。一为前堂，习法文，简称为前学，练习造船技术；一为后堂，习英文，简称为后学，练习驾驶。总称船政学堂，为我国最早的技术专修学校[③]。

光绪六年(1880 年)李鸿章奏准建设北洋水师学堂于天津，内分驾驶，管轮两科。教授英文、几何、代数、平弧三角、八线、级数、重学、天文、推步、地舆、测量[④]。

光绪十一年(1885 年)李鸿章奏设武备学堂于天津。十二年(1886 年)张之洞奏设陆军学堂于广东，十三年(1887 年)创设广东水师学堂于广东，二十一年(1895 年)创设湖北武备学堂，南京陆

① 陈宝泉《中国近代学制变迁史》，第 6 页。
② 陈宝泉《中国近代学制变迁史》，第 9～10 页。
③ 见陈翊林《最近三十年中国教育史》，第 48 页；《近代中国教育思想史》第 43～44 页；陈宝泉《中国近代学制变迁史》，第 10 页；《左文襄公奏稿》卷十八。
④ 见《最近三十年中国教育史》第 48 页，和《近代中国教育思想史》第 43～44 页。《李文忠公全集奏稿》卷四。

军学堂①。

(3)小学校的创立：

光绪四年(1878 年)上海张焕纶创办正蒙书院，为最早之小学。该院有学生百余人，分大中小各班，分设国文、舆地、经史、时务、格致、数学、歌诗等科，其后改梅溪学校②。

光绪二十二年(1896 年)，上海设沪南三等学堂，与正蒙书院同为私立小学③。

光绪二十三年(1897 年)盛宣怀《奏陈开办南洋公学情形疏》称："师道立则善人多，故西国学堂必探原于师范。蒙养正则圣功始，故西学学程必植基于小学，……上年(1896 年)二月间考选成才之士四十名，先设师范院，……复选年十岁内外至十七八岁止，聪颖幼童一百二十名，设一外院学堂，令师范分班教之，……今年复将二等学堂先行开办，名曰南洋公学中院，以次续开头等学堂，名曰南洋公学上院。"其章程内称："南洋公学分四院：一曰，师范院，即师范学堂也；二曰外院，即日本师范学校附属之小学院也；三曰中院，即二等学堂也；四曰上院，即头等学堂也。"④ 外院课程有国文、算术、英文、舆地、史学、体操六门，每周授课四十二小时，此

① 何炳松"三十五年来中国之大学教育"，《最近三十五年之中国教育》，第 60～61 页(1931)。

《湖北通志》卷六十"学校志六，学堂"据"档册"称："武备学堂在黄土坡，光绪二十二年(1896)总督张之洞，巡抚谭继询奏设"。

② 黄炎培《中国教育史要》引《梅溪学校五十周年纪念刊》。陈翊林，《最近三十年中国教育史》，第 45～46 页。

③ 吴研因，翁之达，"三十五年来中国之小学教育"，《最近三十五年之中国教育》，第 1～2 页(1931)。

④ 舒新城《近代中国教育史料》，第一册，第 35～40 页(1928 年)，及胡思敬，《戊戌履霜录》卷一，《戊戌政变资料》(一)，第 316 页(1953 年)引。

为中国师范学校和附设公立小学校之始①。并由师范院自编蒙学课本,以供外院学生应用,开中国小学教科书的先例②。如笔算教科书有董瑞椿译《物算教科书》一种③。

南洋公学外院开办的次年,即光绪二十四年(1898年)六月十七日,孙家鼐议复五城,建立中学堂,小学堂疏,称:

> 查京师大学堂……附小学堂,额数八十名,……小学堂皆大员子弟。……此外就近愿学者,均未议及,欲于五城添立小学堂,中学堂,俾土著之人,与外省在京之举贡生监,及京官子弟一体入学。

这是政府对于小学教育计画,见于公牍的开始④。

同时小学校可考的,还有:

"光绪二十四年(1898年)无锡俞复等创立三等(公)学堂。

光绪二十五年(1899年)吴县陆基设立崇辨蒙学于苏州。

光绪二十六年(1900年)天津有蒙养东塾。

光绪二十六年左右,北京有八旗奉直小学堂,广东有逊业小学堂。"⑤

(4)普通学校的设立:

学制系统未建立前的学校,除上述教会设立的学校,和同文

---

① 陈翊林,《最近三十年中国教育史》,第46页。

② 吴研因,翁之达,"三十五年来中国之小学教育",《最近三十五年之中国教育》,第1～2页(1931年)。

③ 见《教育年鉴》第三编(1934年)开明版本。

④ 见吴研因、翁之达前文,及舒新城,《近代中国教育史料》第二册,第1～2页,及《戊戌变法资料》(二),第434～435页(1953)。

⑤ 见吴研因,翁之达前文。而《清议报全编》卷二十一"戊戌(1898年)政变记"光绪二十四年(1898年)七月初三日条,有"王照继开八旗奉直小学堂,皆著成效"之语,则八旗奉直小学堂设立,在光绪二十四年以前。

馆、广方言馆、技术专修学校、海陆军专校以及小学校之外，又有普通学校，亦同时设立。

在广东，则光绪二十四年（1898 年）军机大臣总理衙门《遵筹京师大学堂折》称：近年张之洞在广东设广雅书院等语。在前则学海堂于同治五年（1866 年）加增算学一门，孔继藩曾在此学习《算经十书》[①]。亦有自立学会的，如 1887 年广学会之设[②]。

其在两湖，则"自强学堂在（武昌）三佛阁大朝街口，光绪十九年（1893 年）总督张之洞，巡抚谭继洵建。分方言、格致、算学、商务四门课士。三十年（1904）移算学于两湖书院，裁去格致、商务二门，专课方言。分英、法、德、俄、东五国文言，各延教习分门教授，迁东厂口正街"[③]。《两湖书院》则刻有《两湖书院课程》（1900 年刻）。

光绪二十一年（1895 年）湖南湘乡绅士，呈准该省巡抚，就刘襄勤公所创办东山精舍，仿湖北自强学堂成法，分科造士，为算学、格致、方言、商务四斋，并定章程二十四条，其第四条，称："入舍肄业者算学为先，目前经费不敷，只能先聘算学山长，盖三角、八线、几何、代数，实为西学根本，不独制造须探源于算术也。………"，又第六条称："算学当循序精进，初学一年。习几何、代数、平三角、少广。第二年则习曲线、微分、积分。第三年则习弧三角，及微积分之深义，立体之几何。"[④]

光绪二十三年（1897 年）九月，湖南（长沙）时务学堂创立，由王先谦主办，延梁启超主讲。以一年为学习期，前六月为溥通学，第

① 见陈澧续补本《学海堂志》。

② 见《教育年鉴》第三编（1939 年）开明版本。

③ 《湖北通志》卷六十，"学校志六，学堂"据"档册"。

④ 舒新城《近代中国教育史料》第一册，第 16～21 页，引。

七月至第十二月于溥通学之外，分公法，掌故，格算诸门[①]。其格算门教授算学，採用下列各书：

第七月：《学算笔谈》(1882 年) 《笔算数学》(1892 年)

以上算学是显浅易入之书。

第八月：《几何原本》(1857 年) 《形学备旨》(1884 年)

二书宜参互读。

《代数术》(1873 年) 《代数备旨》(1891 年)

二书宜参互读。

第九月：《几何原本》 《形学备旨》 《代数术》 《代数备旨》

第十月：同上。

第十一月：《几何原本》 《形学备旨》

《代数术》 《代数难题》(1883 年)

第十二月：《几何原本》 《代数难题》

《代微积拾级》(1859 年) 《微积溯源》(1874 年)

光绪二十二年(1896 年)陕西有味经学舍[②]。

光绪二十三年(1897 年)陕西味经刊书处传刻下列各书：

《九数通考补借根方》八册，《梅氏筹算》二册，《平三角举要》二册，《白芙堂算学二十一种》四册，《代数术》六册，张秉枢《代微积拾级补草》二册。《微积溯源》六册，《泛倍数衍》一册，《学算笔谈》六册，《学计韵言》一册，《课余丛钞》四册[③]。

以上所述湖北自强学堂、湖南两湖书院、东山精舍、陕西味经学舍，及与此同时之广州实学馆(后改博学馆)、江阴南菁书院、阳湖龙

① 舒新城《近代中国教育史料》第一册，第 40～61 页(1928)。又见《戊戌政变资料》(四)，第 491～506 页(1953)。

② 黄炎培《中国教育史要》(《万有文库》本)引《戊戌政变记》卷七。

③ 见光绪二十七年(1901)《味经官书局书目》。

城书院等，虽亦取法“京师同文馆规”，而课程分配不均，或并未尝授课，仅可称为书院式的学校。至光绪二十一年(1895年)天津海关道盛宣怀奏办天津中西学堂，分头等二等，各四年毕业，其中二等学堂与中学相仿佛，是为吾国创办中学校之始，也是建立学制系统学校之始。盛禀于光绪二十一年(1895年)八月十二日由北洋大臣王文韶转奏，十四日奉谕照准，王奏并称为北洋西学学堂①，故《邸钞》称：

光绪二十一年(1895年)北洋大臣直隶总督王文韶奏请创办北洋西学学堂，以伍廷芳总办头等学堂，蔡绍基总办二等学堂，并延美国驻津副领事丁家立为总教习②。

其功课之关于算学者：

二等学堂：	第一年	数学，
	第二年	数学，并量法启蒙，
	第三年	代数学，
	第四年	平面量地法。
头等学堂：	第一年	几何，三角勾股学，
	第二年	微分学，
	第三年	无算学课，
	第四年	无算学课。

清末民间亦有数学团体的组织，如江苏松江有云间算学会，四川重庆有算学馆，成都有算学书局，江苏扬州有知新算社，各地还有其他算学馆。

① 廖世承“三十五年来中国之中学教育”，《最近三十五年之中国教育》，上卷，第37页，上海商务印书馆；舒新城，《近代中国教育史料》第一册，第23～35页，上海中华书局。

② 见《邸钞》，席裕福《皇朝政典类纂》卷二百二十七引《谕折汇存》。

五、清末数学教育制度(下)

清末维新事业,以光绪二十四年(1898年)为开端,是年四月二十三日下定国是之诏,五月初八日议开京师大学堂,同月命孙家鼐管理大学堂事务,又命各省州县府开设中西学堂。庚子(1900年)变后,若干上层人物以为非变法不足图存。光绪二十六年(1900年)上谕京内外官条陈时政。光绪二十七年(1901年)湖广总督张之洞、两江总督刘坤一曾三疏奏变法自强,时学制尚未立,科举尚未废,到光绪二十八年、二十九年(1902~1903)始定学堂章程,光绪三十一年(1905年)始废科举[①]。清代教育制度,至此始入正轨。

(1)维新兴学:

维新兴学始于光绪二十四年(1898年),其事实见于《东华录》官书的有:

> 光绪二十四年(1898年)五月初十日清帝谕催各省办高等、中等学校及小学、义学、社学[②]。
>
> 同年同月十五日开办京师大学堂,派孙家鼐管理[③]。

庚子(1900年)时,大学停办,至二十七年(1901年)十二月办学之议复兴。

> 光绪二十七年(1901年),以庚子(1900年)变后,下诏广设大中小及蒙学堂[④]。
>
> 光绪二十七年十二月(1902年)特派张百熙为管学大臣,

① 《光绪政要》卷三十一,光绪三十一年(1905年)八月。

② 见《光绪东华录》卷一四四。并据《戊戌变法资料》(二)补日期。

③ 同上,卷一四五。并据《戊戌变法资料》(二)补日期。

④ 同上,卷一六九。

管理学堂事务[①]。

光绪二十九年十二月(1904年)改管学大臣为学务大臣[②]。

光绪三十一年十一月(1905年)设立学部[③]。

以上是维新兴学沿革,至其初期算学教学课程。则光绪二十七年(1901年)五月张之洞、刘坤一,《会奏变法自强第一疏》"设文武学堂"条称:

八岁以上入蒙学。

十二岁以上入小学校,学粗浅算法至开立方止,三年毕业。

十五岁以上入高等小学校,学较深算法,至代数几何止,三年毕业。

十八岁以上入中学校,学精深算法,至弧三角,三年毕业。

……………………………………………………………………

奉硃批着照所拟章程,切实办理,仍随时考核,期收得人之效。[④]

(2)京师大学堂等的创立:

京师大学堂最初倡于光绪二十二年(1896年)李端棻的奏请[⑤],其见于官书的,则《光绪东华录》卷一四五,称:"光绪二十四年(1898年)五月开办京师大学堂,派孙家鼐管理。"但亦虚有其

① 《光绪东华录》卷一七一。

② 见《光绪东华录》卷一八四,及《大清教育新法令》第一篇"谕旨"。

③ 见《光绪东华录》卷一九七,和《大清教育新法令》第一篇"谕旨"。

④ 见舒新城《近代中国教育史料》第一册,第77~90页。又见《皇朝政典类纂》卷二百十七,引《邸钞》。

⑤ 见何炳松《三十五年来中国之大学教育》,载《最近三十五年来之中国教育》,第74~76页。

名。或因光绪二十八年(1902年)奏办京师大学堂情形疏中有“查大学堂开办约有二年”之语,以为大学开办应在光绪二十六年(1900年)以后①。现据《邸钞》称:

> 光绪二十七年十二月初一日(1902年1月10日)谕,已有旨饬办京师大学堂,并派张百熙为管学大臣,所有从前设立之同文馆,毋庸隶外务部,著即归入大学堂,一并责成张百熙管理事务,即认真整顿,以副委任②。

光绪二十八年(1902)正月张百熙《奏办京师大学堂》折称:“查大学堂开办约有二年,学生从未足额,一切因陋就简。”是前此虚有其名,到此时方趋实际。

光绪二十七、八年间(1901~1902)各省纷纷设立大学堂,如陕西就味经、崇实两书院合并为宏道大学堂〔《政艺丛书》(光绪癸卯,1903年)中《政书通辑》卷五,“陕学沈奏办高等学堂情形折”〕。

山西有晋省大学堂的设立(《政艺丛书》(光绪壬寅,1902年)中《政书通辑》卷六“管学大臣张遵旨复陈学堂事宜”)。并将教案赔款所办的中西大学堂,归并山西大学堂,作为西学专斋(同上《政书通辑》卷五,山西巡抚折)。

河南有河南大学堂的筹办(同上《政书通辑》卷三,“学务文牍辑要”)。

湖北就两湖书院改为两湖大学堂(同上)。

湖南就求志书院改为湖南大学堂(同上《政书通辑》卷四,“湘抚奏陈改设学堂,并派人出洋游学折”)。

广东就广雅书院改为广东大学堂(同上《政书通辑》卷五,“粤

---

① 见何炳松前文(见第288页注⑤)。

② 见《皇朝政典类纂》卷二百三十,引《邸钞》。

督陶奏设广东大学堂请废科举折”)。

江苏就江阴南菁书院改为江苏全省南菁高等学堂(1898年)(同上,《政书通辑》卷一“江苏南菁书院遵改学堂试办章程”)。

浙江亦把求是书院改成浙江大学堂[①]。

至宣统年除京师大学堂,山西大学堂外,各省纷纷改为高等学堂,可知的有江南、福建、广东、湖南、山东、陕西各高等学堂。

是时学校虽相继成立,而教课尚未曾统一,光绪二十七年(1901年),袁世凯《山东试办大学堂暂行章程折稿》;二十八年(1902年)漕运总督奏设试办江北大学堂,以及二十八年(1902年)袁世凯等设直隶师范暨小学堂暂行章程,其参差不齐之处,一望而知。

(i)山东试办大学堂暂行章程折稿。袁世凯光绪二十七年(1901年)奏上。

备斋:	一年首季	一年次季
	数学“加减乘除至比例”	数学“全”
	二年首季	二年次季
	代数	代数“全”
正斋:	一年首季	一年次季
	形学“中五卷”	形学“全” 圆锥曲线
	二年首季	二年次季
	八线 勾股	同上季
	三年首季	三年次季
	代形合参	微积学
	四年首季	四年次季

① 见何炳松《三十五年来中国之大学教育》,载《最近三十五年来之中国教育》,第77～78页。

不授算学	代数根原

(ii)漕运总督,光绪二十八年(1902年)奏设试办江北大学堂章程①。

第一年首季	第一年次季
算学"加减乘除至比例"	算学"全"
第二年首季	第二年次季
代数"上半本"	代数"全"几何"一,二两本"
第三年首季	第三年次季
几何"三,四两本"平三角	弧三角

(iii)光绪二十八年(1902年)袁世凯筹设直隶师范暨小学堂暂行章程②。

小学堂

第一年　笔算"分数、整数、小数加减乘除"

第二年　笔算"比例、百分、开平方、开立方"

第三年　代数。几何"平积"

第四年　几何"平积"

师范学堂

第一斋"半年毕业"

算学:笔算"整数、分数、小数加减乘除"

珠算"加减乘除"

第二斋"一年毕业"

算学:笔算"整数、分数、小数加减乘除、比例、百分、开平方、开立方"

珠算"加减乘除"

第三斋"二年毕业"

---

① 见《江北高等学堂试办章程》木刻本。

② 见《皇朝政典类纂》卷二百二十九引。

第一年

算学:笔算"整数、分数、小数加减乘除、比例、百分、开平方、开立方"

珠算"加减乘除"

第二年

算学:代数,珠算"熟习"

第四斋"三年毕业"

第一年

算学:笔算"整数,分数,小数加减乘除,比例,百分,开平方,开立方"

珠算"加减乘除"

第二年

算学:代数,珠算"熟习"

第三年

算学:代数,几何"平积"

(3)钦定学堂章程:

"光绪二十八年(1902年)正月张百熙订呈大学堂章程,七月订呈高等、中、小学堂章程,先后颁布。"见《光绪东华录》卷一七二,是称"钦定学堂章程"。其系统如下页图。

其算学教授制度,则:

蒙学堂　六七岁入学,　四年毕业。

第一年　不授算术。

第二年　不授算术。

第三年　算术(1周4时)[①] ——数目之名。

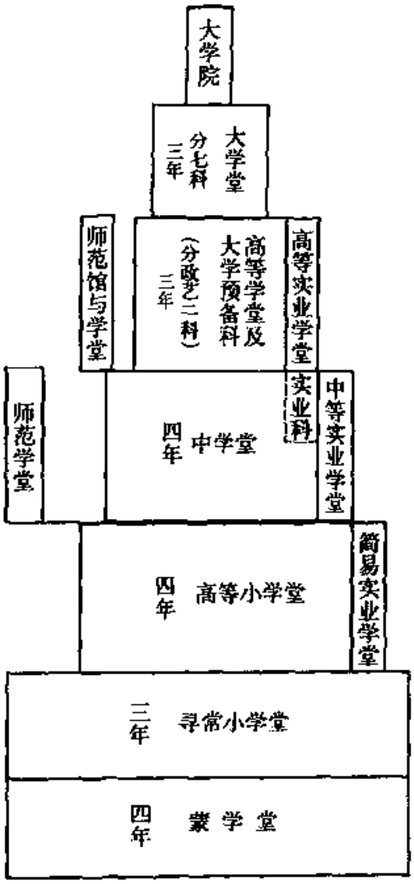
第四年　算术(1周4时)——加减法。

寻常小学堂　十岁入学,　三年毕业。

第一年　算术(1周3.5时)——加减乘除。

---

① 原文一周十二日,即两星期,这按一星期折合,下同。



第二年　算术(1 周 1.5 时)——加减乘除,繁数。

第三年　算术(1 周 4 时)——同上。

高等小学堂　十三岁入学,三年毕业。

第一年　算术(1 周 4 时)——度量衡及时刻之计算。

第二年　算术(1 周 4 时)——分数,小数。

第三年　算术(1 周 5 时)——比例。

中学堂　十六岁入学,　四年毕业。

第一年　平面几何(1 周 6 时)——直线。

第二年　平面几何(1 周 6 时)——面积,比例。

第三年　立体几何,代数(1 周 6 时)。代数——加减乘除,分数。

第四年　代数(1周3时)——方程。

高等学堂及大学预备科　二十岁入学,三年毕业。

(甲)政科:

第一年　代数,三角(1周3时),代数——级数,对数。

第二年　解析几何,三角(1周3时)。

第三年　曲线(1周3时)。

(乙)艺科:

第一年　代数,三角(1周6时),代数——级数,对数。

第二年　解析几何,测量,曲线(1周5时)。

第三年　微分,积分(1周6时)。

仕学馆　三年毕业

第一年　算术(1周3时)——加减乘除,比例,开方。

第二年　平面几何(1周3时)。

第三年　立体几何,代数(1周4时)。

师范馆　四年毕业

第一年　算术(1周3时)——加减乘除,分数,比例,开方。

第二年　算术,几何(1周4时)。算术——账簿用法,算表成式;几何——面积比例。

第三年　代数,立体几何(1周4时)。代数——加减乘除,分数,方程。

第四年　代数,算学及几何之次序方法(1周6时)。代数——级数,对数。

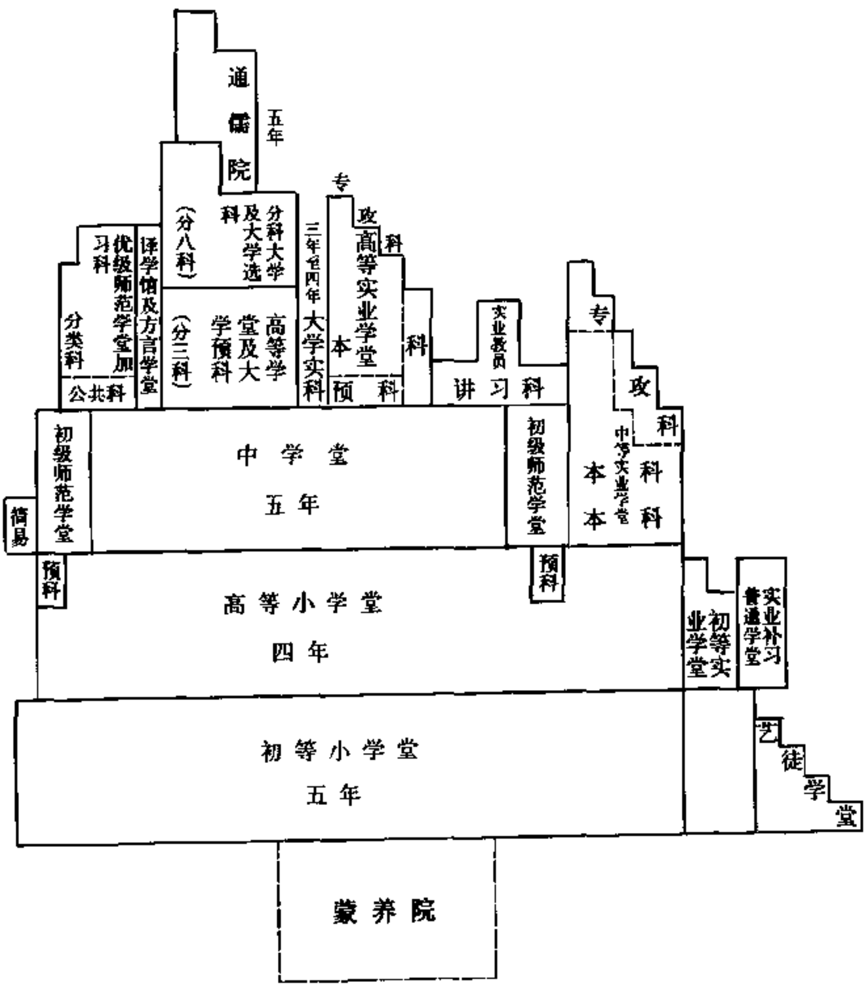
(4)奏定学堂章程[①]:

光绪二十八年(1902年)学制虽经颁定,却未实行,至光绪二十九年(1903年)又经张之洞、荣庆与张百熙三人会同重订,称为奏定学堂章程。《光绪东华录》卷一八四称:

① 见刻本《奏定学堂章程》。

光绪二十九年十一月张百熙、荣庆、张之洞奏重订学堂章程附学务纲要。

此章程改中学为五年，全体系统增加一年，共二十一学年，如下图：



其算学教授制度，则：

初等小学堂　七岁入学，　五年毕业。

第一年　算术(1周6时)——数目之名，实物计数，二十以下之算数，书法，记数法，加减。

第二年　算术(1周6时)——百以下之算数,书法记数法,加减乘除。

第三年　算术(1周6时)——常用之加减乘除。

第四年　算术(1周6时)——通用之加减乘除,小数之书法,记数法,珠算之加减。

第五年　算术(1周6时)——通用之加减乘除,简易之小数,珠算之加减乘除。

高等小学堂　十一岁入学，　四年毕业。

第一年　算术(1周3时)——加减乘除,度量衡货币及时之计算,简易之小数。

第二年　算术(1周3时)——分数,比例,百分数,珠算之加减乘除。

第三年　算术(1周3时)——小数,分数,简易之比例,珠算之加减乘除。

第四年　算术(1周3时)——比例,百分算,求积,日用簿记,珠算之加减乘除。

中学堂　十五岁入学,五年毕业。

第一年　算术(1周4时)。

第二年　算术,代数,几何,簿记(1周4时)。

第三年　代数,几何(1周4时)。

第四年　代数,几何(1周4时)。

第五年　几何,三角(1周4时)。

初级师范学堂　五年毕业。

第一年　算术(1周3时)。

第二年　算术,几何,簿记(1周3时)。

第三年　几何,代数(1周3时)。

第四年　几何,代数(1周3时)。

第五年　代数,兼讲教授算学之次序法则(1周3时)。

优级师范学堂

(甲)公共科　一年毕业。

第一年　算术,几何,代数,三角法(1周3时)。

(乙)分类科(第三类,算学理化)三年毕业。

第一年　代数学,几何学,三角法,微分积分初步(1周6时)。

第二年　代数学,解析几何学,微分(1周6时)。

第三年　微分,积分(1周6时)。

高等学堂　分三科。(甲)为预备入文法科;(乙)为预备入工科;(丙)为预备入医科。

	甲科　每周	乙科　每周	丙科　每周
第一年	不授算学	代数,解析几何(5)	代数,解析几何　(4)
第二年	代数,解析几何(2)	解析几何,三角(4)	解析几何,微分积分(2)
第三年	不授算学	微分,积分　(6)	不授算学

大学堂　分六门:一算学门,二星学门,三物理学门,四化学门,五动植学门,六地质学门。

算学门科目

主　课	第一年每周	第二年每周	第三年每周
微分积分	6时	0时	0时
几何学	4	2	2
代数	2	0	0
算学演习	不定	不定	不定
力学	0	3	3
整数论	0	3	3
部分微分,方程论	0	4	0
代数学及整数论补助课	2	4	4
理论物理学初步	3	0	0
同上演习	不定	0	0
物理学实验	0	不定	0
共计	20时	16	12

(5)宣统二年改制:

宣统二年(1910 年)十一月又改学制,将初等小学高等小学并定为四年毕业;比较光绪二十九年制度,则宣统二年制初等小学算术时间减少,高等小学算术时间加多。宣统二年十二月二十六日(1911 年 1 月 26 日)学部具奏酌改中学堂为文实两科奉旨依议①,是为清代数学教育制度施行的尾声,其算学教授制度,则

初等小学堂

第一年　算术(1 周 4 时)——数名,实物计算,二十以下之数法,书法,加减乘除。

第二年　算术(1 周 4 时)——百以下之数法,书法,加减乘除。

第三年　算术(1 周 5 时)——通常之加减乘除。

第四年　算术(1 周 5 时)——简易小数及诸等数。

高等小学堂

第一年　算术(1 周 4 时)——整数,小数及诸等数之加减乘除。

第二年　算术(1 周 4 时)——诸等数,分数加减乘除,求积应用问题。

第三年　算术(1 周 4 时)——分数四则,百分数,利息,珠算加减乘除。

第四年　算术(1 周 5 时)——比例,珠算,簿记。

中学堂文科

第一年(上)	算术(1 周 4 时),	(下)算术(1 周 4 时)。
第二年(上)	算术(1 周 4 时),	(下)算术(1 周 4 时)。
第三年(上)	代数(1 周 4 时),	(下)代数(1 周 2 时),
	几何(1 周 2 时);	几何(1 周 2 时)。
第四年(上)	代数(1 周 2 时),	(下)代数(1 周 0 时),
	几何(1 周 2 时),	几何(1 周 1 时),
	三角(1 周 0 时);	三角(1 周 2 时)。
第五年(上)	三角(1 周 1 时),	(下)三角(1 周 1 时)。

① 见《学部具奏酌改中学堂文实两科课程折》。

以上通习。

中学堂实科

第一年(上)	算术(1周6时),	(下)算术(1周6时)。
第二年(上)	代数(1周6时),	(下)代数(1周3时),
	几何(1周0时);	几何(1周3时)。
第三年(上)	代数(1周3时),	(下)代数(1周2时),
	几何(1周4时),	几何(1周4时),
	三角(1周0时);	三角(1周2时)。
第四年(上)	代数(1周2时),	(下)代数(1周2时),
	几何(1周3时),	几何(1周3时),
	三角(1周2时);	三角(1周2时)。
第五年(上)	三角(1周2时),	(下)三角(1周2时)。

六、数学应用书籍

(1)译书事业:

我国翻译西洋算学图书,始于明清之际①,清季则有李善兰(1811～1882),华蘅芳(1833～1902)。李与伟烈亚力(Alexander Wylie, 1815～1887)共译《几何原本》后九卷(1856年),棣么甘(Augustus De Morgan, 1806～1871)《代数学》(*Elements of Algebra*, 1835年)十三卷(1859年);罗密士(Elias Loomis, 1811～1899)《代微积拾级》(*Analytical Geometry and Calculus*, 1850年)十八卷(1859年),奈端(Isaac Newton, 1642～1727)《奈端数理》

① 参看李俨"明清之际西算输入中国年表",《中算史论丛》(一),第149～193页,1931年,上海商务印书馆。或《中算史论丛》第三集,(1955年),第10～68页(*见本书第七卷第9～81页。——编者)。

(*Principia*)若干卷，与艾约瑟(Joseph Edkins，1825～1905)共译《曲线说》三卷，一名《圆锥曲线说》(1866年)。至同治六年(1867年)江南制造局设翻译馆，旁为刻书处[①]，华蘅芳于此中与傅兰雅(John Fryer，1839～?)共译英华里司《代数术》二十五卷(1873年)，《微积溯源》八卷(1874年)，英海麻士(John Hymers，1803～1877)《三角数理》十二卷(1877年)，英伦德(Thomas Lund)《代数难题解法》十六卷(1883年)，棣么甘《决疑数学》十卷，英白尔尼《合数术》十一卷(1888年)。李、华所译各书并当时耶稣教士，天主教士所编译各书，同为学制未立前各学校所采用。

清末学生留学国外者日多，亦间有译述，故日本泽田吾一(1861～191)、田中矢德、上野清(1854～1924)、森外三郎、菊池大麓(1855～1917)、白井义督、三轮桓一郎(1861～1920)、原滨吉、桦正董(1863～1925)、远藤又藏、松冈文太郎、奥平浪太郎、宫崎繁太郎、三木清二、渡边政吉、竹贯登代多(1856～1931)等十余人著述译本，和密尔(Milne)、查理斯密(Charles Smith，1844～1916)、费烈伯及史德朗(A. W. Phillips and W. M. Strong)、克济氏(John Casey，1820～1891)、突罕德或托咸都(Issac Todhunter，1820～1884)、温特渥斯(G. A. Wentworth)、翰卜林斯密士(Hamblin Smith)、骆宾生(Robinson)、E. W. Hobson、Mansfield、Merriman 诸人的译本，国中都有。

(2)教科书的采用：

清末兴学之始，初未顾及教科用书问题，故其初期尚采用旧有《算经十书》、《几何原本》、《数理精蕴》和李、华并西教士译著各书，其中以《笔算数学》(1892年)、《代数备旨》(1891年)、《形学备旨》

① 见《江南制造局记》卷二，和《瀛濡杂志》。

(1884年)、《八线备旨》(1893年)、《代形合参》(1893年)、《代微积拾级》(1859年)等书，应用最广，且有编为细草。编者又不止一人，亦足以见其流传之广。如：

《笔算数学全草》六册，南洋公学张贡九撰，科学编辑书局寄售(有第二次改良本)。有一册本(上海市立图书馆藏)。

《笔算数学详草》三册，金匮顾鼎铭撰，科学编辑书局寄售(有第三，四次改良本)。有四册本(上海市立图书馆)。

《笔算数学题草图解》八册，朱世增撰，孟芳图书馆藏。

《代数备旨题问细草》(上海市立图书馆)。

《代数备旨全草》六册，徐锡麟撰，1903年特别书局编印本。

《代数备旨详草》，四卷，1905年科学编辑书局本。

《形学备旨全草》，寿孝天撰，会文学社印本。

《最新形学备旨全草》六册，科学编译书局本。

《形学备旨习题详草》，科学编辑书局本(上海市立图书馆)。

《形学备旨习题解证》八卷，徐树勋撰，1902年刻本。

《八线备旨习题详草》八卷，刘鹏振撰，1906年绍兴石印本(上海市立图书馆)。

《代形合参解法》四卷，王世撰。1907年石印本。

《代微积拾级详草》。文明书局本(上海)。

《代微积拾级补草》二册。张秉枢撰，陕西味经官书局刻本。

此种采用旧书趋向，即日本维新初期亦复如是，我国所译《代数术》(1873年)、《代微积拾级》(1859年)、《数学启蒙》(1853年)，有由日本重版，或译成日文的[①]。

光绪二十五年(1899年)迄光绪二十九年(1903年)学校采用

① 参看小仓金之助《数学教育史》，昭和七年(1932年)，东京岩波书店。

之数学书，据光绪二十五年出版之《东西学书录》，前有蔡元培序(1897年)，其算学第十二，列举下开各书：

《心算启蒙》一卷，美那夏礼撰，美华书馆印本(1886年)。

《笔算数学》△四卷，美狄考文(Calvin W. Mateer, 1836～1908)、邹立文译，益智书会本(1872年)。

《西算启蒙》一册，无著撰人(1885年)。

《数学启蒙》二卷，英伟烈亚力译(1853年)。

《数学理》九卷附一卷，英棣么甘撰，英傅兰雅、赵元益同译，制造局印本(1879年)。

《算法天生法指南》五卷，日本会田安明撰。

《几何原本》△，旧译六卷，新译九卷(1857年)，共十五卷，金陵书局印本(1878年)。

《算学奇题》，《算学奇论》无卷数，《格致汇编》本。

《形学备旨》△十卷，美狄考文、刘永锡译，益智书会本(1884年)。

《代数须知》一卷，傅兰雅撰，《格致须知》本(1887年)。

《代数术》△二十五卷，英华里司撰，英傅兰雅、华蘅芳译，(1859年)制造局印本(1873年)。

《代数备旨》△六卷，美狄考文、邹立文、生福维译，益智书会本(1891年)。

《代数难题解法》△十六卷，英伦德撰，英傅兰雅、华蘅芳译，制造局印本(1883年)。

《决疑数学》十卷，英傅兰雅、华蘅芳译，周氏刻本(1896年)。

《代微积拾级》△十八卷，美罗密士撰，英伟烈亚力、李善兰同译，墨海书局本(1859年)。

《代形合参》三卷附一卷，美罗密士撰，美潘慎文(A. P. Parker,1850～1924)、谢洪赉译,美华书馆印本(1893年)。

《三角须知》一卷,英傅兰雅撰,《格致须知》本(1888年)。

《三角数理》十二卷,英海麻士撰,英傅兰雅、华蘅芳译,制造局印本(1878年)。

《八线备旨》四卷,美罗密士撰,美潘慎文、谢洪赉译,美华书馆印本(1893年)。

《八线简表》一册,贾步纬校,制造局印本(1874年)。

《对数表》四册,贾步纬校,制造局印本(1885年)。

《八线对数简表》一册,贾步纬校,制造局印本(1902年)。

《新排对数表》一册,美路密司撰,美赫士(W. M. Hayes)、朱葆琛译,益智书会本(1893年)。

《曲线须知》一卷,英傅兰雅撰(1888年)。

《圆锥曲线说》三卷,英艾约瑟、李善兰译,制造局印本。

《圆锥曲线说》一卷,美路密司撰,美求德生、刘维师译,美华书馆印本(1893年)。

《算法圆理括囊》一卷,日本加悦博一郎撰,《白芙堂丛书》本(1852年)。

《微积须知》一卷,英傅兰雅、华蘅芳撰,《格致须知》本(1888年)。

《微积溯原》△八卷,英华里司撰,英傅兰雅、华蘅芳译,制造局印本(1874年)。

《合数术》十一卷,英白尔尼撰,英傅兰雅、华蘅芳译,刻本(1888年)。

《算器图说》一卷,英傅兰雅译,《格致汇编》本。

《新式算器图说》一卷,英傅兰雅译,《格致汇编》本。

《量法须知》一卷,英傅兰雅撰,《格致须知》本。

《算式集要》四卷，英哈司韦撰，英傅兰雅、江衡译，制造局印本(1877年)。

以上所引是当日标准用书，故光绪二十二年(1896年)梁启超撰《西学书目表》亦举其中狄考文《笔算数学》至赫士《新排对数表》凡二十二种，同时时务学堂于光绪二十三年(1897年)亦采用其中算书，现附△为志，以见一般。

学制系统未定以前，教科图书初未编辑，即有若干专科学堂或高等学堂，采用西文原本亦属少数，且是时授课亦漫无标准。光绪二十七年(1901年)五月张之洞、刘坤一《会奏变法自强第一疏》虽曾一度说明，恐亦影响甚微，至光绪二十八年(1902年)，二十九年(1903年)学制系统确立之后，外间对于教授算法标准方能确知，教科书籍，需求尤切，下列各书局并于是时编印教科用书：

上海商务印书馆　科学会编辑所　新学会社　文明书局　群学社　科学书局　益智书会　普及书局　广智书局　会文学社　科学编译书局　北京理学社　直隶学务处　天津官报局　中国图书公司　昌明公司

而以商务印书馆为较著，该馆于光绪二十三年(1897年)创设于上海。庄俞于《三十五年来之商务印书馆》一文，称：

> 我国自甲午(1894年)战后，上下奋兴图存。光绪二十八年(1902年)七月颁布《学堂章程》，是为中国规定学制之始。有志教育之士，亟亟兴学。无如学校骤盛，教科书殊感缺乏，遂有《蒙学课本》诸书之试编，但不按学制，不详教法，于具体工具，犹多遗憾。本馆编译所首先按照学期制度，编辑修身、国文、算术、历史、地理、格致诸种。每种每学期一册，复按课另编教授法。定名为《最新教科书》，此实开中国学校用书之新纪录。当时张元济、高梦旦、蒋维乔、庄俞、杜亚泉诸君围坐一桌，

构思属笔，每一课成，互相研究，互相删改，必至多数以为可而后止。最新国文第一册初版发行，三日而罄，其需要情形，可以想见。自此扩大编纂小学以外凡中学、师范、女子各教科书，络绎出版，教学之风为之一变[①]。

庄俞于《元年教育之回顾》一文又称："商务印书馆小学教科书之编辑，实始于光绪乙巳（1905年）丙午（1906年）间。"[②] 丁致聘据《商务印书馆创编教科书之经过》，《商务印书馆钞稿》称："光绪二十八年（1902年）上海商务印书馆添设编辑所，首先出版《最新初等小学国文教科书》，后分别编辑初等小学、高等小学，各科教科书两套，十六种，为我国整套小学教科书之始，又编中学校用书十三种。"[③]蒋维乔于《高公梦旦传》称："（光绪）癸卯（1903年）之春编辑小学教科书，由徐嶲（果人）任算学科。"[④] 蒋维乔又于《编辑小学教科书之回忆》称：

壬寅、癸卯间（1902～1903），

初等小学用有：	徐　嶲（果人）	《算术教科书》	四册
	杜就田（综大）	《珠算入门》	二册
高等小学用有：	张景良	《算术》	三册
	黄启明	《珠算》	四册[⑤]。

截至宣统二年（1910年），该馆编译初等小学、高等小学、中学、高等学堂，用书计有四十三种[⑥]，而光绪三十一年（1905年）所出版的

① 见庄俞、贺圣鼐《最近三十五年之中国教育》（1929年）。

② 见《教育杂志汇编》第四卷第十号。

③ 见丁致聘《中国近七十年教育纪事》，第11页。

④ 见《东方杂志》第三十三卷，第十八号（1936年）。

⑤ 见《出版周刊》新一百五十六号，第9～11页，商务，并参看《第一次中国教育年鉴》，1934年开明版。

⑥ 见宣统二年（1910年）商务印书馆《书目提要》。

《最新初等小学笔算教科书》、《最新高等小学笔算教科书》，书内一切算式已改排成横行了。

光绪二十九年(1903年)京师大学堂印有《暂定各学堂应用书目》一本。当时算学教科书受教育机关审定或采用，其见于记载的，则有光绪三十一年(1905年)江苏督学唐景崇采辑《中学堂暂用课本之书目》① 内，称：

中学算学科：

《笔算教本》二册　日本泽田吾一撰　崔朝庆译　商务印书馆本

《代数备旨》　美华书馆本

《形学备旨》　美华书馆本

参考书：

《普通珠算课本》一册　蒋仲怀编辑　商务印书馆本

《九数通考》

《代数备旨全草》　山阴徐锡麟编订

《形学备旨全草》　会稽寿孝天衍补　会文学社

《代数通艺录》　万本书局

《代数术》

《几何原本》

而学部所审定者，据光绪三十二年(1906年)四月学部定本《学部第一次审定初等小学暂用书目》② 内称：

初等小学

《最新初等小学笔算教科书》五册　阳湖徐嶲编　学生用　商务印书馆本

《最新初等小学笔算教科书教授法》五册　阳湖徐嶲编　教员用

① 江苏学政唐文宗审定《中学堂暂用课本之书目》，上海时中书局印本。

② 见《学部第一次审定初等小学暂用书目》。

商务印书馆本

而第七至第十学期教员可参用：

《蒙学珠算教科书》一册　文明书局编　文明书局本

《初等小学珠算入门》二册　山阴杜就田编　商务印书馆本

一、二学期教员则可参用：

《心算教授法》一册　直隶学务处编　直隶学务处本。

以上系 1868 年迄 1906 年教科书的发刊概况，至 1906 年迄 1918 年教科书的发刊概况，可参看张静庐辑注：《中国近代出版史料》，第 219～253 页（1953 年）。

清季陕西数学教育史料*

目　次

清末陕西数学教育，咸阳刘光蕡先生提倡最力。泾阳味经书院分科课士，味经书局传刻算书，收效尤宏。今分篇略述如下，其有徵访不周之处，尚望邦人士指正是幸。

1934 年 6 月　李俨记于西安

一、刘光蕡年谱略

清宣宗道光二十三年癸卯八月二十一日（1843 年 8 月 14 日）

---

* 本文原来作为"陕西省立第一图书馆第一届展览会特刊"连载于西安出版的《西京日报》1934 年 8 月 13～19 日，1947 年收入《中算史论丛》（四下）第 343～358 页，1955 年收入《中算史论丛》第四集第 321～330 页。

刘光蕡生。

光蕡字古愚,陕西咸阳人。

清德宗光绪元年乙亥(1875 年)三十三岁。

光蕡是年举陕西省乡试举人。

光绪十一年乙酉(1885 年)四十三岁。

立求友斋,以经,史,天文,舆地,掌故,算术,八门四季命题课士。

光绪十三年丁亥(1887 年)四十五岁。

是年春黄公陈臬陕西,以先生继味经(书院)讲席。

是年序刻梅氏《筹算》,自题求友斋主人。

光绪十四年戊子(1888 年)四十六岁。

是年序刻《平三角举要》,题求友斋刻。

光绪十六年庚寅(1890 年)四十八岁。

是年陕中测绘舆图,先生实为之助。

光绪二十一年乙未(1895 年)五十三岁。

是年序《味经书院藏书目录》。

光绪二十二年丙申(1896 年)五十四岁。

是年十月序刻时务斋《课稿丛钞》。

光绪二十三年丁酉(1897 年)五十五岁。

是年三月序《课稿丛钞》内《盈朒勾股互求公式》。

是年序《课稿丛钞》内《借根演勾股细草》。

是年序刻《九数通考》附《借根方》,题六月味经刊书处刻,仲春序。

是年序刻《学算笔谈》六册,题秋八月味经刊书处刻讫。

光绪二十七年辛丑(1901 年)五十九岁。

是年五月二十日以味经刊书处校勘劳绩,晋五品衔。

光绪二十九年癸卯(1903 年)六十一岁。

是年受甘督崧制军聘,总教甘肃大学堂。

是年八月有重刻本《味经官书局书目》行世。

是年八月十三日(1903 年 10 月 3 日)死，年六十一。

二、味经书院藏算学书

光绪二十一年(1895 年)本《味经书院藏书目录》前有刘光蕡序，关于中算藏书，计有下列各种：

《梅氏丛书》六十二卷。

《白芙堂算书》二十一种。

《九章算术细草图说》九卷。

《九数通考》十二卷，屈曾发撰。

《数理精蕴》五十三卷。

《畴人传》四十六卷。

《八线简表》一卷。

《对数表》四卷，贾步纬撰。

《高厚蒙求》五卷，徐朝俊撰。

《算学启蒙》三卷，朱世杰撰。

《几何原本》十五卷。

《中西算学集要》十卷，周毓英撰。

《割圜密率》四卷，明静庵撰。

《增删算法统宗》十二卷。

《同文算指》二卷，利玛窦撰。

《圜容较义》一卷，利玛窦撰。

《测量法义》一卷，利玛窦撰。

《测量异同》一卷，明徐光启撰。

《翼梅》八卷，江永撰。

已上六种,《海山仙馆》本。

《求表捷术》。

《对数简法》。

《续对数简法》。

《外切密率》四卷。

《假数测圜》二卷,戴煦撰。

已上《粤雅堂》本。

《代数术》二十五卷,英华里司辑。

《数学理》九卷,附一卷,英棣么甘撰。

三、味经官书局刻本中算书

据光绪二十九年(1903年)重刻本《味经官书局书目》,就中刻本算书,计有下列各种:

书名	价格			
	官堆纸	粉连纸	泾凤纸	时则纸
《九数通考》八册	1.29元	1.20元	0.98元	0.85元
《九数通考》补《借根方》二册	0.28	0.26	0.22	0.20
《梅氏筹算》二册	0.26	0.24	0.20	0.18
《平三角举要》二册	0.28	0.26	0.22	0.20
《白芙堂丛书》二十一种,四册	0.64	0.60	0.50	0.42
《代数术》六册	1.08	1.00	0.80	0.70
《代微积拾级补草》二册,张秉枢	0.30	0.28	0.24	0.20
《微积溯源》六册	1.00	0.94	0.78	0.65
《泛倍数衍》一册	0.10	0.09	0.08	0.07
《笔谈》六册	1.00	0.94	0.78	0.65
《学计韵言》一册	0.12	0.11	0.10	0.09
《课稿丛钞》:				
《勾股细草》一册,王章	0.15	0.14	0.12	0.10
《借根演元》一册,邢延荚	0.10	0.09	0.08	0.07
《迳求和较术》一册,张元勋	0.10	0.09	0.08	0.07
《盈朒勾股互求公式》一册,张秉枢	0.10	0.09	0.08	0.07

四、味经官书局校刻算书考

味经官书局刻本中算书既如上述，其经刘光蕡序跋的，兹分录于下，其尚未征得的暂缺。

《九数通考》补《借根方》，二册。

是书题光绪丁酉(1897年)六月味经刊书处刊讫，书前有光绪丁酉仲春咸阳刘光蕡序，见原书。

《九数通考》补《借根方》序：

中法由天元而四元，西法由借根而代数，为算家极诣。天元萌芽于《九章·少广》之借一算，著于秦道古之大衍，极盛于元，至明而晦，乃不解立天元为何语。我朝梅文穆公受借根术于圣祖，始以释《测圜海镜》、《益古演段》之天元，而四元之术，亦因之而明。近日代数入中国，参以四元，乃益便利于用。御制《数理精蕴》一书，所以为荟萃中西算法，而兼撷其长也。屈氏为《九数通考》，取《比例规解》，遗《借根术》，昧其旨矣。算术以制量为实用，比例规固制量所必需，而四元代数以推其理，则尤要焉。今味经创立时务斋，重刊《九数通考》，因令车生正轨，王生章，补辑借根术，而注其与天元代数异者于下，学者由此以求代数，迎刃而解矣。夫算术贵简，然不习其繁，而不能得其术之所由简。今西人习算者于笔算后，径习代数，恐趋于简易，而忘其术中之条段曲折，更百余年，将并其简者亦不解为何语。伟烈亚力氏谓西人当求算术于中国，其几殆兆于是。然则习算之不可径趋简易，而忽条段曲折也明矣。光绪丁酉仲春咸阳刘光蕡古愚甫识。

《梅氏筹算》二册

是书后有刘光蕡跋，见原书，和《烟霞草堂文集》卷三：

求友斋刻《梅氏筹算》跋：

《筹算》三卷，宣城梅定九先生《历算丛书》之一也。原书七卷，其孙文穆公去其与《笔算》重复者，定为二卷；今未刻《笔算》，则加减法及命分约分，开方分秒隅差法，均学算所有事，不可阙也。定九先生发明算术，立法浅显，设例详尽，文似繁冗，而非冗也。盖反复推明，惟恐人之不知也。今法例均依其旧，而平方立方通用捷法各附带纵于其后，则文穆所定也，夫算有九章，尽于加减乘除，开方为无法之除，用之方田勾股，而其他则皆加减乘除之变化而已。学者苟明于加减乘除，算术虽深，不难次第就理，盖亦犹书之尽于八法云。光绪十三年夏，求友斋主人识[①]。

《平三角举要》二册

光绪戊子(1884 年)夏六月陕西求友斋刻本《平三角举要》，卷末有戊子秋七月求友斋主人跋。见原书和《烟霞草堂文集》卷三。

求友斋刻《平三角举要》跋：

《平三角举要》五卷亦宣城梅定九先生著。求友斋以经史等学课士之第四年，贵筑黄陶楼先生陈臬秦中，以培养人才为急务，既为关中书院购书数万卷，而以求友斋课法，矫空疏之弊，于先生购书之意为有合也，择课卷之佳者，大加犒奖，于算学奖掖尤殷。今岁春移藩吴会，留五十金于求友斋，作刻书之用。时刻《筹算》毕，即以先生资，取《平三角举要》刻之。从兼济堂本，故言三率及钝锐角形，较文穆公本特详，三角必用八线，原书无表，不便学者，今附焉。夫先生司刑名，而独加意人

① 见《烟霞草堂文集》卷三，光绪戊午(1918)刊于苏州。和《筹算》卷下。

材。加意人材，而尤注意算术。此其深识远虑，凡受先生赐者，可不默识其意，而刻刻自励者乎。其门下士咸阳刘光蕡任校勘之役，谨识其缘起如此。光绪戊子秋七月求友斋主人识。[1]

《白芙堂算书》二十一种四册。

是书有刘光蕡后序，见《烟霞草堂文集》卷二。

重刊《白芙堂算书》二十一种后序：

《算书二十一种》，南丰吴嘉善子登著，长沙丁取忠云梧补，初刻十七种，后又增以《差分》、《盈朒》、《弧三角》，及《方程天元合释》四种，为二十一种。今实二十二种，盖又增入《四元浅释》也。是书虽参新法，实阐古义，故笔算列位自上而下，便中土士人之习，而终以天元四元，不及借根代数者，借根代数由天元四元而出也。近日算学昌明，诸家著述，多即一术推阐，无美不臻；求其融会古今，集算学之大成者，御制《数理精蕴》而外，惟梅文穆《增删算法统宗》，及屈曾发《九数通考》为该备。而《统宗》无天元，《通考》有借根无代数，盖中法自明而晦，文穆始以借根释天元，而代数未入中国，则四元之学犹未著也。得是书而中法灿然矣。凡近人新出之书，均可迎刃而解，西术亦可由是窥其奥，所谓镕西人之巧入大统之型模，学者毋浅视之也[2]。

《代数术》六册

有味经官书局刻本，无序跋。

《代微积拾级补草》二册。

有刘光蕡序，见《烟霞草堂文集》卷二。

---

① 见《烟霞草堂文集》卷三和光绪戊子夏七月陕西求友斋刻本《平三角举要》卷末。

② 见《烟霞草堂文集》卷三。

《代微积拾级补草》序：

西之代数，中之四元，算家以为极诣，至微积术出，又超而上之矣。盖四元代数，所算者有定之数也，微积则无定之数也。有定之数出于形，故由点，而线，而面，而体，其大、小、长、短、曲、直、方、圆、广、狭、厚、薄、高、下、浅、深之数，皆以直线算之，形定则方静，方出于直也；无定之数成于势，积点而为线、面、体，分线、面、体而为点，其消长迟速多寡之数，必以曲线算之，势动则圆转，圆成于曲也。两间之理，体方而用圆，故测地窥天，线皆用直，而日用之物则圆多于方，故曲线于制器利用为便也。近百余年泰西勃兴，固由政治之善，要其机器之精，亦有功焉，则奈、来二家创立微分积分之术，有以资之也。赉偕吾乡人学算二十余年，于微积之术，毫未有得。张生秉枢，年未壮，心精力果，不期年尽通其说，于李壬叔氏所译之间，无草者补之，且能证其说之误，则吾乡人士才智不必尽出西人下，有志习算者皆可以秉枢为证，而无畏难之见矣。喜志数语而刊之，正为吾乡人幸也。抑予又有说焉，仁圆而义方，方守成说而圆则生新机，今中外气象之新旧，算术亦为之兆乎。顾中法有缀术焉，用之割圆者，皆预推定算式，临用以数入之，与微积各类之公式同。秉枢试致力于缀术，由各圆以求各曲线，理势固有相因者。微积精于代数，实以代数为资始，缀术亦四元之变法也，苟能有成，吾岂第为乡人幸哉[①]。

《微积溯源》六册。

有味经官书局刻本，题“关中味经官书局刊”，无序跋及年月。

《泛倍数衍》一册。

① 见《烟霞草堂文集》卷二。

未详，待访。

《笔谈》六册。

有刻本，题“光绪丁酉秋八月味经刊书处刊讫”，无序跋。

《学计韵言》一册。

有刘光蕡跋，见《烟霞草堂文集》卷三。

《学计韵言》跋：

右《学计韵言》一卷，始列位终天文，分八十章，章各七言八句，元和江衡霄纬著。自谓课徒少暇，勉为此编，讽诵既便，简要易记，特便蒙尔。然于旧术新法，包括无遗，依章布算，人人可能深奥之术，以浅显达之，较步天歌之言下见象，有过无不及焉。宜若汀氏以荟中西之异同，探理数之奥颐许之也。夫理可以悬测虚谈，数不可以空言妄说也；万物纷繁之迹，数具而理寓焉，高厚，轻重，圆方大小，远近深浅，多寡，长短之不齐，显在耳目，析其微芒，而至理明妙用出焉。不习其术，乌从而知之，故算学之失传，不在人人不求其精，而在不习其迹也。宋儒教学者先补小学，数固小学，讽诵其法，即通其术，则尤小学之小学，人人宜补而不难于补者也，前学使柯逊庵令刊是编，意在斯乎，其各术问未用数，盖学者心思拘于数也，如欲演其数，则有吴氏丁氏之《九章翼》在①。

《课稿丛钞》四册。

前有刘光蕡序，其《借根演勾股细草》和《盈朒勾股互求公式》，亦有刘序，余无。

时务斋《课稿丛钞》序：

古之格致合理数而一之，今之格致分理数而二之；理外于

① 见《烟霞草堂文集》卷三。

数，则理遁于虚；虚元之说，清谈之习，皆将杂焉而理之，益身心家国者特仅此，儒术所以有积弱之势也。今朝野上下，力求自振，而推本于学校。整饬学校不得不先小学。盖明理以训诂，推数以算术。古者士通六艺，九数固与六书并重。而朱子小学则为大学诚正修斋导，其先非小学语也。近数十年识微之士，固已致力于算，而吾陕独鲜。今中丞张、学宪赵（惟熙），奏为陕人立崇实书院，先设时务斋于味经，则合理数以为格致，《周髀》之说，不后于《尔雅》、《说文》之用已。夫算术至今日融会中西，御制《数理精蕴》，译载借根方术，已开其端。由此而天元、四元、代数、微分、积分，皆较古术精简宏奥，学者不能浅尝止也。而邢生廷荚等或以天元演借根，或以借根演天元，或以代数演借根，或合元代，悉取其公式，于布算尤便。理本寓深于浅，术即由浅得深。演寻常之数，即能得深奥之理，格致之学，固贵近求之实迹，而不必远索诸虚空也。诸生已以算为之端矣，因汇而刻之，以为时务斋留心时务者之一助云。光绪丙申十月咸阳刘光蕡古愚氏识①。

《课稿丛钞》——《盈朒勾股互求公式》跋：

代数有公式，写于寸楮。苟识其号，虽极深奥之数，一览而晰，不烦布算也。夫西法有代数，其代数未知之数，固即中法之立元。其代已知之数，亦即四元之寄分合以为式，能显立术之理，使人晓然于所以加减乘除，则并天元之所谓术者，亦代入式中矣。近人译《算式集要》一书，有益演算者甚巨。然西术括以线、面、体，数之可为公式者，必有法之形也，故公式自三角始；算三角必分为勾股，或补成勾股；西术无勾股公式，李壬叔

① 见原书和《烟霞草堂文集》卷二。

演《代微积拾级》，乃自勾股始，则勾股公式不可阙也。天元代数之两式相消，即方程之两行相减，盈朒者方程之端也。西法之巧，巧于求较，盈朒固审两线之和较，而中法勾股之精亦在和较，然则秉枢此册亦可谓善于融合中西者矣。其式以代数演，并存天元之式，习九章者至盈朒勾股，此册已导以天元代数之路，盖合天元已知未知之数悉代以字，近人已多为之，亦以见二术之本无不同也。光绪丁酉春三月咸阳刘光蕡跋①。

《课稿丛钞》——《(借根演)勾股细草》跋：

天元术大明于元和李尚之氏。盖自借根术入中国，梅文穆以之释《测圆海镜》，于两术之所以异，尚不能无疑；至尚之氏则知其所以异，并知其所以同，其自为《天元勾股草》，先明术，次演草，次为图解，详哉。其示人矣，使中法天元术复明于世，借根之功，不可没也。然其图解则有得式之数，而于布算加减曲折之故，则略焉。王生章乃取其题，易为借根，即仿《数理精蕴》借根图说而为之图说，使习二术者，晓然于加减乘除开方之故，其用力亦勤矣。夫算贵简不贵繁，以借根视天元，借根繁矣。然天元之有四元，犹借根之有代数也，借根视天元为繁，而代数则视四元为简，然则非借根之繁不能为代数之简。中法算术之失传，固由安于成术之简，而惮为立法之繁，割圆等术是也。近闻西人习算者，于加减乘除后即习代数术，并借根不习。伟烈亚力氏云，他年西国讲几何术，当反求之中国，趋于简便，而昧所以能简之故，后数十年之西国，不且同于近数年之中国哉？伟君必有见而云然矣。光绪丁酉咸阳刘光蕡识②。

① 见《烟霞草堂文集》卷三和原书。

② 见《烟霞草堂文集》卷二和《课稿丛钞》——《借根演勾股细草》卷后。

李善兰年谱*

序

1917年曾有意为中算名家梅文鼎（1633～1721）、李善兰（1811～1882）、华蘅芳（1833～1902）三先生，各编一年谱，期读者于此中略知三人事实，以及清代三百年来中算史事。

关于李善兰事迹，曾征访于其高徒席翰伯（淦）先生，而翰伯先生适于是年（1917年）死去。幸由其子翔卿（德凤）搜集残稿见示，得略识一二。初稿成后，寄与杭州裘冲曼先生，得补列数条，并发表于《清华学报》五卷一期。1937年收入《中算史论丛》（二）初稿之内。之后继续搜求史料，于1947年将《李善兰年谱补录》发表于《学艺杂志》第十七卷第六期。近年又由严敦杰先生另补史料数条，兹再加修订，列入此修订本《中算史论丛》之内。

其清代嘉、同之际，西算二次输入情况，以及当时国中算学家著述大略，附记另行的，并加单圈为记。

1953年十月记于兰州

---

* 本文原载于《清华学报》第5卷（1928年）第1号第1625～1661页，1937年收入《中算史论丛》（二）第435～474页；1955年作者又将发表于《学艺》第17卷（1947年）第6期第30～31页的《李善兰年谱补录》及严敦杰所补史料数条增入，一同收入《中算史论丛》第四集第331～361页。

年　谱

清嘉庆十五年庚午(1810年)李善兰① 生。

是年夏历十二月八日(1811年1月2日)生②。

善兰家在浙江海宁县硖石镇北的路仲市(裘冲曼征访)。

○是年金山顾观光(1799～1862)已十二岁,乌程徐有壬(1800～1860)已十岁,杭州戴煦(1805～1860)已六岁,南汇张文虎(1808～1885)已三岁,都是他年为善兰谈算之友③。

嘉庆十六年辛未(1811年),二岁。

○是年李潢(?～1811)死。李潢有《缉古算经考注》上,下卷;《九章算术细草图说》九卷,附《海岛算经细草图说》。

○是年垣曲安清翘(1759～1830)自序《推步惟是》四卷④。

○是年十月海州许桂林(1778～1821)⑤ 自序《算牖》四卷⑥。

---

① "李壬叔,七十三,善兰,生嘉庆十五年(1810年)庚午,卒光绪八年(1882年)壬午。"见张鸣珂《疑年赓录》卷二,或武进张惟骧《疑年录汇编》卷十二,第11页,己丑(1925年)嘉平月,小双寂庵刻本。梁廷灿《历代名人生卒年表》误作(1816～1882)。

② 据李慈铭《越缦堂日记》三十九册,第20～21页内《荀学斋日记》丁集下,"光绪八年十一月二十日"条,"二十日壬寅……是日李壬叔开吊,……以是年十月二十九日卒,生于嘉庆十五年十二月八日,年七十有三。……"

③ 据杜连喆、房兆楹编,《三十六种清代传记综合引得》:
顾观光,《清史稿》卷五百一十二,《清史列传》卷六十九,《碑传集补》卷四十二有传。
徐有壬,《清史稿》卷四百〇一,《清史列传》卷四十三,《续碑传集》卷五十七有传。
戴煦,《清史稿》卷四百九十八,《清史列传》卷七十三,《碑传集补》卷三十二及四十二,《清画家诗》史卷庚下有传。
张文虎,《清史稿》卷四百八十八,《清史列传》卷七十三,《续碑传集》卷七十五有传。

④ 见《推步惟是》,《数学五书》本。

⑤ 许桂林(1778～1821),《清史稿》卷四百八十八,《清史列传》卷六十九,《国朝耆献类征》(初编),《清儒学案小识》卷十四,《国朝诗人征略》(二编)卷五十七有传。

⑥ 见《算牖》,道光庚寅(1830年)冬刻本。

嘉庆十七年壬申(1812年),三岁。

○是年汪曰桢(1812～1881)生[1]。

嘉庆十八年癸酉(1813年),四岁。

○是年汪莱(1768～1813)死。汪莱有《衡斋算学》七卷,《衡斋遗书》共七种,九卷。

嘉庆十九年甲戌(1814年),五岁。

○是年仲冬纪大奎(1746～1825)撰《笔算便览》五卷。

嘉庆二十年乙亥(1815年),六岁。

○是年六月山阳骆腾凤(1770～1841)自序《开方释例》四卷[2]。

嘉庆二十一年丙子(1816年),七岁。

○是年张作楠撰《翠微山房数学》共十五种,三十八卷。

嘉庆二十二年丁丑(1817年),八岁。

○是年李锐(1769～1817)死。李锐有《李氏遗书》共十一种,十八卷,《测圆海镜细草》十二卷[3]。

○是年仲秋垣曲安清翘自序《一线表用》六卷[4]。

嘉庆二十三年戊寅(1818年),九岁。

○是年徐寿(1818～1884)生。

○是年孟冬垣曲安清翘自序《矩线原本》五卷[5]。

---

① 汪曰桢(1812～1881):《清史列传》卷七十三、《碑传集补》卷四十三有传。

② 见《开方释例》四卷,何锦,道光癸卯(1843年)校刻本。

③ 参读,严敦杰拟编(二)李　锐(1769～1817)《年谱》一种,
与拙著:　　(一)梅文鼎(1633～1721)《年谱》,
(三)李善兰(1811～1882)《年谱》,
(四)华蘅芳(1833～1902)《年谱》。
可以看到最近三百年算学状况。

④ 见《一线表用》,《数学五书》本。

⑤ 见《矩线原本》,《数学五书》本。

○是年甘泉范凌霄序甘泉罗士琳(1789～1853)《比例汇通》四卷。①

嘉庆二十四年己卯(1819年),十岁。

"善兰年十龄,读书家塾,架上有古《九章》,窃取阅之,以为可不学而能,从此遂好算。"②

○是年正月嘉兴钱徵吉序陈杰《缉古算经细草》一卷,《图解》三卷,《音义》一卷。

○是年夏四月阳湖董祐诚(1791～1823)自序《割圜连比例图解》上中下卷。

○是年邹伯奇(1819～1869)生。

嘉庆二十五年庚辰(1820年),十一岁。

○是年开化戴敦元(1768～1834)序刻李潢遗著《九章算术细草图说》十卷,由语鸿堂刻行。

○是年全椒江临泰序金华张作楠《仓田通法》十四卷。③

○是年焦循(1763～1820)死。焦循有《里堂学算记》共五种,十六卷;《开方通释》一卷,《补衡斋算学第三册》④。

道光元年辛巳(1821),十二岁。

○是年六月阳湖董祐诚自序《椭圆求周术》一卷。

○是年八月阳湖董祐诚自序《斜弧三边求角补术》一卷。

○是年十二月阳湖董祐诚自序《三统术衍补》一卷。

○是年许桂林(1778～1821)死⑤。许桂林有《立天元一导窍》三卷⑥《算牖》四卷。

道光二年壬午(1822年),十三岁。

○是年江临泰自序《弧三角举隅》一卷。

---

① 《比例汇通》,光绪丙申(1896年)石印本。

② 见李善兰《则古昔斋算学自序》,同治丁卯(1867年)南京刻本。

③ 见《翠微山房数学》,光绪丁酉(1897年)石印本。

④ 见《木犀轩丛书》、《易余籥录》本。

⑤ 此据闵尔昌《五续疑年录》:生乾隆戊戌(1778年),死道光辛巳(1821年)。

⑥ 《罗士琳续畴人传》作四卷,许乔林《算牖跋》作三卷,未知孰是。

〇是年罗士琳(1789～1853)试京兆,见及《四元玉鉴》(据《畴人传》)。

道光三年癸未(1823年),十四岁。

〇罗士琳假得黎应南钞本《四元玉鉴》(据《畴人传》)。

〇是年大兴徐松序刻陈杰《缉古算经细草》一卷,《图解》三卷,《音义》一卷①。

〇是年夏鸾翔(1823～1850)、李锡蕃(1823～1850)生。

〇是年董祐诚(1791～1823)死②。

董祐诚有《董方立遗书》十六卷。

道光四年甲申(1824年),十五岁。

"善兰年十五时,读旧译(《几何原本》)六卷,通其义。"③

〇是年强汝询(1824～1894)生。

道光六年丙戌(1826年),十七岁。

〇是年甘泉罗士琳自序《勾股容三事拾遗》三卷。

道光七年丁亥(1827年),十八岁。

〇是年罗士琳撰《演元九式》一卷。

道光八年戊子(1828年),十九岁。

〇是年开化戴敦元(1768～1834)序甘泉罗士琳《勾股容三事拾遗》三卷,昌平王萱龄、乌程徐有壬亦序此书。

〇是年阮元序罗士琳《演元九式》称:"嘉庆间元得元大德朱世杰《四元玉鉴》三卷,……以副钞本属何君梦华,付之李君尚之(锐),略演其法,李君遽卒。吾乡罗君茗香(士琳)乃取此书各段,演全细草,又于四草外演为九式一卷。"

〇是年何梦华死。何梦华曾刊《四元玉鉴》(据《畴人传》)。

道光十年庚寅(1830年),二十一岁。

〇是年夏六月张琦序董祐诚遗著《董方立遗书》十六卷。

---

① 见《缉古算经》,道光庚子(1840年)重刻本。

② 见李兆洛《董方立传》,冠《董方立遗书》前。

③ 见李善兰《几何原本》后九卷序(1857年)。

○是年安清翘(1759～1830)死①。安清翘有《数学五书》共十九卷。

道光十二年壬辰(1832年),二十三岁。

○是年嘉应吴兰修校刻李潢《缉古算经考注》上下卷,云距(李潢)先生之没垂二十年。此书题:"王孝通撰并注,李潢述,刘衡校。"②

○是年顺德黎应南序罗士琳《勾股截积和较算术》二卷③。

○是年顺德黎应南序项名达之《勾股六术》。

○是年丁取忠始习算④。

道光十三年癸巳(1833年),二十四岁。

○是年华蘅芳(1833～1902)生⑤。

道光十四年甲午(1834年),二十五岁。

○是年冬"罗士琳《四元玉鉴细草》二十四卷甫经脱稿。"⑥

罗士琳曾作后记⑦。

○是年戴敦元(1768～1834)死。

○是年张敦仁(1754～1834)死。张敦仁有《缉古算经细草》三卷;《求一算术》上,中,下卷;《开方补记》八卷,附《通论》一卷。

道光十五年乙未(1835年),二十六岁。

○是年罗士琳《四元玉鉴细草》由李棠写样⑧。

道光十六年丙申(1836年),二十七岁。

---

① 安清翘家传和李宗昉所撰墓碑铭称:清翘以道光庚寅(1830年)卒,年七十二。未刊算稿有:《数学指南》、《周易比例》、《几何原本补正》数种。

② 见《缉古算经考注》二卷本。

③ 见《勾股截积和较算术》二卷,道光二十八年(1898年),灵石杨氏刻本。

④ 见丁取忠《粟布演草识》,《白芙堂丛书》本。

⑤ 李俨另有《华蘅芳年谱》,在本集第362～377页(* 见本卷第350～365页。——编者)。

⑥ 见易之瀚《四元玉鉴细草后记》,附《观我生室汇稿》本《四元玉鉴细草》后。

⑦ 见罗士琳《四元玉鉴细草后记》,附《观我生室汇稿》本《四元玉鉴细草》后。

⑧ 见李棠《四元玉鉴细草后跋》,附《观我生室汇稿》本《四元玉鉴细草》后。

○是年仲春瓊州张岳崧题刻甘泉易之瀚《四元释例》一卷。

道光十七年丁酉(1837年),二十八岁。

○是年夏罗士琳自序《台锥积演》一卷。

○是年十一月戴煦序刻谢家禾遗著《衍元要义》、《弧田问率》、《直积回求》凡三卷,称《谢谷堂算学三种》。

道光十八年戊戌(1838年),二十九岁。

○是年秋张岳崧序罗士琳《四元玉鉴细草》二十四卷。

道光十九年己亥(1839年),三十岁。

○是年秋,天长岑建功校刻明安图遗著《割圜密率捷法》四卷。

○是年秋甘泉罗士琳撰《割圜密率捷法》后跋。

○是年七月吴县冯桂芬(1810~1874)自序《弧矢算术细草图解》一卷。

○是年七月罗士琳撰《算学启蒙识误》及《后记》。

○是年九月扬州阮元序刻元朱世杰《算学启蒙》三卷①。

道光二十年庚子(1840年),三十一岁。

李善兰《天算或问》卷一称:"善兰自束发学算,三十后所造渐深。"②

○是年夏四月阮元序罗士琳《续畴人传》六卷。

○是年阮元序罗士琳《三角和较算例》一卷。

○是年阮元序明安图遗著《割圜密率捷法》四卷。

○是年赵元益(1840~1902)生。

道光二十一年辛丑(1841年),三十二岁。

○是年骆腾凤(1770~1841)死③。

骆腾凤有《艺游录》二卷、《开方释例》四卷。

道光二十三年癸卯(1843年),三十四岁。

---

① 参看严敦杰《算学启蒙流传考》,《东方杂志》四一卷,九号,第31~32页,1945年5月15日,上海。

② 见《天算或问》,《则古昔斋算学》本。

③ 见丁晏《安徽舒城县训导骆先生传》,附《开方释例》卷四后。

○是年骆腾凤婿何锦刻骆腾凤遗著《艺游录》二卷,《开方释例》四卷。

○是年秋罗士琳自序《弧矢算术补》。

○是年冬项名达自序《三角和较术》一卷。

道光二十四年甲辰(1844年),三十五岁。

○是年秋九月全椒金望欣序乌程陈杰《算法大成》称:"上编先巳梓行。"

道光二十五年乙巳(1845年),三十六岁。

席淦(1845~1917)《残稿》称:善兰以"道光乙巳年(1845年)馆嘉兴陆费家,交当时江浙名士如张啸山(文虎)、孙次山(瓛)、顾尚之(观光)等。"李善兰于是年冬以所著《四元解》二卷示顾观光①。称系:"深思七昼夜,尽通其法。"②

李善兰序《四元解》称:"汪君谢城(曰桢)以手钞元朱世杰《四元玉鉴》三卷见示"。汪曰桢(1812~1881)《玉鉴堂诗集》卷三:《以诗代书与李秋纫善兰结交》称:

绝学天元一　知君探索精　　廉隅通少广　正负借方程。
展卷疑思问　悬钟叩则鸣　　不须倾盖语　鱼雁证斯盟③。

李善兰道光戊申(1848年)成《麟德术解》三卷,并由汪曰桢校。其卷三"麟德二年闰三月气朔细草"称:"《通鉴》目录麟德二年闰三月壬申朔,四月壬寅朔小满。本纪云:闰三月癸酉日有食之,癸酉乃二日,故不书朔。余友汪君谢城方撰《二十四史月日考》,以本术推得辛丑小满,疑之,移书问余,余既为步细草如右。"④

○是年项名达自序《开诸乘方捷术》一卷,由长洲陈奂⑤ 署签。

---

① 见顾观光《算賸续编》内"《四元解序》"。

② 见《四元解》,《则古昔斋算学》本。

③ 此条严敦杰征得。

④ 见《麟德术解》,《则古昔斋算学》本。汪曰桢撰《二十四史月日考》,始道光丙申(1836年)迄同治壬戌(1862年)。

⑤ 陈奂字硕甫,长洲人,李善兰曾从受经。著有《师友渊源记》,曾举及李善兰。陈奂,《清史稿》卷四百八十八,《清史列传》卷六十九,《续碑传集》卷七十四及《国朝书人辑略》卷九有传。

○是年秋戴煦(1805～1860)自序《对数简法》二卷。

○是年冬南海江藩序南海何梦瑶《算迪》八卷,由粤雅堂刻行。

○是年席淦(1845～1917)生。

道光二十六年丙午(1846年),三十七岁。

是年顾观光序李善兰所著《四元解》、《对数探原》。渠于《四元解》序称:"李君(善兰)又有《弧矢启秘》。"①

○是年秋八月戴煦自序《续对数简法》一卷。

道光二十七年丁未(1847年),三十八岁。

是年英国伟烈亚力(Wylie Alexander,1815～1887)来华,寓沪城北关外,日与华人相讨论,后与善兰共译《几何原本》后九卷(1856年)、《谈天》十八卷(1859年)、《代数学》十三卷(1859年)、《代微积拾级》十八卷(1859年),又善兰与艾约瑟(Joseph Edkins,1823～1905)共译《重学》二十卷(1859年),伟烈亚力亦参与其事②。

○是年《海山仙馆丛书》刻《几何原本》、《同文算指》、《圜容较义》、《测量法义》、《测量异同》、《勾股义》诸书。

道光二十八年戊申(1848年),三十九岁。

是年仲秋李善兰自序《麟德术解》三卷③。

道光二十九年己酉(1849年),四十岁。

是年李善兰居嘉兴。按张文虎《华严墨海集》称:"道光二十九年(1849年)夏,与钱君葆堂(熙哲)④寓禾郡幻居庵。庵僧出示明贤分写《华严经》八十一

① 见顾观光《算剩续编》内《四元解序》。

② 见伟烈亚力《数学启蒙》,金咸福跋。

又缪荃孙《艺风堂文续集》卷一称:"咸丰初,李(善兰)先生从英吉利人艾约瑟、伟烈亚力新译《重学》及《几何原本》后九卷。"按金山钱熙辅序刻《重学》,虽仅题艾约瑟,李善兰译胡威立《重学》二十卷,而当时伟烈亚力同在一处,当亦参与其事。

③ 见《则古昔斋算学》六,《麟德术解》卷一,第1页。

④ 按钱熙哲字叔保亦字葆堂,钱树芳第四子,熙祚弟。

卷。"① 又张文虎《舒艺室诗存》三称："偕钱叔保(熙哲)寓禾城幻居庵，坐雨不得出。李(善兰)、孙(瀜)、杨(韵)、于(源)、何(吕治)、朱大令(绪曾)辄相过话雨，观所藏明季诸贤分写《华严经》墨迹，杂记以诗，用少陵重过何氏山林韵。"又注称："李君(善兰)精究中西算术，近从(陈奂)硕甫受经。"②

清管庭芬③原编，蒋学庄续编《海昌艺文志》二十四卷内有《则古昔斋遗诗》一卷，题蒋学坚手辑，并跋云："壬叔李(善兰)先生算学为中外所共仰，国初王晓庵(锡阐)、梅勿庵(文鼎)二先生后，当首屈一指。诗非其所注意，然客槜李时，与于辛伯(源)、孙次公(瀜)、杨小铁(韵)诸君，时相唱和，里中若许丈荑坪、曹丈篁坡，及先君子(蒋敦复?)亦时有诗筒往来，兴复不浅也。及被召入都，则此调不弹矣。……光绪十四年(1888)嘉平月二日。"

○是年江宁管嗣复序桐城叶棠《天元一术图说》一卷。

○是年十月项名达自序《象数一原》④。

○是年阮元死。

道光三十年庚戌(1850年)，四十一岁。

是年《指海》刻成，收有李善兰《对数探源》一种，张文虎校。

○按张文虎金山《钱氏家刻书自序》称："道光中锡之(钱熙祚)通守辑《守山阁丛书》及《指海》。"⑤又《告灵文》称："道光二十四年(1844年)正月……金山钱君雪枝(熙祚)卒于京师。"⑥又候选训导钱君(熙经，1796～1849)⑦《殡志》称："锡之邀予同至京师，明年锡之殁，予南归，(熙经)君握予手曰，锡之

① 见张文虎《舒艺室》杂著乙编上，第32页。

② 见张文虎《舒艺室诗存》(三)，第21页。

③ 管庭芬，《清画家诗史》卷庚下有传。

④ 见《象数一原》七卷，光绪戊子(1888年)上海刻本。

⑤ 见张文虎《舒艺室剩稿》第24页。

⑥ 见张文虎《舒艺室杂著》乙编卷下，第73页。

⑦ "钱熙经生于嘉庆元年四月，卒于道光二十九年(1849年)十有一月。"见张文虎《舒艺室杂著》乙编卷下，第62～63页。

已矣,《指海》稿未竟,盍赞成之乎?予曰然,又六年《指海》竣事。"① 观此则《指海》是成于此年。

○是年项名达(1789~1850)死。

项名达有:《下学盦算术》共三种三卷,《象数一原》六卷。

○道光末年,英人麦都思(Dr. Medhurst Walter Henry,1796~1857)设墨海书馆(是为机器印书之始,以牛力曳之)于沪北,延王韬主笔政。所交多海内知名士。与李善兰、蒋敦复以诗酒徜徉于海上,时人目为三异民②。

咸丰元年辛亥(1851),四十二岁。

是年善兰获交钱唐戴煦,"以所著《对数探源》、《弧矢启秘》,见贻。"③

张文虎称:"咸丰之初(钱熙辅)鼎卿学博续辑《艺海珠尘》壬、癸二集,及刊西人《重学》。"④

《艺海珠尘》壬,癸集,收有李善兰《方圆阐幽》、《弧矢启秘》二种。

按李善兰序《则古昔斋算学》(1867年)称:"《方圆(阐幽)》、《弧矢(启秘)》、《对数(探源)》三种,金山钱氏已刻入丛书中。"即指此事。

○钱熙辅,清金山人,字鼎卿,官芜湖教谕。妇翁吴省兰刊《艺海珠尘》,至八集而止。熙辅续辑壬癸二集,以竟其业⑤。

○是年邹汉勋序丁取忠《数学拾遗》一卷。

咸丰二年壬子(1852年),四十三岁。

是年五月李善兰至沪,居大境杰阁⑥。

善兰称:"岁壬子(1852年)余游沪上,……朝译《几何》,暮译《重学》,阅二

---

① 见张文虎《舒艺室杂著》乙编卷下,第62页。

② 见《淞南梦影录》卷三(裘冲曼征访)。

但据"Couling, *The Encyclopeadia Sinica*",(1917年,p. 344),则谓墨海书馆设立在道光二十三年(1843年)。

③ 见戴煦《粤雅堂丛书》本,《外切密率》,序第1~2页。

④ 见张文虎《舒艺室剩稿》,第42页,"金山《钱氏家刻书自序》"。

⑤ 见《中国人名辞典》,第1618页。

⑥ 见王韬《瀛壖杂志》卷四。

年同卒业。"① 按阅二年当作阅四年。

是年戴煦《外切密率》自序称："去岁获交海昌壬叔李君(善兰)，以所著《对数探源》、《弧矢启秘》见示。其《对数探源》，与予《对数简法》后一术，殊途同归。而《弧矢启秘》则用尖堆立算，另开生面。兼有割线诸术，特未及余弧耳。缘出予未竟残稿，请正。而壬叔颇赏予余弧与切割二线互求之术，再四促成。今岁又寄札询及，遂谢绝繁冗，扃户钞录，阅月乃竟。嗟乎！友朋之助，曷可少哉？……兹非壬叔之劝成，则以予之懒散，必至废搁以终其身。"②

善兰称："岁壬子(1852年)来上海，与西士伟烈亚力约，续徐、利二公未完之业。伟烈君无书不览，尤精天算，且熟习华言，遂以六月朔为始，日译一题。中间因应试，避兵诸役，屡作屡辍，凡四历寒暑，始卒业(《几何原本》)。"③

○是年岁杪戴煦自序《求表捷术》共四种九卷。

是年李善兰介王韬函，向郁松年借读《宜稼堂丛书》本《详解九章》及《数书九章》两书。王弢园《尺牍》"郁泰峰(一)"条称："所刊《九章算术》、《数学九章》，搜奇采轶，集秘罗珍，继《周髀》之古经，采泰西以巧法，诚足以绍述绝学矣。海昌李君壬叔，当今历算名手也。见译《几何原本》……李君急欲得此二书一览，吾丈处倘有零印本，祈以见赐。"按郁刻此二书在道光壬寅(1842年)(此条严敦杰征得)。

王韬《淞滨琐话》"龚蒋两君轶事"条，称："余始识蒋君(敦复)在壬子(1852年)十二月十有三日，是日余偕李君壬叔，雷君约轩，蒋君剑人，同至酒楼轰饮。"④

陈奂《师友渊源记》称："李生善兰，字秋纫，一号壬叔，浙江海宁州学生，……癸卯(1843年)余在禾郡，来学，……孰习九数之术，常立表线，用

① 见李善兰《重学》二十卷附《曲线说》三卷，序，同治五年(1866年)刻本。

② 见《粤雅堂丛书》本《外切密率》序，第1～2页。

③ 见李善兰《几何原本》，序，同治四年(1865年)刻本。

④ 参看道光三十年(1852年)条，时以王韬、李善兰、蒋敦复为三异民。

长短式依节候以测日景,便易稽考。有《群经算术》、《对数探源》、《弧矢启秘》、《方圆阐幽》、《数学一归》、《四元释》、《椭圆捷法》、《八线数新术》等书,名冠于时。"①

咸丰三年癸丑(1853 年),四十四岁。

○是年伟烈亚力称:"余自西土远来中国,以传耶稣之道为本,余则兼习艺能。爰述一书曰《数学启蒙》,凡二卷,举以授塾中学徒,由浅及深,则其知之也易,譬诸小儿,始而匍匐,继而扶墙,后乃能疾走。兹书之成,姑教之匍匐耳,扶墙徐行耳。若能疾走,则有代数微分诸书在,余将续梓之。"② 此为迻译《代微积拾级》、《代数学》的先声。

○是年甘泉罗士琳死。

○善兰甥崔敬昌《李壬叔征君传》称:"咸丰朝甘泉罗茗香士琳征君,及归安徐庄愍公(有壬)并以数学著。二公者与先舅父交最挚,邮递问难,常朝复而夕又至。先舅父为之条分缕析,曲畅交通,如所问以报,恒累数千言,必使洞晓而后已。"③

○是年张文虎曾寄书与李壬叔问:"《重学》曾否授梓,《微分法》凡几卷?"④

咸丰四年甲寅(1854 年),四十五岁。

○是年汪莱门人夏燮序刻汪莱遗著《衡斋算学遗书合刻》⑤。

○是年顾观光作"用屡乘屡除求对数法","对数还原","对数衍",见《算剩续编》。

咸丰五年乙卯(1855 年),四十六岁。

---

① 《遂雅堂丛书》本,《师友渊源记》。

② 见伟烈亚力《数学启蒙序》,(1853 年)。

③ 见崔敬昌《李壬叔征君传》。此《传》载范溪《李氏家乘》,未刊。《杭州府志》及《海宁县新志》均采是《传》。

④ 见《舒艺室尺牍偶存》,第 15 页,上海文明书局本。

⑤ 《衡斋算书遗书合刻》,闻梅旧塾藏版。

是年善兰游沪渎。

按张文虎"嘉兴杂诗"注称:"乙卯(1855年)九月偕钱叔保(熙哲)再寓幻居庵",又注称:"李善兰,壬叔昔馆禾(嘉兴)城,今游沪渎。"①

是年译毕《几何原本》后九卷,善兰称《几何原本》后九卷,甫脱稿,韩君缘卿(应陛)寓书称捐资上板,以广流传。即以全稿寄之。顾君尚之(观光),张君啸山(文虎)任校复,阅二年功竣,韩君复乞序之。"②

海宁李壬叔善兰与(张文虎)先生,谈算契合,咸丰初李先生从英吉利人艾约瑟、伟烈亚力新译《重学》及《几何原本》后九卷。而艾约瑟辈深明算理格致之学,闻(张)先生名,数造访质疑问难,咸大折服,谓为彼国专家勿能及③。

〇是年顾观光著《开方余义》④

咸丰六年丙辰(1856年),四十七岁。

〇是年夏鸾翔序戴煦《外切密率》四卷及《假数测圆》二卷⑤。

咸丰七年丁巳(1857年),四十八岁。

是年正月李善兰及伟烈亚力序续译《几何原本》后九卷,是年二月娄县韩应陛《跋几何原本》后九卷。

〇容闳(1828～1912)曾识李善兰,所著《西学东渐记》(1900年)称:"曾继甫(译音)君后又介予于中国之著名大算学家李君壬叔(善兰)。"⑥

〇是年七月番禺陈澧自序《弧三角平视法》一卷。

〇是年夏鸾翔客都门,撰《洞方术图解》二卷。

① 张文虎《舒艺室诗存》(三),第27～28页。

② 见李善兰《几何原本》后九卷序。同治四年(1865年)刻本。

③ 见缪荃孙"张文虎墓志铭",《续碑传集》卷五十七,宣统庚戌(1910年)缪荃孙自序,江楚编辑书局刊本。

④ 《武陵山人遗书》,内《算剩余稿》本。

⑤ 见《求表捷术》,《粤雅堂从书》本。

⑥ 见徐凤石、恽铁樵译容闳《西学东渐记》,第48页,上海商务印书馆,1915年十二月初版。

咸丰八年戊午(1858 年),四十九岁。

是年《几何原本》刊行[①]。

是年冬李善兰成《火器真诀》一卷,为《则古昔斋算学》之十,李善兰序《重学》称:"朝译《几何》,暮译《重学》,阅二年同卒业,韩君缘卿(应陛)既任刻《几何》,钱君鼎卿(熙辅)亦请以《重学》付手民,同时上板,皆印行无几,同毁于火。"[②] 按阅二年当作阅四年。

是年韩缘卿以所刻《几何原本》赠王韬,韬复以转赠郁松年。王弢园《尺牍》、郁泰峰(二)条,称:"今日缘卿韩孝廉从云间来,以所刻《几何原本》相饷。……先生素讲西法,获之必喜,况藏书之富甲一郡,历学之书,亦不可不备一格,敢为芹献,幸勿却焉。"

又王弢园《尺牍》,韩缘卿条,称:"昨于壬叔处得见手书,知近刻《几何》已将蒇事。"

墨海教士(Rev. William Muirhead, 1822～1900)称:"1848 年或日,有一中国算家携其四年来所研究之《微积学》,来见麦都思博士,及墨海教士,谓曾从伟烈亚力受《代数》、《几何》后九卷,三角,微积等科。且尝译侯失勒《谈天》(Herschel's *Outline of Astronomy*),胡威立《重学》(Whewell's *Mechanics*),又着意从事奈端《数理》(Newton's *Principia*)。当时从事此学之人虽少,而此君尝介绍数人于教士。其一人为江苏显宦,惜其信佛之心,过于信耶耳。"[③] 按此所述中国算学家,是指李善兰;而显宦则是徐有壬。其言 1848 当系 1858 年。因伟烈亚力于 1847 年初来中国,且是时各书都未译成。

咸丰九年己未(1859 年),五十岁。

是年孟夏善兰序《代微积拾级》十八卷,由墨海刊行。《代微积拾级》题米利

---

① 见李善兰《代微积拾级》序。

② 序,见同治五年(1866)李鸿章重刻《重学》二十卷前。

③ 见 Rev. William Muirhead, *China and the Gospel*, pp. 193～194, 1870 年。按《格致汇编》第三年春季号内傅兰雅(John Fryer, 1839～?),"江南制造总局翻译西书事略"(1880 年)谓此事在 1845 年,亦属误记。

坚罗密士(Elias Loomis，1811～1889)撰，英国伟烈亚力口译，海宁李善兰笔述①。

○是年华蘅芳二十七岁。

华蘅芳于光绪十八年(1892年)十月跋《抛物线说》称："忆余二十余岁时阅《代微积拾级》(1859年)粗知抛物线之梗概，而《重学》中。《圆锥曲线说》(1866年)尚未译出也。李君(善兰)秋纫以所著《火器真诀》(1858年)见示。"

是年夏六月乌程汪曰桢自序《如积引蒙》八卷称："如积之术为西法借根方所从出。……余少读之，不得其详。既而见焦里堂(循)《天元一释》，李壬叔(善兰)《四元解》乃始稍稍解悟，诚算术之至巧至捷者也。"

是年重阳后八日，李善兰序《谈天》于崑山舟次。

是年孟冬之月，英国伟烈亚力序《谈天》于春申浦上。

按《谈天》十八卷，卷首一卷题英国侯失勒(Herschel)原本，英国伟烈亚力口译，海宁李善兰删述，无锡徐建寅续述。据《谈天》凡例，则李译是据咸丰元年(1851年)刻本，而徐氏续述的，是据同治十年(1871年)重刻本。

张文虎曾手钞李善兰《谈天》②。

是年孟冬英国伟烈亚力序《代数学》十三卷，《代数学》题英国棣么甘(Augustus De Morgan，1806～1871)撰，英国伟烈亚力口译，海宁李善兰笔受。

是年冬十一月金山钱熙辅序刻艾约瑟，李善兰译胡威立《重学》二十卷，由

---

① 此书斯密斯博士疑出于 *Elements of Algebra*，N. Y. 1846 及 *Element of Analytical Geometry and of Differential and Integral Calculus*，N. Y. 1850，语见 Smith D. E. and Mikami，Y. A.：*History of Iapanese Mathematics*，p. 274. 然考《代微积拾级》译本，实仅当罗密士 1850 之书，并未及 1846 本的代数学，书中"代"字是"代数几何"(按 Analytical Geometry＝Algebraic Geometry)的省词。

Loomis Elias (1811. 8. 7～1889. 8. 15)，*Mathematician and astronomer*，………见 *Dictionary of American Biograpty*，Vol. XI. pp. 398～399(1946)，New York.

② 严敦杰《上海算学文献述略》，《科学》第二十三卷，第二期。

顾观光，张文虎校①。

又《圆锥曲线》三卷，题艾约瑟口译，李善兰笔受的，当亦成于此时。

观前墨海教士（W. Muirhand, *China and the Gospel*）所记，《奈端数理》（*Newton's Principia*）之译，当亦在此数年间。《算学书目提要》称："《奈端数理》四册，英国奈端撰、伟烈亚力、傅兰雅口译，海宁李善兰笔述。（丁福保）按是书分平圆，椭圆，抛物线，双曲线各类。椭圆以下，尚未译出，其已译者，亦未加删润。往往有四五十字为一句者，理既奥赜，文又难读。……后为大同书局借去，今不可究诘。"②

傅兰雅主编《格致汇编》称："李善兰与伟烈亚力译《奈端数理》数十页，后在翻译馆内，与傅兰雅译成第一卷，共三册。原书共八册。"③

咸丰十年庚申（1860年），五十一岁。

是年夏娄县韩应陛死。按张文虎《读有用书斋杂著序》称："……点线面积之学，莫善于《几何原本》。凡十五卷，明万历间利玛窦（Matteo Ricci）所译止前六卷。近岁英吉利末士伟烈亚力续译后九卷。海宁李壬叔写而传之。（韩应陛）君反复审订，授之剞劂。……

"（咸丰）十年（1860年）夏韩应陛病死。"④

（咸丰）十年（1860年）李善兰在庄慜（徐有壬）幕⑤。

"善兰……辄复著书，久之得若干种，咸丰庚申（1860年）在苏州署，遭乱尽失之。"⑥

---

① 跋见同治五年李鸿章重刻《重学》二十卷后。

② 见丁福保，《算学书目提要》，卷中第14页，光绪己亥（1899年）无锡埃实学堂刻。

③ 见《格致汇编》第三年卷，"江南制造总局翻译西书事略"（1880年）。又有一种"《数理格致》"疑即前书。见李俨《近代中算著述记》、《中算史论丛》第二集，第158、304～306页（＊见本书第六卷第553，711～714页。——编者）。

④ 见张文虎《舒艺室杂著》乙编，卷上，第34页。

⑤ 见诸可宝《畴人传》三编，卷六，光绪十二年（1886年）。

⑥ 见李善兰《则古昔斋算学自序》，同治丁卯（1867年）金陵刻本。

○是年戴煦(1805～1860)[①] 死。

戴煦有《求表捷术》共四种，九卷，未刻者又有若干种。

咸丰十一年辛酉(1861 年)，五十二岁。

是年吴嘉善至上海，与善兰论当世算家，善兰极推顾观光[②]。

善兰是年在上海，(见张鸣珂，1908 年，《寒松阁谈艺璅录》)。

○是年顾观光撰《对数衍》一卷。

○是年时曰醇自序《百鸡术衍》一卷。

光绪戊申(1908 年)张鸣珂自序《寒松阁谈艺璅录》卷一称：

“胡公寿，远初，号小樵，画以字行，华亭人，……海宁李壬叔，善兰，有题胡小樵梅花巨册诗……

辛酉(1861 年)(张鸣珂)避乱海上，日与公寿，剑人，壬叔，鼻山，谈艺甚乐，……

壬叔精《周髀》、《九章》之学，推测历算，穷极幽迹，为岛人所推服，著有《则古昔斋算学》、《补几何原本》等书。”

同治元年壬戌(1862 年)，五十三岁。

是年初春钱塘夏鸾翔自序《万象一原》九卷，中有演《代微积拾级》术。

是年顾观光(1799～1862)死。

顾观光有《武陵山人遗书》八种九卷，《九数存古》九卷。观光“疾将终，以所著书，属长子深曰：求尔师为我传，及李壬叔序之，遂无他言。卒年六十四。”[③]

○是年十月吴县冯桂芬自序《西算新法直解》八卷于沪城北郊寓舍。是书是演《代微积拾级》说。

按李善兰在沪时，刘彝程曾晤之。刘彝程《简易庵算稿》自序称：“识李君壬叔于沪渎，由是悉心于弧矢级数之学，不数年自著《割圜阐率》一卷(1869

① 见伍崇曜《求表捷术跋》，《粤雅堂丛书》本。

② 见《武陵山人遗书》内，《算賸初编》，序。

③ 见张文虎“顾尚之别传”，《武陵山人遗书》本，或张文虎《舒艺室杂著》甲编本。

年)、《对数问答》[①] 数种。”

○是年三月吴嘉善序《割圜八线缀术》四卷。

○是年六月宜宾汪香祖自序《衍元笔算今式》二卷。

○是年秋南丰吴嘉善序长沙李锡蕃遗著《借根方勾股细草》一卷。

○是年八月总理衙门王大臣奏设同文馆于京师[②]。

同治二年癸亥(1863年),五十四岁。

曾国藩称:“是年五月李壬叔带来二人,一张斯桂,号鲁生,浙江萧山人,工于制造洋器之法。一张文虎,江苏南汇人,精于算法,兼通经学,小学,为阮文达公所器赏。”[③]

王韬称:“海昌李壬叔茂才名善兰,一字秋纫,……咸丰壬子来沪,……在沪十年……同治初年,征至(曾国藩)幕中,自此踪迹遂与阔绝矣。”[④]

是年夏(五月)张文虎自沪至皖,时善兰已到安庆[⑤]。在皖所居宾馆,在南城任家坡,当时与李善兰、张文虎同居的,有华蘅芳、徐寿等[⑥]。李善兰在安庆和莫友芝、邓瑶、张文虎、孙衣言、周学濬、方宗诚、方骏谟等常过从钱泰吉寓[⑦]。

是年东坡生日,以十四人集周缦云侍郎学濬蛰庵共赋诗[⑧]。李善兰与张斯桂对弈,屡败,而竟苦战不已[⑨]。

是年九月容闳抵安庆,得晤故人张斯桂、李善兰、华若汀(蘅芳)、徐雪村(寿)等,此数人皆予(容闳自称),上海旧交相识,见予至,意良欣慰[⑩]。

---

① 即《对数四问》,《经世文编》本。

② 见《京师同文馆学友会第一次报告书》,京华印书局代印,1916年三月。

③ 《求阙斋日记》卷九。

④ 见王韬《瀛壖杂志》卷四。

⑤ 见张文虎“送壬叔以算学征入同文馆”诗,《舒艺室诗存》(六),第14页。

⑥ 见张文虎“杂诗”,《舒艺室诗存》(五),第13页。

⑦ 见《钱警石年谱》(裘冲曼征访)。

⑧ 见张文虎《舒艺室诗存》(五),第33页,及第17页。

⑨ 见同上,第11页。

⑩ 《西学东渐记》,第84页。

丁取忠同治十一年(1872 年)《算学二十一种序》称:"癸亥(1863 年)曾以活字印十数种。"又同书《凡例》称:"原书印后,博求四方通算士,互相考正。海宁李壬叔先生善兰校正居多。"①

同治三年甲子(1864 年),五十五岁。

善兰自称:"岁甲子来金陵,晤曾沅浦(即曾国藩,1811～1872)中丞,许代付手民。"②这是刻印《则古昔斋算学》十三种的动机。是年二月汉阳刘世仲跋李善兰《则古昔斋算学》③。

《王彀园尺牍》内有"李壬叔"条。

是年李善兰、张文虎到南京,住朝天宫飞霞阁的书局内④。

同治四年乙丑(1865 年),五十六岁。

是年十月张文虎代曾国藩为李善兰《几何原本》后九卷撰序⑤。

按金陵刻本《几何原本》由曾国藩署签,张文虎复校。

○是年六月郭嵩焘序冯桂芬《西算新法直解》八卷于岭南节署。

同治五年丙寅(1866 年),五十七岁。

是年曾国藩邮致三百金为李善兰刻算书⑥。

是年九月李善兰自序《重学》称:是时曾国藩为重刻《几何原本》后九卷,李鸿章为重刻《重学》⑦。

○是年同文馆创设天文,算学等科,以七年为期⑧。

席淦《残稿》称:"同治五年(1866 年)郭筠仙(嵩焘)侍郎特疏荐(李善兰)。"

---

① 见《白芙堂算学丛书》内"算学二十一种",序及凡例。

② 见李善兰《则古昔斋算学自序》,同治丁卯(1867 年)金陵刻本。

③ 见李善兰《则古昔斋算学跋》,同治丁卯(1867 年)金陵刻本。

④ 见张文虎《舒艺室诗存》(五),第 32 页,和《诗存》(六),第 4 页。

⑤ 见张文虎《舒艺室杂著》甲编卷下,第 5～6 页,及《几何原本》十五卷本序,第 12 页。

⑥ 见李善兰《则古昔斋算学自序》。

⑦ 见同治五年重刻《重学》二十卷附《曲线说》三卷前。

⑧ 见《京师同文馆学友会第一次报告书》,京华印书局代印,1916 年 3 月。

张文虎《送壬叔以算学征入同文馆》诗亦注称:"前广东巡抚郭中丞(即郭嵩焘)始以君名入告。"[1]是年八月"允郭嵩焘请,召生员邹伯奇、李善兰,赴同文馆差委"[2]。

同治六年丁卯(1867年),五十八岁。

是年春独山莫友芝为李善兰《则古昔斋算学》署检。

是年九月李善兰自序《则古昔斋算学》十三种,计:《方圆阐幽》一卷,《弧矢启秘》二卷,《对数探源》二卷,《垛积比类》四卷,《四元解》二卷,《麟德术解》三卷,《椭圆正术解》二卷,《椭圆新术》一卷,《椭圆拾遗》三卷,《火器真诀》一卷,《尖锥变法解》一卷,《级数回求》一卷,《天算或问》一卷,共二十四卷[3]。

就中南海冯焌光(1830～1878)校《方圆阐幽》(1851年刻),
南汇张文虎(1808～1885)校《弧矢启秘》(1851年刻),
南汇贾步纬校《对数探源》(1850年刻),
湘乡曾纪泽(1839～1890)校《垛积比类》,
湘乡曾纪鸿(1848～1877)校《四元解》(1845年),
乌程汪曰桢(1812～1881)校《麟德术解》(1848年),
江宁汪士铎(1802～1889)校《椭圆正术解》,
无锡徐寿(1818～1884)校《椭圆新术》,
无锡华蘅芳(1833～1902)校《椭圆拾遗》,
上元孙文川[4] 校《火器真诀》(1858年),
南丰吴嘉善[5] 校《尖锥变法解》,
无锡徐建寅(1845～1901)校《级数回求》,

① 见张文虎《舒艺室诗》序六,第14页。
② 见《东华续录》卷五十八,同治五年。
③ 见李善兰《则古昔斋算学自序》,同治丁卯(1867年)金陵刻本。
④ 孙文川 《清史稿》卷四百九十八有传。
⑤ 吴嘉善 《清史稿》卷五百一十二,《清史列传》卷七十三有传。

长沙丁取忠[①] 校《天算或问》。

李俨藏有李善兰遗墨《则古堂算学目录》一纸，计:《方圆阐幽》三卷，《弧矢别径》三卷，《对数探原》三卷，《垛积图谱》五卷，《海镜别解》五卷，《四元解》二卷，《数学一得》十卷，《十三经算术》十三卷，《开方图法》十卷，《四元启蒙》四卷，《授时术细草》七卷，《回回术细草》七卷，《时宪术细草》十四卷，《海镜广》十二卷，《日晷解》三卷，《椭圆捷法》三卷。附注谓：今日为始，十年为期，必成此多种，以上报天地。善兰所著书，在《则古昔斋算学》以外的，有：

《九容图表》七页，在刘铎《古今算学丛书》之内。

《测圆海镜解》一卷，有传钞本[②]。

《考数根法》三卷，《造整数勾股极数法》二卷[③]。

伟烈亚力称:"李氏精思四载，乃得对数理。倘生于讷氏，盖氏之时，则只此一端，即可名闻于世。"[④]

后 记

《中西闻见录》是一部比较难见的书，远在1903年梁启超著的《西学书目表》已说:"《中西闻见录》，北京印本，每月一本，久停，现甚难购。"北京图书馆藏有一期《中西闻见录》，是同治十一年(1872年)八月份印本，书上标明是第二期，这一期恰载了李善兰《考数根法》的第一部分，原文的标题是：

"《考数根法》 《则古昔斋算学》十四

海宁李善兰学"

---

① 丁取忠《清史稿》卷五百一十二，《清史列传》卷三十七，《碑传集补》卷四十二有传。

② 李俨藏传钞本《测圆海镜解》一卷。

③ 语见席淦遗稿，及崔敬昌，《李壬叔徵君传》。按《中西闻见录》之内，有《考数根四法》一卷(见后记)。又《造整数勾股级数法》二卷，亦作《级数勾股》二卷。

④ Wylie Alexander, *Chinese Research*, p. 194. (1897年), Shanghai.

可知道,这文本来是在《则古昔斋算学》内的,但现刊的《则古昔斋算学》没有把这文辑入。华蘅芳《循环小数考》引此文称《则古昔斋算学》第十四种,也是根据《中西闻见录》的。

这第二期所载李氏文,和《湘学报》对校,《中西闻见录》内多出下列二段:

如本数三百二十三,用数二之八方积二五六,大于本数之半,以减本数,余六七为乘法,乘法自乘,以本数度之,不尽二九〇,以乘法乘之以本数度之,不尽一二〇,以乘法乘之以本数度之,不尽二八八,以乘法乘之以本数度之,不尽二三九,以乘法乘之以本数度之,不尽一八六,以乘法乘之以本数度之,不尽一八八,以乘法乘之以本数度之,不尽三二二,为一之负数,计用乘法九次,以方数八乘之,得七二为定次,以度本数,余三五,则三百二十三非数根,定次为八九相乘积,倍九得一八,以加一得一九,除本数得一七,恰尽。

如本数一万四千二百〇九,用数三之九方积一九六八三,大于本数,以本数减之,余五四七四为乘法,乘法自乘,以本数度之,不尽一二一〇四,以乘法乘之以本数度之,不尽七二九,为用数之六方积,计用乘法三次,以方数九乘之,得二七,以不尽之方数六减之,得二一为定次,以度本数,余一三,则一万四千二百〇九非数根,定次为三七相乘积,倍三得六为递加数,以加一得七,再加之得一三,以除本数得一〇九三,恰尽。

右二数非数根,度之不得一。

这段文字只是举例,并非考数根的定理,但为保存史料起见,应该录出说明的。《中西闻见录》的第三期以后,必陆续刊载李氏全文,以后如再发现与《湘学报》不符之处,当继续补齐,为我国素数论上最早的一篇论文保留下完整的史料。(严敦杰 1953 年 3 月记于天津)①

同治七年戊辰(1868 年),五十九岁。

美国丁韪良于光绪丁丑(1877 年)"李壬叔先生序"称:"李壬叔……总署延

① 查北京大学藏《中西闻见录》第二、三、四期(1872 年)。《考数根法》题为"则古昔斋算学十四"。

为同文馆算学教习，在京授算法，于兹八载。"①

王韬《瀛壖杂志》卷四注称："壬叔以同治戊辰入都，为天文馆总教习。"②

同治七年因湘阴郭侍郎(嵩焘)荐举，征(李善兰)入同文馆③。

同治八年己巳(1869年)，六十岁。

席淦《抱膝居士遗稿》称："李壬叔师天算，集中西大成，己巳年应诏来都，掌教天文馆，余从游十余年。"④

李善兰甥崔敬昌称："总理衙门设天文算学馆，议举主政者，郭筠仙侍郎以舅父应。同治八年奉召入都，钦赐中书科中书。洊保四品衔，户部广东司郎中。在馆教习，诸生先后约百余人。口讲指画，十余年如一日。"⑤

按李善兰入京之年或作戊辰(1868年)，或作己巳(1869年)，惟比较以戊辰年入京为可信。又据冯书《开方表》内刘嶽云(1849～1917)序称："二十岁(1868年)至金陵谒李壬叔(善兰)先生，吴子登(嘉善)先生，遂得并通代数。"

○是年五月邹伯奇(1819～1869)死。邹伯奇有《邹征君遗书》八种，九卷。

○是年刘彝程自序《割圆阐率》，一卷。

同治九年庚午(1870年)，六十一岁。

○是年江南制造局印英傅兰雅译，英白起德著，《运规约指》三卷一本⑥。

同治十年辛未(1871年)，六十二岁。

是年李善兰加内阁侍读衔⑦。

○是年秋杨兆鋆年十八，入同文馆，受算学于李善兰凡六年⑧。

---

① 见《格致汇编》第二年，夏季册，1877年出版。

② 见王韬《瀛壖杂志》卷四。

③ 见诸可宝《畴人传三编》卷六。

④ 见《席翰伯先生遗像》家刻本。

⑤ 见崔敬昌《李壬叔征君传》。

⑥ 见魏允《江南制造局记》，卷二，"建置表"图书附，第20页。

⑦ 据李慈铭《越缦堂日记》三十九册，20～21页，光绪八年十一月二十日条。

⑧ 见杨兆鋆《须曼精庐算学序》，吴兴刘氏嘉业堂刊本。

○是年孟秋丁取忠序《粟布演草》称:“撰此书时曾函询海宁李君壬叔(善兰),君示以廉法表,及求总率二术,而其理始显。厥后吴君(嘉善)又示以指数表及开方式,李君复为之图解,以阐其义,由是三事互求,理归一贯。”① 按《白芙堂丛书》本《粟布演草》一,题“海宁李善兰壬叔、南丰吴嘉善子登、湘乡曾纪鸿栗诚演,长沙丁取忠云晤、湘阴左潜壬叟同述”。

同治十一年壬申(1872年),六十三岁。

是年二月善兰序金匮华蘅芳《开方别术》,是为《行素轩算稿》之一②。

同治十二年癸酉(1873年),六十四岁。

是年李善兰序德国教士花之安《泰西学校论略》(严敦杰征访)。

○是年席淦充同文馆副教习③。

○是年长沙丁取忠序嘉定时曰醇《求一术指》一卷④。

○是年吴县潘祖荫、南丰吴嘉善序南昌梅启照《学强恕斋笔算》十卷⑤。

○是年华蘅芳、徐寿、徐建寅等入江南制造局为提调⑥。

○是年左潜序《割圆八线缀术》四卷。此书以本年秋刻于荷池精舍。

○是年十月华蘅芳序《代数术》二十五卷,是书题英国华里司辑,英国傅兰雅口译,金匮华蘅芳笔述。

○是年冬十二月,左潜自序《缀术释戴》一卷。

同治癸酉(1873年)季冬海宁李善兰序《质学丛书初集》本《德国学校论略》,称:“今年德教士花君之安以所著《德国学校论略》介美国卫公使问序于余……。”

是年六月至光绪元年二月(1875年)《中西闻见录》第12、16、17、18、28、31号有李善兰论文。

---

① 见《粟布演草》,《白芙堂丛书》本。

② 见《行素轩算稿》,光绪壬午(1882年)自刻本。

③ 见《席翰伯先生遗像》,家刻本。

④ 见《求一术指》同治十二年(1872年)长沙刻本。

⑤ 见《学强恕斋笔算序》,第1~4页,光绪壬午(1882年)重刻本。

⑥ 见《江南制造局》卷六,职官表,第41页。

同治十三年甲戌(1874年),六十五岁。

是年夏历四月升户部主事①。

时善兰在京同文馆②。

善兰在京,曾患风痺,惮于行远,咫尺之遥,须人扶掖,是殆晚岁体肥之故欤③。善兰与顾观光、张文虎皆体肥。英人艾约瑟尝曰:"吾西国为算学者多瘦,君辈何独不尔?"④

是年春长沙丁取忠自序《对数详解》五卷,称:"对数一术乃西士所称为至简者,而近日海宁李壬叔善兰、南海邹特夫伯奇皆创立新法,较西人旧法简易数倍。"⑤

○是年夏左潜序黄宗宪《求一术通解》二卷。

是年夏四月丁取忠识《数学拾遗》,又同书"求叉形弧角解"称:"昔年编辑吴子登氏算书二十一种,其斜弧三角术表云采徐君卿(有壬)法。及考其第一术第二表即有与徐氏互异者,因函询李壬叔氏,李氏为之图解,极为明晰,故存之以为言弧角之一助。"⑥

○是年贾步纬校顾观光《九数外录》一卷一本;刘彝程校,傅兰雅、华蘅芳译,英华里司《代数术》二十五卷,六本;《微积溯源》八卷,六本;贾步纬校,贾步纬《八线简表》一卷,一本,由江南制造局印行⑦。

是年九月金匮华蘅芳自序所译《微积溯源》八卷称:"先是咸丰年间曾有海宁李壬叔与西士伟烈亚力译出《代微积拾级》一书,流播海内,余素与壬叔相友,得读其书,粗明微积二术之梗概,所以又译此书者,盖欲补其所略也。"

---

① 据李慈铭《越缦堂日记》三十九册,第20~21页,光绪八年十一月二十日条。

② 见长沙严家刨序湘乡周广询《算学入门》,光绪丙申(1896年)周氏自刊本。

③ 见王韬《弢园尺牍》卷八,"与李壬叔书"中语。

④ 见张文虎《舒艺室诗存》(三),第28页。

⑤ 见《对数详解》,《白芙堂算学丛书》本。

⑥ 见丁取忠《数学拾遗》,《白芙堂算学丛书》本。

⑦ 见《江南制造局记》卷二,第19页。

○是年丁取忠序曾纪鸿《圆率考真图解》一卷。

光绪元年乙亥(1875年),六十六岁。

是年九月张之洞编《书目答问》,卷后附有:

"清朝著述诸家姓名略",其"算学家"条下注称:"五十年来为此学者甚多,此举其著述最显著者:梅文鼎,罗(士琳),李善兰为最",又注称:"此编生存人不录,李善兰乃生存者。以天算为绝学,故录一人。"

是年孟冬湘乡曾纪鸿序《缀术释明》二卷称:"董(方立)、明(静庵)二君均为弧矢不祧之宗,无庸轩轾其间,适百年中继起者如戴鄂士煦、徐君青有壬、李壬叔善兰所著各书,虽自出新裁,要皆奉董、明为师资也"。。

光绪二年丙子(1876年),六十七岁。

是年夏历十月升员外郎①。

是年十月李善兰序李治《测圆海镜细草》十二卷,由同文馆铅版印行。善兰序称:"善兰少习《九章》,以为浅近无味。及(应试武林),得读此(《测圆海镜》)书,然后知算学之精深,遂好之至今。后译西士代数、微分、积分诸书,信笔直书,了无疑义者,此书之力焉。盖诸西法之理,即立天之一之理也。今来同文馆,即以此课诸生,今以代数演之,则合中西为一法矣。"

○是年广方言馆设于上海城内,八年移入江南制造局②。

○是年孟春月丁取忠跋《四象假令细草》③。

光绪三年丁丑(1877年),六十八岁。

是年美国丁韪良"李壬叔先生序"称:"(善兰)在京授算法,于兹八载(1870~1877)……年逾六旬,颇忧乏嗣。"④

是年傅兰雅编《格致汇编》第二年夏季四卷,载有李善兰演《代数难题》卷

① 据李慈铭《越缦堂日记》三十九册,第20~21页,光绪八年(1882年)十一月二十日条。

② 见《江南制造局记》卷二,第14页。

③ 附《白芙堂丛书》本《四元玉鉴》后。

④ 见《格致汇编》第二年,夏季册,1877年(光绪三年)出版。

十三，第四次考题。相传此题为英国大书院内之人包尔所出。出此题时，许人能解此题者，赠以金钱一百。

○是年刘彝程校，傅兰雅、华蘅芳译之英海麻士(John Hymers，1803～1887)《三角数理》十二卷六本①。

○是年江南制造局刻傅兰雅江衡译之英哈书《算式集要》四卷②。

光绪四年戊寅(1878年)，六十九岁。

○是年贾步纬校梅瑴成《增删算法统宗》十一卷，四本，由江南制造局印行③。

○是年宋演《勾股一贯述》六卷刻于渝州。

光绪五年己卯(1879年)，七十岁。

是年夏历四月加四品衔④。

○是年春二月南昌梅启照序海宁陈其晋《对数述》四卷⑤。

○是年乌程汪曰桢序钱孔福所刻张作楠《翠薇山房数学》。

○是年江南制造局刻董祐诚《董方立遗书》一卷，一本，和江衡校傅兰雅、赵元益译英棣么甘《数学理》九卷四本⑥。

光绪六年庚辰(1880)，七十一岁。

是年夏历正月十七日李慈铭"往晤李壬叔员外(善兰)夜二鼓归。"⑦

是年正月同文馆同人公寿李善兰⑧。

是年三月美国丁韪良序《同文馆算学课艺》四卷。

① 见《江南制造局记》卷二，第19页。

② 见《格致汇编》第三年，春季册。

③ 见《江南制造局记》卷二，第19页。

④ 据李慈铭《越缦堂日记》第三十九册，第20～21页，光绪八年(1882年)十一月二十日条。

⑤ 见《对数述》，光绪丙申(1896年)石印本。

⑥ 见《江南制造局记》卷二，第19页。

⑦ 据李慈铭《越缦堂日记》，第三十三册。

⑧ 见席淦《残稿》。

此书题“同文馆算学教习李壬叔先生阅定，副教习席淦(1845～1917)、贵荣编次；肄业生陈寿田、胡玉麟、熊方柏、李逢春同校。”“演课题者有：陈寿田已故、汪凤藻(1851～1918)、贵荣已故、胡玉麟已故、席淦、杨兆鋆(1854～?)，……”①

○是年华蘅芳自识《开方古义》二卷，此为《行素轩算稿》之二②。

○是年江南制造局设“翻译馆”，翻译格致化学制造各书③。

是年李善兰有函致刘嶽云并赠《算学课艺》一部。刘岳云答李壬叔先生书云：“春间侍座谕以泰西格致之事，蒙谓中国先儒所已言。先生命条举以对，并询拙著《格致中法》大旨，时匆匆出都，未及陈答。顷由吴先生寄到手柬，荷赐《算学课艺》一部，且感且谢。”④

1880年傅兰雅《江南制造总局翻译西书事略》称：“中国著名算家李壬叔，暂时在(江南制造局内翻译)馆译书，后至北京同文馆为算学总教习。李君系浙江海宁人，幼有算学才能，于一千八百四十五年初其新著算学。一日到上海墨海书馆礼拜堂，将其书予麦(都思，Walter Henry Medhurst)先生展阅，问泰西有此学否。其时住于墨海书馆之西士伟烈亚力见之甚悦，因请之译西国深奥算学，并天文等书。又与艾约瑟译《重学》，与韦廉臣译《植物学》以至《格致》等书，无不通晓。又与伟烈亚力译奈端《数理》数十页，后在翻译馆内与傅兰雅译成第一卷。此书虽为西国甚深算学，而李君亦无不洞明，且甚心悦，又常称赞奈端之才。此书外另设西国最深算题，请教李君，亦无不冰解。想中国有李君之才者极稀，或有能略与颉颃者，必中西广行交涉后，则似李君者庶乎其有。或云金山人顾尚之(观光)与李君不分高下，但未知然否。”

光绪七年癸巳(1881年)，七十二岁。

① 就中称已故的，是据《京师同文馆学友会第一次报告书》。

② 见《行素轩算稿》，光绪壬午(1882年)自刻本。

③ 见《江南制造局记》卷二，第14页。

④ 见刘嶽云《食旧德斋杂著》卷一。

○是年汪曰桢(1812～1881)死。

汪曰桢曾校李善兰《麟德术解》三卷(1848年)。

光绪八年壬午(1882年),七十二岁。

是年夏历五月升郎中①。

是年夏历十月二十九日死于北京,妻米氏,无子,以兄子继光为嗣②。

席淦《残稿》亦称:"李善兰十月二十九日卒。"

按《杭州府志》作"光绪十年卒官",及《畴人传三编》作"光绪十年卒于官者,年垂七十矣"者,并误。

李善兰墓在浙江海盐县牵罾桥东北(据管茂才元耀言)③。崔敬昌称:"光绪八年(1882)冬十月,偶示微疾,越日逝。是年之夏,犹手著《级数勾股》二卷,老尚勤学如此。殁后周小棠(家楣)侍郎嘱开其事实,奏请宣付史

---

① 据李慈铭《越缦堂日记》第三十九册,第20～21页,光绪八年十一月二十日条。

② 李慈铭《越缦堂日记》内,《荀学斋日记》丁集下,光绪八年十一月二十日条称:

"二十日壬寅……是日李壬叔开吊,以其丧在东四牌楼十锦花园胡同,路远日寒,不及往吊,然心甚歉之。余与壬叔未尝往还,而曾识面,且蒙以所著新译《几何原本》见赠,今缺此一束之奠,他日当悉搜其遗书,为作传以报之。壬叔名善兰,海宁人,附贡生,久游戎幕。曾文正公开算学机器局于江宁,延之为总校。同治五年冬京师设同文馆,荐之充天文算学总教习。八年授中书科中书,十年十月加内阁侍读衔,十三年四月升户部主事,加员外衔,光绪二年十月升员外郎,五年四月加四品衔,八年五月升郎中。自中书至今官,皆以教授诸学生有成效叙年劳得之,然皆额外候补,未尝一真除也。以是年十月二十九日卒,生于嘉庆十五年十二月八日,年七十有三。所著有《则古昔斋算学》:〔《方圆阐幽》1卷,《弧矢启秘》2卷,《对数探源》2卷,《垛积比类》4卷,《四元解》2卷,《麟德术解》3卷,《椭圆正术解》2卷,《椭圆新术》1卷,《椭圆拾遗》3卷,《火器真诀》1卷,《尖锥变法解》1卷,《级数回求》1卷,《天算或问》1卷〕,新译《几何原本》13卷,《续补》2卷,《代微积拾级》1卷,《四线说》1卷,皆刊行。妻米氏,子一,继光"。

见《越缦堂日记》第三十九册,第20～21页。

"二十四日丙午……作书致袁爽秋询李壬叔身后事,复书言壬叔无子,讣中继光,盖新以弟子为嗣者。"见《越缦堂日记》第三十九册,第24页。

③ 1917年据海宁县公立图书馆长朱尚(字苍)君转述。

馆立传，嗣周侍郎薨于位，未果。然先舅父为一代畴人，他日必有继周侍郎而请于朝者。”①

李善兰死无子，以甥崔敬昌为继子，崔字吟梅，1917年已六十余。曾任江海关文案，所居在硖石镇，为李壬叔先生旧居（据费孝廉寅言）。

陈奂著《师友渊源记》（邃雅堂丛书本）称：“李善兰著有《群经算术》、《对数探源》、《弧矢启秘》、《方圆阐幽》、《数学一归》、《四元释》、《椭圆捷法》、《八线数新术》等书。”

① 见崔敬昌《李壬叔征君传》。

华蘅芳年谱*

清道光十三年癸巳(1833年)华蘅芳一岁。

《锡金四哲事实汇存》称:"华蘅芳字若汀,江苏常州金匮县人,生于道光十年。"就中所称:"生于道光十年"疑误,因《华蘅芳家传》、《华氏家谱》、及《五续疑年录》卷四并称:"华蘅芳年七十,生道光十三年(1833年),卒光绪二十八年(1902年)。"《历代名人年里碑传总表》据《碑传集补》四十三,亦作(1833~1902),现据以编订年谱。

《华氏谱略》"通四之族"载:"(华)文瑛子沛恩,生翼纶(? ~1887)[①],举人,永新知县,同治间率乡团克复江阴、无锡、宜兴等城,子蘅芳、世芳,皆研精器数,有《行素轩算草》诸书。"[②]

道光十四年甲午(1834年)二岁。

○是年戴敦元(1768~1834)死。

○是年张敦仁(1754~1834)死。

---

* 本文原载《学艺》第18卷(1948年)第2号第21~31页,1955年收入《中算史论丛》第四集第362~377页。

① 华翼纶《国朝书画家笔录》卷四有传。

② 见许同莘《无锡华氏谱跋及谱略》,载前《国立北平图书馆馆刊》第八卷第四号,1934年,七、八月第77页。

道光十五年乙未(1835 年)三岁。

○是年陈潮(1801～1835)死。

道光十九年己亥(1839 年)七岁。

华蘅芳七岁读《大学》章句[①]。

道光二十年庚子(1840 年)八岁。

是年华蘅芳表弟赵元益(1840～1902)生。

道光二十一年辛丑(1841 年)九岁。

○是年骆腾风(1770～1841)死。

○是年刘衡(1776～1841)死。

道光二十四年甲辰(1844 年)十二岁。

是年与金匮邹鸣鹤(1793～1853)女邹佩兰订婚,时女年十一岁[②]。

○邹鸣鹤,《中国人名大辞典》(商务印书馆,1925 年)第 1342 页有传。

○邹佩兰,《清代闺阁诗人征略》有传[③]。

道光二十五年乙巳(1845 年)十三岁。

○是年席淦(1845～1917)生。

○是年诸可宝(1845～1903)生。

道光二十六年丙午(1846 年)十四岁。

华蘅芳十四岁,从师习时文[④]。

华蘅芳年十四,通程大位《算法统宗》飞归等题[⑤]。

道光二十八年戊申(1848 年)十六岁。

华蘅芳《学算笔谈》卷五称:"吾于算学生平未尝受业于人,……自十五六

---

① 见《华蘅芳行素轩文存》(严敦杰藏)第十三页,内:"行素轩时文自序"。

② 见《行素轩诗存》第十三页内:"题岳父邹壮节公遗墨"。

③ 见施淑仪《清代闺阁诗人征略》第十卷第十三页,1922 年崇明女子师范讲习所刊本。

④ 见《行素轩文存》第十三页内:"行素轩时文自序"。

⑤ 据《国史·儒林·华蘅芳列传》。

岁时偶于故书中检得坊本算法，心窃喜之，日夕展玩，不数月而尽通其义；吾父见其癖嗜此学，必是性之所近也，遂为之购求算学之书，爰得《周髀》、《九章》、《孙子》、《五曹》、《张邱建》、《夏侯阳》、《缉古》、《海岛》、《益古演段》、《测圆海镜》，俾纵观之。”

〇是年曾纪鸿(1848～1877)生。

道光二十九年己酉(1849年)十七岁。

〇是年阮元(1764～1849)死。

道光三十年庚戌(1850年)十八岁。

〇是年李锡蕃(1823～1850)死。

〇是年张鉴(1768～1850)死。

〇是年项名达(1789～1850)死。

〇是年冯世徵(1850～1917)生。

咸丰元年辛亥(1851年)十九岁

〇是年王树柟(1851～1936)生。

咸丰二年壬子(1852年)二十岁。

华蘅芳《学算笔谈》卷五称：“后又得秦氏《数书九章》、梅氏《历算全书》、罗氏《观我生室》、《李氏遗书》、《董方立遗书》、《衡斋算学》、焦里堂《学算记》、骆春池《游艺录》，始知算学有古今中西之异同。而《几何原本》当时尚未译全，其前六卷世无单行之本，惟《数理精蕴》中有之，及购得《数理精蕴》，遂能通几何之学，而吾年亦已二十矣。”

〇是年黄泰生(1852～1893)生。

咸丰三年癸丑(1853年)二十一岁。

是年妻父邹鸣鹤(1793～1853)死。

〇是年罗士琳(1774～1853)死。

咸丰四年甲寅(1854年)华蘅芳二十二岁，华世芳一岁①。

---

① 蘅芳弟世芳事迹，亦在此谱内附记。

是年华蘅芳弟世芳(1854～1905)生,世芳字若溪。案华蘅芳称:"余年二十二岁,余弟若溪始生。"①

○是年支宝枬(1854～1912)生。

咸丰六年丙辰(1856年)蘅芳二十四岁,世芳三岁。

○是年何步瀛(1856～1917)生。

咸丰八年戊午(1858年)蘅芳二十六岁,世芳五岁。

○是年黄方庆(1858～1890)生。

○是年李善兰(1811～1882)成《火器真诀》一卷。

咸丰九年己未(1859年)蘅芳二十七岁,世芳六岁。

是年李善兰、伟烈亚力共译米利坚罗密士《代微积拾级》十八卷,由墨海刊行。华蘅芳自称:"忆余二十余岁时,阅《代微积拾级》(1859年),粗知抛物线之梗概,而《重学》中《圆锥曲线说》(1866年)尚未译出也。李君(善兰)秋纫以所著《火器真诀》(1858年)见示,余觉未能满意。因以积思所得者,笔之于书,徐君(寿)雪村为余作图,遂成此帙(《抛物线说》)。"②

咸丰十年庚申(1860年)二十八岁,世芳七岁。

○是年徐有壬(1800～1860)死。

○是年戴煦(1805～1860)死。

咸丰十一年辛酉(1861年)二十九岁,世芳八岁。

华蘅芳《家传》称:"咸丰十一年(华蘅芳)随曾文正(国藩)至安庆军,领金陵军械所事,与(徐)寿同绘图式,自造黄鹤轮船,……开中国自造轮船之始。"

是岁冬曾(国藩)特片保举人材,称:"(赵烈文)先生博览群书,留心时务,同保者五人:周弢甫、方元徵、刘开生,及无锡华若汀、徐雪村也。"③ 见方怡赵(烈文,惠甫1832～1893)府君墓志:"朝廷命曾公举人材,公以先生等六人应。"

---

① 见《恒河沙馆算草》序。

② 见华蘅芳《跋抛物线说》,光绪十八年(1892年)十月。

③ 见陈乃乾《阳湖赵惠甫年谱》(续),《学术界》第二卷第二期第13～32页,1944年三月十五日,上海。

同治元年壬戌(1862 年)三十岁,世芳九岁。

同治元年曾国藩保举徐寿,华蘅芳,又召到安庆府①。

同治二年癸亥(1863 年)三十一岁,世芳十岁。

是年华蘅芳在安庆曾国藩幕。

容闳(1828～1912)《西学东渐记》称:同治二年九月抵安庆,晤故人张斯桂、李善兰、华若汀(蘅芳),徐雪村(寿)等,此数人皆其上海旧交相识②。《锡金四哲事实汇存》称:"同治二年曾文正(国藩)奏保(华蘅芳)以县丞选用。"

同治三年甲子(1864 年)三十二岁,世芳十一岁。

○是年夏鸾翔(1823～1864)死。

同治四年乙丑(1865 年)三十三岁,世芳十二岁。

《华蘅芳家传》称:"同治四年曾文正(国藩),奏设江南机器局,……蘅芳经始其事,擘划周详,及翻译馆开,又与徐寿分门笔述,而自任算学地质诸类,居沪四十年,先后译出西书十二种,一百六十余卷。"《锡金四哲事实汇存》称:"同治四年,光复金陵案,奏保免选县丞,以知县选用,并加花翎同知衔。"同治四年,曾国藩、李鸿章合奏创设江南制造局。

同治五年丙寅(1866 年)三十四岁,世芳十三岁。

○是年学海堂加增算学一门,孔继藩曾于此习算经十书③。

石印本《大题文府下孟》,有华蘅芳"学海堂课"题④。

同治六年丁卯(1867 年)三十五岁,世芳十四岁。

傅兰雅(John Fryer, 1839～?)称:"溯江南制造总局设馆翻译西书之事,起于西历一千八百六十七年,成此一举,藉无锡徐(寿)、华(蘅芳)二君之力

① 见《格致汇编》第三年,光绪六年(1880 年)卷内,傅兰雅"江南制造总局翻译西书事略"。

② 见《西学东渐记》第 84 页(商务印书馆)。

③ 见陈澧续补本《学海堂志》。

④ 此条由严敦杰君征得。

为多。盖当时二君在局内为帮办之员，志尚博通，欲明西学。"①

是年李善兰自序《则古昔斋算学》十三种，其中《椭圆拾遗》一种，由华蘅芳校算。华蘅芳始与玛高温（Daniel Jerome Macgowan）在上海租界西人宅内共译《金石识别》一书，时江南制造局尚未开办②。

《金石识别》十二卷，题美国代那（Dana）撰，美国玛高温口译，金匮华蘅芳笔述，长洲沙英绘图，元和江蘅校字，无刊刻年月，当即译于此时。

同治七年戊辰（1868 年）三十六岁，世芳十五岁。

是年六月江南制造局内，开翻译馆③。

○是年蒋维锺（1868～1899）生。

同治八年己巳（1869 年）三十七岁，世芳十六岁。

○是年邹伯奇（1819～1869）死。

同治九年庚午（1870 年）三十八岁，世芳十七岁。

江蘅序《须曼精庐算学》（1895 年）："忆庚午辛未间先生（杨兆鋆）与余均以弱冠执算，从金匮华若汀师游。"④

同治十年辛未（1871 年）三十九岁，世芳十八岁。

是年江南制造局刊售《金石识别》、《地学浅释》、《防海新论》、《御风要术》等四书⑤。

案《金石识别》十二卷，美国代那撰，玛高温、华蘅芳同译，六本，售价 1460 文。《地学浅释》三十八卷，英国雷狭儿（Lyell）撰，玛高温、华蘅芳同译，八本，

---

① 见《格致汇编》第三年，光绪六年（1880 年）卷内："江南制造总局翻译西书事略"。

② 见《格致汇编》第三年，光绪六年（1880 年）卷内："江南制造总局翻译西书事略"。惟据华蘅芳《行素轩文存》内《金石识别序》称："玛高温君因以医为业，不能延至制造局，故余僦屋于外，日至其家，俟其为医之暇，则与对译此（《金石识别》）书。"

③ 见《格致汇编》第三年，光绪六年（1880 年）卷内："江南制造总局翻译西书事略"。

④ 此条严敦杰补。

⑤ 见《格致汇编》第三年七月卷内："译书要略七及八"。并参看，江南制造局《译书提要》卷二。

售价 2560 文。

此书并由阳湖赵宏绘图，长洲沙英校样，元和江蘅校字，无刊刻年月。华蘅芳于《行素轩文存》第三及四页，《地学浅释序》述译此书之经过称："又与玛君高温译此书(《地学浅释》)，其时余寓虹口，所携一童一仆，此外别无伴侣，而书之稿本、改本、清本，以及草图，皆一手任之，盖自恃精力之强，不自知其劳苦也。晨起食罢即往玛君家，日中而归，食罢复往，以至于暮。……迨译至十七卷，余患血痢之症，日夜数十次，气息恹恹无复人色。……于是乞假而归。调治数月，又扶病而出。当局诸公怜其憔悴，而劝其不必忧急，遂移寓于洋泾之北，而携眷养疴焉。半年以后，渐能从事笔札，玛君日来就余，乃将以下各卷，次第译出，又令人誊写楷书，始得卒业。"

《防海新论》十八卷，布国希理哈撰，傅兰雅、华蘅芳同译，共六本，售价 1200 文。

《御风要术》三卷，英国白尔特撰，日耳曼、金楷理、华蘅芳同译，共二本，售价 420 文。此书并由芜湖朱彝绘图，元和江蘅校字。

是年江南制造局刊售《金石识别》等四书外，金楷理、华蘅芳共译书，又有：《测候丛谈》四卷，美国金楷理口译，金匮华蘅芳笔述一书(见江南制造局《译书提要》卷二)。

○玛高温系于道光二十三年(1843 年)至香港，译著(一)《博物通书》(1851 年)，(二)《日食图说》(1852 年)，(三)《航海金针》(1852 年)，(四)《中外新论》(1854～1857)诸书，都是未入制造局以前的事[①]。

同治十一年壬申(1872 年)四十岁，世芳十九岁。

是年二月李善兰序华蘅芳的《开方别术》称："余所译所著各种算书，自谓远胜古人，当今之世，能读而尽解之者，惟吴太史子登，及华(蘅芳)君耳。"

是年八月二十五日华蘅芳补序《金石识别》[②]。

---

① 见 *Memorials of protestant Missionaries to the Chinese*，上海，American Presbyterian Mission Press，1867(向达藏)。

② 见《行素轩文存》，金匮华蘅芳撰第一及二页。

是年江南制造局刊行下开二书:《数根开方术》,华蘅芳著,为《行素轩算稿》之一,一本售价 100 文;《代数术》二十五卷,英国华里司撰,傅兰雅、华蘅芳译,六本,售价 1080 文①。

○是年贾步纬序《量法代算》于沪南翻译馆。

同治十二年癸酉(1873 年)四十一岁,世芳二十岁。

是年华蘅芳、徐寿、徐建寅等在江南制造局为提调②。

是年三月十五日华蘅芳补序《地学浅释》三十八卷,于江南制造局内翻译馆中③。

是年七月十八日华蘅芳补序《御风要术》三卷于翻译馆中④。

是年十月二十日华蘅芳序《代数术》二十五卷称:"……傅(兰雅)君口述之,余笔记之,一日数千言,不厌其艰苦,凡两月而脱稿,缮写付梓,经年告成……"按《代数术》,题英国华里司辑,英国傅兰雅译,金匮华蘅芳笔述,兴化刘彝程校算。

是年十一月十九日华蘅芳补序《防海新论》十八卷于制造局之翻译馆中⑤。

是年妻邹佩兰(1834~1873)死,年四十岁⑥。

光绪十八年华蘅芳序贾步纬《躔离引蒙》称:"同治中余在上海制造局,与(贾)先生共事多年。"

同治十三年甲戌(1874 年)四十二岁,世芳二十一岁。

是年刘彝程校华蘅芳译,英国华里司《代数术》二十五卷,六本,《微积溯源》八卷,六本,由江南制造局印行⑦。

是年九月金匮华蘅芳自序所译《微积溯源》八卷,称:"先是咸丰年(1859

---

① 见《格致汇编》第二年,光绪六年(1880 年)七月卷内:"译书要略七"。

② 见《江南制造局记》卷六,职官表,第四十一页。

③ 见《行素轩文存》第 3~4 页。

④ 见《行素轩文存》第 5 页。

⑤ 见《行素轩文存》第 6~7 页。

⑥ 见《行素轩文存》第 12 页,《纫余小草》序。

⑦ 《格致汇编》,光绪六年(1880 年)七月,"译书事略上"。

年)曾有海宁李壬叔(善兰)与西士伟烈亚力,译出《代微积拾级》一书,流播海内,余素与壬叔相友,得读其书,粗明微积二书之梗概,所以又译此书者,盖欲补其所略也。"①

〇是年始设格致书院②。

〇是年冯桂芬(1809~1874)死。

光绪元年乙亥(1875年)四十三岁,世芳二十二岁。

是年江南制造局刊售:《微积溯源》八卷,英国华里司撰,傅兰雅、华蘅芳同译,六本,售价1200文③。是书由刘彝程校。华蘅芳自序亦称:"书中代数之式甚繁,校算不易,则刘君省庵(彝程)之力居多。"

是年十一月初二日,华蘅芳序亡妻邹佩兰《纫余小草》④。时寓上海龙华寺北之寓庐。

光绪二年丙子(1876年)四十四岁,世芳二十三岁。

《格致汇编》称:"格致书院之设,始于同治十三年(1874年),由英总领事麦君华陀与英士傅兰雅立意创办。约同西士伟烈亚力,华绅唐君景星,徐君雪村,帮同各首董,邀请中西各官商,捐集银两,建立此院。复荷中国大宪,捐助巨款,鼓励起兴,并蒙比、和诸国,慨助格致器具,藉资请求,光绪二年(1876年)此院告成。闰五月朔为开院之期,邀集中西官绅商富,各百余人,雍雍济济,颇极一时之盛。"⑤

华蘅芳光绪十八年序贾步纬《矑离引蒙》,自称曾由上海制造局至格致书院。

---

① 见《微积溯源》。

② 《格致汇编》第五年秋季号作同治十三年(1874年)创设。据1939年7月8日申报"旧报新钞""六十七年前"格致书院(见逊清同治十一年本报)条,作同治十一年(1872年)创设。

③ 见《格致汇编》,光绪六年(1880年)七月"译书事略七"。

④ 见《行素轩文存》第12页。

⑤ 见《格致汇编》,光绪十六年,秋季册,第四十五页,"格致书院新到格致教习"并参看申报同治十一年条。

光绪三年丁丑(1877 年)四十五岁,世芳二十四岁。

是年刘彝程校傅兰雅、华蘅芳译之英海麻士《三角数理》(John Hymers, 1803～1887, *Treatise on Plane and Spherical Trigonometry.*)十二卷六本[①]。

光绪四年戊寅(1878 年)四十六岁,世芳二十五岁。

是年江南制造局刊售:《三角数理》十二卷,英国海麻士撰,傅兰雅、华蘅芳译,共六本,售价 1400 文[②]。是书末题,刘彝程校,上海曹撷亭绘图。

光绪五年己卯(1879 年)四十七岁,世芳二十六岁。

是年江南制造局刊:《代数难题解法》十六卷,英国伦德(Thomas Lund)撰,傅兰雅、华蘅芳译,四本[③]。是书由华蘅芳弟世芳校[④]。

光绪六年庚辰(1880 年)四十八岁,世芳二十七岁。

是年十一月,华蘅芳自序《开方古义》二卷,为《行素轩算稿》之二[⑤]。

华蘅芳前为天津机器局提调,今为格致书院内上海公书院教习[⑥]。

据《格致汇编》称:是年傅兰雅、华蘅芳同译,已译未刻各书尚有:《决疑数学》,棣么甘撰,四本;《代数总论》,四本;《风雨表法》,一本;《海用水雷法》,一本,等四书[⑦]。

光绪丁酉(1897 年)石印本《决疑数学》十卷,题英国傅兰雅口译,金匮华蘅芳笔述,其"总引"称:"英国文字论决疑数理之书,其最佳者为棣么甘所作,印在伦敦之丛书中〔1834 年(即道光十四年)〕。卷帙虽不多,而拉不拉

---

① 见《江南制造局记》卷二,第 29 页。

② 见《格致汇编》,光绪六年(1880 年)七月,"译书事略七",并卢靖《西学书目表》(1897 年)。

③ 见《格致汇编》,光绪六年(1880 年)七月,"译书事略七"。

④ 原书无序及刊印年月,封面书"代数难题","江南制造总局锓板",卷末题"金匮华世芳校"。

⑤ 据光绪壬午(1882 年)刊本《行素轩算稿》。

⑥ 见《格致汇编》光绪六年(1880 年)六月本。

⑦ 见《格致汇编》光绪六年七月本。

斯之要式,俱在其中矣。"①

光绪七年辛巳(1881年)四十九岁,世芳二十八岁。

○是年汪曰桢(1812~1881)死。汪氏《玉鉴堂诗集》卷三"以诗代书与李秋纫善兰结交"诗称:"绝学天元一,知君探索精。廉隅通少广,正负借方程。展卷疑思问,悬钟叩则鸣。不须倾盖语,鱼雁证斯盟。"

光绪八年壬午(1882年)五十岁,世芳二十九岁。

是年华蘅芳自序《算法须知》四章,此书有英国傅兰雅识语,于光绪十三年(1887年)镌板。

是年华蘅芳自序《学算笔谈》六卷为《行素轩算稿》之五,华氏初刻《行素轩算稿》时《笔谈》仅刻前六卷,华蘅芳称:"余作《学算笔谈》至第六卷,客有索观稿本者,余因其后各卷尚未告成靳不与观。客曰……其已成者何妨先示于人,其未成者可以随时续出,则嘉惠后学多矣。余曰善。因先以六卷付梓,而识其语于此,以为他日续刻张本。光绪壬午五月既望若汀自跋。"

林传甲《微积集证》(光绪二十六年刻本)"订讹"第五页,案:"华氏初刻《行素轩算稿》时《笔谈》仅刻前六卷。论代数,微积各卷尚未成也。余读《拾级》,以算术校出误处,未敢自信,既钞得《笔谈》后六卷,乃知算学之理,天下之公理也。"

是年五月南丰吴嘉善称:"(前)至沪上,得晤(李善兰)壬叔,并识华君若汀,三人相与谈笑,辄竟日不休。当其时壬叔学已大成,又得译西书,见闻益广,余与华君,则仅通成法……。今兹复游沪上,复晤华君,得读其(三)《数根术(解)》,(四)《积较术》,(二)《开方古义》,及(五)《(学算)笔谈》等。"按金匮华氏今年所刻《行素轩算稿》,计五种,即:(一)《数根开方术》一卷(1872年),(二)《开方古义》二卷(1882年),(三)《数根术解》一卷,(四)《积较术》三卷,(五)《学算笔谈》六卷(1882年)。就中《笔谈》一种,其后续成六卷。

○是年李善兰(1811~1882)死。

---

① 亡友章用君曾以此书和棣么甘原书校读,都不相合,可知此书实非译自棣氏书。

○是年陈澧(1810~1882)死。

光绪十年甲申(1884年)五十二岁,世芳三十一岁。

是年五月华世芳撰《近代畴人著述记》。

○是年徐寿(1818~1884)死。

光绪十一年乙酉(1885年)五十三岁,世芳三十二岁。

是年正月金匮华氏刊"《恒河沙馆算草》"二种,计:《答数界限》一卷,《连分数学》一卷。

是年正月朔日,华蘅芳序其弟华世芳"《恒河沙馆算草》"二种①。称:"(世芳)弟七八岁时(1860~1861)余即出门,迄今二十余年,未遑有数月家居也。"

○是年张文虎死,是年张曾以《象数一原》一书赠华蘅芳,华于光绪十四年(1888年)为制跋文②。

光绪十二年丙戌(1886年)五十四岁,世芳三十三岁。

叶昌炽:"丙戌七月初三日……又往延无锡华若溪世芳,工天算,师郑表兄也。"③

光绪十三年丁亥(1887年)五十五岁,世芳三十四岁。

华蘅芳、世芳父翼纶死④。

华蘅芳与傅兰雅共译白尔尼之《合数术》,是年春杪,芳乃宣以此书示林绍清⑤。

光绪壬辰(1892年)华蘅芳序《算草丛存》内《测量法》,称:"〔光绪十三年(1887年)〕在天津武备学堂,以算学教习卢木斋、姚石泉、孙筱垞苦无善本,因为辑《测量法》云。"

光绪十四年戊子(1888年)五十六岁,世芳三十五岁。

---

① 见《恒河沙馆算草》及《行素轩文存》第15,16页。

② 见《行素轩文存》第17页。

③ 见叶昌炽《缘督庐日记钞》。

④ 见《行素轩文存》第18页内,《陈氏墓田记》。

⑤ 见林绍清《合数术》二卷自序。

是年六月十一日华蘅芳跋《象数一原》于沪上之格致书院①。

是年林绍清序《合数术》，称："丁亥(1887)春劳大令乃宣以傅君兰雅，华君蘅芳近译之《合数术》惠示，是书为英国白君尔尼所撰……书凡十一卷，尚未刊行，爰手录一过，详加校核。召手民而商剞劂，乃以工费过巨，力有未逮，不果。听鼓之余，风清昼永，因本其立术之旨，融会贯通，另述二卷，即名之为《合数术》。"是林书为华译的缩本。

光绪十五年己丑(1889年)五十七岁，世芳三十六岁。

是年嘉善陈维祺编《中西算学大成》一百卷，华译《代数术》、《三角数理》、《微积溯源》，都收入此丛书之内。

是年四月华蘅芳自序《垛积演较》称："今春多暇，爰取《四元玉鉴》中有关于垛积之题，以积较之术，求其开方式，觉向之视为至难者，今为至易矣。"

光绪十六年庚寅(1890年)五十八岁，世芳三十七岁。

○是年黄方庆(1858～1890)死。

光绪十八年壬辰(1892年)六十岁，世芳三十九岁。

是年华蘅芳自序，《算草丛存》中的《测量法》和《抛物线说》。

是年七月华蘅芳主讲湖北省垣武昌之两湖书院，为南汇贾步纬《臛离引蒙》作序②。

光绪十九年癸巳(1893年)六十一岁，世芳四十岁。

是年三月华蘅芳以所著《行素轩算稿》之(六)，《算草丛存》中四种：(一)《测量法》(1892年)，《抛物线说》(1892年)；(二)《垛积演较》(1889年)；(三)《盈朒广义》，《积较客难》；(四)《诸乘方变法》，《台积术解》，《青朱出入图说》。刻于武昌。其后续刻四种：(五)《求乘数法》；(六)《数根演古》；(七)《循环小数考》(1895年)；(八)《算斋琐语》。

○是年黄炳垕(1815～1893)死。

○是年黄泰生(1852～1893)死。

---

① 见《行素轩文存》第17页。

② 序文见《行素轩文存》第19页，和《臛离引蒙》原书卷前。

是年华世芳到武昌。

光绪二十年甲午(1894 年)六十二岁,世芳四十一岁。

○是年强汝询(1821～1899)死。

是年华世芳在武昌。

光绪二十一年乙未(1895 年)六十三岁,世芳四十二岁。

是年清明后五日华蘅芳自序《循环小数考》为《算草丛存》之(七)。

光绪二十二年丙申(1896 年)六十四岁,世芳四十三岁。

是年测海山房《中西算学丛刻初编》印行,收有华蘅芳辑《算学须知》一卷,华蘅芳著《算学笔谈》十二卷,及《开方别术》一卷,《开方古义》二卷,《数根术解》一卷,《积较术》三卷,傅华译《三角数理》十二卷,《代数术》二十五卷,《代数难题》十六卷,《微积溯源》八卷,及华世芳之《近代畴人著述记》一卷。

是年华世芳在常州任龙城书院山长,《龙城书院课艺》题"山长华鉴定",即指此事。

是年世芳在龙城书院以圆理命课,其弟子有沈保枢、蒋维钟等,沈著有《容员通义》[①]。

是年江阴金武祥晤华(世芳)若溪于常州,获见华氏所录宋景昌《开方之分还原术》,金为刊刻行世[②]。

是年四月华蘅芳跋黄耀奎《东观斋算学》三(1896 年)为"椭周求定"。

光绪二十三年丁酉(1897 年)六十五岁,世芳四十四岁。

是年六月华世芳序无锡蒋士栋《苏甘室算学丛书》于龙城讲舍。

是年华世芳在常州。

沈保枢《容员通义》"原始"(1901 年)称:"丁酉(1897 年)、戊戌(1898 年),

① 见沈保枢《容员通义初刻》,光绪辛丑(1901 年)常州刻本。

② 见江阴金氏粟香室刊本,《开方之分还原术》。

金匮华师若溪主讲郡城的龙城和江阴的南菁两精舍。"[1]

丁福保《算学书目提要》称："是编创始于丁酉(1897年)毕业于己亥(1899年)，华若溪师见之，斧落征引，裨益宏多。"因丁于丁酉、戊戌(1897～1898)间，曾肄业于江阴南菁书院。

光绪二十四年戊戌(1898年)六十六岁，世芳四十五岁。

是年仲夏澧州黄钟骏自序《畴人传四编》十一卷，并附卷一卷。此书题"金匮华若汀先生鉴定"[2]。

是年华世芳讲学于常州龙城精舍，和江阴南菁精舍[3]。

是年三月华世芳序冯征《代数启蒙》于龙城精舍。

是年季夏曹汝英序番禺潘应祺《经算杂说》和《算学杂识》十卷，末有"跋畴人传"一文称："近人华氏世芳撰'再续畴人传拟目'。"注称："见《江左校士录》"。

光绪二十五年己亥(1899年)六十七岁，世芳四十六岁。

是年立秋后三日华蘅芳序建德周(达)美权《三角和较术解》[4]。

华蘅芳又为周达《尚志书屋算草》中"勾股整数术"作书后[5]。

是年十一月华蘅芳序丁福保《算学书目提要》称："余近日屡病头晕心跳，似已中风，或因用心大过，以致有此脑病乎。"

光绪二十七年辛丑(1901年)六十九岁，世芳四十八岁。

是年仲秋华世芳序沈保枢《容员通义》六卷于龙城精舍，冬十月卷沈保枢《曲线剩义》八卷于龙城精舍，十月又序徐异《沿沂亭算稿》于龙城精舍，而自丙申迄辛丑(1896～1901)《龙城书院课艺》，并题："山长华(世芳)鉴

---

① 见沈保枢《容员通义初刻》，"原始"，第1页，光绪辛丑(1901年)开雕于常州里舍。

② 见光绪戊戌孟冬澧阳黄氏藏板《畴人传四编》。

③ 见沈保枢《容员通义初刻》。

④ 见《行素轩文存》第24页内《三角和较术解序》，周书有光绪二十五年(1898年)石印本。

⑤ 见《行素轩文存》第23页。

定”。时世芳尚在龙城书院①。

光绪二十八年壬寅(1902年)华蘅芳七十岁,世芳四十九岁。

是年华蘅芳死。《华蘅芳家传》称:“光绪二十八年卒于家,年七十,无子,以弟之子为嗣。”

华蘅芳原有子名俊,五岁死去。据《行素轩诗存》第八页称:“余从安庆回家两日,仍束装至上海,即得俊儿凶信,作此悼之。”《华氏家谱》称:华蘅芳“子二,曰:曾寿,龄”。

华蘅芳长女嫁含山县张筱亭之子守彝②。

是年凌步芳(?~1902)死。

光绪二十九年癸卯(1903年)华世芳五十岁。

是年华世芳在北京,见丁福保《畴隐居士自订年谱》光绪二十九年条。

光绪三十年甲辰(1904年)华世芳五十一岁。

是年华世芳在北京,任实业学堂算学教习,曾用丁福保所编的《代数学》为讲义,见丁福保《畴隐居士自订年谱》光绪三十年条。

光绪三十一年乙巳(1905年)华世芳五十二岁。

《华氏家谱》称:“华世芳卒年五十二岁,子一,曰:曾兰。”③

华世芳于是年正月二十七日死④。

---

① 参看阳城《沈氏算学初刻》,《二刻》序,光绪辛丑年(1901年)刊本。

② 见《行素轩文存》,第二十页内,“书谷龛赘剩诗后”。

③ 李伯元《南亭四话》卷五有“挽华世芳”一条,称:

“金匮华征君世芳,畴人家也。近为京师崇实学堂聘往教习特班生。今春偶染征疴,遽闻怛化。”同乡某君挽以联云:

空冀北之一群,通都传世伯英名,畴人绝学;

哀江南兮千里,故国有芙蓉城郭,杨柳楼台。

④ 丁福保《畴隐居士自订年谱》:“光绪三十一年正月二十七日(1905年2月20日)天甫破晓,忽从电话中得最伤心之语,谓吾师华若溪先生已于四时病殁也。”

(严敦杰补注)

中算史论丛

第五集

李俨

上古中算史*

目　次

一、绪　论

中国算学史,自远古到清末,暂拟分做五期:第一,上古期,自黄帝至周秦,约当公元前2700年到公元前200年;第二,中古期,自汉至唐,约当公元前200年到公元1000年;第三,近古期,宋元,

* 本文原载《科学》第27卷(1944年)第9～12合期第16～24页,1955年收入《中算史论丛》第五集第1～14页。

约当公元1000年到1367年;第四,近世期,自明初到清中叶,约当1367年到1750年;第五,最近世期,自清中叶到清末,约当1750年到1912年。

中国上古史事,一如其他各古国,初无文字可征,中算上古史事之可述的,则为伏羲、黄帝、隶首诸人作数,和结绳、书契、规矩、九九诸般传说。近年国内研治历史事业,日益发达,其间接有助于中算史事的检讨,为事甚多,今分述如下:

二、伏　牺

伏牺或伏羲,一作伏戏,亦作庖牺、宓牺、宓牺,亦有误作伏亏的①。传说和神话以为人面蛇身②,曾作结绳③,九九④,并执规

---

① 伏牺,伏羲,伏戏,庖牺,宓牺,宓牺,伏亏:见宋李昉《太平御览》卷七十八《皇王部三》"太昊庖牺氏"条。又见清李慈铭《越缦堂日记》第二十七册第97页"伏牺"条。案伏牺本无定字,今分述如下:

伏牺　《河图》,《诗》含神雾,《礼》含文嘉,《春秋》内事,《孝经·援神契》,《遁甲开山图》,《帝王世纪》,《帝系谱》(《太平御览》卷七十八引)。

伏羲　《庄子·胠箧篇》,《汉书·律历志》,武梁祠石室造像。

伏戏　《庄子》,《易》释文(《越缦堂日记》第二十七册引)。

庖牺　《帝王世纪》,《易·系下》(《太平御览》卷七十八引)。又《列子》,刘徽《九章注》。

宓戏　《周礼》太卜注(《越缦堂日记》第二十七册引)。

宓牺　《易》坤灵图,《易》通卦验(太平御览》卷七十八引)。又《礼》月令注,《管子》轻重篇,《前汉书》古今人表(《太平御览》卷七十八引)。

伏亏　《周礼》太卜注,《礼》月令注(《越缦堂日记》第二十七册引)。

② 伏牺人面蛇身:周列御寇《列子》卷上"黄帝"第二称:"庖牺氏,女娲氏,神农氏,夏后氏,蛇身人面,牛背虎鼻。"《太平御览》卷七十八引《帝王世纪》,及《帝系谱》称:"伏牺人头蛇身。"

日人在喀喇和卓发见高昌国人坟墓内神像,亦系人首蛇身,说明见岛田贞彦著,毕任庸译,《人首蛇身图》,《逸经》第二十二期,第1258～1260页,1937年1月,上海。

③ 伏牺结绳:《庄子·胠箧篇》称:"昔者容成氏,大庭氏,伯皇氏,中央氏,栗陆氏,骊畜氏,轩辕氏,赫胥氏,尊卢氏,伏羲氏,神农氏,当是时也,民结绳而用之。"隋虞世南《北堂书钞》卷十二引《典论》称:"(伏羲立)结绳而治"。

④ 伏牺九九:《管子·轻重篇》称:"伏牺作九九之数。"

矩[①] 画八卦[②]，是历史传说中最先知算的人物。

三、黄帝，隶首

隶首，是黄帝时善算的人。史称：隶首作算数[③]。《数术记遗》称："隶首注术，乃有多种。"又称："黄帝为法，数有十等，及其用也，乃有三焉。"后周甄鸾《五经算术》亦称："黄帝为法，数有十等，及其用也，乃有三焉。"据《皇极经世》和《通鉴辑览》，估计黄帝纪元在公

① 伏牺手执矩：《金石索》石索四碑碣四，武氏左四室画像十石左石四作："伏牺氏手执矩，女娲氏手执规。"《金石志》则仅称：一人执矩向右，一妇人执器向左，又《金石索》石索三，武氏后石室画像十石后石五亦作："伏羲氏手执矩，女娲氏手执规。"惟左右易位。又同卷内汉武梁石室画像一作："伏羲手执矩"，题云："伏羲仓精初造王业，画卦结绳，以理海内。"马小进《汉代武梁祠象题字》有考证，《广大学报》，复刊一卷一期，第65～68页，1949年3月3日，广州。又《闻一多全集·伏羲考》亦有考证。

此外：日本太谷光端，《西域考古图谱》上册，图版第五十三第五十四，内："高昌坟墓内神像图"三幅，和东洋文史大系《古代支那及印度》第171页插图。斯坦因，《亚洲腹地考古记》，图Cix内"隋高昌故址阿斯塔那墓室彩色绢画"所绘矩规图形一如汉武梁祠画像。又山东沂南汉画像石墓东柱上段亦刻蛇身伏牺女娲手持矩和规。

② 伏牺画八卦：汉武梁祠石室画像，题称："伏戏仓精，初造王业，画卦结绳，以理海内。"《汉书·律历志》称："伏羲画八卦，由数起，至黄帝尧舜而大备。"魏刘徽《九章注》称："庖牺氏始画八卦，作九九之术。"

③ 隶首作算数：唐司马贞《史记索隐》卷二十六引《世本》称："黄帝使羲和占日，常仪占月，臾区占星象，伶伦造律吕，大挠作甲子，隶首作算数。"其后（一）梁刘昭补并注《后汉书》卷十一《律历志》"隶首作数"称："《博物记》曰：'隶首，黄帝之臣。'一说隶首善算者也。"（二）唐李贤注《后汉书》卷九十上《马融传》称："隶首，黄帝时善算者也。"（三）唐释法琳《辩正论》引郑玄《六艺论》称："隶首作算数。"似并本于《世本》。此外《唐六典》卷二十一引《世本》称："隶首造数。"宋李籍《九章算术音义》"隶首"条引《世本》："黄帝时隶首作数。"而唐房玄龄《晋书》亦称："隶首作算数。"

后汉班固《前汉书》卷二十二上《律历志》第一上称："自伏羲画八卦，由数起，至黄帝、尧、舜，而大备。"汉司马迁虽称："百家言黄帝，其文不雅驯，荐绅先生难言之。"但于《五帝本纪》第一尚称："黄帝……迎日推策。"《历书》第四亦称："黄帝考定星历，建立五行，起消息，正闰余。"

元前 2697 年，是中国在是时已有人通晓算数了。

四、垂

垂亦作倕①，黄帝时代的人，也有说尧时人②，“为规矩准绳使天下仿焉”③。继他又有奚仲和公输般④。

五、结　绳

《周易·系辞》称：“上古结绳而治，后世圣人，易之以书契。”《庄子·胠箧篇》和《典论》以为伏牺作结绳，其制度则三国吴虞翻《易九家义》引郑玄注称：“事大，大结其绳，事小，小结其绳，结之多少，随物众寡。”⑤

---

① 垂，倕：据清梁玉绳《汉书人表考》(1786 年自序)称：“垂始见于《舜典》。《山海经》、《墨子》，亦作垂。《荀子》、《吕氏春秋》、《庄子》及《后汉书》蔡邕传，则作倕。”《吕氏春秋》卷一：“倕，至巧也。”《庄子》卷七，“工倕施而盖规矩。”详见《二十五史补编》第一册，《汉书人表考》。屈原《楚辞》称垂为“巧倕”。《楚辞》卷十三：“灭巧倕之绳墨。”

② 垂，黄帝或尧时人：《广韵》卷一，支第五称：“垂，黄帝时巧人。”又《淮南子·齐俗》注称：“垂，尧时巧工。”

③ 倕为规矩：周尸佼《尸子》卷下称：“古者倕为规矩，准绳，使天下仿焉。”汉王符《潜夫论》卷一赞学第一称：“昔倕之巧，目茂圆方，心定平直，又造规、绳、矩、墨，以海后人，试使奚仲、公班之徒，释此四度而效倕，自制必不能也。”

④ 奚仲、公输般：《淮南子》十九修务训称：“夫无规矩，虽奚仲不能以定方圆，无准绳，虽鲁班不能以定曲直。”《潜夫论》作奚仲、公班，就中“奚仲”，《汉书》卷二十“古今人表”第八，列于帝禹夏后氏之下。鲁班，公班，即“古今人表”之公输般。梁玉绳《汉书人表考》称：“公输般始见《檀弓》。”

⑤ 结绳：宋祝穆新编《古今事文类聚别集》卷三十三引《书序》称：“始造书契，以代结绳之政。”又隋虞世南《北堂书钞》卷十二引《典论》称：“(伏羲立)结绳而治”。

此项结绳制度，前此吐蕃国、大羊同国[①]、鞑靼、白罗罗[②]，日本能登、骏河二国在德川时代[③]，又秘鲁、西非洲、澳洲本地人[④]，和西藏[⑤]、琉球[⑥]、台湾[⑦]、边地苗族[⑧]尚有此习俗。

六、书契，数字

《周易·系辞》称："上古结绳而治，后世圣人，易之以书契。"梁刘昭补并注《后汉书·祭祀志》称："尝闻儒言：三皇无文，结绳而治，自五帝始有书契。"又唐司马贞补并注《史记·三皇本纪》则称："太皡庖牺氏……造书契以代结绳之政。"因书契实继结绳而作，一

① 吐蕃国，大羊同国结绳：《唐会要》卷九十七："(吐蕃)无文字，刻木结绳为约。"又同卷："(大羊同国)无文字，但刻木结绳而已。"

② 鞑靼，白罗罗结绳：徐中舒，《结绳遗俗考》引宋李心传：《建炎以来朝野杂记》："鞑靼无文字，每调发军马，即结草为约，使人传达，急于星火。"明田汝炎，《炎徼纪闻》："白罗罗不通文字，结绳刻木为信。"《说文月刊》第四卷合刻本，185～188页，1944年。

③ 日本结绳：日本能登、骏河二国在德川时代亦用结绳。见日本八木奘三郎，《满洲考古学》第503页，日本，昭和三年(1923年)。

④ 秘鲁，西非洲，澳洲结绳：见蒋善国《中国文字之原始及其构造》上册，第9及10页，1930年；秘鲁结绳制度详见 F. Cajori, *A History of Mathematical Notations*, Vol. 1(1928年)，pp. 38～40。

⑤ 西藏结绳：见陈重生，《西行艳异记》，1930年10月27日《时报》，或单行本。

⑥ 琉球结绳清：林胜邦《涉史余录》称："琉球所行之结绳，分指事及会意两类，……其材料多用蔓藤草茎，或木叶等，今其民尚有用此者。"见《学衡》四十六期第39页引。关于琉球结绳制度，详见日本矢袋喜一，《琉球古来之数学》(日文)，日本大正四年(1915年)。

⑦ 台湾结绳：台湾结绳制度，详见林惠祥《台湾番族之原始文化》中篇，第八类"记事绳"(129)记账之结绳(Palinut)条，国立中央研究院，《社会学研究所专刊》第三号，第69页，1930年。

⑧ 苗族结绳：宋朱熹称："结绳，今溪洞诸蛮犹有此俗。"清严如煜《苗疆民俗考》云："苗民不知文字，父子递传，以鼠牛虎马记年月，暗与历书合。有所控告，必倩土人代书。性善忘，则结于绳。"

称少皞始作书契①。《释名》释书契第十九称:"契,刻也,刻识其数也。"《说文》大部称:"契,大约也,从大契声。"又刀部称:"券,契也,券别之书,以刀判契其旁,故曰契券。"《广韵》卷四霁第十二称:"契,契约。"盖契用以记数也。《后汉书》卷一百八《蔡伦传》称:"自古书契多编以竹简,其用缣帛者,谓之为纸,缣贵而简重,并不便于人。"《列子》卷八《说符编》称:"宋人有游于道,得人遗契者,归而藏之,密数其齿,告邻人曰:吾富可待矣。"《墨子》卷十二《公孟篇》所谓:"数人之齿,而以为富。"即指此事。盖契刻数目于简,称之为契也,引伸之有契约,契券,约剂诸名②。

其在国外,则古代的苏马连人,现代的印第安人,亦有以契刻记事的③。

书契始用于算数,现在可考的,只有殷的甲骨文,周秦的金文和东汉许慎的《说文》。

	一,二,三,四,五,　六, 七,八,九,十。	十一,十二,十三;	二十,三十,四十。
殷甲骨文,	一,二,三,亖,X,∧∩, 十,)(,七,丨。	丅,　亍,　亖,	廿,　卅,　卌。

① 少皞始作书契:少皞始作书契之说,本于王符《潜夫论》内五德志,或以为据《世本》"少昊名契"之说。又因"契的名字即是契刻,书契之意,少皞即是契,所以有始作书契之传说。"见童书业,《〈潜夫论〉中的五德系统跋》,《史学集刊》第三期,第93~94页,1937年,北平研究院。

② 契,契约、契券、大约、约剂、大约剂、小约剂:契,契约、契券、大约,解见《说文》、《广韵》,又约剂、大约剂、小约剂用以记数,一如契约、契券,解见《周官》。按《周官·春官》称:"凡邦国都鄙,及万民之有约剂者,藏之。"又《周官·秋官》称:"凡大约剂,书于宗彝,小约剂书于丹图。"

③ 苏马连人和印第安人契约记事:按"苏马连人钉刻文字"语见房龙《古代的人》,又"印第安人刻石记事",语见伊林《书的故事》。

周秦金文，	一,二,三,亖,𝍤,㐅， 介， 十,)(,九,♦。		卄， 卅， 卌。
许慎《说文》，	一,二,三,⊗,㐅， 兖， ち,)(,九,十。		

七、规矩，几何图案

上古应用规矩，以制方圆，相传始于伏牺，亦称为垂所制。《墨子》、《孟子》、《荀子》、《庄子》、《韩非子》、《尸子》、《周礼》[①]，以及《淮南子》、《潜夫论》、《史记》、《前汉书》都记此事，就中《前汉书》卷七十四《魏相传》称：

东方之神太昊，乘震执规司春；南方之神炎帝，乘离执衡司夏；西方之神少昊，乘兑执矩司秋；北方之神颛顼，乘坎执权司冬；中央之神黄帝，乘坤艮执绳司下土；兹五帝所司，各有时也。

即本古来的传说，所以汉武梁祠石室造象，有数石是刻“伏羲氏手执矩，女娲氏手执规”。《周髀算经》称：

---

① 规矩制度：《墨子》经上云：“圜，一中同长也。”经说云：“圜，规写交也。”经上云：“方，柱隅四维也。”经说云：“方，矩写交也。”与《周髀算经》“环矩以为圆，合矩以为方”同义。《墨子》、《孟子》等书引文又见宋《太平御览》工艺部，《事物记原》七，其全文如下：

宋墨翟《墨子》卷七天志上第二十六：“轮匠执其规矩，以度天下之方圆。”《孟子》卷四离娄章句上：“孟子曰：‘离娄之明，公输子之巧，不以规矩，不能成方圆。’”《孟子》卷七尽心章句上：“孟子曰：梓，匠，输舆，能与人规矩，不能使人巧。”周荀况《荀子》赋篇第二十六：“圆者中规，方者中矩。”周庄周《庄子》徐无鬼第二十四：“方者中矩，圆者中规。”周韩非《韩非子》卷二有度第六：“巧匠目意中绳，然必先以规矩为度。”《周礼》冬官舆人：“圆者中规，方者中矩。”周尸佼《尸子》卷下：“古者倕为规矩、准绳使天下仿焉。”

又规矩制度：《淮南子》、《潜夫论》等书引文。引见严敦杰的《汉规矩砖考》，《时事新报》学灯，143 期，1941 年 9 月 8 日。互见正中书局，《民俗艺术考古论集》，第 55～59 页，1943 年 9 月，参看《闻一多全集》，内规矩图。

昔者周公问于商高曰："数安从出？"商高曰："数之法出于圜方，圜出于方，方出于矩，矩出于九九八十一。……万物周事，而圜方用焉，大匠造制，而规矩设焉。"

是以规矩为数之本。又规矩藉以丈量田地，勘测水道，亦有其例。《史记·夏本纪》称："（禹）陆行乘车，水行乘船，泥行乘橇，山行乘檋；左准绳，右规矩，载四时以开九州，通九道。"即藉规矩以勘测水道。

中国汉以前金石陶器所有图案，计有：山纹、锯齿纹、菱纹、波纹、列钱纹、铜箭纹、直钱纹、绳纹、连珠纹、垂缔纹、雷纹、弓纹、套环纹、折带纹等诸种①。

石器时代的陶片，它的图案有简单的几何纹，如山纹、锯齿纹、连珠纹等；到了周秦，彝器多用雷纹；汉代的砖、瓦、明器和一切饰物中所见的几何图案，不下数十种；近年陕西城固、宝鸡、西安，以及四川彭山发见的实物，其例更多②。

八、九　九

《管子·轻重篇》称："宓戏作九九之数。"杨雄《太玄经》称："陈其九九，以为数生。"魏刘徽《九章算术》序（公元 263 年）称："庖羲氏……作九九之术，以合六爻之变。"是以九九为数之始。关于九九

① 几何图案式样：参看"汉代的建筑式样与装饰"，《中国营造学社汇集》，第五卷第二期，第 1～72 页，1934 年 12 月。

② 西安汉砖几何图案：西安汉城的汉砖甸几何图案，见李俨，（修订本）《中国算学史》（1955 年），第 6 页（＊见本书第一卷。——编者）。

城固汉砖几何图案：城固的汉砖，经何士骥（乐夫）先生发现，辑有《城固砖录》，现未出版。

彭山汉砖图案：彭山之汉砖，内有延熹五年（公元 162 年）砖，1941 年春，国立中央研究院历史语言研究所和中央博物馆筹备处合组的川康古迹考察团，在四川彭山发现，内有几何图案。

歌诀，则散见于《淮南子》、《管子》、《灵枢经》、《易乾凿度》、《孝经》、《大戴礼记》、《荀子》、贾谊《新书》、《穆天子传》、《逸周书》、《礼记·礼运》、《内经素问》、董仲舒《春秋繁露》、《前汉书·律历志》①。

就中九乘全部见于《淮南子》，七乘全部见于《管子》。由此可知，周秦时代，九九表已甚完备，且此二书俱不引"一九"，"一七"二句，又知古九九表惟三十六句，和敦煌、居延的汉代九九术残木简语句相同；这二处残木简现校补如下：

---

① 古九九表：

九九八十一，八九七十二，
七九六十三，六九五十四，
五九四十五，四九三十六，
三九二十七，二九一十八

见《淮南子》卷四坠形训和《孔子家语》

八八六十四

见《前汉书·律历志》

七八五十六

见《管子》卷十九地员篇

六八四十八

见《灵枢经》卷四脉度

五八四十

见《淮南子》卷三天文训

四八三十二，三八二十四（缺）

见《易乾凿度》郑注

二八一十六

见《淮南子》卷三和《大戴礼记》本命第八十、《孝经》援神契

七七四十九，六七四十二，
五七三十五，四七二十八，
三七二十一、二七十四

见《管子》卷十九地员篇第五十八

六六三十六

见《荀子·大略篇》、《鹖冠子》、《淮南子》卷三。

五六三十

见贾谊《新书》卷四匈奴事势、魏伯阳《参同契》

四六二十四

见《易乾凿度》、《穆天子传》

三六一十八

见《灵枢经》卷四脉度

二六十二

见《穆天子传》卷一

五五二十五

见《逸周书》卷三、《内经素问》卷二

四五二十（缺）

三五十五

见《礼记·礼运》、《穆天子传》卷二

二五十

见《灵枢经》卷四脉度

四四十六

见《淮南子》卷三天文训

三四十二

见董仲舒《春秋繁露》考功名、《淮南子》

二四八

见《灵枢经》卷四脉度

三三九

见《淮南子》卷四、《孔子家语》、《大戴礼记》、《易》本命

二三六（缺）

二二四（缺）

（一） 敦煌汉简九九表

（以下现存部分）

九九八十一	八八六十四	五七卅五	二六十二	二三而六
八九七十二	七八五十六	四七廿八	五五廿五	二二而四
七九六十三	六八四十八	三七廿一	四五二十	
	五八四十		三五十五	
				大凡千一百一十

（以下残缺部分）

六九五十四	四八卅二	二七十四	二五十
五九四十五	三八廿四	六六卅六	四四十六
四九卅六	二八十六	五六卅	三四十二
三九廿七	七七四十九	四六廿四	二四而八
二九十八	六七四十二	三六十八	三三而九

（二） 居延汉简九九表

（以下现存部分） （以下残缺部分）

九九八十一	四九三十六	八八六十四	二八一十六	七七四十九
八九七十二	三九二十七	七八五十六		六七四十二
七九六十三	二九一十八	六八四十八		五七三十五
六九五十四		五八四十		四七二十八
五九四十五		四八三十二		三七二十一
		三八廿四		二七一十四

（以下残缺部分）

六六三十六	五五二十五	四四一十六	三三九	二二四
五六三十	四五二十	三四一十二	二三六	
四六二十四	三五一十五	二四八		
三六一十八	二五十			
二六一十二				

就中(一)“敦煌汉简九九表”，系据罗振玉、王国维《流沙坠简》卷中(1914 年)“小学术数方技书”类第五页“九九术数残木简”钞补。原木简出敦煌北，长二百六十米里迈当，广二十四米里迈当，现存十六句。

斯坦因(Aurel steine)1913 年迄 1916 年第三次在敦煌又发现两个乘法表。

(二)“居延汉简九九表”，系据劳榦 1943 年，《居延汉简考释》卷四之二“术数”类第二十一页“九九术残木简”钞补。原木简出居延，现存九九迄三八，共十四句。简面背均同，实证明是当时启蒙学算的用品。古代都以九九之术作为初等数学的代表①。

九、记数方法

上古记数方法，在殷代甲骨文和周秦金文中，十以下自一至五，十以上自一十至四十，并由累积而成，再进则百、千、万、亿、兆，都以“十”进。《前汉书·律历志》：“数者，一、十、百、千、万也。”记录十分清晰。又《前汉书》卷十一哀帝纪称：“宜蒙福祐，子孙千亿之报。”唐颜师古注称：“十万曰亿。”②。而《左传》闵公传内称：“万，盈

① 九九之术：唐颜师古注《汉书》称：“九九：若今《九章》、《五曹》之辈。”宋李籍《九章算术音义》于刘徽序“九九之术”条注引《前汉书·梅福传》师古注和《隋书·经籍志》。按颜师古、李籍似并以九九之术为《九章算术》的前身。《吕氏春秋》、《韩诗外传》、《战国策》、《说苑》，都称东野有人以九九见齐桓公。

② 十万曰亿：《前汉书》卷十一哀帝纪第十一：“谢曰……宜蒙福祐，子孙千亿之报。”“师古曰：大雅假乐之诗曰：‘千禄百福，子孙千亿。’言成王宜众宜人，天所保佑，求得福禄，故子孙众多也。十万曰亿，故此谢书引以为言。”《逸周书·世俘篇》：“武王遂征四方，凡憝国九十有九国，馘磿亿有七万七千七百七十有九，俘人三亿万有二百三十，凡服国六百十有二。”又“凡武王俘商旧宝玉万四千，佩玉亿有八万。”王念孙《读书杂志》卷一之二，据钞本《北堂书钞》衣冠部二、《艺文类聚》宝部上、《太平御览》珍宝部三、《初学记》器物部佩下都称“亿有八万”，以证古代“十万为亿”是十进记数。

作者在西安见有汉瓦当文作“亿年无疆”。

数也。”古代成语又有万物、万国、万民、万几、万邦、万事、万世、万方、万姓、万乘，万机、万众、万端、万里、万变之例。

复次大数以“万”进，和西洋之以“千”进者不同，故《史记·梁孝王世家》：“府库金钱且百巨万。”索隐引如淳称：“巨亦大，与大百万同也。”韦昭称：“大百万今万万。”《史记·货殖列传》：“遂至巨万。”集解云：“万万也。”《前汉书》卷十：“建始元年六月有青蝇无万数。”颜师古注称：“言其极多，虽欲以万数计之，而不可得，故云无万数。”①至小数虽有分、厘、毫、丝、忽诸名，而实际运算，则用分数②。至计算工具，则赖筹算，故以能用算的为会计的人③。

十、算学教育

周人于小学时期，授以书算。《礼记·内则》称：“六年教之数，与方名；十岁出就外傅，居宿于外，学书计。”④《白虎通》称：“八岁入小

① 以万数：《前汉书》卷八宣帝纪第八：元康三年六月诏曰：“今春五色鸟以万数，飞过属县。”元康四年三月诏曰乃者神爵五彩以万数集长乐未央。神爵二年“正月乙丑凤皇甘露降集京师，群鸟从以万数。”神爵四年二月诏曰鸾凤万举。师古曰：“万举犹言举以万数也。”五凤三年三月诏曰：“分为五单于，更相攻击，死者以万数。”《后汉书》卷一上：“死者以万数，水为不流。”注称：“数过于万，故以万为数。”

② 分数：古代殷历以一年三百六十五日又四分日之一，称为古四分历；又以“一月为二十九日九百四十分之四百九十九”；见《淮南子·天文训》。其奇零小数，并以分数记述，详见《中算史论丛》第一集内“中算家的分数论”（*见本书第六卷。——编者）。《前汉书·律历志》称：“古历遭战国及秦而亡。汉存六历，虽详于五纪之论，皆秦汉之际，假托为之。”按，《汉志》云：“刘向总六历，作《五纪论》。”《五纪论》一书，祖冲之虽经征引，今已亡失。殷代历谱，国立中央研究院据安阳出土的甲骨材料另加编订，尚未成就。

③ 用算：《前汉书》卷六十五称：“与待诏能用算者二人。”又同卷称：“偃……因留第中，教书计。”师古曰：“计谓用算也。”

④ 书计条目：据《前汉书·食货志》及《儒吏论》称：“学六甲、五方、书计之事。”“臣瓒曰：辨五方之名及书艺也。”师古曰：“瓒说是也。”元胡三省音注《资治通鉴》卷一百七十六，“未窥六甲”句注称：“古者八岁入小学，学六甲、五方、书计之事，六甲谓六十甲子也。”《四民月令》于“书篇章”下注称：“六甲，九九，急就，三仓之属。”

学。"又称："八岁毁齿，始有识知，入学学书计。"汉承周制，《前汉书·食货志》述周室之制称："八岁入小学，学六甲、五方、书计之事。"王粲(177～217)《儒吏论》(《太平御览》卷六百三十引)称："古者八岁入小学，学六甲、五方、书计之事。"《后汉书·杨终传》称："礼制，人君之子，年八岁为置外傅，教之书计，以开其明。"后汉桓帝时崔寔《四民月令》(《齐民要术》和《玉烛宝典》引)称："正月：农事未起，命成童以上入大学，学五经，师法求备，勿读书传，研冻释；命幼童，入小学，学书篇章。"

所以汉代《史书》和居延汉简所记士民，叠以能书会计为重①。而女子亦有明晓算数的②。

① 能书会计：汉代以书计并举《前汉书》卷六十五："偃年十三，……因留第中，教书计。"《后汉书》卷六十四梁统列传第二十四："梁冀……裁能书计。"《居延汉简考》释卷三，"名籍"内，其例甚多，如：

(一)口和候长，公乘蓬士长富口劳，三岁，六月五日，能书会计……(三九)五六二·二。

(二)肩水候官，并山队长，公乘，司马成，中劳，二岁，八月十四日，能书会计……(四〇)一三·七。

(三)肩水候官，执胡队长，公大夫，累路人，中劳，三岁，一月能书会计，……(八八)一七九·四。

(四)肩水候官，始安队长，许宗功一，劳一，中除，十五日，能书会计……(一四六)三七·五七。

(五)张掖，居延，甲渠塞有秩士吏，公乘，段尊，中劳，一岁八月廿日，能书会计……(一六六)五七·六。

上述各汉简于"能书会计"下均有"治官民颇知律令"诸字，盖当时士民出身，亦以"能书会计"为重，故《后汉书》卷四十一《刘盆子传》于樊崇称："崇有勇力，为众所宗，然不知书数。"因古代士人阶级，即以能书会计为标准。《广韵》卷三"士"条称："《说文》曰事也，数始于一，终于十，从一十，孔子曰：推十合一为士。"

② 女子学算：《后汉书》卷十上《邓皇后纪》："从曹大家受经书，兼天文算数。"《后汉书》卷十下《何皇后纪》："王美人……能书会计。"时当时女子亦有学算的。

唐代算学史*

目　次

一、隋代算学

唐承隋制，设置算学。《唐六典》卷二十一注称："隋置算学博士一人，从九品下，皇朝增置二人。"[①]据《隋书·百官志中》："国子寺掌训教胄子。祭酒一人，亦置功曹、五官、主簿、录事员。领(国子)博士五

---

* 本文原载《西北史地》第1卷(1938年)第1号第63～95页，1955年收入《中算史论丛》第五集第15～56页。

① 据唐玄宗御撰《唐六典》卷二十一第7页"算学博士二人，从九品下"条下附注引，光绪二十一年(1895年)，广雅书局刊本。

人，助教十人，学生七十二人；太学博士十人，助教二十人，太学生二百人；四门学博士二十人，助教二十人，学生三百人。”[①] 增设书算学后，其博士、助教、学生名额也有更动。据《隋书・百官志下》：“国子寺元隶太常。祭酒一人，属官有主簿录事，各一人。统国子、太学、四门、书、算学，各置博士、国子、太学、四门各五人；书、算各二人。助教、国子、太学、四门各五人；书、算各二人。学生国子一百四十人，太学、四门各三百六十人，书四十人，算八十人等员[②]。”是时算学计有博士二人，助教二人，学生八十人了。又据《隋书・律历志》，开皇四年(公元584年)论造新历的有“兼算学博士张乾叙”[③]。是隋代算学，在国初已经设立了。

隋代流传算书，载在《隋书・经籍志》的有：

“○《九章术义序》一卷；○《九章算术》十卷，刘徽撰。《九章算术》二卷，徐岳甄鸾重述。《九章算术》一卷，李遵义疏。《九九算术》二卷，杨淑撰。《九章别术》二卷。○《九章算经》二十九卷，徐岳、甄鸾等撰。《九章算经》二卷，徐岳注。《九章六曹算经》一卷。○《九章重差图》一卷，刘徽撰。《九章推图经法》一卷，张峻撰。《缀术》六卷。○《孙子算经》二卷。○《赵畋算经》一卷。○《夏侯阳算经》二卷。○《张丘建算经》二卷。○《五经算术录遗》一卷。○《五经算术》一卷。○《算经异义》一卷，张缵撰。《张去斤算疏》一卷。○《算法》一卷。○《黄钟算法》三十八卷。○《算律吕法》一卷。○《众家算阴阳法》一卷。○《婆罗门算法》三卷。○《婆罗门阴阳算历》一卷。《婆罗门算经》三卷。”[④]

上述的《婆罗门算法》等，已于隋代以前由印度输入中国，唐费长

① 见《隋书》卷二十七志第二十二百官上。

② 见《隋书》卷二十八志第二十三百官下。

③ 见《隋书》卷十七律历志第十二律历中。

④ 见《隋书》卷三十四志第二十九经籍三(子)。

房《历代三宝记》(公元597年)卷三称:"周天和四年己丑(公元569年)《婆罗门天文》二十卷,达摩流支(Dharmaruci,周曰法希)出。"同书卷十一又称:"《婆罗门天文》二十卷,'天和年出',右二十卷,(北周)武帝世摩勒国(Masala?)沙门达摩流支,周言法希,为大冢宰晋荡公宇文护译。"《大唐内典录》(公元664年)卷五,尚记《婆罗门天文》二十卷。《隋书》卷三十四《经籍志》有:

"《婆罗门天文经》二十一卷,'婆罗门舍仙人所说',

《婆罗门竭伽仙人天文说》三十卷,

《婆罗门天文》一卷,

《婆罗门算法》三卷,

《婆罗门阴阳算历》一卷,

《婆罗门算经》三卷"。

就中《婆罗门天文经》二十一卷,当即达摩流支在周天和四年(公元569年)所译的《婆罗门天文》二十卷。《日本国见在书目》尚记有《婆罗门阴阳算历》一卷[①],其后也渐亡失,至其亡失原因,可在《开元释教录》(公元730年)卷七知道。该书注称:"……《婆罗门天文》二十卷,今以非三藏教,故不存之。"此书既不入藏经,故不久就亡失了[②]。

二、唐 代 算 学

唐代流传算书,载在《旧唐书·经籍志》的有:

---

① 见《日本国见在书目》,《古逸丛书》本之十九,第33页。

② 见李俨(修订本)《中国算学史》(1955年),57~58页(*见本书第一卷第413页。——编者)。

清姚振宗《隋书经籍志考证》据《法苑珠林》:"《婆罗门天文》一部二十卷为梁武帝天和年摩勒国沙门释达流支法师译出",以为梁无天和,不知梁当作周。

"《九章算经》一卷，'徐岳撰'，《九章重差》一卷，'刘向撰'，《九章重差图》一卷，'刘徽撰'，《九章算经》九卷，'甄鸾撰'，《九章杂算文》二卷，'刘祐撰'，《九章术疏》九卷，'宋泉之撰'，《五曹算经》五卷，'甄鸾撰'，《孙子算经》三卷，'甄鸾撰注'，《海岛算经》一卷，'刘徽撰'，《张丘建算经》一卷，'甄鸾撰'，《夏侯阳算经》三卷，'甄鸾注'，《数术记遗》一卷，'徐岳撰，甄鸾注'，《三等数》一卷，'董泉撰，甄氏注'，《算经要用百法》一卷，'徐岳撰'，《缀术》五卷，'祖冲之撰，李淳风注'，《五曹算经》三卷，'甄鸾撰'，《七经算术通义》七卷，'阴景愉撰'，《缉古算术》四卷，'王孝通撰，李淳风注'，《算经表序》一卷"①。载于《新唐书·艺文志》的有：

"刘向《九章重差》一卷。徐岳《九章算术》九卷，又《算经要用百法》一卷，《数术记遗》一卷。甄鸾注。《张丘建算经》一卷。甄鸾注。《董泉三等数》一卷。甄鸾注。《夏侯阳算经》一卷。甄鸾注。甄鸾《九章算经》九卷，又《五曹算经》五卷。《七曜本起历》五卷，《七曜历算》二卷，《历术》一卷。韩延《夏侯阳算经》一卷，又《五曹算经》五卷。宋泉之《九经术疏》九卷。刘徽《海岛算经》一卷，又《九章重差图》一卷。刘祐《九章杂算文》二卷。阴景愉《七经算术通义》七卷。信都芳《器准》三卷，《黄钟算法》四十卷。……李淳风注《周髀算经》二卷，又注《九章算术》九卷，注《九章算经要略》一卷，注《五经算术》二卷，注《张丘建算经》三卷，注《海岛算经》一卷，注《五曹》、《孙子》等算经二十卷，注甄鸾《孙子算经》三卷，释祖冲之《缀术》五卷。……王孝通《缉古算经》四卷，太史丞李淳风注。《算经表序》一卷。……《谢察微算经》三卷。江本《一位算法》

① 见刘昫等修《旧唐书》卷四十七《经籍志》第二十七，经籍下。据百衲本二十四史《旧唐书》第十四册唐志第二十七，第6页，1936年12月初版（商务印书馆）。就中"徽"字原作"徵"字，"张丘建算经"原作"张徽'丘建'算经"。

二卷。陈从运《得一算经》七卷。鲁靖《新集五曹时要术》三卷。"《新唐书·艺文志》又记:"贞元(785～804)人,龙受《算法》二卷。"[①]

上述唐代流传算书,除《算经十书》另篇考述外,就中陈从运、江本、龙受著作可考的如后:

陈从运:亦作陈运,据《宋史·律历志》:"唐试右千牛卫,胄曹参军陈从运著《得一算经》,其术以因折而成,取损益之道,且变而通之,皆合于数。"《新唐书》、《宋史》有:"陈从运《得一算经》七卷。"《崇文总目》作:"陈运《得一算经》七卷。"陈从运又有《三问田算术》一卷,见《宋史》和《崇文总目》。

江本:据《玉海》:"江本撰《三位乘除一位算法》二卷,又以一位因折进退,作《一位算术》九篇,颇为简约。"《新唐书》、《宋史》、《崇文总目》都有江本《一位算法》二卷。

龙受:亦作龙受益,龙受一。《新唐书·艺文志》有:"贞元(785～804)人龙受《算法》二卷。"《崇文总目》也有龙受《算法》二卷,《宋史·艺文志》作"龙受益,《算法》二卷,《求一算术化零歌》一卷,《新易一法算范要诀》一卷,又龙受益注,王守忠《求一术歌》一卷,《算范要诀》二卷,《明算指掌》三卷。"此书在宋尚存,宋绍兴(1131～1162)《秘书省续编到四库书目》有:"《求一算术歌》一卷,唐龙受益注《算范九例诀》一卷,《算范诀》二卷",和"龙受益撰《新易一法算范九例要诀》一卷。"其《六问算法》五卷,并《化零歌》附,元马端临《文献通考》引晁氏称"唐龙受益撰"。宋晁公武《郡斋读书志》作皇朝龙受益撰并《化零歌》附。这书在明尚存,明陈第《世善堂藏书目录》有:"唐龙受一《六问算

① 见欧阳修撰《新唐书》卷五十九《艺文志》第四十九。据百衲本二十四史《新唐书》第十册《艺文志》四十九,第13,14页,1936年12月初版(商务印书馆)。

法》五卷。"①

三、唐代敦煌算书

敦煌算书流传国外的,在巴黎有:

Pelliot	2667 号	一种	(甲)	算书
Pelliot	2490 号	一种	(乙)	算表
Pelliot	3349 号	一种	(丙)	《笇经》一卷并序(残)

在伦敦有:

O/N 39760,S.19	一种	(丁)	《笇经》一卷并序(残)
O/N 39813,S.5779	一种	(戊)	《笇经》一卷并序(残)
O/N 42518,S.930	一种	(己)	《立成算经》一卷

就中(甲)为算书,(乙)为算表,(丙)、(丁)、(戊)为《笇经》一卷并序,(己)为《立成算经》一卷。

甲种敦煌千佛洞算书,则在1926年6月,由李俨初次校刊入《中大季刊》,1928年又收入《中算史论丛》(一),1937年又校补第一题,记入《中国算学史》②。

乙种算表广顺二年(公元952年)写,则在1937年,由李俨初次最录入《中国算学史》③。

丙种《笇经》一卷并序,则在1925年6月由刘复初次校刊入《敦煌

① 见李俨(修订本)《中国算学史》(1955年),第45页。

② 《中大季刊》第一卷第二号,第1~4页,《中算史论丛》(一)第123~128页,(修订本)《中国算学史》(1955年),第48~49页(*见本书第一卷第404~406页。——编者)。

③ (修订本)《中国算学史》(1955年),第50~51页(*见本书第一卷第406~407页。——编者)。

掇琐》中，1935 年李俨再校刊入前《国立北京图书馆刊》，1936 年国立北京图书馆向达君在伦敦发现丁、戊二种，举与丙种校对，知其同为一书。今此残本，假定共有 129 行，则丁种可据以补校其中的 30～55 行，戊种可据以补校其中的 100～127 行。现在再考据敦煌各算书的时代[①]。

甲种敦煌千佛洞算书第一题举及“小男，黄男”，题中都有“惣并五位”一语，则原题当以黄男，小男等五种男命题，按北周武帝保定二年(公元 562 年)以男女三岁以下为黄，十岁以下为小，十七以下为中，十八以上为丁，六十为老。[②]《旧唐书·职官志》称：“凡男女始生为黄男，四岁为小，十六为中，二十有一为丁，六十为老”[③]。《唐会要》卷八十五称：“武德六年(公元 623 年)三月令以始生为黄，四岁为小，十六岁为中，二十一为丁，六十为老。”[④] 又敦煌“天宝六载(公元 747 年)籍”，和“大历四年(公元 769 年)籍”，也举及黄男，黄女；小女；中男，中女，白丁，丁男，丁妻；老男[⑤]。现据五男制度，可知敦煌千佛洞算书是唐代(623～747)算书了。

丙、丁、戊种《筭经》一卷并序，同属一书，可互相校补得 129 行，其第 37 和 38 行称：

“一豪有十丝百忽　一丝有十忽　又据大唐令文，诸以北方秬黍

① 见刘复《敦煌掇琐》中辑第七八，1925 年刻本，和《筭经》一卷并序，《国立北京图书馆馆刊》九卷一号。

② 见《隋书》卷二十四志第十九食货。

③ 见《旧唐书》卷四十三，职官志，第二十三，职官二。据百衲本《旧唐书》第十三册，唐志二十三，第 7 页。

④ 见宋王溥《唐会要》卷八十五，团貌条，《丛书集成初编》本第十五册，第 1555 页，1936 年 12 月初版(商务印书馆)。

⑤ 见玉井是博著，万斯年译，“敦煌户籍残简考”，前《国立北京图书馆馆刊》八卷二号，1935 年，5 月，6 月。

中者一37

黍之广　凡升量所起起于圭　十黍为一圭　十圭为一秒　十秒为一撮”38

考《故唐律疏义》卷第二十四称："《杂令》：量以北方秬黍中者容一千二百为龠，……秤权衡以秬黍中者百黍之重为铢，……度以秬黍中者一黍之广为分，……"[①]，又《唐六典》卷三称："凡度以北方秬黍中者，一黍之广为分，……；凡量以秬黍中者，容一千二百为龠，二龠为合，……；凡权衡以秬黍中者，百黍之重为铢，……"都和算经所引相同。又第 32 和 33 行称：

"一匹　五丈为一端　十丈为引　方丈曰堵　五尺曰步　六尺为寻　七尺为常32

八尺为一仞　五尺为一步　二百四十步为一亩　一百亩为一顷　一匹有四丈四"33

据《旧唐书》："凡天下之田，五尺为步，步二百有四十为亩，亩百为顷。"[②] 也和算经所记相同，此《筭经》一卷并序当是唐代算经了。

又此卷多引及《孙子算经》，其九九亦始九九迄一一，大数之法亦如《孙子》以万万进。至万以上为亿、兆、京、该、梓、让、沟、间、政、载、极。今本《孙子算经》则作亿、兆、京、陔、秭、壤、沟、涧、正、载。而《太平御览》卷七百五十引《风俗通》则作亿、兆、经、垓、(秭)、选、载、极，并

---

① 《太平御览》卷七百六十五，器物部十"斛"条，《四部丛刊三编》本第百七册，卷第七百六十五第 4 页引称：

"《杂令》曰：诸量以秬黍中者容一千二百为籥，二籥为合，十合为升，十外(升)为斗，'三斗为大斗'，十斗为解(斛)"。

《旧唐书》卷四十三，职官志第二十三，职官二，和《唐会要》卷六十六，"太常寺"条，所引亦同，其次序为籥，合，升，斗，斛。

② 见《旧唐书》卷四十三，职官志第二十三，职官二。据百衲本《旧唐书》第十三册，唐志二十三，第 7 页。

以十进。又宋张行成《易变通》则以万万载为极。此《算经》第27,28,29行称:

"十万政,百万政,千万政,万万政曰载。一载,十载,百载,千载,万载,十万载[27]

百万载,千万载,万万载曰极[28]

右孙子数,钱满载,天不容,地不载,故以载为极末也"[29]

查《太平御览》卷七百五十工艺部七又引《孙子算经》称:"古者积钱,上至于天,天不能容,下至于地,地不能载,天不能盖,地不能载,故名曰载。"清孙诒让《札迻》卷十一以为:"检今本《孙子算经》无此语,疑传录失之。"现举与此卷校,则此卷和《太平御览》所引《孙子算经》语意相类。又第38及39行称:

"黍之广　凡升量所起起于圭　十黍为一圭　十圭为一秒　十秒为一撮[38]

十撮为一勺　十勺为一合　十合为一𠦃　十𠦃为一升　十升为一𣁽有十"[39]

考《隋书·律历志》引:"《孙子算术》曰:六粟为圭,十圭为秒,十秒为撮,十撮为勺,十勺为合。"① 虽和今本《孙子算经》异文,适与此卷写本算经同文,则唐人所见《孙子算经》,未经传录写失的,原就是如此。这写本算经又以合、𠦃、升、𣁽代合、升、斗,斛;并以十进,和甲种敦煌千佛洞算书同例,又可以证这《筭经》一卷并序和敦煌千佛洞算书同是唐代算书了。

己种《立成算经》已在英国伦敦发见,并已记在《图书季刊》(1939年)。

---

① 见《隋书》卷十六《律历志》第十一,律历上,《太平御览》卷七百五十,《四部丛刊三》编本。

四、唐代算经十书

《九章》、《孙子》、《五曹》、《张丘建》、《夏侯阳》、《周髀》、《五经》、《纪遗》、《三等数》、《海岛》等算经，于北周武帝时（561～577）经甄鸾撰注，方成定本①。入唐复经李淳风撰注，唐高宗令付国学行用。

李淳风：岐州雍人，明天文历算阴阳之学②，“贞观（627～449）初傅仁均所撰《戊寅元历》，议者纷然，多有同异”③。李淳风以驳傅仁均历议，多所折衷，授将仕郎，直太史局④。《唐会要》称：“贞观元年（公元627年）将仕郎李淳风又奏驳太史历十八事，诏下（崔）善为课二家得失，其七条改从淳风，余二十一条，并依旧也。”⑤《旧唐书》又称：“贞观七年（公元633年）正月癸巳，直太史，将仕郎李淳风铸浑天黄道仪奏之”，“太宗称善，置其仪于凝晖阁，加授承务郎。”⑥时淳风方以将仕郎直太史局。贞观十五年（公元641年）除太常博士，寻转太史丞，二十二年（公元648年）迁太史令，显庆元年（公元656年）复以修国史功，封昌乐县男，龙朔二年（公元662年）改授秘阁郎中⑦。高宗时诏李淳

---

① 参看李俨（修订本）《中国算学史》(1955年)，第二十八节：“甄鸾撰注算经”，第30～33页（＊见本书第一卷第388～391页。——编者）。

② 见《旧唐书》卷七十九，列传第二十九，……李淳风。据百衲本《旧唐书》第十八册，唐传二十九，第5页。

③ 见《旧唐书》卷一百九十一，列传第一百四十一，方技，崔善为。据百衲本《旧唐书》第三十四册，唐传一百四十一，第2页。

④ 见《旧唐书》卷七十九，和《新唐书》卷二百零四，李淳风传。

⑤ 见《唐会要》卷四十二，《丛书集成初编》本第七册第750页。

⑥ 见《旧唐书》卷三太宗本纪，和卷七十九，李淳风传。按《唐会要》卷四十二“浑仪图”条作：“（贞观）七年三月十六日，直太史局将仕郎李淳风铸浑天黄道仪成，奏之”。

⑦ 见《旧唐书》卷七十九，李淳风传。

风造《麟德历》[①]。《旧唐书·高宗本纪》称："麟德二年(公元665年)五月辛卯以秘阁郎中李淳风造历成，名《麟德历》，颁之。"[②] 咸亨(670～673)初官名复旧，还为太史令，年六十九[③]。

《唐会要》卷六十六称："显庆元年(公元656年)尚书左仆射于志宁奏置(算学)，令习李淳风等注释《五曹》、《孙子》等十部算经，为分二十卷行用。"《册府元龟》称："显庆元年(公元656年)左仆射于志宁等奏以十部算经，付国学行用。"《唐会要》卷三十六称："永隆元年(公元680年)十二月太史李淳风进注释《五曹》、《孙子》等十部算经分为二十卷。"[④]。《旧唐书》李淳风本传称："先是，太史监候王思辩表称：《五曹》、《孙子》十部算经，理多踳驳，(李)淳风复与国子监算学博士梁述、太学助教王真儒等，受诏注《五曹》、《孙子》十部算经。书成，高宗令付国学行用。"又《新唐书》李淳风本传亦称："(淳风)奉诏与算博士梁述、助教王真儒等是正《五曹》、《孙子》等书，刊定注解，立于学官[⑤]。"

李淳风撰注《算经十书》，兹引列如下：

《九章》：

《九章算经》□□，李淳风释　　(《一切经音义》)

---

① 此据《旧唐书》卷三十二，志第十二，历一，参看《新唐书》卷二十五和卷二十六，志第十五和第十六，历志。

② 见《旧唐书》卷四，本纪第四，高宗上。据百衲本《旧唐书》第二册，唐纪四，第11页。

③ 见《旧唐书》卷七十九，和《新唐书》卷二百零四，李淳风传。

④ 见《唐会要》卷六十六，《丛书集成初编》本，第十一册，第1163页。《册府元龟》卷八百六十九，总录部第一百一十九，明算部，和《唐会要》，《丛书集成初编》本第七册，第657页。《玉海》卷四十四引《会要》也作"永隆元年"。

⑤ 见《旧唐书》卷七十九，和《新唐书》卷二百零四，李淳风传。按百衲本《旧唐书》第十八册，唐传二十九，第7页，作："高宗令付国学行用"；明唐顺之《历代史纂左编》(1561年)卷132引同。殿本《旧唐书》误作"高祖令付国学行用"。

《九章算经》九卷，李淳风注 （《新唐书》）

《九章算经要略》一卷，李淳风注 （《新唐书》）

《九章(算)经要略》一卷，李淳风注释 （《宋史》、《崇文总目》）

《九章(算)术》九卷，李淳风撰 （《通志·艺文略》）

《九章算经要诀》一卷，李淳风撰 （《通志·艺文略》）

《九章算经》九卷，魏刘徽，唐李淳风注 （《郡斋读书志》、《宋史》）

（《玉海》、《文献通考》同）

《九章算经要略》九卷，李淳风注 （《宋史》）

《孙子》：

甄鸾《孙子算经》三卷，李淳风注 （《新唐书》）

（《通志·艺文略》同）

《孙子算经》三卷，李淳风注 （《崇文总目》）

《孙子算经》一卷，李淳风注释 （《宋史》）

《五曹》：

(《五曹》)、《孙子》等十部算经二十卷，李淳风注释

（《唐会要》、《册府元龟》）

《五曹》、《孙子》等十部算经二十卷，李淳风注 （《旧唐书》）

（《通志·艺文略》同）

《五曹》、《孙子》等算经二十卷，李淳风注 （《新唐书》）

《五曹算经》五卷，李淳风等注 （《宋史》、《玉海》）

甄鸾《五曹算法》二卷，李淳风注 （《宋史》）

《张丘建》：

《张丘建算经》三卷，李淳风注 （《新唐书》）

（《通志·艺文略》同）

甄鸾注，刘孝孙细草，《张丘建算经》三卷，李淳风等注释

（《直斋书录解题》）

《夏侯阳》：

……

《周髀》：

《周髀》二卷，李淳风撰 （《旧唐书》）

《周髀算经》二卷，李淳风撰注 （《新唐书》）

《周髀》二卷，李淳风释 （《新唐书》）

《周髀算经》二卷，李淳风撰 （《通志·艺文略》）

赵君卿注，甄鸾重述，《周髀算经》二卷，李淳风等注释

（《崇文总目》和《中兴馆目》）

（《玉海》、《文献通考》同）

《五经》：

《五经算术》二卷，李淳风注 （《新唐书》）

（《崇文总目》同）

《五经算术》二卷，甄鸾注，李淳风注释 （《玉海》引《书目》）

王孝通《五经算法》一卷，李淳风注 （《宋史》）

《海岛》：

《海岛算经》一卷，李淳风注 （《新唐书》）

《海岛算经》一卷，李淳风撰 （《通志·艺文略》）

《海岛算经》一卷，甄鸾撰，李淳风等注释 （《玉海》）

《缀术》：

祖冲之《缀术》五卷，李淳风注 （《旧唐书》）

祖冲之《缀术》五卷，李淳风释 （《新唐书》）

《缉古》：

《缉古算术》四卷，王孝通撰，李淳风注 （《旧唐书》）

王孝通《缉古算术》四卷，太史丞李淳风注 （《新唐书》）

《缉古算术》一卷，李淳风注 （《宋史》）

五、唐代算学博士

唐因隋制，于贞观二年(公元628年)十二月始置书、算隶国子学①。《贞观政要》"崇儒学"条亦称："贞观二年(公元628年)大收天下儒士，……其书、算各置博士、学生，以备众艺。"②

其名额则《唐六典》卷二十一称："算学博士二人，从九品下。"《新唐书》称："算学博士二人'从九品下'，助教一人"，"学生三十人，典学二人。"③ 此项名额亦时有更动。《新唐书》称："显庆元年(公元656年)十二月乙酉(十九日)置算学。"④《唐会要》称："显庆三年(公元658年)九月四日，诏以书、算，学业明经，事唯小道，各擅专门，有乖故实，并令省废。"⑤ 以博士以下隶太史局⑥。"至龙朔二年(公元662年)五月十七日，(乙巳)复置律学、书、算学官一员，(龙朔)三年二月

---

① 见《唐会要》卷六十六，"广文馆"条，《丛书集成初编》本第十一册，第1163页。

② 见《贞观政要》第七卷"崇儒学"第二十七，《四部丛刊续编》本第四册，和《旧唐书》列传卷一百三十九上。

③ 见《唐六典》卷二十一，广雅书局本第7页。

《新唐书》卷四十八，志第三十八，百官志，称："算学博士二人，从九品下，助教一人。"《新唐书》卷四十四，志第三十四，选举志，和《旧唐书》卷四十四，职官三，志第二十四，都称："算学生三十人。"而《旧唐书》卷四十四，职官三，志第二十四，则不记"助教"。又百衲本《旧唐书》唐志二十四，第17页，于"其《纪遗》、《三等》亦兼习之"句后，记："学生三十人，典学二人。"殿本则遗此九字。

④ 见《旧唐书》卷四，本纪四，高宗上，和《新唐书》卷四十八，志第三十八，百官志。"十九日"据《玉海》卷一百十二补。

⑤ 见《唐会要》卷六十六，"广文馆"条，《丛书集成初编》本第十一册，第1163页。按《新唐书》卷四十八作"显庆三年"。《旧唐书》卷四亦作："显庆三年……九月废书、算、律学。"《旧唐书》卷二十四作"显庆二年"，疑误。

⑥ 见《新唐书》卷四十八。

十日书学隶兰台，算学隶秘书(阁)局，律学隶详刑寺。"[①] 《唐会要》又称："贞观五年(公元631年)以后……国学、太学、四门，亦增生员，其书算各置博士，凡三千二百六十员。"[②] "永泰(765～766)中虽置西监生，而馆无定员。"[③]但据《唐文粹》贞元十四年(公元798年)张博士讲《礼记》之会，尚且连襟成帷[④]。而《唐会要》卷六十六尚称："(元和二年，公元807年)十二月国子监两京诸馆学生总六百五十员，西京……算馆十员。""其年十二月敕，东都国子监，量置学生一百员，……算馆二员。"[⑤]

其俸钱亦代有增减，据《唐会要》卷九十一(《资治通鉴》卷二二五引同)，则唐开元二十四年(公元736年)和"大历十二年(公元777年)四月二十八日，……书算博士……'各一千九百一十七文'。"至"贞元四年(公元788年)书算及律助教'各一千文'。"[⑥]《新唐书·食

① 见《唐会要》卷六十六，"广文馆"条，《丛书集成初编》本第十一册第1163页。《旧唐书》卷四，亦作："(龙朔)二年五月乙巳复置律、书、算三学。"《旧唐书》卷二十四，志第四，礼仪四作："(龙朔)二年二月复置……(龙朔)三年算隶秘阁局。"

百衲本《新唐书》卷四十八，唐书百官志三十八第15页，称："龙朔二年复，有学生十人，典学二人，东都学生二人。"殿本此条作"典学一人"。

《旧唐书》卷四，和《新唐书》卷四十四，选举志第三十四，作秘阁。《旧唐书》卷二十四，作秘阁局，并列于龙朔三年。按《旧唐书》卷四十三于司天台下注称："旧太史局，隶秘书监，龙朔二年改为秘阁局。"秘书局当作秘阁或秘阁局。

② 见《唐会要》卷二十五，《丛书集成初编》本第633页，按《旧唐书》列传卷一百三十九上，亦作"三千二百六十员"，而唐杜佑《通典》作"三千三百六十员"。

③ 见《新唐书》卷四十四，志第三十四，选举志。

④ 见《唐文粹》卷七十七，《四部丛刊初编》影元翻宋小字本第十三册。

⑤ 见《唐会要》卷六十六，《丛书集成初编》本第十一册，第1160页。并参看《新唐书》卷四十四。

⑥ 见《唐会要》卷九十一，《丛书集成初编》本第十五册，第1657～1663页。其贞元四年(公元788年)一条，国立北京图书馆藏钞本《唐会要》作："建中二年(公元782年)书、算及律助教'各一千文'。"

货志》称："唐世百官俸钱，会昌(841～846)后不复增减，今著其数：书、算、律学博士，……四千；书、算助教……三千。"又"大中十年(公元856年)据礼部：贡院见置科目：开元礼、三礼、三传、三史、学究、道举、明算、童子等九科。"[①]唐亡于天祐二年(公元905年)，会昌(841～846)以后，史书尚记明算科目，并及书、算博士和助教俸钱，则终唐之世，算学制度尚未尝废。

算学博士和助教职掌，据《唐六典》卷二十一本文："算学博士掌教文武官八品已下，及庶人子之为生者。"[②]据《新唐书》卷四十八："助教……掌佐博士，分经教授。"[③] 就中算学博士历官事迹可考的有：刘孝孙、王孝通、梁述、张元贞诸人。

刘孝孙：《直斋书录解题记》："甄鸾注，刘孝孙细草，《张丘建算经》三卷，李淳风等注释"，宋本《张丘建算经》三卷题："唐算学博士，臣刘孝孙细草"。考《旧唐书·经籍志》、《新唐书·艺文志》都有隋《开皇历》一卷，《七曜新术》二卷，题刘孝孙撰[④]，据《隋书》卷十七，刘孝孙为广平人，开皇十四年(公元594年)论历，俄卒。未知和细草《张丘建算经》的刘孝孙是否同为一人。

王孝通：《旧唐书·历志》称："戊寅术……武德九年(公元626年)五月二日校历人……算历博士'臣'王孝通。"《新唐书·历志》称：

---

① 见《新唐书》卷五十五，食货志第四十五，和《旧唐书》卷十八下，本纪第十八下宣宗。据百衲本《新唐书》第十册唐书食货志四十五，第6、第7、第8、第9页，和百衲本《旧唐书》第五册唐纪十八下，第13页。《玉海》卷一百十五引同。

② 见《唐六典》卷二十一，广雅书局本，第7页，并参看《旧唐书》卷四十四，和《新唐书》卷四十八。

③ 见《新唐书》卷四十八。

④ 见《旧唐书》卷四十七《经籍志》第二十七经籍下。《新唐书》卷五十九《艺文志》第四十九。

"《戊寅元历》高祖诏司历起(武德)二年(公元619年)用之,擢(傅)仁均员外散骑侍郎,三年(公元620年)正月望,及二月、八月朔当蚀,比不效。六年(公元623年)诏吏郎中祖孝孙考其得失,孝孙使算历博士王孝通以《甲辰历法》诘之,……九年(公元626年)(九月)复诏大理卿崔善为与孝通等较定,善为所改凡数十条(三十余条)①。"按《旧唐书》,《新唐书》都称王孝通为算历博士,《唐会要》则作算学博士②。

王孝通又官太史丞,《旧唐书》卷七十九,称:"武德元年(公元618年)七月诏颁《新(戊寅)历》,授(傅)仁均员外散骑常侍,赐物二百段,后中书令封德彝奏历术差谬,敕吏部郎中祖孝孙考其得失,又太史丞王孝通执《甲辰历法》以驳之。"③ 王孝通又著《缉古算经》。《旧唐书》、《新唐书》都作四卷,《宋史》作一卷,今传宋本题:"唐通直郎太史丞臣王孝通撰并注。"而《上缉古表》亦称:"少小学算,……迄将皓首,……伏蒙圣朝收拾,用臣为太史丞。比年已来,奉敕校勘傅仁均术,凡驳正术错三十余道,即付太史施行。"④ 所举与史书正合,则《缉古》之成,当在武德九年(公历626年)后数年中了。《缉古算经》经李淳风注释后立于学官。

梁述:《旧唐书》称:"先是,太史监候王思辩表称:《五曹》、《孙子》

① 见《新唐书》卷二十五志第十五历志。据百衲本《新唐书》第四册唐书历志十五,第1,第2页,并据《唐会要》卷四十二于武德九年下补:"九月"二字。又《唐会要》卷四十称:"善为所改,凡三十余条。"此与王孝通《上缉古表》所称"比年已来,奉敕校勘傅仁均术,凡驳正术错三十余道"文正合。按崔善为《旧唐书》卷一百一十九和《新唐书》卷九十一有传。参看《玉海》卷十。

② 见《唐会要》卷四十二,《丛书集成初编》本第750页,《旧唐书》卷三十二,和《新唐书》卷二十五。

③ 见《旧唐书》卷七十九,列传第二十九,傅仁均。据百衲本《旧唐书》第十八册,唐传二十九,第2页。

④ 见《缉古算经》,"上缉古表",第1及第2页,《算经十书》本。

十部算经，理多踳驳，(李)淳风复与国子监算学博士梁述、太学助教王真儒等受诏注《五曹》、《孙子》十部算经。书成，高宗令付国学行用。”又《新唐书》称：“(李淳风)奉诏与算博士梁述、助教王真儒等是正《五曹》、《孙子》等书，刊定注解，立于学官。”[①]

张元贞：天宝四载(公元 545 年)的石台孝经碑有：“算学博士臣张元贞”题名，见《金石萃编》卷八十七引[②]。

六、唐代算学制度

唐在长安城内务本坊设置国子监，内设六学，后增为七学。《唐六典》称：国子监“有六学焉：一曰国子，二曰太学，三曰四门，四曰律学，五曰书学，六曰算学。”[③]因以六科取士，一曰秀才，二曰明经，三曰进士，四曰明法，五曰明书，六曰明算。天宝九载(公元 750 年)以后六学增一广文，六科增一俊士，故《新唐书》称：“国子监……总国子、太学、广文、四门、律、书、算凡七学也。”[④]

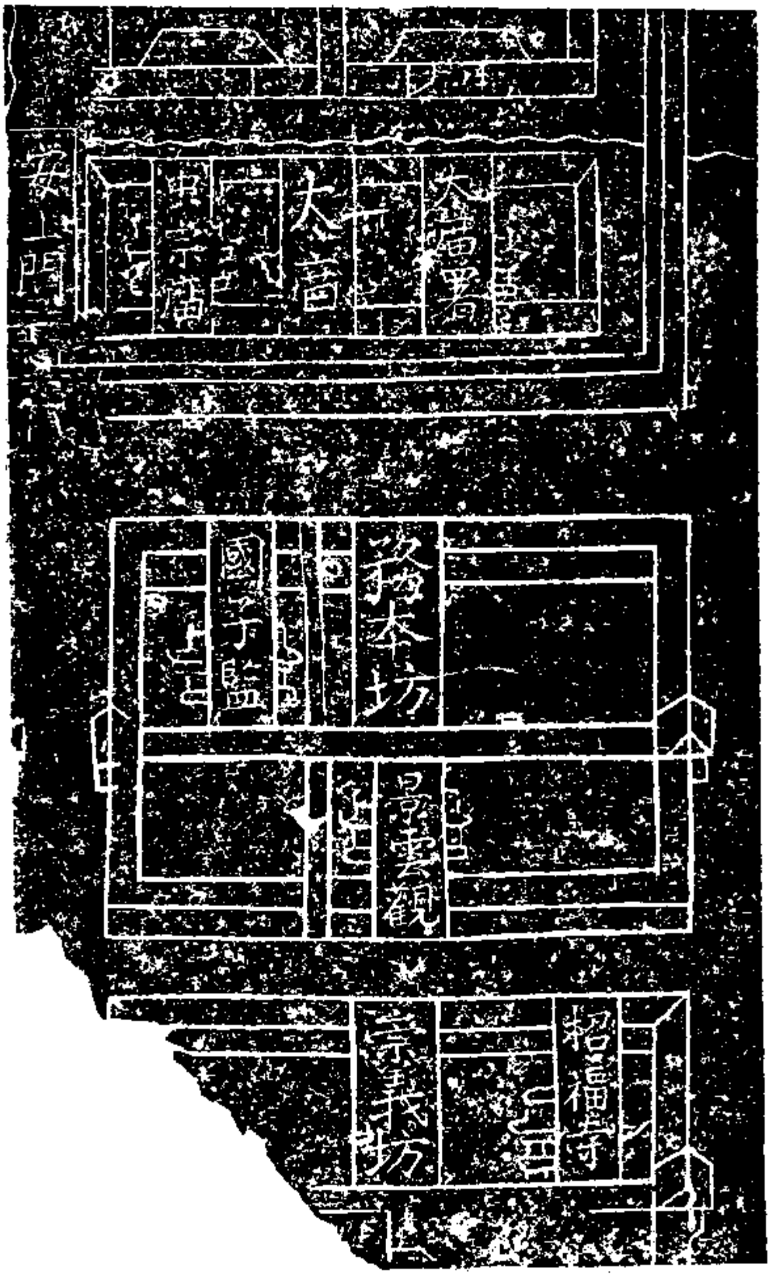
唐初以吏部掌天下官吏选授勋封考课之政令。部内设尚书一人，侍郎二人，其属有四：一曰吏部，二曰司封，三曰司勋，四曰考功，各设

① 见《旧唐书》卷七十九，和《新唐书》卷二百零四。

② 见清王昶《金石萃编》卷八十七，唐四十七，同治年刻本，该碑今藏长安碑林。有“算学博士臣张元贞”字样(见长安碑林藏：石台孝经碑)。

③ 见《唐六典》卷二十一，广雅书局本第 3 页。并参看清徐松《唐两京城坊考》，《丛书集成初编》本第一册，第 38 页。宋敏求《长安志》卷七(1076 年)称：“务本坊……领国子监、太学、四门、律、书、算六学。”

④ 《新唐书》卷四十八注称：“广文馆……天宝九载置。”《旧唐书》卷九载：“天宝九载秋七月己亥国子监置广文馆。”按“明书、明算”：《唐六典》卷二、卷四作“书、算”。《小学绀珠》引《唐六典》作“明书、明算”。《日知录》引《大唐新语》，《玉海》卷二百零四，唐《七学记》，和《新唐书・选举志》都作“明字，明算”。



"务本坊国子监"

（见陕西考古会影印：宋刻唐宫城图）

郎中一人至二人，员外郎一人至二人，主事二人至四人，考功有考功郎中一人，员外郎一人，主事三人，考功员外郎掌天下贡举之职。凡诸州每岁贡人，其类有六：一曰秀才，二曰明经，三曰进士，四曰明法，五曰书，六曰算，此旧制也①。按考功员外郎为从六品上职，用以掌理天下贡举之职，嫌其职微，故开元二十四年（公元 736 年）敕以为权轻，乃专令礼部侍郎一人知贡举之职。因礼部侍郎为正四品下，职位较高②。故《唐六典》又称："礼部尚书侍郎之职，掌天下礼仪、祠祭、燕飨、贡举之政令。……凡举试之制，每岁仲冬，率与计偕。其科有六：一曰秀才，二曰明经，三曰进士，四曰明法，五曰书，六曰算。"③

唐代国子监有祭酒一人，司业二人，丞一人，国子博士二人。其束脩之体督课试举，三馆博士之法，据《唐六典》则："国子祭酒司业之职，掌邦国儒学训导之政令。有六学焉：一曰国子（学），二曰太学，三曰四门，四曰律学，五曰书学，六曰算学。""丞掌判监事，凡六学生每岁有业成上于监者，以其业与司业祭酒试之……其明法、明书、算亦各试所习业，登第者白祭酒，上于尚书礼部，'其试法皆依考功，又加以口试'。""主簿掌印勾检监事。凡六学生有不率师教者，则举而免之，其频三年下第，九年在学，及律生六年无成者，亦如之（注略）。""国子

① 见《唐六典》卷二，广雅书局本，第二，第 16 页，和《旧唐书》卷四十三，职官志第二十三，职官二。

② 见《唐六典》卷二，广雅书局本，第 14 页。按《新唐书》卷四十四，志第三十四，选举志称："（开元）二十四年（三月十二日）考功员外李昂为举人（李权）诋诃，帝以员外郎望轻，遂移贡举于礼部，以侍郎主之，礼部选士自此始。"见百衲本《新唐书》第八册：《唐书·选举志》三十四第 4 页。括弧内月日人名系据《唐会要》卷五十八"考功员外郎"条补入。

③ 见《唐六典》卷四，广雅书局本，第 2 页。又《旧唐书》卷四十三，职官志，第二十三，职官二，即百衲本《旧唐书》第十三册唐志二十三，第 9 页引同。按《玉海》卷一百一十五引："率与计偕"作："率典计偕"。

博士掌教文武官三品以上及国公子孙，从二品已上，曾孙之为生者，……其生初入置束帛一篚，酒一壶，脩一案，号为束脩之礼。”[①]《唐六典》称："算学博士二人，学生三十人，典学二人。"《新唐书》称："算学博士二人，助教一人，学生三十人，典学二人。"[②] 助教掌佐博士，分经教授，凡生限年十四以上，十九以下[③]。其束脩之礼，其后略有损益。《唐摭言》称："龙朔二年（公元 662 年）九月敕学生在学，各以长幼为序，初入学皆行束脩之礼于师。……俊士及律、书、算学州县各绢一匹，皆有酒酺。"《唐会要》则称："神龙二年（公元 706 年）九月敕学生在学，各以长幼为序。初入学，皆行束脩之礼于师。国子、太学各绢三匹，四门学，绢二匹，俊士及律、书、算学州县各绢一匹，皆有酒酺。其束脩三分入博士，二分助教，以每年国子监所管学生，国子监试，州县学生，当州试。并选艺业优良者为试官，仍长官监试。其试者通计一年所受之业，口问大义十条，得八已上为上，得六已上为中，得五以上为下，及在学九年律生则六年。不贡举者，并解追。其从县向州者，年数下第，并须通计。服阕重仕者，不在计限，不得改业。"[④]《新唐书》称："凡六学束脩之礼，督课试举，皆如国子学。"[⑤]

---

① 见《唐六典》卷二十一，广雅书局本，第 3～5 页。又据《旧唐书》卷四十四，职官三，第二十四，补校括弧内"学"字一字，见百衲本《旧唐书》第十三册，唐志二十四，第 16 页。

又唐王仲邱，《大唐开元礼》卷五十四，"学生束脩"条作：束帛一篚'准令'，酒一壶'二㪷'，修一案'五脡'。"见《大唐开元礼》卷五十四，第 9，10 页，光绪丙戌（1886 年）公善堂刊本。

② 见《唐六典》卷二十一，广雅书局本，第 2 页，和《新唐书》卷四十八。

③ 见《新唐书》卷四十四和卷四十八。

④ 见《唐会要》卷三十五，《丛书集成初编》本，第 634 页，和《新唐书》卷四十四选举志。

⑤ 见《新唐书》四十八志第三十八百官志。

故算学束脩之礼，督课试举，亦如国子学。

算学以七年分科教授,《唐六典》卷二十一本文称:“算学博士掌教文武官八品以下,及庶人子之为生者,二分其经,以为之业。习《九章》、《海岛》、《孙子》、《五曹》、《张丘建》、《夏侯阳》、《周髀》、(《五经算》),十有五人;习《缀术》、《缉古》十有五人,其《记遗》、《三等数》亦兼习之。”① “《孙子》、《五曹》共限一年,业成。《九章》、《海岛》共三年,《张丘建》、《夏侯阳》各一年,《周髀》、《五经算》共一年。《缀术》四年,《缉古》三年。其束脩之礼,督课试举,如三馆博士之法。”② 旬给假一日。其考试亦主分科举行。《唐六典》卷四本文称:“凡明算试《九章》、《海岛》、《孙子》、《五曹》、《张丘建》、《夏侯阳》、《周髀》、《五经》、《缀术》、《缉古》,取明数造术,辨明数理者为通。”计《九章》三帖、《海岛》、《孙子》、《五曹》、《张丘建》、《夏侯阳》、《周髀》、《五经(算)》等七部各一帖,是为一组③,又一组则据《唐六典》卷二本文,卷四注文,和《通典》卷七十五“天宝元年”(公元 742 年)条下称:“试《缀术》六帖,《缉古》四帖。”而《唐六典》卷二注文和《新唐书·选举志》则作:“《缀术》七帖,《缉古》三帖。”疑后者是天宝元年以后制度④。凡算学考试录各经大义本条为问答,取明数造术,辨明术

① 此据《唐六典》卷二十一,广雅书局本,第 7 页本文。

《旧唐书》卷四十四职官三志第二十四作:“其《纪遗》、《三等》亦兼习之”,《三等》下遗一“数”字。《新唐书》卷四十八志第三十八百官志于《周髀》下有“《五经算》”三字,今补入。

② 此据广雅书局刻本《唐六典》卷二十一,第 7 页本文,广雅书局刻本《唐六典》作:“《缉古》一年。”今据宋孙逢吉《职官分纪》卷二十一“算学博士”条引《(唐)六典》,和《新唐书》卷四十四志第三十四选举志,和《文献通考》卷四十一学校二改正。

③ 此据《唐六典》卷四,广雅书局本,第 3 页。《新唐书》卷四十四志第三十四选举志,于《五经》下有一“算”字,今补入。

④ 见《唐六典》卷二,第 17 页本文。和卷四第 3 页注文,《新唐书》卷四十四志第三十四选举志。

理者为通。各经十通六,《记遗》、《三等数》帖读,十得九为第。其试法皆依考功,又加以口试[①]。《唐会要》曾称:"其试者通计一年所受之业,口问大义十条,得八已上为上,得六已上为中,得五已上为下。"[②] 试举之制,始由吏部掌之,开元二十四年(公元736年)后移于礼部。故《唐六典》称:"登第者白祭酒,上于礼部尚书。""诸及第人并录奏,仍关送吏部。书、算于从九品下叙排。"[③]

七、唐代算学输入日本

中国日本地域接近,日本钦明十五年(公元554年)以后,中算始经朝鲜,间接传入。是年百济易博士王道良,历博士王保孙,始以中国历法输入日本[④]。至隋乃直接通使。《书纪》:推古天皇十五年(公元607年)七月庚戌条载:"推古天皇十五年(公元607年)七月圣德太子,遣大礼小野妹子,与通事鞍作福利使隋。"普通以此为遣隋使之始。小野妹子等至隋,致其使命,在翌年三月。故《隋书·炀帝纪》称:"大业四年(推古天皇十六年,公元608年)三月壬戌,百济、倭、赤土、加罗国并遣使贡方物。"[⑤] 大宝二年(公元702年)日本立学校,授算术,所采《算经十书》,则为《孙子》、《五曹》、《九章》、

① 见《唐六典》卷二,第17页注文,卷四第3页本文,和卷二十一本文。并参看《新唐书》卷四十四志第三十四选举志。

② 见《唐会要》卷三十五,《丛书集成初编》本,第634页,《新唐书》卷四十四。

③ 见《唐六典》卷二十一,第4页本文,和卷二第70页注文。

④ 见日本远藤利贞遗著,《增修日本数学史》第6至第11页,大正七年(1918年),日本岩波书店出版。

三上义夫及史密司合著,英文本《日本算学史》第二章第二节。

⑤ 见木宫泰彦著,陈捷译,《中日交通史》上卷,第67～71页,1931年,商务印书馆出版。

《海岛》、《六章》、《缀术》、《三开》、《重差》、《周髀》、《九司》。并置天文博士、历博士，及天文历生各十人，算生三十人。大宝(701～703)，养老(707～713)间的《令义解》称："凡算经：《孙子》、《五曹》、《九章》、《海岛》、《六章》、《缀术》、《三开》、《重差》、《周髀》、《九司》各为一经，学生二分其经，以为之业。凡算学生，辩明术理，然后为通。试《九章》三条，《海岛》、《周髀》、《五曹》、《九司》、《孙子》、《三开》、《重差》各一条。试九全通为甲，通六为乙。若落《九章》，虽通六犹为不第。其试《缀术》、《六章》者，准前《缀术》六条，《六章》三条。若以《九章》与《缀术》，及《六章》与《海岛》等六经，愿受试者亦同，合听也。试九全通为甲，通六为乙。若落经者《六章》总不通者也，虽通六犹为不第。"[①]则全采唐代算学制度了。《续纪》：天平七年(公元735年)四月辛亥条称："日本留学僧吉备真备以《大衍历经》一卷、《大衍历立成》十二卷、测影铁尺一枚，铜律管一部等赍入日本。"所赍《大衍历经》与《大衍历立成》，和日本历法的改革，亦有密切关系，《大衍历》为真备留学中国时，唐开元十六年(公元728年)颁行的僧一行遗著最新历法。到淳仁天皇天平宝字七年(公元763年)八月废《仪凤历》，采用《大衍历》[②]。而日本留学僧宗叡的《书写请来法门等目录》，有：

"《都利聿斯经》一部五卷

《七曜禳灾决》一卷

《七曜二十八宿历》一卷

《七曜历日》一卷"

---

① 据泽田吾一，《日本数学史讲话》第22页引。

② 见木宫泰彦著，陈捷译，《中日交通史》第220～221页引：《续纪》，天平七年四月辛亥条，和《续纪》天平宝字七年八月戊子条。

时在天平十八年(公元646年)六月己亥①。

到宽平时代(889～897)藤原佐世奉敕撰《日本国见在书目》,就中记算法书籍,有下列各书:

"《九章》九卷,'刘徽注',《……》,'祖中注',《……》,'徐氏撰',《……术义》九,'祖中注',《……十一义》一。《九章图》一,《……乘除私记》九,《……妙言》七。《……私记》九。《九法笔术》一,《六章》六卷,'高氏撰',《……图》一,《六章私记》四。《九司》五卷,《……算术》一。《三开》三卷,《……图》一。《海岛》二,《……》一,'徐氏注',《……》二,'祖仲注',《……图》一。《缀术》六,《夏侯阳算经》三,《新集算例》一,《五经算》一,《张丘建》三,《元嘉算术》一。《孙子算经》三,《五曹算经》五,'甄鸾撰',《要用算例》一,《历例》一,《注疏》一,《历注》二,《婆罗门阴阳算历》一,《记遗》一,《五行算》二②。

后此《类聚符宣抄》第九康保四年(公元967年)算道状,于读书条,尚记及《九章》、《海岛》、《周髀》、《五曹》、《九司》、《孙子》、《三开》各算书③,天禄九年(公元970年)源为宪序《口游》一书,录及九九,始九九,终一一,一如《孙子》所记。观上所述,可知和算初期,深受隋唐的影响。

八、唐代七曜历日

五星行度是吾国旧儒所深知,而七曜名义,则于吴黄龙二年

① 见《中日交通史》,第229～230页引:《续纪》此条。

② 见《日本国见在书目》,《古逸丛书》之十九本,第33页。

③ 据泽田吾一《日本数学史讲话》引。

(公元 230 年)始因传译佛经,而联带输入,其后续有研治之者。陈自永定(公元 557 年)迄祯明(公元 588 年)并行《七曜历》,隋唐因之。唐且以天竺僧人瞿昙氏等入监司历,唐不空和尚译《宿曜经》(公元 759 年)举及七曜的胡名、波斯名和天竺名。就中胡名,则今敦煌所存历书,尚有异译,以摩尼教徒以日曜为蜜日持斋,故所有历书,尚十九记及蜜日。波斯名则与明清流传《回回历》所举名义相同。天竺名则在前义净所译《佛说大孔雀咒王经》(公元 705 年)已经译出。因是时西方天竺、回回和边境敦煌都用《七曜历》了。唐代亦参用此项历法,虽曾一度禁止,可是已流传到了日本。且民间小历尚经沿用,如唐建中(约公元 780 年)术者曹士芳,和仕蜀的唐司天少监胡秀林都通此法。因为这是唐代重要史事,现在分段说述。

汉代天文专书仅存的,有汉高祖孙淮南王刘安的《淮南子·天文训》和《史记·天官书》二种。《淮南子》列举二十八宿,都以岁星、荧惑、镇星、太白、辰星为五星,其后前后《汉书·律历志》亦有记录。《淮南子》和《史记》尚记到五星周天的数。所谓周天的数,谓环行一周之数。吴竺律炎与大月氏优婆塞支谦同译《摩登伽经》(公元 230 年)与后出的《五星行藏历》、《五星傍通秘诀》,都说到五星周天的数,可和《淮南子》、《史记》及近世观察,参互较论[①]。

《摩登伽经》不仅说到五星周天的数,且举七曜名义,自后汉到晋,《摩登伽经》同本异出的,计有五种:

(一)《摩邓女经》一卷　后汉安息沙门安世高译,

(二)《舍头谏经》一卷　后汉安息沙门安世高译,

(三)《摩登伽经》三卷或二卷　吴沙门竺律炎共大月氏优婆塞

---

① 参看李俨"印度历算与中国历算之关系",《学艺杂志》,第十二卷,第九号,第十号,1934 年,11 月,12 月(＊见本书第十卷。——编者)。

支谦译，

(四)《舍头谏经》一卷(一名《太子二十八宿经》) 晋月氏沙门竺法护(昙摩罗察 Dharmaraksa)译，

(五)《摩邓女解形中六事经》一卷 失译人名，今附《东晋录》①。

就中《摩邓女经》为节译本，未记七曜。《舍头谏经》现已亡失，无由考证。但梁慧皎《高僧传》卷一称："安世高七曜五行……无不综达。"梁释僧祐《出三藏记集传》上卷第十三称："安清字世高……七曜五行之象，……悉穷其变。"则安世高亦通达七曜了。其他四种同本异出的，以竺律炎共支谦译本为较详。据唐智升《开元释教录》(公元730年)卷二，称竺律炎以吴孙权黄龙二年庚戌(公元230年)于杨都(武昌)译《摩登伽》等经四部，现检吴译《摩登伽经》卷上，末称：

> 今当为汝复说一曜：日、月、荧惑、岁星、镇星、太白、辰星，是名为七，罗睺、彗星，通则为九。

又《摩登伽经》卷下，末称：

> 日、月、荧惑、辰星、岁星、太白、镇星，是为七曜，
> 其岁星者十二岁始一周天，
> 其镇星者于二十八岁乃一周天，
> 太白岁半始一周天，
> 荧惑二岁始一周天，
> 辰星一岁乃一周天，

① 据梁法经《众经目录》(公元594年)卷三，唐翻经沙门及学士等《众经目录》卷二；《大唐内典录》(公元664年)卷一，卷二，卷七；《大周刊定众经目录》卷八，《古今译经图记》卷一，卷二；和《开元释教录》(公元730年)卷一，卷二，卷三，卷十五。频伽精舍校刊《大藏经》本。

凡岁三百六十五日，日一周天，

月三十日乃一周天，

此是七曜周天数法。

又高齐天竺三藏那连提那舍译《大方等大集经》卷第五十六月藏分第十二星宿摄受品第十八又称：

所言曜者，有于七种：一者日，二者月，三者荧惑，四者岁星，五者镇星，六者辰星，七者太白星。

是七曜名义，至迟于黄龙二年(公元230年)已输入中国了；自七曜名义输入之后，七曜术普行于中国。晋袁山松注《后汉书·律历志》至称："刘洪……作七曜术。"《晋书·天文志》有"七曜"一目，陈自永定(公元557年)迄祯明(公元588年)都用《七曜历》，隋唐因之。《玉海》卷九且专举"陈七曜历"一目，《隋书·经籍志》天文类又有《摩登伽经说星图》一卷，则当时于《摩登伽经》之外，尚有星图行世，用以说明七曜等星座了。

齐魏之际，《七曜历》也有修正。《魏书》卷八十四：

以世行《赵匪历》(《魏书·律历志》作赵畋，按赵畋有《七曜历数算经》一卷)节气后辰下算，延昌中(513～515)(李)业兴乃为《戊子元历》(按李业兴有《七曜历疏》一卷、《七曜义疏》一卷)上之。于时屯骑校尉张洪、荡寇将军张龙祥(李业兴、卢道虔、卫洪显、胡荣、樊仲遵、张僧豫，并雍州沙门统道融)等九家，各献新历。世宗诏令共为一历，洪等后遂共推业兴为主，成《戊子历》，正光三年奏行之①。

这是一事。复次则唐建中时(780～783)《符天历》也采用天竺《七曜

① 见《魏书》卷八十四《列传·儒林》第七十二……李业兴，并参看《魏书》卷一百零七志第八律历三上。

历》。《新五代史》卷五十八，司天考称：

唐建中时，术者曹士芳始变古法，以显庆五年为上元，雨水为岁首，号《符天历》。然世谓之小历，只行于民间，……民间又有《万分历》。

《玉海》卷十称：

(唐)《符天历》：

《崇文目》：《七曜符天历》一卷，《符天人元历》三卷，《符天九曜立成法》二卷，《符天行宫》一卷。《晁氏志》：《合元万分历》一卷，唐曹氏撰，历元起显庆五年庚申，盖民间所行小历也。本天竺历为法。

郑樵《通志》和明焦竑《国史经籍志》都记《曹公小历》一卷，唐曹士芳撰，李思议重注，本天竺旧法。

日本留学僧宗叡于天平十八年(公元746年)六月由中国赍一批图书回日本，事见日本《续纪》天平十八年条，而宗叡《书写请来法门等目录》，有：

《七曜禳灾决》一卷，

《七曜二十八宿历》一卷，

《七曜历日》一卷。

时中原正参用《七曜历法》。故唐代作家，时以“七曜”二字代表天文历算。如《梁书》称庾曼倩疏注《七曜历术》。《北史》和《隋书》称：“刘焯参议《七曜历书》。”《北史》、《魏书》称：“殷绍……达《九章》、《七曜》。”《南史》称：“顾越……《九章》、《七曜》咸尽精微。”①

唐北天竺国三藏不空(阿目佉跋折罗，Amoghavajra)以乾元

① 见唐姚思廉《梁书》卷五。《北史》卷八十二，和《隋书》卷七十五，又《北史》卷八十九，和《魏书》卷九十一。《玉海》卷四十四引《南史》。

二年(公元759年)译《文殊师利菩萨及诸仙所说吉凶时日善恶宿曜经》二卷,亦简称《宿曜经》,其卷下"宿曜历经七曜直日历品第八"称:

> 夫七曜者,所谓日月五星,下直人间,一日一易,七日周而复始,其所用各各于事有宜有不宜者,请详细用之,忽不记得,但当问胡及波斯并五天竺人总知。尼乾子[①]末摩尼,常以密日持斋,亦事此日为大日,此等事持不忘,吾今列诸国人呼七曜,如后:
>
> 日曜,太阳:胡名蜜(Mir),波斯名曜森勿(Yeh Sumbad),天竺名阿儞'泥以反'底耶'二合'(Āditya)
>
> 月曜,太阴:胡名莫(Māq),波斯名娄祸森勿(Douh Sumbad),天竺名苏'上'摩(Sōma)
>
> 火曜,荧惑:胡名云汉(Wnqan),波斯名势森勿(Sch Sumbad),天竺名粪'盎声'哦囉迦盎(Amgāraka)
>
> 水曜,辰星:胡名咥'丁逸反'(Tir),波斯名掣森勿(Chehar Sumbad),天竺名部'引'陀(Budha)
>
> 木曜,岁星:胡名鹘勿斯(Wrmzt),波斯名本森勿(Penj Sumbad),天竺名勿哩诃娑跋底'丁以反'(Vṛhaspati)
>
> 金曜,太白:胡名那歇(Nāqit),波斯名数森勿(Shesh Sumbad),天竺名戍羯罗(Śukra)
>
> 土曜,镇星:胡名枳浣(Kewat),波斯名翕森勿(Haft

① 影印《宋碛砂藏经》本《一切经音义》称:"尼乾子'应言泥犍连他",此云不系其外道,拔发露形,无所贮畜,以手乞食,随得即噉者也。"

Sumbad)，天竺名赊乃以室折啰(Sanaiscara)[①]。

现敦煌千佛洞所出若干写本历日，就中同光四年(公元926年)历，显德六年(公元959年)历，雍熙三年(公元986年)历，淳化四年(公元993年)历，其置闰，及每月甲子、大建、小建，并与五代历，及宋历互异，而日曜日均著一"蜜"字[②]。此敦煌历实为今日仅

---

① 见《影印宋碛砂藏经》，第五百六十七册：《文殊师利菩萨及诸仙所说吉凶时日善恶宿曜经》第52页。按：

(一)七曜胡名：密(日)，莫(月)，云汉(火)，咥(水)，鹘勿斯(木)，那歇(金)，枳浣(土)。之见于敦煌雍熙三年历书，和《七曜吉凶避忌条项》的，作：蜜(日)，蜜(月)，云汉(火)，嘀(水)，温没斯(木)，那颉(金)，鸡缓(土)；及蜜(日)，莫(月)，云汉(火)，嘀(水)，郁没斯(木)，鄯頡(金)，鸡换(土)。见刘复《敦煌掇琐》八九(三四〇三)，"雍熙三年历书"和同书九二(三〇八一)，"《七曜吉凶避忌条项》(残)。

(二)七曜波斯名：曜森勿(日)，娄祸森勿(月)，势森勿(火)，掣森勿(水)，本森勿(木)，数森勿(金)，翕森勿(土)。见于明贝琳《七政推步》和清薛凤祚校《监本回回历》的，作：也闪别(日)，都闪别(月)，写闪别(火)，察儿闪别(水)，盘闪别(木)，阿的那(金)，(阙)闪别(土)；及也闪别(日)，都闪别(月)，写闪别(火)，察儿闪别(水)，盘闪别(木)，阿的那(金)，闪别(土)。见贝琳《七政推步》、《四库全书珍本》本、薛凤祚校《监本回回历》、《历学会通》本。

(三)七曜天竺名：阿儞底耶(日)，苏'上'摩(月)，粪'盎声'哦啰迦盎(火)，部'引'陀(水)，勿哩诃娑跋底(木)，戍羯罗(金)，赊乃以室折啰(土)。之见于义净译《佛说大孔雀咒王经》(公元705年)卷下的，作阿侄底(日)，苏摩(月)，鸯伽迦(火)，部陀(水)，苾栗诃，飒沐底(木)，东羯罗(金)，珊尼折椤(土)，都是同名异译。

② 见王重民"敦煌本历日之研究"，《东方杂志》第三十四卷，第九号第13～20页，公元1937年5月。此文曾举下列四历日，与五代历和宋历校其异同：

(一)大唐同光四年(公元926年)具注历(Pelliot 2347)，巴黎藏，见敦煌《掇琐》八八。

(二)显德六年己未岁(公元959年)具注历并序(Pelliot 2623)，巴黎藏。

(三)雍熙三年丙戌岁(公元986年)具注历日并序(Pelliot 3403)，巴黎藏，并见《敦煌掇琐》八九。

(四)淳化四年癸巳岁(公元993年)具注历日(Pelliot 4507)，巴黎藏。

存的《七曜历》了。《太平广记》引孙光宪《北梦琐言》载伪蜀后主王衍时司天监胡秀林进历，移闰在丙戌年（公元 926 年）正月，按丙戌（公元 926 年）即同光四年，敦煌大同四年具注历（Pelliot 3247）正闰正月[①]，则胡秀林亦用《七曜历》了。

唐和五代禁私家不得习天文和《七曜历》，唐永徽四年（公元 653 年）长孙无忌《唐律疏议》第九卷“玄象器物”条称：

> 诸玄象器物、天文图书、谶书兵书、《七曜历》、太一雷公式，私家不得有，违者徒二年，私习天文者亦同。其纬候及论语谶不在禁限[②]。

《全唐文》内常衮（729～783）禁藏天文图谶制，和周太祖禁习天文图纬诸书敕（公元 953 年）[③]，以及唐大历二年诏（公元 767 年）[④]，都禁习《七曜历》，实际上《七曜历》在唐代实已普及民间了。

九、唐代瞿昙氏历

唐广德二年（公元 764 年）杨景风注《文殊师利菩萨及诸仙所说吉凶时日善恶宿曜经》卷上第三称：

> 景风曰：凡欲知五星所在者₁
> 天竺历术，推知何宿，具知也₂

① 见王重民《敦煌本历日之研究》。

② 见《故唐律疏义》，《万有文库》本第二册，第 82 页。

③ 见王重民《敦煌本历日之研究》引：《全唐文》卷四百一十，卷一百二十四，和《五代会要》卷十一。又宋《刑统》卷九（1918 年校刻天一阁钞本）引周庆顺三年（公元 953 年）云云。

④ 《旧唐书》卷十一本纪第十一代宗：“大历二年（公元 767 年）正月癸酉诏……其玄象器局、天文图书、《七曜历》、太一雷公式等私家不合辄有。”据百衲本《旧唐书》第三册唐纪十一第 11～12 页。

今有迦叶氏，瞿昙氏，拘摩罗等三家天竺历$_{3}$

并掌在太史阁，然今之用，多瞿昙氏历，与本$_{4}$

术相参$_{5}$

供奉耳$_{6}$[①]

唐德宗时杨景风在司天监治新历，于当时天竺历流行中国情形，知道较详。据《新唐书》卷二十九历志略称：德宗时诏司天徐承嗣与夏官正杨景风等杂《麟德大衍》之旨，治新历。建中四年(公元 783 年)历成，名曰《建中正元历》。以兴元元年(公元 784 年)颁行，迄元和元年(公元 806 年)。《旧唐书》于《麟德甲子元历》中提及迦叶孝威等天竺法，又于《开元大衍历经》中提及天竺僧俱摩罗所传断日蚀法。杨景风注《宿曜经》又称：“瞿昙氏以历年者牛宿吉祥，女图术是也。”也因当时尚参用瞿昙氏历，故引用之耳。

迦叶孝威：《旧唐书》卷三十三，李淳风《麟德甲子元历》(公元 665 年)内“求日月蚀亏初及复末时刻术”称：“迦叶孝威等天竺法，先依日月行迟疾度，以推入交远近，…… 此等与中国法数稍殊，自外梗概相似也。”[②]

俱摩罗：即杨景风所称的拘摩罗。《旧唐书》卷三十四《开元大衍历经》求日月蚀“亏初复末”注称：“按天竺僧俱摩罗所传断日蚀法……理多烦碎略陈梗概，不复具详者。”[③]

---

① 见《影印宋碛砂藏经》，第五百六十七册：《文殊师利菩萨及诸仙所说吉凶时日善恶宿曜经》第 43 页，其第 4 行末“本”字则据频伽精舍校刊《大藏经》本校出。

② 见《旧唐书》卷三十三志第十三历二，据百衲本《旧唐书》第九册唐志十三，第 17，18 页。

③ 见《旧唐书》卷三十四志第十四历三，据百衲本《旧唐书》第九册唐志十四，第 20 页。

《旧唐书》、《新唐书》都盛称瞿昙监,《金石萃编》卷八十八唐四十八"潘智昭墓志铭"称:

(潘)尤功书算……晓阴阳义,通挈壶术,事瞿昙监,……天宝七载(公元748年)七月五日景时。

计是时服务浑天监、浑仪监,或太史监者,有瞿昙罗、瞿昙悉达、瞿昙譔、瞿昙谦、瞿昙晏诸人,所谓瞿昙监,谓瞿昙氏所主的浑天监、浑仪监,或太史监。

瞿昙罗:在唐官太史局、浑天监、浑仪监、太史监太史令凡三十余年,曾于麟德二年(公元665年)上《经纬历》九卷,神功二年(公元698年)上《光宅历》,南宫说曾传其术。

按《新唐书》卷二十六历志称:"高宗时(650~683)《戊寅历》益疏,(李)淳风作《甲子元历》以献,诏太史起麟德二年(公元665年)颁用,谓之《麟德历》,……当时以为密,与太史令瞿昙罗所上《经纬历》参行,……神功二年(即圣历元年,公元698年)……命(太史)瞿昙罗作《光宅历》,将用之,三年(公元699年)罢作《光宅历》,复行夏时,终开元十六年(公元728年)。"[①]《唐会要》卷四十二称:"太史瞿昙罗上《经纬历法》九卷,诏令与《麟德历》相参行。"《玉海》卷十称:"神功二年(公元698年)改《元圣历》,命瞿昙罗作《光宅历》,三年(公元699年)罢,复行夏历时,终开元十六年(公元728年)。"而《旧唐书·律历志》则称:"天后时(太史)瞿昙罗造《光宅历》。"[②]

瞿昙罗亦作瞿昙䍵,当同属一人,以其同作《光宅历》。《玉海》卷十称:"唐二百九十余年间,若瞿昙䍵之作《光宅》,南宫说之作

① 此据《新唐书》卷二十六志第十六历志,见百衲本《新唐书》第四册唐书历志第十六,第1页,并据《旧唐书》卷三十三,补(太史)二字,见百衲本《旧唐书》第9册,唐志十三,第24页。

② 此据《旧唐书》卷三十二志第十二历一,并据《旧唐书》卷三十三,补(太史)二字。

《乙巳》,《至德》创于韩颖,九执译于悉达,而弗齿诸八历之数。”

瞿昙罗所作《光宅历》,曾由南宫说作草,《新唐书·艺文志》有:南宫说《光宅历草》十卷。《旧唐书·经籍志》有:《大唐光宅历草》十卷,当即南宫说所作。开元二十一年(公元 733 年)南宫说任太子右司御率,以非议《大衍历》得罪云。

《新唐书》卷四十七百官志称:“司天台,监一人,正三品,少监二人,正四品,……开元二年(公元 714 年)复曰太史监,改令为监。”故麟德二年(公元 665 年)尚称太史令瞿昙罗。又按百官志,司天台仅有太史令一人,则瞿昙罗实为之长,自麟德二年(公元 665 年)至神功二年(公元 698 年)服官凡三十余年。

瞿昙悉达:《开元占经》卷一称:“唐景云三年(公元 712 年)诏银青光禄大夫,行太史令瞿昙悉达;正议大夫,行太史令李仙宗;试太史令殷知易等,修浑仪,先天二年(公元 713 年)仪成。”按开元二年(公元 714 年)始改令为监,故先天二年(公元 713 年)尚称太史令瞿昙悉达。今本瞿昙悉达《开元占经》有《天竺九执历经》,其“算字法样”条谓:

> 一字,二字,三字,四字,五字,六字,七字,八字,九字
>
> □ □ □ □ □ □ □ □ □
>
> 右天竺算法,用上件九个字乘除,其字皆一举札而成,九数至十,进入前位,每空位处,恒安一点,有间咸记,无由辄错,连算便眼。

等语,足证当时印度笔算,已随《九执历》联带输入了。但此项算法,不为时人所乐用。《新唐书》卷二十八下历志和《玉海》卷十都称:“《九执历》者出于西域,开元六年(公元 718 年)诏太史监瞿昙悉达译之,……其算皆以字书,不用筹策,其术繁碎,或幸而中,不可以为法,名数诡异,初莫之辩也,陈玄景等持以惑当时,谓一行写其术

末尽，妄矣。先是每年《大衍》与《麟德》、《九执》同进，以用术不同也。”按开元二年（公元714年）已改令为监，故开元六年称太史监瞿昙悉达译《九执历》，又因“每年《大衍》与《麟德》、《九执》同进”，故杨景风称：“瞿昙氏历，与本术相参供奉。”

《大唐开元占经》卷一百零四于《天竺九执历经》称：“臣等谨按《九执历法》，梵天所造，五通仙人，承习传授。”亦明言其出自西域了。《九执历》所传九曜，是合日、月、五星，和假定的龙首（R āhu）、龙尾（Ketu）二星而成。后面二星，即吴译《摩登伽经》（公元230年）的罗睺，彗星；义净译《佛说大孔雀咒王经》（公元705年）的揭逻虎，鸡睹；《续一切经音义》的罗睺、计都；都是梵语。《大日经疏》[①]四称：“九执者梵音钅乇栗何（Neva Gr āha），是执持义。”天竺以此九星为“九种执持天神名号”，“此九执持天神有大威力”[②]，司人间容厄[③]。罗睺和计都即黄白道的升交点和降交点。

《开元占经》：据《新唐书·艺文志》作：“《大唐开元占经》一百一十卷，瞿昙悉达集。”《宋史·艺文志》作瞿昙悉达《开元占经》四卷，《玉海》卷三引《唐艺文志》亦作一百一十卷，又注称：“《国史志》：四卷，《崇文目》三卷。”现行本作一百二十卷。内“推月间量命”曾介绍三角函数表。

---

① 《大日经》本名大毗卢遮那《成佛神加持经》。《大日经疏》，唐善无畏三藏为玄宗皇帝讲说本经，一行阿阇梨记之，日本现存二种：

（一）日本弘法携回者，二十卷，称：《大日经疏》。

（二）日本慈觉携回者，十四卷，称：《大日经义释》。

② 此二语分见，义净译（公元705年）《佛说大孔雀咒王经》卷下，和不空译《佛母大孔雀明王经》卷下。

③ 巴黎藏《推九曜行年容厄法》（Pelliot 3779）亦以日、月、五星及罗睺、计都为九曜于每星所直日，备载容厄，与《敦煌掇琐》九二（三〇八一）《七曜吉凶避忌条项》（残本）体例相类。

瞿昙课：《新唐书》卷二十七上历志称："开元九年（公元 721 年）《麟德历》署日蚀比不效，诏僧一行作新历，推大衍数立术以应之，较经史所书气朔日名宿度，可考者皆合，十五年（公元 727 年）草成，而一行卒（683～727），诏特进张说与历官陈玄景等次为《历术》七篇，《略例》一篇，《历议》十篇，玄宗顾访者则称制旨，明年（公元 728 年）（八月己巳，十五日）说表上之。"[①] "起十七年（公元 729 年）颁于有司，时善算瞿昙譔者[②]，怨不得预改历事。二十一年（公元 733 年）与（陈）玄景奏：大衍写《九执历》，其术未尽，太子右司御率南宫说亦非之，诏侍御史李麟，太史令桓执圭，较灵台候薄，《大衍》十得七八，《麟德》才三四，《九执》一二焉，乃罪（南宫）说等。"[③] 据《旧唐书·天文志》，瞿昙课于宝应元年（公元 762 年）尚官司天少监[④]。

瞿昙谦：《旧唐书·经籍志》，有：《大唐甲子元辰历》一卷，瞿昙课；《新唐书·艺文志》有：瞿昙谦《大唐甲子元辰历》一卷[⑤]；而《玉海》卷十和《通志》都引作《大唐甲子元辰历》一卷，瞿昙谦；《玉海》

---

① 此据《新唐书》卷二十七上，志第十七上，历志，并参看：《玉海》卷十"唐古今历书"条，引《会要》，和《四部丛刊》本《唐文粹》卷九十四，内："张说大衍历序"和《旧唐书》卷八，本纪八。

② 《玉海》卷十引此文注称："一作谦，宗正丞。"

③ 此据《新唐书》卷二十七上志第十七上历志，见百衲本《新唐书》第五册，唐书，历志十七上，第 1 页。

④ 见《旧唐书》卷三十六志第十六天文下，据百衲本《旧唐书》第十册唐志十六，第 15 页，并参看《唐会要》卷四十四"太史局"条，《丛书集成初编》本第八册，第 796 页。

⑤ 见《旧唐书》卷四十七《经籍志》第二十七经籍下，据百衲本《旧唐书》第十四册，唐志二十七，第 6 页。

《新唐书》卷五十九艺文志第四十九，据百衲本《新唐书》第十册，唐书艺文志四十九，第 14 页。

卷十又于‘善算瞿昙课’下注称：“一作谦，宗正丞。”则二者当同属一人。

瞿昙晏：《通志·氏族略》五称：“瞿昙譔有子瞿昙晏，任冬官正。”又《唐会要》卷四十四称：“至宝应元年（公元762年）六月九日司天少监瞿昙（譔）奏”云云，则瞿昙氏是时尚服官司天台，故杨景风于广德二年（公元764年）注《宿曜经》称：“然今之用，多瞿昙氏历，与本术相参供奉耳。”

十、唐代大写数字

旧以壹、贰、叁、肆、伍、陆、柒、捌、玖、拾、佰、阡，为一至千的商业用字，是始于宋，实则隋唐已有。清叶名澧《桥西杂记》称：“考石刻隋龙藏寺碑劝奖州内士庶壹万人等，唐开元寺贞和尚塔铭，书开元贰拾陆年，又云元和拾伍年壹月尉迟恭碑粟米壹仟伍佰石，盖不自宋始。”因唐代以工商业的发展[①]，小写数字，笔画简单，故多改由大写，其例甚多，现略举于后：

武德八年（公元625年）：《金石萃编》卷七十四：武德八年“少林寺柏谷坞庄碑”有“赐地肆拾顷”字样。

贞观十四年（公元640年）：开封图书馆藏“前梁开府漳川郡太守山阴县开国侯孟府君墓志”作：“唐贞观拾肆年岁次庚子拾壹月玖日。”[②]

长安四年（公元704年）：《金石苑》第二卷：“唐合州庆林观铜

① 关于唐代工商的发展情形，参看：

陶希圣、鞠清远著《唐代经济史》第五章，1936年4月，商务印书馆出版。

② 开封图书馆又藏第二七九号和第二八〇号大周墓志两种，都用大写数字。

钟‘长安四年十月’”载

“维大周长安肆季岁次甲辰拾1

匝癸丑朔贰(乙)甲寅合州庆林2

观观主蒲真应等奉为3

圣神皇帝陛下敬造洪钟一4

口重肆佰斤普及法界苍生并5

同斯福6

朝议郎行合州司马高德表7”

其见于敦煌,经伯希和(Paul Pelliot)发现的,有:

天宝四载(公元 745 年):《敦煌掇琐》六八(3348)载:“天宝四载官中卖出匹帛并买进军粮帐目(残卷)”,并用大写字[①]。天宝六载(公元 747 年):巴黎国立图书馆藏:“敦煌郡敦煌县龙勒乡,都乡里天宝六载籍”(Pelliot 3354),所有各人年岁及田亩数都用大写字[②]。

天宝九载(公元 750 年):《敦煌掇琐》六七(2803),“天宝九载八月二十八日敦煌县郡仓粮数出入状(全)”,及六八(2803),“天宝九载敦煌县各乡应纳种子粟数状”,都用大写数字。

其见于新疆甘肃经司坦因(A. Steine)发现的,有:

建中三年(公元 782 年):“健儿马令痣举钱契”有“举钱壹仟文”。

大历十七年,即建中三年(公元 782 年):“行官霍昕悦便粟契”有“便粟壹拾柒”。

---

① 见刘复《敦煌掇琐》,1925 年刻本。

② 见玉井是博著,万斯年译,“敦煌户籍残简考”,前《国立北京图书馆馆刊》八卷三号,1935 年 5、6 月。

建中八年，即贞元三年(公元787年)："苏嘉依夫妇负钱券"有"钱壹拾伍仟"。

"大历妇女许十四举钱契"有"典钱五陌"，各契，也用大写数字[①]。

其后会昌元年(公元841年)：黄本骥《隋唐石刻拾遗》卷下[②]引："重修大像寺记'行书'"，题："会昌元年伍月拾日记"，所举地亩数也用大写数字。

大中五年(公元851年)：《金石萃编》内唐柳公权书唐大中五年(公元851年)"敕内庄宅使牒"用大写数字[③]。

大中九年(公元855年)：唐大中九年(公元855年)日人圆珍所领过所二纸，其中各人年岁，如："福寿寺僧圆珍年肆拾壹，行者丁满年伍拾"，都用大写数字[④]。

咸通十四年(公元873年)：《金石苑》第二卷，咸通十四年："唐千佛崖李讽造象"有"舍钱伍拾仟"字样；而《敦煌掇琐》二二(3168)无年月之"女人百岁篇"，从壹拾至百年并用大写数字，其后五代残唐到了宋元，都沿此习。

广东韶州南华寺有一南汉大宝七年(公元964年)铜钟，铭文如下：

大汉皇帝维大宝七年岁次₁

---

① 见宣统辛亥(1911年)孙毓修"唐写本公牍契约考"，《东方杂志》第八卷第二号，第16～20页。

② 见清黄本骥《隋唐石刻拾遗》，第11～15页，《聚学轩丛书》第四集本。

③ 见《金石萃编》卷一百一十四，同治年刻本。
陶希圣、鞠清远著《唐代经济史》第47页，曾引此牒。

④ 见张鹏一著《唐代日人来往长安考》第44～47页内：二十一，宣宗朝之二，"僧圆珍之来往"，见《唐代日人来往长安考》，1937年3月，西安出版。

甲子正月一日戊寅，铸造洪$_2$

钟一口，重铜壹阡贰伯陆$_3$

拾斤于长寿寺，永充供奉$_4$

《宋碛砂藏经》跋尾，亦多用大写数字，并具别体，如下：

一，	二，	三，	四，	五，	……	九，	十，	百，	千，
壹，	貳弍，	叁叁，	肆，	伍，	……	玖，	拾，	伯，	阡。①

① 见影印《宋碛砂藏经》各册跋尾。

伊斯兰教和中国历算的关系*

目　次

一、唐代伊斯兰教输入中国

伊斯兰教输入中国，一说在隋朝开皇年间，如《天文至圣实录年谱》称：

> 相传隋开皇六年（公元 586 年），教主遣挽个士，来中国传教。

《明史》卷三百三十二称：

> 隋开皇中其国撒哈八，撒阿的，干葛思始传其教入中国，迄元世其遍于四方，皆守教不替，国中城池宫室市肆田园，大类中土，有阴阳星历，医药音乐诸技。

《皇明世法宝》卷八十一和唐天宝元年长安清真寺碑都称：隋

* 本文原载《回教论坛》第 5 卷（1941 年）第 3 期第 3～10 页，第 4 期第 4～11 页，1955 年收入《中算史论丛》第五集第 57～75 页。

开皇中其教始传入中国。济阳丁药园《天方圣教序》称：

隋文帝慕其风，遣使至大西天，求其经典，开皇七年(公元587年)圣命其臣塞尔帝，斡歌士等，赍奉天经三十册传入中国，由南海达广东，首建怀圣寺，遂遍于天下。

可是开皇中伊斯兰教还未创立，输入之说，自属无稽。至长安清真寺碑不独年代错误，识者已议其伪[①]，就是此碑花边图案，已一望而知是明代的作品。又一说谓在唐代武德年间(约公元620年)，如《至圣实录》补遗篇所记。又一说谓在唐代永徽年间(约公元650年)，如近人陈垣的"回回教入中国史略"所考。最后一说谓在唐代贞观年间(约公元630年)，如《西来宗谱》谓在贞观三年(公元629年)，《天方正学》谓在贞观六年(公元632年)。就中最后唐代贞观年间输入之说，比较可信，因其时伊斯兰教已经成立，而中国和阿拉伯亦在这时开始交通。

伊斯兰教虽于贞观年间输入中国，可是和中国历算还没有直接关系，而波斯的七曜名称，是由印度间接输入。唐不空和尚于乾元二年(公元759年)译《文殊师利菩萨及诸仙所说吉凶时日善恶宿曜经》，称：

日曜	波斯名为:曜森勿	Yeh sumbad
月曜	波斯名为:娄祸森勿	Douh sumbad
火曜	波斯名为:势森勿	Sch sumbad
水曜	波斯名为:掣森勿	Chehar sumbad
木曜	波斯名为:本森勿	Penj sumbad

① 见不鲁哈尔"伊斯兰教在中国"：Broomhall，*Islam in China*。
陈垣，"回回教入中国史略"，《东方杂志》二十五卷一号；《北大国学月刊》一卷六号。

金曜　波斯名为:数森勿　Shesh sumbad

土曜　波斯名为:翕森勿　Haft sumbad

而曜(Yeh)、娄祸(Douh)、势(Sch)、掣(Chehar)、本(Penj)、数(Shesh)、翕(Haft),波斯文义为一,二,三,四,五,六,七。所以《明史》卷三十七历七回回历法一"七曜数"条称:"日一,月二,火三,水四,木五,金六,土七。"此七曜数,明译贝琳《七政推步》译之为:"七闪别(日曜),都闪别(月曜),写闪别(火曜),察儿闪别(水曜),盘闪别(木曜),阿的那(a di nah)(金曜),(阙)闪别(Shan bah)(土曜)"[①]。

二、土盘算法

印度、阿拉伯、波斯诸国都用土盘算法。其法以沙代纸,用沙土散在地面或盘上,以竹签或铁签书写。这法始为印度算家所用,流传到阿拉伯,更为伊斯兰教徒所采用,因而世守其法。回历法传入中国之时,土盘算法亦连带输入。

明黄省曾《西洋朝贡典录》(有正德庚辰,1520年自序)卷下阿丹国第二十二称:"论曰,国初司天监外设回回司天监,取回回人世官之,用本国土板历,并兼推算。"

《大明会典》称:"洪武三十一年革回回监,……回回官生附隶本监,子弟仍世其业,以本国土板历相兼推算。"见《万有文库》二集本《明会典》卷一七六。又《图书集成·历法典》引同。

明唐顺之《荆川文集》卷三,"寄周台官"诗称:"沙书暗译西番历,草奏多陈南极占。"就中沙书就是土盘算法。

---

① 参看李俨《唐代算学史》,《西北史地》,一卷一期;和本集内《唐代算学史》。

清盛百二《尚书释天》引“土盘”共有三处，即：(1)“百二按……明洪武将译西域历‘即回回土盘’，始著有本轮小轮之目。”(2)“回纥土盘历定最高行每日十微弱。”(3)“袁氏黄曰：……囷日轮左旋之度，即离日之度，土盘历谓之自行分。”

清初算学家王锡阐、梅文鼎径称回历做“土盘历”，语见《晓庵遗书・五星行度解》和《梅氏历算全书》。《明史》卷三十七亦称：“其书多脱误，盖其人之隶籍台官者，类以土盘布算，仍用其本国之书而明之，习其术者，如唐顺之、陈壤、袁黄辈之所论著，又自成一家言，以故翻译之本，不行于世，其残缺宜也。”惟其残缺，故土盘算法，汉籍中初无详细记载。现就达生氏(B. Datta and A. N. Singh)所著《印度算学史》① 内土盘乘除、开平立方诸法，分述于后，以见一斑。

(一) 土盘乘法

土盘乘法又分为：(1)直接；(2)间接；(3)直接间接参用等三法，今各举例说明如下：

(1)直接乘法举例

例如　　12×135

直接乘法将两数书于土盘上，乘数在上右，被乘数在下左，以乘数最高位，与被乘数最低位即单位相对如下式：

$$\begin{array}{r} 12 \\ 135 \end{array}$$

法先取被乘之单位“5”自右而左遍乘乘数各位，乘得数并于乘数位下。因 $5\times 2=10$，首位得 0，次位得 1，置 0 于 2 下，默记上寄 1 数；

① 见 Bibbutibhusan Datta and Avadhesh Narayan Singh, *History of Hindu Mathematics*“Pats”条。

又因 5×1=5，以此首位 5 数与前寄之 1 数相加，共得 6；此时单位“5”已遍乘乘数，“5”字可以除去代以“6”字，土盘上得下式：

12
1360

次将乘数向左移动一位，书如：

12
1360

此时再取被乘数之十位“3”遍乘乘数各位，因 3×2=6，置 6 于 2 下，与原有之 6 数相加 6+6=12 得 12，在土盘上擦去 6 数改书为 2，默记上寄 1 数，又因 3×1=3，与前寄之 1 数相加得 4。此时十位“3”已遍乘乘数，如前再将乘数向左移动一位，书如：

12
1420

最后取被乘数之百位“1”遍乘乘数各位，因 1×2=2，2+4=6 于土盘上擦去 4 以 6 代之，再以 1×1=1 之 1，记于 6 数之左，最后将 12 擦去，土盘上仅余

1620

为求得之得数。此系土盘直接乘法之例。但此法如乘数之数字较大，例如乘数为 99，则默记乘得之数，多至二位，甚为不便，因另有间接乘法，其例如下：

(2)间接乘法举例

例如　12×135

间接乘法，于土盘上书乘数在上左，被乘数在下右，以乘数单位与被乘数最高位相对，如下式：

12
135

法先取被乘数之最高位“1”，自右而左遍乘乘数各位，乘得数置于

乘数位下;因 1×2=2,擦去 1 代以 2,又因 1×1=1,书 1 于 2 数之左;并将乘数向右移动一位,书如:

12
1235

又以次高位“3”遍乘 12:因 3×2=6,擦去 3 代以 6,又因 3×1=3,3+2=5,擦去 2 代以 5;次将乘数向右移动一位,书如:

12
1565

最后以被乘数单位“5”遍乘 12:因 5×2=10,擦去 5 代以 0,又因 5×1=5,5+1=6,6+6=12,擦去 6 代以 2,以 1 寄于上位,即 1+5=6,擦去“5”代以 6,此时土盘上最后书如:

1620

间接乘法当须默记被乘数各位,亦有不便,另有直接间接参用之法。

(3)直接间接参用法举例

例如　324×753

土盘上如间接法“重置其法”,如下式:

753
324

法先取被乘数之最高位“3”,自左而右遍乘乘数各位,乘得数置于乘数位下。因 3×7=21,以乘得之单位数 1,置于 7 下,其十位数 2,置于 7 之左,得式如:

753
21 324

次因 3×5=15,以乘得数之单位数 5 置于 5 下,其十位数 1 置于其左,与原有之 1 相加,1+1=2,得 2,擦去原有之 1,得式如:

753
225324

次因 3×3=9,置 9 于 3 下,擦去原有之“3”,即“收下位‘3’”,土盘上得式如下：

753
225924

又将乘数向右移动一位,即“退上位一等”,书如：

753
225924

如上法先以 2×7=14 置于 7 下,如：

753
239924

次以 2×5=10,置于 5 下,如：

753
240924

次因 2×3=6,置于 3 下,擦去原有之 2,土盘上得式如下：

753
240964

又将乘数向右移动一位,书如：

753
240964

如法以 4 遍乘 753 加入后,得

243972

此为直接间接法参用之例,其步骤即：

> “重置其法”,以下位一数遍乘上位各数,分置于各数之下,“收下位”,“退上位一等”,逐次如是,乘毕后上位全收。

此与《孙子算经》所记筹算乘法,有类似之点。

（二）土盘除法

土盘除法举例

例如 $1620 \div 12$

法先置除数 12 于被除数 1620 之下，土盘内书如：

$$\begin{array}{l} 1620 \\ 12 \end{array}$$

商数另记于右边另一线上，此线称为“商数线”。拟得商数第一位为 1，记之如下：

$$\begin{array}{l} 1620 \\ 12 \end{array} \qquad \frac{1}{\text{商数线}}$$

因一一如一，$1\times1=1$，被除数十位之 1 位相消为零，$(1-1=0)$，因擦去之。又一二如二，$1\times2=2$，擦去 6 改书为 4，（因 $6-2=4$）则土盘上书如下式：

$$\begin{array}{r} 420 \\ 12\ \ \ \end{array} \qquad \frac{1}{\text{商数线}}$$

被除数向左移动一位，如：

$$\begin{array}{l} 420 \\ 12 \end{array} \qquad \frac{1}{\text{商数线}}$$

次以 42 与 12 约得商数 3，如上法商减后，擦去 42，余数 60。书如下式：

$$\begin{array}{r} 60 \\ 12\ \end{array} \qquad \frac{13}{\text{商数线}}$$

被除数向左移动一位，如：

$$\begin{array}{l} 60 \\ 12 \end{array} \qquad \frac{13}{\text{商数线}}$$

最后以 60 与 12 约得商数 5，因已除尽，故“商数线”上仅留商数，如：

135

余数均可擦去，通常商数线，并置于被除数上。

（三）土盘平方法

平方数、立方数并如乘数之例，可从单位起，或从最高位起算，并利用下列公式原理入算，

$$(a+b+c+\cdots+d)^2=a^2+2a(b+c+\cdots+d)+(b+c+\cdots+d)^2$$

$$\text{或}=(a+b+c+\cdots)^2+2(a+b+c+\cdots)d+d^2,$$

$$(a+b+c+\cdots+d)^3=a^3+3a^2(b+c+\cdots)+3a(b+c+\cdots)^2+(b+c+\cdots)^3$$

$$\text{或}=(a+b+c+\cdots)^3+3(a+b+c+\cdots)^2d+3d^2(a+b+c+\cdots)+d^3$$

例如　125^2

法于土盘上书：

125

法先从单位起算。因 $5^2=25$，则置此数于原数之上，如：

25
125

又以 $2\times5=10$，置于原数之下，而向左移动一位，在盘上擦去 5 字，如：

25
12
10

原数未乘毕之 12，与前记之 10 相乘，所得置于 25 之左，如：

1225
12
10

次将 10 擦去,将 12 向左移动一位,如:

1225
12

此时第一步工作已经告竣。

再就 12 内之 2 自相乘,因 $2^2=4$,加入上数,又以 $2\times2=4$ 置于 1 下,擦去 2,如:

1625
1
4

又以余数 1 乘 4,$1\times4=4$ 加入上数,擦去 4,如:

5625
1

将 1 向左移动一位,如:

5625
1

此时第二步工作亦已告竣。最后以 $1^2=1$,加入上数,得:

15625

即为所求。

(四) 土盘立方法

例如 1234^3

如从最高位起算,则:

	(i)	(1^3)	=	1
	(ii)	$(3\cdot 1^2\cdot 2)$	=	6
	(iii)	$(3\cdot 1\cdot 2^2)$	=	12
	(iv)	(2^3)	=	8
得	(Ⅰ)	12^3	=	1728
	(Ⅱ)	$3\cdot 12^2\cdot 3$	=	1296
	(Ⅲ)	$3\cdot 12\cdot 3^2$	=	324
	(Ⅳ)	3^3	=	27
得	(i)	(123^3)	=	1860867
	(ii)	$(3\cdot 123^2\cdot 4)$	=	181548
	(iii)	$(3\cdot 123\cdot 4^2)$	=	5904
	(iv)	4^3	=	64
最后得		(1234^3)	=	1879080904

（五）土盘开平方法

例如 $\sqrt{54756}$

法先于奇偶数位上置纵横短线，其逐次算法如次：

|-|-|
54756

$-)2^2=$	4……(c)	以根数 2 自乘减首位，右边移下一位，再以根数 2 之 2 倍，与余数相除得数附于前之根数，此时新根数为 23。
$\div)2\cdot 2=4$	14 (3…(a)	
$-)2\cdot 2\cdot 3$	12……(b)	
	27	

	(27)	
−)3^2	9……(c)	再减 3 的自乘减次位，再以新根数 23 的 2 倍，与余数相除作为根数，此时根数为 234。
÷)2·23=46	185 (4	
−)2·23·4	184	
	16	
−)4^2	16	最后减 4 的自乘适尽，故所求根数为 234。
	0	

其在土盘上之列式，则逐步如次：

<table>
<tr><td>(i)</td><td></td><td>|-|-|</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>54756</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>|-|-|</td><td></td></tr>
<tr><td>(ii)</td><td></td><td>14756</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>4</td><td>-|-|</td><td></td></tr>
<tr><td>(iii)</td><td>根 数 线</td><td>2756</td><td>(3　商数</td></tr>
<tr><td></td><td>46</td><td>-|-|</td><td></td></tr>
<tr><td>(iv)</td><td>根 数 线</td><td>1856</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>46</td><td>-|</td><td></td></tr>
<tr><td>(v)</td><td>根 数 线</td><td>16</td><td>(4　商数</td></tr>
<tr><td></td><td>468</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>(vi)</td><td>根 数 线</td><td></td><td></td></tr>
</table>

最后以 468 折半即得。

（六）土盘开立方法

例如：　　$\sqrt[3]{1953125}$

|—|—|

因　　　　1953125

(1953125)

一) 1^3	=···	1	···	(c)	
÷) $3\cdot 1^2$	= ···3)	9	(2···	(a)	根数=1
一) $3\cdot 1^2\cdot 2$	= ······	6			置商数 2 于根数 1
		35			后，得新根数 12，
一) $3\cdot 1\cdot 2^2$	= ······	12		(b)	
		233			
一) 2^3	= ······	8		(c)	
÷) $3\cdot 12^2$	= ···432)	2251	(5	(a)	
一) $3\cdot 12^2\cdot 5$	= ······	2160			
		912			
一) $3\cdot 12\cdot 5^2$	= ······	900		(b)	
		125			
一) 5^3	=······	125		(c)	

三、写算铺地锦

明吴敬《九章比类》(1450 年)言及铺地锦算法。程大位《算法统宗》(1592 年)卷十三歌称:"写算铺地锦为奇,不用算盘数可知。"此项写算铺地锦法,原书未详所自。查此术十三、十四世纪流行于阿拉伯,并及于欧洲,十六世纪流行于印度。印度算家查乐沙(Ganesa)在 1595 年著书所记方式,和《算法统宗》(1592 年)所记相同,疑并传自阿拉伯。明末清初输入的西洋筹算,亦导源于印度,阿拉伯之"写算铺地锦",因其为讷白尔(1617 年)所撰成。亦称做讷白尔筹(Napier's Bond)①。

① 见李俨(修订本)《中国算学史》(1955),第 223～224 页(＊见本书第一卷第 562～563 页。——编者)。

溯自公元八世纪迄十五世纪，阿拉伯人不断从海上与印度和中国通商。唐时先由波斯湾经印度洋绕马来群岛至当日之广州，次及交州，扬州，泉州等处。宋代此项伊斯兰教商人到的更多①。到明初郑和等通使西洋，遍历诸番国，尚多见回人。所谓西洋即现在的印度洋。如马欢《瀛涯胜览》所记的爪哇国，称："一等回回人，皆是西番各国为商，流落此地，衣食诸事皆清致。""唐人……多有从回回教门受戒持斋者。"足证明初的伊斯兰教徒实往来南洋群岛，以经商为业。是时流行于阿拉伯的"写算铺地锦"，一方传入欧洲，为后日西洋筹算之前身，一方经印度南洋传入中国，为《九章比类》和《算法统宗》所记"写算铺地锦"所自本，亦属可能。

四、元代回人传入的仪器

元世祖至元四年(1267 年)，回人札马鲁丁(Jamal-ud Din)，即札马剌丁在北京建立观象台，并制造下列的七种仪器：

(1)咱秃哈剌吉(Dhatu halag)，译云多环仪。

汉言混天仪也。其制以铜为之，平设单环，刻周天度，画十二辰位，以准地面。侧立双环，而结于平环之子午，半入地下，以分天度。内第二双环，亦刻周天度，而参差相交，以结于侧。双环去地平三十六度，以为南北极，可以循转，以象天运，为日行之道。内第三第四环，皆结于第二环，又去南北极二十四度，亦可以运转。凡可运三环，各对缀铜方钉，皆有窍，以代冲箫之仰窥焉。

(2)咱秃朔八台(Dhatu Sumut)，译云方位仪。

---

① 见冯攸译 日本桑原隲藏著，《宋元时代中西通商史》，第 2～5 页。

汉言测验周天星曜之器也。外周圆墙，而东西启门。中有小台，立铜标，高七尺五寸。上设机轴，悬铜尺，长五尺五寸。复如窥测之箫二，其长如之。下置横尺，刻度数其上，以准挂尺。下本开图之远近，可以左右转，而周窥，可以高低举，而遍测。

(3)鲁哈麻亦渺凹只(Luhma-i-mu'wajj)，译云斜纬仪。

汉言春秋分晷影堂(也)。为屋二间，春开东西横罅，以斜通日晷。中有台，随晷影南高北下。上仰置铜半环，刻天度一百八十，以准地上之半天，斜倚锐首铜尺，长六尺，阔一寸六分，上结半环之中，下加半环之上，可以往来窥运，侧望漏屋晷影，验度数，以定春秋二分。

(4)鲁哈麻亦木思塔余(Luhma-i-mustawi)，译云平纬仪。

汉言冬夏至晷影堂也。为屋五间，屋下为坎，深二丈二尺，春开南北一罅，以直通日晷。随罅之壁，附壁悬铜尺，长一尺六寸。壁仰划天度半规，其尺亦可往来规运，直望漏屋晷影，以定冬夏二至。

(5)苦来亦撒麻(Kura-i-Sama)，译云天球仪。

汉言浑天图也。其制以铜为丸，斜刻日道交环度数于其腹，刻二十八宿形于其上。外平置铜单环，刻周天度数列十二辰位，以准地，而侧立单环二，一结平环之子午，以铜丁象南北极；一结于平环之卯酉，皆刻天度；即浑天仪，而不可运转窥测者也。

(6)苦来亦阿儿子(Kura-i-ardz)，译云地球仪。

汉言地理志也。其制以木为圆毬，七分为水，其色绿；三分为土地，其色白。划江河湖海，脉络贯串于其中。画作小方井，以计幅圆之广袤，道里之远近。

(7)兀速都儿剌不定[1] (Ustul āb),译云观象仪。

汉言昼夜时刻之器也。其制以铜如圆镜,而可挂,面刻二十辰位,昼夜时刻。上加铜条,缀其中,可以圆转,铜条两端各屈其首,为二窍以对望,昼则视日影,夜则窥星辰,以定时刻,以测休咎。背嵌镜片三面,刻其图凡七,以辨东西南北,日影长短之不同,星辰向背之有异,故各异其图,以尽天地之变焉。(《元史》卷四十八)。

这些新奇的仪器,对于中国天文学家的观测,有很大的帮助,这是不可否认的[2]。

五、元代回历

元初(1235年)承用金大明历,岁久浸疏,元世祖(1215~1294)在潜邸时(1244~1259),有旨征回人为星学者札马剌丁(Jamal-ud Din)等,以其艺进,未有官署。这是回历输入之始。世祖即位在中统元年(1260年),因金人旧制,设立司天台。到至元四年(1267年)札马剌丁造西域仪象,并进万年历,元世祖稍颁行之。至元八年(1271年)分立汉人司天台,和回回司天台,并设官属,秩正五品。回回司天台,则以札马剌丁为提点,爱薛亦与其事。至元二

① 这是 Astrolabe 的对音,故"定"字是多余的字。

② 见马坚《回回天文学对于中国天文学的影响》,《史学周刊》第十五期,1951年4月20日《大公报》。互见马坚,《回历纲要》,第18~21页,1955年11月,北京,中华书局。

马坚《元秘书监志〈回回书籍〉释义》,《史学》第60号,1955年7月7日,北京,《光明日报》。

白寿彝《回回民族的新生》,1951年11月出版。

十五年到二十八年(1288～1291)由撒里蛮和阿鲁浑撒里(1243～1307)代爱薛和札马剌丁主回历事,且同时制有《万年历》。回回司天监和回回司天台亦时时禜星。皇庆二年(1313 年)可里马丁又上《万年历》。此项回历都由太史院印行,禁止民间私鬻。历有大小二种。天历元年(1328 年)曾印行回历 5257 本,以备京内外之用①。而驿递等役,则因便利携带起见,应用小本回历。延祐四年(1317 年)回回司天监,与汉人司天监,改秩正四品②。

《元史》百官志:

回回司天监,秩正四品,掌观象衍历:

提点一员正四品,	司天监三员正四品,
少监二员正四品,	监丞二员正六品……
知事一员,	令史二员,
通事兼知印一人,	奏差一人,
属官教授一员,	天文科管勾一员,
算历科管勾一员,	三式科管勾一员,
测验科管勾一员,	漏刻科管勾一员,
阴阳人一十八人。	

至元八年(1271 年)始置司天台,秩从五品。十七年(1280 年)置行监。皇庆元年(1312 年)改为监,秩正四品,延祐元年(1314 年)升正三品,置司天监。二年(1315 年)命秘书卿提调监事,四年(1317 年)复正四品③。元代回回司天监史实,见于《元史》的,还有

① 《元史》卷九十四,《食货志》二"额外课"载:"回回历五千二百五十七本,每本钞一两,计一百五锭七两。"又《新元史》卷七十三《食货志》六十"额外课"引同。

② 参看《元史》卷一百六十四,又《元史》卷一百零一;和元苏天爵《国朝文类》卷四十一,引《经世大典序录》,"兵杂录"门"急递铺"内注文。

③ 据《元史》卷九十。

下列各条：

至元四年(1267 年)西域札马鲁(剌)丁撰万年历。(《元史》卷五十二)

至元八年(1271 年)始置(回回)司天台，以札马剌丁为提点。(《元史》卷七，卷九十)

至元十七年(1280 年)置(回回司天台)行监。(《元史》卷九十)

至元二十六年(1289 年)命回回司天台祭荧惑。(《元史》卷十五)

元贞二年(1296 年)十二月庚子朔，遣集贤院使阿里浑撒里等祭星于(回回)司天台。(《元史》卷十八)

至大四年(1311 年)夏四月甲子祭星于回回司天监。(《元史》卷二十四)

皇庆元年(1312 年)五月升回回司天台，秩正四品。(《元史》卷二十四)，“改为监”。(《元史》卷九十)

皇庆二年(1313 年)十二月辛酉可里马丁上所编万年历。(《元史》卷二十四)

延祐元年(1314 年)十一月升(回回)司天台为(回回)司天监，秩正三品。(《元史》卷二十五，卷九十)

延祐二年(1315 年)命秘书卿提调(回回司天监事)。(《元史》卷九十)

延祐四年(1317 年)回回司天监复秩正四品。(《元史》卷九十)

延祐六年(1319 年)二月禜星于回回司天台。(《元史》卷二十六)

泰定元年(1325 年)正月禜星于回回司天监。(《元史》卷

二十九）

泰定二年(1326 年)三月丁酉禜星于回回司天监。(《元史》卷二十九)

泰定四年(1328 年)四月禜星于回回司天台。(《元史》卷三十)

天历二年(1329 年)八月甲辰命(汉人)司天监及回回司天监禜星。(《元史》卷三十三)

至顺四年(1333 年)六月辛未(顺帝)命伯颜为太师，拜中书右丞相上柱国，监修国史，兼奎章阁大学士，领学士院，太史(院)，兼领回回汉人司天监事(《元史》卷一百三十八)。

清代文集算学类论文*

王重民先生由清人文集四百种中辑成《清代文集篇目分类索引》一书，以其中五十种有关算学类论文的，嘱为厘订。查我国历算书类序跋题记，如按近代算学天文情形分类，甚嫌不类；按旧日刘铎《古今算学书录》旧例分类，亦嫌未妥；惟以此类研究，应以确知某文成于某时，再按时代胪列为是。可是序跋论说其列入文集中的又往往不记时代。幸清人著有文集者，多属名儒，他的生卒年代，和他文集成就时期，大致可考。兹特建议以各人生卒年代为序；其有时代未明者，再按文集成就时代，依次附列。读者于此，不独于清代文集中关于算学论文可窥其全豹，而各时代演进的情形，亦可略见一斑。爰本此意，略为考订，各附识语，以为研治此学的参考。全书出版尚需时日，因请于王君，先以此篇交印，以公同好，并期多得海内外同志，补其缺文，蔚成大国，更为荣幸。此文于排比之后，虑有未妥，又交孙君文青校对一过，特此志谢。

（此文原题王重民著，李俨校）

1934 年 10 月 10 日李俨记于西安

* 本文原载《学风》第 5 卷(1935 年)第 2 期第 1～8 页，1955 年收入《中算史论丛》第五集，第 76～85 页。

一、算学论文

答李峄阳问开方法帖子　全祖望(1705～1755)　《鲒埼亭集》外编(四一)一〇上（嘉庆十六年,1811 年刻本）

勾股割圜记　上中下三篇　戴震(1724～1777)　《戴东原集》(七)一下（经韵楼刻本）

周髀北极璇机四游解　二篇　戴震　《戴东原集》(五)一四上《湖海文传》(一〇)一上

周髀矩数图注　程瑶田(1725～1814)　《数度小记》一上(嘉庆年原刻《通艺录》本)

周髀用矩述　程瑶田　《数度小记》

答孙符如同年书　凌廷堪(1755～1809)　《校礼堂文集》(二四)五上(嘉庆十八年,1813 年刻本)

与焦里堂论弧三角书　凌廷堪　《校礼堂文集》(二四)三上

算法借征论　徐养原(1758～1825)　《诂经精舍文集》(二)八下（光绪十一年,1885 年刻本）

圜径求周辨　董祐诚(1791～1823)　《董方立文甲集》(上)一一上（《董方立遗书》本）

读周髀算经书后　顾观光(1799～1862)　《武陵山人杂著》八三上

周髀算经考证　邹伯奇(1819～1869)　《学计一得》(下)二三上（《邹征君遗书》本）

弧矢算术辨　邹伯奇　《学计一得》(下)三五上

记用指计数法　黄以周(1828～1899)　《儆季文钞》(六)三六下（光绪二十一年,1895 年刊《儆季所著五种》本）

点线面体递相为界说　陈易　《沅湘通艺录》(六)一八上(1897

年,江标序)

兴算学以广实用说 徐雨泉 《沅湘通艺录》(六)一六上(1897年)

十六两为斤 陈璨 《六九斋馔述稿》(四)七下

加法用乘减法用除说 陈璨 《六九斋馔述稿》(五)一〇上

圆神方智解 陈璨 《六九斋馔述稿》试草一四上

兴算学以广实用说 吴友炎 《沅湘通艺录》(六)一四上(1897年)

九数次第说 李固松 《沅湘通艺录》(六)一上(1897年)

三角八线图说 许嵘 《诂经精舍文续集》(二)二下(光绪十一年,1885年,俞樾辑刊本)

求一术记 程鸿诏 《有恒心斋文》(三)五下(《有恒心斋全集》本)

九数次第说 晏孝儒 《沅湘通艺录》(六)二上(1897年)

俗传算术多近古徵 唐祚梓 《沅湘通艺录》(六)一九上(1897年)

唐设算学博士论 傅(夏)鸾翔 《沅湘通艺录》(六)1897年

欲造整数勾股形合勾股较恒为一,其法如何 廖钧焘 《沅湘通艺录》(六)1897年

九章算术盈不足章蒲莞并生,两鼠穿垣二题,原术答数均不合,今欲求其密数,将以何法驳之。张丰祐 《沅湘通艺录》(六)1897年

方程考 吴兰修 《学海堂二集》(一〇)一上

郑数学证义 俞正燮 《癸巳类稿》(三)二九上(道光十三年,1833年,求日益斋刻本)

九章考 吴承志 《逊斋文集》(七)二二下(《求恕斋丛书》本)

复陈言扬(讦)论勾股书 黄百家 《学箕初稿》(二)二〇上(《四部

丛刊》本)
夕桀解　梁汉鹏　《学海堂二集》(一〇)五九上
书周髀经后　蒋湘南　《七经楼文钞》(三)一二上(同治八年,1869年,重刻本)

二、算学序跋

叙陈言扬(訏)勾股述　黄宗羲(1610～1695)　《吾悔集》(二)一上(《四部丛刊》本《南雷文案》之内)原书陈訏(1650～1732)撰,自序在康熙癸亥(1683年),黄序无年月
书周髀后　朱彝尊(1629～1709年)　《曝书亭集》(四四)一上(《四部丛刊》景原刊本)
九章算经跋　朱彝尊　《曝书亭集》(五五)四上
跋孙子算经　朱彝尊　《曝书亭集》(五五)四下
五曹算经跋　朱彝尊　《曝书亭集》(五五)五上
中西算学自序　梅文鼎(1633～1721)　《绩学堂文钞》(二)二一上(原刻本)
测算刀圭序　梅文鼎　《绩学堂文钞》(二)三四下原书年希尧撰,自序在康熙戊戌(1718年)未录梅序
圜解序　梅文鼎　《绩学堂文钞》(二)三六下。原书王锡阐(1628～1682)撰,未刊。
书徐敬可(善)圜解序后　梅文鼎　《续学堂文钞》(五)一〇上
方程论序　潘耒(1646～1708)　《遂初堂文集》(七)二五上(康熙年原刻本)梅文鼎《方程论》原书成于康熙壬子(1672年)写成于甲寅(1674年)潘序见《梅氏丛书辑要》第十一卷
张古愚(敦仁,1752～1834)辑古算经细草叙　汪莱(1768～1813)

《衡斋文集》(三)一下(光绪十八年,1892年,汪廷栋刻《衡斋遗书》本)嘉庆癸亥(1803年)刊本……细草未录此序

跋杨辉算法　李兆洛(1769～1841)　《养一斋文集》(七)二〇下(光绪四年,1878年刻本)

未见《宜稼堂丛书》本

杨辉九章书后　李兆洛　《养一斋文集》(七)二一上,未见《宜稼堂丛书》本

勾股衍总序　王元启(1714～1786)　《湖海文传》(二八)一七下(原书未刊)

书五曹算经后二篇　卢文弨(1717～1795)　《抱经堂文集》(一六)一八上(《四部丛刊》景印原刻本)

策算序　戴震(1724～1777)　《戴东原集》(七)七上　(经韵楼刻本)戴序在乾隆甲子(1744年)

刊九章算术序　戴震　《戴东原集》(七)七下

夏侯阳算经跋　戴震　《戴东原集》(七)八下　见《算经十书》无年月

九数通考序　戴震　《湖海文传》(二八)一七上,原书屈曾发撰,乾隆癸巳(1773年)戴震序见原书

跋秦九韶数学九章　钱大昕(1728～1804)　《潜研堂文集》(三〇)一下(嘉庆十一年,1806年家刻全集本)未见《宜稼堂丛书》刻本

九章算术跋　孔继涵(1739～1784年)　《红榈书屋杂体文稿》(三)一下(《微波榭遗书》本)乾隆癸巳(1773年)

海岛算经跋　孔继涵　《红榈书屋杂体文稿》(二)二上　见《算经十书》无年月

算经十书序　孔继涵　《红榈书屋杂体文稿》(一)三上　《湖海文

传》(二八)一四上,原书序无年月

书程宾渠算法统宗后　凌廷堪(1755～1809)　《校礼堂文集》(三二)一上(嘉庆十八年,1813 年刻本)

沈氏(保枢)算学序　石韫玉(1756～1837)　《独学卢初稿》(二)二〇上(原刻本)

释椭序　江藩(1761～1831)　《炳烛室杂文》一一上(《滂喜斋丛书》本)

周髀算经图注序　沈大成(1762～1799)　《湖海文传》(二八)一六上

加减乘除释自序　焦循(1763～1820)《雕菰集》(一六)三〇下(活字本)见原书,称:"嘉庆二年(1797 年)为增损得八卷"

天元一释自序　焦循　《雕菰集》(一六)三二上　自序在嘉庆四年(1799 年)冬月十二月除日

开方通释自序　焦循　《雕菰集》(一六)三三上　德化李氏刻本。《开方通释》前有汪莱嘉庆六年(1801 年)序

衡斋(汪莱 1768～1813)算学序　焦循　《雕菰集》(一五)一〇下　《衡斋算学》第五册有"嘉庆癸亥(1803 年)中秋前一日江都焦循记"一文

书西镜录后　焦循　《雕菰集》(一八)一七上

修补六家术序　焦循　《雕菰集》(一五)一二上

割圜密率捷法序　阮元(1764～1849)　《揅经室再续三集》(三)二上　阮元序在道光二十年(1840 年)。原书明安图撰,阮元未知何人之书,故《畴人传》(1799 年)未载。

里堂(焦循,1763～1820)学算记序　阮元　《揅经室再续三集》(五)四上　见原书

罗茗香(士琳,1789～1853)四元玉鉴细草九式序　阮元　《揅经室

再续三集》(三)二一下

四元玉鉴序 阮元 《揅经室再续三集》(三)一上未记年月

开方补记后序 顾千里(1766～1835) 《思适斋集》(一一)一一上(道光九年,1829年,上海徐氏校刊本)"《开方补记》:八卷,附通论一卷;张敦仁撰,道光甲午(1834年)年刻本只六卷,未完;文选楼刻本作八卷"

数书九章序 顾千里 《思适斋集》(一〇)一上 未见《宜稼堂丛书》本《数书九章》

天元一释跋 张鉴(1768～1850) 《冬青馆甲集》(六)一六上(《吴兴丛书》本)焦循撰,著易堂仿聚珍本无此跋。

术算简存序 钱仪吉(1783～1850) 《衎石斋记事稿》(三)三一上(光绪六年,1880年刻本)金陵妇人王贞仪撰

焦里堂(循)加减乘除释叙 汪莱(1768～1813) 《衡斋文集》(三)二上 未见原书

焦里堂加减乘除释序 黄承吉(1771～1842) 《梦陔堂文集》(五)三上(道光二十三年,1843年刻本)原书焦循撰,嘉庆三年(1798年)黄承吉撰序,见原书

四元玉鉴细草序 黄承吉 《梦陔堂文集》(七)一上

长沙丁果臣(取忠)数学拾遗叙 邹汉勋(1805～1851) 《敩艺斋文存》(五)二一下(遗书本)"咸丰改元1851年闰月二十又七日,日中弟邹汉勋叔勣谨序",见《白芙堂算学》本《数学拾遗》卷首原书丁取忠撰

几何原本序 代曾国藩 张文虎(1808～1885) 《舒艺室杂著甲编》(下)五下(光绪五年,1879年刻本)曾序题同治四年(1865年)十月

与马远林书 张文虎 《舒艺室杂著甲编》(上)二四下 言沈氏

《四元玉鉴》

与熊苏林书　张文虎　《舒艺室杂著甲编》(上)一九下　论骆氏算经二种

书梅氏方程论后　张文虎　《舒艺室杂著甲编》(下)二六下

天元算术序　冯桂芬(1809～1874)　《显志堂稿》(一)一四上(光绪二年,1876年校邠庐刊本)(原书尹锡瓒撰,共十卷未刊)

(胡)约堂算学杂记序　冯桂芬　《显志堂稿》(一)一三上

格术补序　陈澧(1810～1882)　《东塾集》(三)一六上(光绪十八年,1392年刻本)原书邹伯奇(1819～1869)撰,同治十二年(1873年)闰六月陈澧序,刊入《白芙堂算学》中

邹特夫(伯奇,1819～1869)学计一得序　陈澧　《东塾集》(三)一五上

书四元玉鉴细草补后　徐鼒(1810～1862)　《未灰斋文集》(七)一九上(福宁郡斋刻本)

少广缒凿跋　邹伯奇　(1819～1869)　《邹征君存稿》三七上(《邹征君遗书》本)夏鸾翔(1823～1864)遗著刊入《白芙堂算学》中

订正何报之(步瀛,1856～1917)算迪　邹伯奇　《学计一得》(下)三二上(《邹征君遗书》本)

算迪跋　曾钊　《面城楼集钞》(二)二五下(《学海堂丛刻》本)何梦瑶撰,《岭南遗书》本《算迪》无曾跋

算迪后跋　曾钊　《面城楼集钞》(二)二六上

黄愚初(庆澄)算学跋　俞樾(1821～1906)　《春在堂杂文六编》(八)四下　(《春在堂全书》本)

衍元海鉴序　王棻(1828～1899)　《柔桥文钞》(八)二一上(1914年上海国光书局印本)。原书李鏐撰,有光绪五年(1879年)活字印本。

代数术序　华蘅芳(1833～1902)　《行素轩文存》八上　原书华蘅芳译,同治十二年(1873年)序

微积溯源序　华蘅芳　《行素轩文存》一〇上　同治十三年(1874年)序

象数一原跋　华蘅芳　《行素轩文存》一七上　光绪十四年(1888年)六月十一日金匮华蘅芳跋于沪上之格致书院

对数或问序　华蘅芳　《行素轩文存》二一上

三角和较术解序　华蘅芳　《行素轩文存》二四上

书周美权(达)求勾股整数术后　华蘅芳　《行素轩文存》二三上

恒河沙馆算草序　华蘅芳　《行素轩文存》一五上

古筹算考释序　劳乃宣(1843～1921)　《桐乡劳先生遗稿》(二)一四上(1927年桐乡卢氏校刊本)光绪九年(1883年)癸未七月桐乡劳乃宣自序

筹算浅释序　劳乃宣　《桐乡劳先生遗稿》(二)一九上　光绪癸巳(1893年)八月(劳乃宣)矩斋识

垛积筹法序　劳乃宣　《桐乡劳先生遗稿》(二)二〇上　光绪甲午(1894年)秋九月劳乃宣识

衍元小草序　劳乃宣　《桐乡劳先生遗稿》(二)二一上　光绪二十四年(1898年)岁次戊戌三月桐乡劳乃宣序

筹算分法浅释序　劳乃宣　《桐乡劳先生遗稿》(二)二二上　光绪戊戌(1898年)八月(劳乃宣)矩斋识

筹算蒙课序　劳乃宣　《桐乡劳先生遗稿》(二)二三上　光绪戊戌(1898年)九月劳乃宣矩斋识

古筹算考释续编序　劳乃宣　《桐乡劳先生遗稿》(二)二四上　光绪二十五年(1899年)岁次己亥八月桐乡劳乃宣自序

勾股通法序　劳乃宣　《桐乡劳先生遗稿》(二)四〇上

开方说订序　劳乃宣　《桐乡劳先生遗稿》(二)四二上

陈氏(棠)四元消法易简草跋　劳乃宣　《桐乡劳先生遗稿》(三)七上原书陈棠撰,劳跋宣统元年(1909 年)撰

王小徐(季锴)泛倍数衍序　蒯光典　《金粟斋遗集》(六)一五上(1929 年刻本)原书王季锴撰,原书及序未记年月

三角学序　程光甲　《程一夔文乙集续编》(一)八上(宣统二年,1910 年刊本)

沈颙论算术二章序　冯景　《解春集文钞》(二)三下(《抱经堂丛书》本)

四原原理叙　章梫　《一山文存》(八)二一上(1918 年嘉业堂刊本)原书顾澄译,宣统元年(1909 年)四月译学馆本,未刊章叙。

附：经世文编算学类论文*

1934 年王重民先生由清人文集四百种中辑成《清代文集篇目分类索引》一书①，以其中五十种的有关算学类论文，嘱为厘订，成《清代文集算学类论文》一文，刻入 1935 年 3 月五卷二号《学风杂志》第一至八页内。

近于陕西省立第一图书馆检《经世文编》，其中多录算学论文及序文。时在戊戌（1898 年）前后，清廷正倡言兴学，士子亦视此为终南捷径。其续编卷六，卷七，及三编卷七，四编，五集卷十四，卷十五，新编卷二十，统编卷九十六，所引互有异同，今胪列于后，不独经世文编算学类论文得一总目，并足为研讨当日中算史事的一段史料。

（一）《皇朝经世文续编》，光绪十四年（1888 年）上海葛士濬辑，天章书局石印本，卷六，学术六，文学二，附算学：

新译几何原本序（代曾国藩）	张文虎
象数一原序一	项名达

* 本文原载《西京日报》，1935 年 9 月 22 日图书馆半月刊第 6 期，1955 年收入《中算史论丛》第五集第 86～92 页。

① 有 1935 年 11 月北京图书馆印本。

象数一原序二	项名达
对数简法跋	项名达
对数简法识	戴　煦
续对数简法	戴　煦
论对数根	戴　煦
论用数	戴　煦
论借数	戴　煦
割圜连比例术图解序	董祐诚
割圜连比例后序	董祐诚
少广缒凿	夏鸾翔
截球解义	徐有壬
四元解序	顾观光
对数探原序	顾观光
数学跋	顾观光
卷七,学术七,文学三,附算学:	
五星岁轮与伏见轮之不同	顾观光
几何原本六和六较线解	顾观光
圆锥三曲线记	顾观光
静重学记	顾观光
动重学记	顾观光
流质重学记	顾观光
天重学记	顾观光
代微积拾级序	李善兰
代微积拾级序	伟烈亚力
割圜八线缀术序	左　潜
缀术释戴序	左　潜

缀术释明序 曾纪鸿

(二)《皇朝经世文三编》,光绪二十四年(1898年)陈忠倚辑,龙文书局石印本

卷七,学术七,测算上,算学捃华百篇:

有勾三股四勾股欲取一点悬之,令弦平于地平,其法若何 杨兆鋆

任测一恒星,欲定北极出地度,其法若何 汪凤藻

(三)《皇朝经世文四编》,光绪壬寅(1902年)何良栋辑,上海书局石印本:

振兴算学论 华世芳

推广算学议 华世芳

(四)《皇朝经世文编五集》,光绪壬寅(1902年)求是斋校辑,上海宜今室石印本,卷十四:

勾股平三角解(比例表) 詹贵桢

西法代数本于中法四元说 姚 模

以方出圆解 叶尔昌

卷十五,算学,地舆:

问开正负诸乘方孰为捷法 沈善蒸

验乘除误否,旧传九减试法,其能试之理安在,若不用九减任用他数减,试视九减法,孰为难易, 沈善蒸

前题 崔有洲

海镜之立通勾,即平三和;通股即高三和,通弦即皇极三和,大差即明三和,小差即叀三和,黄方即太虚三和,试为溯其原委 沈善蒸

前题 郑兴森

弦和较幂为一率,勾股相乘倍之为二率,弦幂内减勾股较幂为

三率,求得四率,开平方得弦和和,以比例方理释之　郑兴森

(五)《皇朝经世文新编》,光绪戊戌(1898年)麦仲华辑,上海书局石印本。

卷二十上,学术:

论书数　何树龄
算学报“四则”　黄庆澄
学算笔谈序　华蘅芳
总论算法之理　华蘅芳
识数之法　华蘅芳
论加减乘除开方之用　华蘅芳
论看题之法　华蘅芳
论驭题之法　华蘅芳
论观书之法　华蘅芳
论学算之法　华蘅芳
论比例之用　华蘅芳

(六)《皇朝经世文统编》,清曹骧编,上海宝善斋石印本,卷九十六,格物部二,算学:

振兴算学论　华世芳
推广算学议
学算笔谈序　华蘅芳
总论算法之理　华蘅芳
识数之法　华蘅芳
论加减乘除开方之用　华蘅芳
论看题之法　华蘅芳
论驭题之法　华蘅芳
论学算之法　华蘅芳

中算史的工作*

我国向来没有中算专史，大部分材料，往往在通史中寻得断片。即清阮元所作《畴人传》(1799年)亦大半取材于《二十四史》。在前则宋景德二年(1005年)敕撰《册府元龟》一千卷，其卷八百六十九总录部一百一十九"明算"条称：

> 自隶首作筹，容成造历，后之学者，不绝英华；或妙尽其能，或略尽其理，忘寝废食，精骛心游，耳不闻于雷霆，行或坠于坎窞。尝龆龀而耽味，射隐伏以宴符。小则括毫厘之形，大则周天地之数。聊屈指而洞明，运只筋而无爽，若非苦志名山，寻师远道，则何以臻此哉。

其后又附载各家小传，这是中算史的开始。

元祖颐：《松庭先生(四元玉鉴)后序》称：

> 平阳蒋周撰《益古》，博陆李文一撰《照胆》，鹿泉石信道撰《钤经》，平水刘汝谐撰《如积释锁》，绛人元裕细草之，后人始知有天元也。平阳李德载因撰《两仪群英集臻》，兼有地元；霍

---

* 本文原载《科学》第13卷(1928年)第6期第785～809页，1935年收入《中算史论丛》(二)第41～62页，1955年收入《中算史论丛》第五集第93～115页。

山邢先生颂不高弟刘大鉴润夫撰《乾坤括囊》，末仅有人元二问；吾友燕山朱（世杰）汉卿先生演数有年，探三才之赜，索九章之隐，按天地人物，立成四元，书成，名曰《四元玉鉴》。

明程大位《算法统宗》(1592年)卷末"算经源流"条称：

宋元丰七年(1084年)刊《十书》入秘书省，又刻于汀州学校：

《黄帝九章》《周髀算经》《五经算法》《海岛算法》
《孙子算法》《张丘建算法》《五曹算法》《缉古算法》
《夏侯阳算法》《算术拾遗》

元丰、绍兴、淳熙以来，刊刻者多，且以见闻者著之：

《议古根源》《益古算法》《证古算法》《明古算法》
《辨古算法》《明源算法》《金科算法》《指南算法》
《应用算法》《曹唐算法》《贾宪九章》《通微集》
《通机集》《盘珠集》《走盘集》《三元化零歌》
《钤经》《钤释》

嘉定、咸淳、德祐等年又刊各书：

《详解黄帝九章》《详解日用算法》《乘除通变本末》
《续古摘奇算法》

已上俱出杨辉《摘奇》内。

以上故事又往往不见于正史。因《二十四史》所遗留科学史料，尚不过多。

直至清阮元(1764～1849)，始有《畴人传》的著作。乾隆乙卯(1795年)阮元与李锐(1773～1817)、周治平共撰此书，至嘉庆己未(1799年)毕业，一时明算若钱大昕(1728～1804)、丁杰(1738～1807)、凌廷堪(1755～1809)、谈泰、焦循(1763～1820)，都代为校正。编中明以前诸畴人各传，除采《二十四史》传志外，所引历算书

和他类书籍，有：

《山海经》《文选》《艺文类聚》《开元占经》《五代会要》《玉海》 《四库全书总目》 《癸辛杂识》 《景定建康志》《李梅亭集》 齐履谦《郭太史行状》《明史稿》《明史纪事本末》《荆川文集》《绩学堂文钞》《浙江通志》《嘉兴府志》《苏州府志》

《算经十书》《数学九章》《算法统宗》《测圆海镜》《益古演段》《算法全能集》《测圆海镜分类释术》《测圆算术》《勾股算术》《弧矢算术》《新法算书》《圜容较义》 《同文算指》《几何原本》《测量异同》《勾股义》《度测》《新仪象法要》《革象新书》《回回历法》《太阴通轨》《七政推步》《授时历法撮要》《历宗通议》 周相《大统历法》《历法新书》《圣寿万年历》《律历融通》《古今律历考》《历体略》

至清代畴人各传引用书目，由下表可以看到：

表 1

姓 名	引 用 书 名
△王锡阐	《四库全书总目》，《晓庵新法》，《王寅旭先生遗书》，《道古堂文集》
潘圣樟	《王寅旭先生遗书》，《道古堂文集》
△薛凤祚	《天学会通》
杨光先	《不得已》，《池北偶谈》
胡 亶	《中星谱》
游 艺	《四库全书总目》，《天经或问》
揭 暄	《四库全书总目》，《梅氏全书》
△方中通	《数度衍》

注：有△的全是有算学著作或说述的，以后仿此。

续

△杜知耕	《几何论约》,《数学论》,《道古堂文集》
△李子金	《四库全书总目》,《池北偶谈》,《数学论》
△李长茂	《勿庵历算书目》
徐　发	《天元历理》
△黄宗羲	《浙江通志》,《南雷文约》
子△黄百家	《勾股矩测解原》,《勿庵历算书目》
△梅文鼎	《四库全书总目》,《梅氏全书》,《梅氏丛书辑要》,《勿庵历算书目》,《道古堂文集》
子△梅以燕	《道古堂文集》,《增删算法统宗》
孙△梅瑴成	《梅氏丛书摘要》,《增删算法统宗》,《道古堂文集》
曾孙△梅鈖	《增删算法统宗》
曾孙△梅钫	《增删算法统宗》
弟△梅文鼐	《道古堂文集》
弟△梅文鼏	《道古堂文集》,《中西经星同异考》,《梅氏书目》
李光地	《历象本要》,《切问斋文钞》
子　李钟伦	《道古堂文集》
弟　李鼎徵	《道古堂文集》
弟　李光坡	《切问斋文钞》
秦文渊	《四库全书总目》
张雍敬	《曝书亭集》,《道古堂文集》
△孔兴泰	《道古堂文集》
△袁士龙	《测量全义新书》,《道古堂文集》
△毛乾乾	《道古堂文集》
女婿△谢廷逸	《道古堂文集》
△沈超远	《道古堂文集》
△年希尧	《测算刀圭》,《面体比例便览》,《对数表》,《对数广运》
刘湘煃	《识学录》

续

△陈万策	《切问斋文钞》,《梅氏丛书辑要》
△杨作枚	《梅氏全书》
△陈厚耀	《四库全书总目》,《春秋长历》,《增删算法统宗》,《陈氏家谱》,《召对纪言》
惠士奇	《潜研堂文集》
△陈　讦	《勾股引蒙》,《勾股述》
△陈世仁	《少广补遗》
△庄亨阳	《庄氏算学》
△顾长发	《四库全书总目》
△屠文漪	《九章录要》
邵昂霄	《四库全书总目》
许伯政	《四库全书总目》,《全史日至源流》
△余　熙	《四库全书总目》
顾　琮	《御定考成后编》,《四库全书总目》
△何国宗	《大清会典则例》,《梅氏丛书辑要》
△丁维烈	《赤水遗珍》
张永祚	《杭州府志》,《道古堂文集》,《汉书疏证》
△王元启	《惺斋杂著》,《勾股衍》
△江　永	《数学》,《五礼通考》,《戴氏遗书》
△戴　震	《戴氏遗书》,《算经十书》
盛百二	《尚书释天》
△钱　塘	《潜研堂文集》
李　惇	焦里堂:《李孝臣先生传》
△吴　烺	《周髀算经图注》
褚寅亮	(钱少詹说。)
△屈曾发	《九数通考》
△龚　沧	《述古适》
厉之锷	《毖纬琐言》

道光二十年(1840年)罗士琳《续畴人传》由卷四十七至五十二共六卷。就中卷四十七杨辉、元好问、蒋周、朱世杰、赵城诸人传记,则用下列各书做资料:

《杨辉算法》,《金史》元好问本传,《金诗源》,《尧山堂外纪》,郝经《遗山墓铭》,《遗山年谱》,《四元玉鉴》,《益古演段》,《算学启蒙》,《赤水遗珍》。

至清代畴人各传引用书目,也由下表可以看到:

表2

姓 名	引 用 书 名
△明安图	《割圜密率捷法》,《衡斋算学》,《董方立遗书》
子△明 新	上书
△陈际新	上书
△张 肱	上书
△孔广森	《顨轩孔氏所著书》,《汉学师承记》,《校礼堂文集》
△博 启	《勾股容三事拾遗》,(方履亨监正说)
许如兰	《乾象拾遗》,《春晖楼集》
陈懋龄	《算学天文考》,《雕菰楼文集》,《求己堂集》,《董方立遗书》
范景福	上书
钱大昕	《钱氏丛书》,《四史朔闰考》,《地球图说》,《汉学师承记》,《经韵楼文集》
侄钱 侗	《四史朔闰考》
△凌廷堪	《校礼堂文集》,《汉学师承记》,《扬州画舫录》
△李 潢	《九章细草图说》,《缉古算经考注》
△程瑶田	《通艺录》,《汉学师承记》
△李 锐	《李氏遗书》,《知不足斋丛书》,《潜研堂文集》,《十驾斋养新录》,《勾股算术细草》,《揅经室文集》,《通艺录》,《雕菰楼文集》,《汉学师承记》
△黎应南	上书
△谈 泰	《郑司农年谱》,《经义丛钞》,《潜研堂文集》,《雕菰楼文集》

续

△汪 莱	《衡斋算学》,《通艺录》,《汉学师承记》,《雕菰楼文集》,《研六堂文集》
徐朝俊	《高厚蒙求》,《艺海珠尘》
△梅 冲	《勾股浅述》
△焦 循	《里堂学算记》,《雕菰楼文集》,《揅经室文集》,《汉学师承记》,《扬州画舫录》
子△焦廷琥	《事略》,《雕菰楼文集》
杨大壮 附	上书
△许桂林	《宣西通》,《算牖》,《曾子注释》
周治平 附	上书
吴兰修	《学海堂二集》,《缉古算经考注》
△董祐诚	董方立遗书
张成孙 附	上书
△张敦仁	《缉古算经细草》,《求一算术》,《开方补记》
姚文田	《邃雅堂学古录》,《皇清经解经义丛钞》一千三百八十三,《求已堂集》
施彦士 附	上书
△戴敦元	《九章算术细草图说》
△陈 潮	《缀术辑补》,徐(松)《礼部说》
△张作楠	《翠薇山房历算丛书》
△刘 衡	《辑古算经考注》,《循史刘公传》,《行状》,《六九轩算书》
△谢家禾	《谢谷堂算学三种》

罗书由阮元制序(1840年)。此时阮元已退休在家。

由道咸到同光又数十年,此期畴人辈出,应当续传。而李善兰、张文虎、吴嘉善均熟知中算界掌故,都惊于李锐、罗士琳之名,未敢续成。华蘅芳曾于《学算笔谈》"论《畴人传》必须再续"中说到此事。并附其弟世芳《近代畴人著述记》。此记所引共二十八人,附见的五人,共三十三人,后有光绪十年(1884年)世芳自识,全篇不记引用书名。

其后二年,即光绪十二年(1886年)钱塘诸可宝作《畴人传三编》七卷,补清代畴人各传,引用书目,又可由下表看到。

表3

姓名	引用书名
吴任臣	《四库全书总目》,《今世说》,《鹤徵前录》,《畴人传》"梅文鼎传",《道古堂集》,《鲒埼亭集》
龚士燕	《武进县志》,《道古堂文集》
杨文言 附	上书
△马负图 附	上书
△方正珠	《安徽通志》
△胡宗绪 附	上书
王兰生	《道古堂文集》,《鲒埼亭集》
顾栋高	《国史儒林传》,《词科掌录》,《春秋大事表序》
子顾 柄	上书
吴 鼐 附	上书
华玉淳	《蒲褐山房诗话》,《湖海文传》,《春秋朔闰表》
华 纲 附	上书
胡天游	《词科掌录》,《小仓山房文集》,《春秋夏正》
严 燧	《道古堂文集》
△何梦瑶	《广东通志》,《粤台徵雅录》,《南海县志》
△冯 经 附	上书
万光泰	《词科掌录》,《鲒埼亭集》,《鹤徵后录》
△沈大成	《湖海文传》,《东原集》,《学福斋杂著》
董达存	《武进县志》,《续畴人传》,许如兰传
△凌 霄	《江宁府志》
△孔继涵	《复初斋文集》,《算经十书序》
汪廷榜	《安徽通志》

续

△张裕业 附	上书
△余 煌 附	上书
△程尚忠 附	上书
△许宗彦	《鞶经室二集》,《鉴止水斋集》,《衎石斋记事稿》,《湖州府志》
△徐养原 附	上书
△纪大奎	《慎斋全集》,《梅刻算经十书》,《江西通志》
△傅九渊 附	上书
△史大壮 附	上书
△胡文翰 附	上书
△欧阳敬 附	上书
△黄 俊 附	上书
△朱 鸿	《缉古算经音义序》,《算法大成上编》,《董立方遗书序》,《衎石斋记事稿》,《刻楮集诗注》,《务民义斋算学》,《海昌备志》
△张豸冠 附	上书
时 铭	《养一斋文集》
黄承吉	《安徽通志》
周 济	《古微堂外集》
△臧寿恭	《湖州府志》
齐彦槐	《安徽通志》,《续畴人传》"张作楠传",《翠薇山房算学丛书》,《算学大成》上编,《江宁府志》
△江临泰 附	上书
王大善	《程侍郎遗集》
程恩泽	《鞶经室续集》,《癸巳类稿》,《存稿》,《程侍郎遗集》
俞正燮 附	上书
郑复光 附	上书
刘逢禄	《养一斋文集》,《武进县志》
△汤洽名 附	上书
△牟 庭	《投壶算草》,《周公年表》

续

刘日义	上书
△顾广圻	《养一斋文集》,《思适斋集》
黄汝成	《养一斋文集》,《嘉定县志》
△安清翘	《书目答问》
阮　元	《雷塘庵主弟子记》,《衍经室全集》
△骆腾凤	《开方释例》,《艺游录》,《舒艺室杂著甲编》
吴玉楫 附	上书
李兆洛	《艺舟双楫》,《养一斋文集》,《恒星赤道经纬图》,《皇舆全图》
△张　鉴	《墨林今话》,《湖州府志》,《艺舟双楫》,《舒艺室诗存注》
△沈钦裴	《养一斋文集》,《九章算术细草》,《数书九章札记》,《舒艺室杂著甲》,《详解九章算法札记》,《杨辉算法札记》
△宋景昌 附	上书
△毛嶽生 附	上书
钱仪吉	《擘石斋记事稿》,《续稿》,《缉古算经音义序》,《曾国藩文集》
△陈　杰	《缉古算经细草图解音义》,《算法大成上编》,《舒艺室诗存注》,《戴府君行状》,《湖州府志》
△丁兆庆 附	上书
△张福僖 附	上书
△项名达	下学庵《勾股六术》,《算术大成上编》,《嘉庆丙子科乡试齿录》,《戴府君行状》
△王大有 附	上书
金望欣	《安徽通志》,《算法大成》
△岑建功 附	上书
岑　淦 附	上书
△李时溥	《安徽通志》
△董桂科 附	上书
周　成 附	上书
△罗士琳	《比例汇通》,《观我生室汇稿》,《养一斋集》,《舒艺室诗存注》

续

△易之瀚 附	上书
△沈 龄	上书
△田普实	上书
朱骏声	《说文通训定声》附录《行状》,《苏州府志》
△徐有壬	《务民义斋算学》,《邹征君遗书》,《白芙堂算学丛书序跋》
马 钊	《显志堂稿》
△熊其光	《舒艺室杂著剩稿》
邹汉勋	《国朝先正事略》,《数学拾遗》,《舆地经纬度里表》
弟 邹汉池	上书
施 勤	《步算筌蹏》
△戴 煦	《戴府君行状》,《两浙忠义录》,《求表捷术》,《邹征君遗书》
杨宝臣 附	上书
诸可继 附	上书
诸可炘 附	上书
△顾观光	《九数外录》,《舒艺室杂著》
韩应陛	上书
△夏鸾翔	《洞方术图解》,《致曲术图解》,《少广缒凿》
△冯桂芬	《显志堂稿》,《弧矢算术细草图解》,《续纂江宁府志》,
△陈 旸 附	上书
△管嗣复 附	上书
尹锡瓒	《显志堂稿》,《苏州府志》
钱 绮	上书
△邹伯奇	《南海县志》,《邹征君遗书》,《舒艺室杂著甲编》,又《诗存注》,《昨非集》,《传习录》
△刘熙载 附	上书
△伊德龄 附	上书
△时曰淳	《养一斋文集》,《百鸡术衍》,《嘉定县志》

续

陈 璩附	上书
△丁取忠	《白芙堂丛书》
△李锡蕃	上书
△吴嘉善	《白芙堂丛书》,《舒艺室诗存注》
△汪曰桢	《历代长术辑要》,《古今推步诸术考》,《推策小识》,《超辰表》,《如积引蒙》,《舒艺室诗》
△左 潜	《白芙堂算学丛书》
△曾纪鸿	《白芙堂算学丛书》
△张文虎	《舒艺室全集》
△李善兰	《舒艺室诗存注》,同文馆本《测圆海镜》,《则古昔斋算学》,《几何原本全书》,《重学》附《曲线说》,《代微积拾级》,《谈天》
附录:	
葛 宜	《国朝闺阁诗钞》甲之十……小传
沈 绮	《国朝闺阁诗钞》甲之八……小传
王贞仪	《金陵诗徵》,《衎石斋记事稿》

光绪戊戌(1898 年)澧州黄钟骏撰《畴人传四编》十一卷并附卷,由华蘅芳鉴定。此编起自上古,并补清代算家各传。至明以前诸算家,则于阮罗所引各书外兼采以下各书:

《内经素问》《抱朴子》《管子》《大戴礼》《论语》《范子》《文子》《关尹子》《墨子》《庄子》《孟子》《尸子》《离骚》《吕氏春秋》《淮南子》《桓子新论》《太平御览》《册府元龟》《华阳国志》《广韵》《长历》《物理论》《浑天记》《舜典正义》《崇文书目》《中兴书目》《通志》《国史补》《北梦琐言》《十国春秋》《困学记闻注》《王氏谈录》《皇极经世书》《正蒙参两篇》《文献通考》《明焦竑经籍志》《尚友录》《长术辑要》《内经注》《畿辅志》《陈氏读书目》《通雅》《丁巨算法》《几何要法》

虽所收不免较滥，用力尚勤。至清代畴人各传引用书目又可由下表看到：

表 4

姓　名	引　用　书　名
邱维屏	《国朝先正事略》
吴守一	《四库全书提要》
何文䌹	《桂阳州志》
孙　兰	焦里堂《北湖小志》
谢文英 附	上书
戴　梓	《啸亭杂录》
王德昌	《济南府志》
孔贞瑄	《曲阜县志》
颜光敏	上书
柴绍炳	《文献徵存》,《国朝先正事略》
刘献廷	《国朝先正事略》
倪观湖	《方田通法序》,《梅氏历算全书凡例》
杨定三 附	上书
鲍祖述 附	上书
王　云	《吴门耆旧记》
△顾陈垿	《国朝诗人小传》
段巘生	《国朝诗人小传》
董以宁	《国朝先正事略》
王芝兰	《嵩县志》
叶左宽	《国朝先正事略》
李钟佐	《国朝先正事略》
汪一元	上书
秦蕙田	《国朝先正事略》,《观象授时》
余廷灿	《国朝先正事略》
△严长明	上书
丁　杰	上书

续

孙星衍	上书
李　宾	《圜天图说》
△陈昌齐	《广东通志》,《测天约术》
江　声	《国朝先正事略》
姚光晋	庸闲斋笔记
何绍业	《国朝先正事略》
△叶　棠	《天元一图说》,《筹算针度》
△邹安鬯	《近代畴人著述记》
△陈　澧	《三统术详说》,《弧三角平视法》
殷家儁	《格致补笺》,《自鸣钟说补正》
黄炳垕	《交食捷算》,《五纬捷算》,《测地志要》,《方平仪象》
胡秉成 附	上书
△董毓琦	星算补遗
△廖家绶	廖氏算书

合阮元、罗士琳、华世芳、诸可宝、黄钟骏各畴人传记,引用书籍多至四百余种,文字前后六十余万言。而各传记将天文家、算学家合称畴人,著在一篇,于各家的生死年月和著作年代,都未深考;往往序文凡例连篇记入,而制作此序文的年月,反漏列不记。即各书精华,学派流传,和社会的背影,亦全没有顾到。学者虽熟读此六十余万言的大著,而于中算源流还是无所多得。且晚近数十年算家续著的书,和新发见史料,亦将如诸、黄之例,勉强赓编呢?或是翻昔日的成案,而重编一本算史呢?近十余年来有志于后说的,有李俨、钱宝琮、裘冲曼、严敦杰诸人。

李俨于1919、1920年间,在《北京大学月刊》发表所撰《中国数学源流考略》(见1919年4月,第一卷第四号,第1~19页;1919年11月,第一卷第五号,第59~74页;1920年7月,第一卷第六

号，第 65～94 页)，曾引起研究此学的兴会。赵缭所编《数学辞典》(1923 年)，其“数学小史内篇之部”，即八九采自《考略》。李俨以《中算史》卷帙太繁，乃于其中抽取短文，投寄各杂志，计有八十余篇①。他的单行本有：《中国算学小史》(1930 年)*《中国数学大纲》上册(1931 年)**，《中算史论丛》(一)(1931 年)，(1933 年)，(二)(1935 年)，(三)(1935 年)，(四)(1947 年)，《中国数学史导言》(1933 年)***，《中国算学史》(1937 年)*；可是又经过许多年，现在还要多多修订。

钱宝琮曾于《学艺杂志》、《科学杂志》、《南开周刊》上，发表中算史论文，又编有《中国算学史讲义》在南开教授，单行本有：《古算考源》(1930 年)、《中国算学史》(1932 年)二种*。

李俨以为作史首重史料，因此多多搜罗中国算学书，他的《目录》及《目录续编》先后载于《科学杂志》五卷四、五期；十卷四期；十一卷六期；十二卷十二期；十三卷八期；十五卷一期；十六卷五期、十一期；十七卷六期中，又请裘冲曼以所编《中国算学书目汇编》登于《清华学报》三卷一期，曾远荣复为增补。李俨于 1928 年开始编《近代中算著述记》，1937、1940、1947、1951 各年都有修订***。据现在所知道，清代算家有著述可考的，以笔画多少为次序****，可得以下表 5 各人。

① 另记在《中算史论丛》本集第 116～145 页(*见本卷第 482～516 页。——编者)："三十七年来中算史论文目录"之内。

* 此四种收入本书第一卷。

** 此书收入本书第三卷。

*** 此二文 1955 年收入《中算史论丛》第二集，见本书第六卷。

**** 本书改为简体字，然未改作者原序。

表 5

二画	丁	丁兆庆　丁　枚　丁取忠　丁福保　丁维烈
三画	于	于道濙　于　瑛(一作于澄)　于　滢　于　震　于熙周
四画	尹	尹锡瓒
	孔	孔广牧　孔广森　孔兴泰　孔庆霁　孔庆霭　孔继涵　孔宪昌
	毛	毛元存　毛宗旦　毛宗藩
	方	方士鏾　方中通　方正珠　方本恭　方克猷　方贞元　方　恺(后更名楷)　方　楷
	支	支宝枬
	戈	戈　煌
	王	王大有　王允善　王元启　王正枢　王　世　王永芳　王同愈　王志雍　王宗文　王季同　王季锴　王贞仪　王衍谦　王　轩　王家弼　王　章　王国维　王达鲁　王焕奎　王　猷　王　筠　王慎余　王嘉玉　王泽沛　王遵训　王积沂　王树枬　王锡恩　王锡阐　王　勋(一作汪勋)　王　韬　王　鉴　王　銮　王汝璧　王宗浩　王　艺　王印侯
五画	史	史大壮
	左	左性平　左　潜
	石	石仁镜　石振挺
	生	生福维
六画	伊	伊德龄
	安	安清翘
	年	年希尧
	江	江大键　江　永　江　衡　江　熹　江临泰　江柏常　江子清
	朱	朱仁积　朱世增　朱　培(一作朱培业)　朱培业　朱　煦　朱湘澄　朱葆琛　朱　熙　朱骏声　朱宪章
	牟	牟庭(初名廷相)　牟廷相
	伍	伍毓华
七画	何	何步瀛　何梦瑶　何寿章　何维棣

续

	余	余　煌　余经华　余　熙　余丽元
	吴	吴中顺　吴廷龄　吴和翻(即吴绪云)　吴绪云　吴起潜　吴　烺
		吴　诚　吴传绮　吴寿萱　吴嘉善　吴其泰　吴　墀　吴兴让
		吴应召　吴砺泯　吴兰修　吴嘉让　吴锡钊　吴　垲　吴廷槐
	宋	宋景昌　宋景洛　宋　演　宋　詹
	成	成　瓘
	汪	汪曰桢　汪光恒　汪香祖　汪　莱　汪钟霖　汪　勋(一作王　勋)
	吕	吕之宸　吕廷云
	沈	沈大成　沈士桂　沈光烈　沈　宏　沈保枢　沈祖绵　沈柄皆
		沈钦裴　沈善蒸　沈嘉澍　沈　莲　沈　绮　沈轸先　沈桢良
		沈　灏
	李	李之和　李子金　李方泼　李　元　李巨栋　李玉如　李　洄
		李固松　李长茂　李炳章　李时溥　李祥麟　李　异　李善兰
		李栋材　李慎斋　李　钤(一作李轸)　李　轸　李　潍　李　潢
		李凤苞　李　锐　李锡蕃　李　锡　李　藩　李鉴青　李树三
		李　翰
	杜	杜知耕　杜炜孙　杜魁云　杜亚泉
	邢	邢廷箕
	阮	阮　元
八画	屈	屈曾发
	周	周以炘　周　达　周道章　周登瀛　周毓英　周广询　周　藩
		周丰幹　周运煃　周以南　周　京
	宗	宗森宝
	尚	尚春藻
	明	明安图
	易	易之翰
	林	林文钊　林春翰　林绍青　林传甲

续

	知	知弥
	邵	邵蕙沅
	金	金殿祥　金鹰扬
	孟	孟钟泰
九画	保	保其寿
	侯	侯　度(原名廷椿)　侯廷椿
	姚	姚申锡
	洪	洪锡禧
	胡	胡文渊　胡文翰　胡先座　胡宗绪　胡炳文　胡约堂　胡会恩 胡　豫　胡　煦
	范	范景福　范　持　范震亚　范锡篆　范　祎
	纪	纪大奎
	苗	苗庆华
十画	倪	倪思宽　倪绍高
	凌	凌步芳　凌佩卿　凌　霄
	唐	唐再丰　唐国熊
	席	席　淦
	晏	晏联奎
	孙	孙志熊　孙廷芝　孙家鼐　孙嘉谟
	夏	夏允彝　夏鸾翔
	徐	徐以祥　徐世伦　徐　异　徐有壬　徐虎臣　徐建寅　徐春和 徐绍桢　徐　鄂　徐　善　徐　寿　徐凤诰　徐养原　徐树勋 徐锡麟　徐继高　徐　发　徐　灏　徐晋熊
	时	时曰淳　时曰醇　时　铭
	殷	殷家儁
	袁	袁士龙(即袁士鹏)　袁士鹏　袁纲维　袁　煦
	秘	秘象贤

续

	马	马之驦　马守愚　马负图　马光吉　马　良
	秦	秦阿灼　秦同培
	高	高　溥
十一画	曹	曹　辛　曹汝川　曹汝英
	张	张元勋　张永祚　张作楠　张豸冠　张秉枢　张松溪　张迪襄
		张其翻　张东烈　张宗孟　张茂滉　张家福　张校均　张贡九
		张敦仁　张　琛　张裕华(一作张裕叶)　张裕叶　张森玉
		张景光　张楚钟　张　煜　张福禧　张德昭　张凤岗　张毓瑗
		张鼎祐　张　潮　张鸿勋　张鹏飞　张　爔　张　鉴　张文虎
		张问惺　张学飏　张雍敬　张一爵
	强	强汝询
	崔	崔朝庆　崔铭檠
	惕	惕　安
	梁	梁兆鉴　梁国载　梁汉鹏(互见吴兰修)
	梅	梅文鼎　梅文鼐　梅　冲　梅启照　梅瑴成
	章	章德棨
	庄	庄亨阳　庄存与
	莫	莫占衢
	许	许桂林
	郭	郭恩敷(一作郑恩敷)　郭秉彝
	陈	陈士幹　陈方墀　陈元勋　陈平瑛　陈世仁　陈世佶　陈世明
		陈有霖　陈　沚　陈希龄　陈　采　陈志坚　陈其晋　陈忠恕
		陈昌斋　陈　松　陈　杰　陈炳儿　陈　讦　陈厚耀　陈修龄
		陈启沅　陈　崧　陈　善　陈　棠　陈掌文　陈　晹(一作陈瑒)
		陈　瑒　陈新元　陈　璟　陈维祺　陈懋龄　陈润兹　陈　范
		陈　潮　陈　澧　陈鹤龄　陈道新　陈　坦　陈启运　陈寿田
		陈骧瀚　陈景华　陈贤佑

续

	陶	陶耕书　陶良骏　陶　赞
	陆	陆　采　陆祖谷
十二画	傅	傅九渊　傅云龙　傅骥伯
	劳	劳乃宣　劳絅章
	屠	屠文漪　屠　钫
	彭	彭仕勋　彭述文　彭致君　彭祖贤　彭瑞熙　彭聘求　彭兰琪 彭竹阳　彭问鹤
	揭	揭廷锵
	曾	曾　汲　曾纪鸿　曾仰东
	焦	焦廷琥　焦　循　焦震福　焦腾凤
	汤	汤金铸　汤洽名
	童	童世亨
	程	程之骥　程尚忠　程　禄　程瑶田
	盛	盛钟圣　盛钟彬
	华	华世芳　华蘅芳
	贺	贺尹东
	鄂	鄂　诺
	项	项元哲　项名达
	冯	冯世澂　冯桂芳　冯　经　冯　澂　冯　壍　冯　书
	黄	黄方庆　黄以巽　黄百家　黄宗羲　黄伯瑛　黄宗宪　黄　俊 黄炳垕　黄泰生　黄启明　黄禄为　黄传祁　黄远墉　黄豪伯 黄庆澄　黄钟骏　黄兰叔　黄耀奎
	都	都　伦
	温	温仲和
十三画	杨	杨之培　杨　冰　杨　正(原名鹤琴)　杨鹤琴　杨兆鋆　杨作枚 杨定三　杨承烈　杨　衍　杨炳奎　杨荣衮　杨履泰　杨　骏
	万	万光泰　万　惠

续

	叶	叶　棠　叶振铎　叶凤藻　叶耀元
	葛	葛朝模　葛绳武
	董	董桂科　董恩新　董祐诚　董化时　董梦庚　董彦辉　董毓奇(一作董毓琦)董毓琦　董天成　董瑞椿
	贾	贾步纬
	解	解崇辉
	邹	邹立文　邹伯奇　邹祖荫　邹尊显　邹介福
	邬	邬　铨
十四画	廖	廖家绶　廖诚意
	熊	熊其光　熊衍学
	蒯	蒯　幹
	翟	翟　视　翟宝书
	臧	臧寿恭(原名辉)　臧　辉
	赵	赵元益　赵天衢　赵秉良　赵曾栋　赵敬襄　赵连壁
十五画	褚	褚寅亮
	刘	刘大观　刘曰义　刘永锡　刘光照　刘尚勇　刘昌言　刘　建　刘　掞　刘执经　刘　握(一名伦)　刘　伦　刘霆轮　刘维师　刘熙载　刘道光　刘泽桢　刘　衡　刘岳云　刘彝程　刘　鹗　刘欧华　刘　铎　刘其伟　刘　纶　刘鹏振
	厉	厉之锷
	欧	欧阳敬　欧阳僎　欧盛祥
	潘	潘绍经　潘应祺　潘逢禧
	蒋	蒋士栄　蒋士栋　蒋守诚　蒋金镛　蒋湘南　蒋德鋐　蒋维钟　蒋学慈
	蔡	蔡秉钧　蔡受采(又名绶绿)蔡绶绿　蔡以观
	谈	谈　泰
	邓	邓之秀

续

	郑	郑复光　郑毓英　郑敷亨　郑恩敷（一作郭恩敷）郑思忠
	黎	黎佩兰　黎应南　黎春書
	樊	樊升荣
十六画	卢	卢　朋　卢　靖
	诸	诸可宝　诸可继
	钱	钱志仪　钱佩青　钱　绮　钱衍绂
	骆	骆腾凤
	鲍	鲍澹深　鲍成镛
	龙	龙应乾
	楼	楼惠祥
十七画	应	应文清
	萧	萧邦彦　萧书云　萧开泰（初名汝阶）萧汝阶　萧履安
	薛	薛乃畴　薛光琦　薛凤祚
	缪	缪朝铨
	谢	谢洪赉　谢家禾　谢　唐　谢崇星　谢程九　谢锡九
	韩	韩保徵
十八画	戴	戴　侃　戴　源　戴　煦　戴　震
	瞿	瞿方梅
	聂	聂祖订
	魏	魏殿宣
十九画	罗	罗士琳　罗长琦　罗致勋
	谭	谭　文　谭学元
二十画	严	严杏林
	苏	苏　城
二十一画	顾	顾长发　顾鼎铭　顾　澄　顾儒基　顾观光
二十二画	龚	龚　沦　龚　杰　龚铭凤　龚焘春

此表虽尚不免缺漏，已经比较表1、2、3、4多些，并且比较以前实

在。以前曾有“征求中国算学书启事”分发各界，并登广告在杂志、报章上，希望多收罗些史料。

1927 年 11 月第三次泛太平洋学术会议在日本东京开会时，日人三上义夫著有“*Mathematics in China and Japan*”一文末节述中、日研究算史的经过，原文如下：

22. Of historical studies on the old Japanese mathematics, mention must be made first of T. Endo's *History of Japanese Mathematics*(in Japanese) (1896) and the revised and enlarged edition of 1918. After Endo's work appeared the studies of D. Kikuchi (菊地大麓), T. Hayashi(林鹤一), Y. Mikami (三上义夫), K. Yanagihara and others, in whose hands details as well as general and historical views were given. Besides these, there are C. Kawakita (川北朝邻), N. Okamoto, K. kano, J. Kawai and others who are deeply versed in the subject but whose works have, for the most part, not been published.

The Chinses have published a number of studies based on European and American histories of mathematics. The chinese Li Yen(李俨) has published a number of historical articles and his works are well known. Besides Mr. Li, there are also others who occasionally bring out their writings on the subject, and the historical studies of the Chinese are gradually advancing.

中国研究中算史的为数尚不多，深愿研究的人以后多些，中算及早得到完满的整理，就中算学家的后裔和藏书家留存有中算书旧刻本钞稿本的，亦望交给研究此门学者，慎加评定，使旧算精华，不至坠失。

三十七年来中算史论文目录*

序

1932年2月曾参考《人文杂志》、《国学论文索引》、《国学论文索引续编》，并因北京图书馆和友人孙文青君协助，写成《二十年来中算史论文目录》一文，载于《国立北京图书馆馆刊》六卷二号。1937年3月复因北京图书馆和钱宝琮、孙文青、邓衍林、章用诸君协助，写成《二十五年来中算史论文目录》一文，交北京图书馆发表，稿留未刻，后将三年来出版论文，一齐列入，并由北京图书馆昆明办事处、上海中国科学社、北京燕京大学引得编纂处，和严敦杰、邓衍林君协助校补，汇辑中算史论文，共二百五十余条，题作《二十八年来中算史论文目录》。1944年又和严敦杰君共著《抗战以来中算史论文目录》。现在将两文合并，并记录至1948年10月改称《三十七年来中算史论文目录》。其缺记之处，尚望读者指正是幸。

* 本文是在作者历年来所完成的中算史论文目录的基础上增订而成，1955年收入《中算史论丛》第五集第116～145页。

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
海镜新题	崔朝庆	数学杂志(南通)	1912年12月	二册	50～51	
古人喜用平方数	崔朝庆	数学杂志(南通)	1912年12月	二册	84～85	
若干与几何之别	崔朝庆	数学杂志(南通)	1912年12月	二册	85	
常用数学	崔朝庆	数学杂志(南通)	1912年12月	二册	86	
九九	崔朝庆	数学杂志(南通)	1912年12月	二册	86～87	
改良算盘说	寿孝天	教育杂志	1914年7月	六卷七号	85～89	
弧矢启秘图解	李善兰著 汪远焜绘图	国学(国学昌明社)	1915年9月	二期 三期 四期	1～6 1～4 1～4	
李之藻传	陈垣	国学	1915年	一卷三期		互见《辩学遗牍》
某君来书论著述中国算学史事		科学	1916年2月	二卷二期	235～237	
中国数学史余录	李俨	科学	1917年2月	三卷二期	238～241	互见《东方杂志》14卷第11期第173～175页
中国圆周率略史	茅以升	科学	1917年4月	三卷四期	411～423	互见1918年4月15日《东方杂志》第15卷4号第151～155页
π之略史	杨荃骏	北高数理杂志	1918年	一号	84～89	
圆周率考	齐汝璜	北大数理杂志	1919年1月	一卷一号	67～77	
中国数学源流考略	李俨	北大月刊	1919年4月 1919年11月 1920年7月	一卷四号 一卷五号 一卷六号	1～19 59～74 65～94	

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
中国数学源流考略识语	张崧年	北大月刊	1919年 4月	一卷四号	21～22	
圆率进化史	孙 塘	学生杂志	1920年 4月	七卷四号	120～132	
李俨所藏中国算学书目录	李 俨	科学	1920年 4月 1920年 5月	五卷四期 五卷五期	418～426 525～531	
大衍术论	高 均	工科杂志(震旦大学院)	1920年	二号	7～64	
大衍术	傅种孙	北京高师数理杂志	1920年	三期		
中国数学书籍考	刘应先	武高数理	1921年1～4月	六期 七期 八期	51～53 53～56 57～71 (未完)	国立武昌高等师范学校"数理学会杂志"自1921年4月九期起改名"数理化杂志"
九章问题分类考	钱宝琮	学艺	1921年 5月	三卷一号	1～10	互见单行本钱宝琮《古算考源》
九章算法源流考	钱宝琮	学艺	1921年 6月	三卷二号	1～12	互见单行本《古算考源》
百鸡术源流考	钱宝琮	学艺	1921年 7月	三卷三号	1～6	互见单行本《古算考源》
求一术源流考	钱宝琮	学艺	1921年 8月	三卷四号	1～16	互见前书
记数法源流考	钱宝琮	学艺	1921年10月	三卷五号	1～6	互见前书
"以上"及"以下"之用语	黄际遇	武高数理	1922年 1月	六期	49～50	
珠算归除之歌诀	黄际遇	武高数理	1922年 1月	六期	50～51	
朱世杰垛积术广义	钱宝琮	学艺	1923年 1月	四卷七号	1～9	互见单行本《古算考源》

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
中国算书中之圆率研究	钱宝琮	科学	1923年 2月 1923年 3月	八卷二期 八卷三期	114～129 254～265	
π之小史	周沛	北师大数理杂志	1923年 6月	四卷二号	35～45	
顾尚之先生传略	姚光	国学丛选	1923年再版	第六集		
易卦与代数之定律	沈仲涛	时事新报	1924年1月3日	学灯		互见学灯合订本第六卷第一册第三号2～3页
戴东原先生传	梁启超	晨报副镌	1924年1月19日			
东原著述纂校书目考	梁启超	北平晨报副镌	1924年1月20日			
东原著述考	王竞	北平晨报副镌	1924年2月12～15日			
明清之际西算输入中国考略	张荫麟	清华学报	1924年 6月	一卷一号	38～69	
纪元后二世纪我国大科学家张衡	张荫麟	东方杂志	1924年12月	二十一卷二十三号	89～98	
四元开方释要	郑之蕃	清华学报	1924年12月	一卷二号	233－278	
策算浅释	陈展云	晨报六周年纪念特刊	1924年12月		217～222	
张衡别传	张荫麟	学术	1925年 4月	四十期	1～13	
李俨所藏中国算学书目录续编	李俨	科学	1925年 7月 1926年 6月 1927年12月 1929年 3月 1930年11月	十卷四期 十一卷六期 十二卷十二期 十三卷八期 十五卷一期	548～551 817～820 1825～1826 1134～1137 158～160	

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
			1932年 5月	十六卷五期	856～857	
			1932年11月	十六卷十一期	1710～1713	
			1933年 6月	十七卷六期	1005～1008	
			1934年11月	十八卷十一期	1547～1556（未完）	
大衍求一术之过去与未来	李俨	学艺	1925年 9月	七卷二号	1～45	互见李俨《中算史论丛》第一集
中算输入日本之经过	李俨	东方杂志	1925年 9月	二十二卷十八号	82～88	互见前书第五集
梅文鼎年谱	李俨	清华学报	1925年12月	二卷二号	609～634	互见前书第三集
戴东原年谱	魏建功	国学季刊（北大）	1925年12月	二卷一期	125～153	
印度算学与中国算学之关系	钱宝琮	南开周刊	1925年12月	一卷十六号	4～8	
重差术源流及其新注	李俨	学艺	1926年 4月	七卷八号	1～15	互见李俨《中算史论丛》（一）
敦煌石室算书	李俨	中大季刊	1926年 6月	一卷二号	1～4	互见前书
中国算学书目汇编	裘冲曼	清华学报	1926年 6月	三卷一号附录	43～92	
又增补	曾远荣	清华学报	1926年 6月	三卷一号附录	92～96	
中算家之 Pythagoras 定理研究	李俨	学艺	1926年10月	八卷二号	1～27	互见李俨《中算史论丛》第一集
茭草形段罗草补注	汤天栋	科学	1926年11月	十一卷十一号	1535～1558	
李邹顾戴徐诸家对于数之研究	周明群	清华学报	1926年12月	三卷二号	1047～1068	

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
明代算学书志	李俨	图书馆学季刊	1926年12月	一卷四期	667～682	互见李俨《中算史论丛》第二集
对数之发明及其东来	李俨	科学	1927年2月 1927年3月 1927年6月	十二卷二期 十二卷三期 十二卷六期	109～158 285～325 689～700	互见李俨《中算史论丛》第三集
九章算术盈不足术传入欧洲考	钱宝琮	科学	1927年6月	十二卷六期	701～714	
中国算学书目汇编质疑	汤天栋	学艺	1927年6月	八卷七号	1～3	
中国古代圆周率之算法	(日本)三上义夫著 编者节译	科学	1927年7月	十二卷七期	941～944	
三角术及三角函数表之东来	李俨	科学	1927年9月	十二卷十期	1345～1393	互见李俨《中算史论丛》第三集
中算家之纵横图研究	李俨	学艺	1927年9月	八卷九号	1～40	互见李俨《中算史论丛》第一集
明清算家之割圆术研究	李俨	科学	1927年11月 1927年12月 1928年1月 1928年2月	十二卷十一期 十二卷十二期 十三卷一期 十三卷二期	1487～1520 1721～1766 53～102 201～250	互见李俨《中算史论丛》第三集
明清之际西算输入中国年表	李俨	图书馆学季刊	1927年12月	二卷一期	1～34	互见李俨《中算史论丛》第三集
九章及两汉之数学	张荫麟	燕京学报	1927年12月	二号	301～312	
徐寿传	钱基博	国学丛刊(东南大学国学研究会)	1927年	一卷一号		

题	作　者	所载杂志	出版期	卷　号	页	备　考
永乐大典算书	李　俨	图书馆学季刊	1928年 3月	二卷二期	189～195	互见李俨《中算史论丛》第二集
秦以前之数学	刘朝阳	(中山大学)语言历史学研究所周刊(广州)	1928年3月6日	二集十九期	182～194	
整理中国算学材料之提议	刘朝阳	(中山大学)语言历史学研究所周刊	1928年5月16日	三集二十九期	26～27	
中算史之工作	李　俨	科学	1928年 6月	十三卷六期	785～809	互见李俨《中算史论丛》第五集
李善兰年谱	李　俨	清华学报	1928年 6月	五卷一号	1625～1651	互见前书第四集
中国珠算之起源	吕　炯	东方杂志	1928年 7月	二十五卷十四号	81～84	
数名古谊	丁　山	中央研究院历史语言研究所集刊(北京)	1928年10月	一本一分	89～94	
徐光启著述考略	徐景贤	新月	1928年10月	一卷八号	1～14	
新嘉量之校及量推算	刘　复	辅仁学志	1928年12月	一卷一号	1～30	
中国近古期之算学	李　俨	学艺	1928年12月	九卷四，五号	1～28	
近代中算著述记	李　俨	图书馆学季刊	1928年12月 1929年 6月 1929年 9月 1929年12月	二卷四期 三卷二期 三卷三期 三卷四期	601～640 149～200 367～387 601～617	互见李俨《中算史论丛》第二集

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
再补裘编中国算学书目	刘朝阳	(中山大学)语言历史学研究所周刊(广州)	1928年12月	六集六十一期	27~28	
新嘉量五量铭释	励乃骥	国学季刊(北大)	1928年	五卷二期	71~84	
关于算学之中国故事	刘朝阳	(中山大学)语言历史学研究所周刊	1929年1月13日	六集六十六期	29~32	
九章算术补注	李俨	北京北海图书馆月刊	1929年 2月	二卷二号	127~133	互见李俨《中算史论丛》(三)
中算家之级数论	李俨	科学	1929年 4月 1929年 5月	十三卷九期 十三卷十期	1139~1172 1349~1401	互见李俨《中算史论丛》第一集
天算大家海宁李善兰的著述	顾颉刚 陈檠	(中山大学)图书馆报	1929年 6月	七卷四期	15~22	
卢木斋(靖)先生与木斋图书馆(插图)		图书馆学季刊	1929年 6月	三卷一二号合刊	卷前	
中国天文学史之一重大问题……周髀算经之时代	刘朝阳	(中山大学)语言历史学研究所周刊	1929年 8月	八集九四九五九六期合刊	1~11	
周髀算经考	钱宝琮	科学	1929年 9月	十四卷一期	7~29	
中算家之 Pascal 三角形研究	李俨	学艺	1929年10月	九卷九号	1~15	互见李俨《中算史论丛》第一集
孙子算经考	钱宝琮	科学	1929年10月	十四卷二期	161~168	
夏侯阳算经考	钱宝琮	科学	1929年11月	十四卷三期	311~320	
珠算开方法的原理	绍先	学生杂志	1929年12月	十一卷十二号	47	

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
新旧幻方底介绍	卫宝怡	南开大学周刊	1929年12月	七十七号	51	
筹算制度考	李俨	燕京学报	1929年12月	六号	1129～1144	互见李俨《中算史论丛》第四集
宋杨辉算书考	李俨	图书馆学季刊	1930年 3月	四卷一号	1～21	互见李俨《中算史论丛》第二集
孙子算经补注	李俨	国立北京图书馆馆刊	1930年7,8月	四卷四号	13～29	互见李俨《中算史论丛》(三)
九九数的游戏	徐子龄	中华教育界	1930年10月	十八卷十号	63	
中算家之方程论	李俨	科学	1930年11月	十五卷一期	7～44	互见李俨《中算史论丛》第一集
三百年前之算学大家……梅定九先生	龚颇波	学风	1930年11月	一卷二号	7～13	
莽量函率考	颜希深	燕京学报	1930年12月	八号	1493～1515	
明清两代来华外人考略	张恩龙	图书馆学季刊	1930年12月 1931年 3月	四卷三四期 五卷一期	447～472 83～104	
戴东原的继承者焦里堂	王永祥	东北丛镌	1930年12月	一卷十二期	1～24	
焦里堂先生年谱	王永祥	东北丛镌	1931年 1月	一卷十三期	1～66	
新收陈房伯(希龄)历算书稿述记	王献唐	山东省立图书馆季刊	1931年 3月	一卷一期	57～69	

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
增修明代算学书志	李俨	图书馆学季刊	1931年3月	五卷一号	2123～2138	互见李俨《中算史论丛》第二集
堆罗汉	刘薰宇	中学生(开明书店)	1931年3月	十三号	87	互见单行本刘薰宇《数学趣味》
测圆海镜研究历程考	李俨	学艺	1931年3月	十一卷二号	1～26	互见李俨《中算史论丛》第四集
			1931年8月	十一卷六号	1～15	
			1931年10月	十一卷八号	1～36	
			1931年11月	十一卷九号	1～10	
			1931年12月	十一卷十号	1～14	
			1932年2月	十二卷一号	117～134	
			1932年3月	十二卷二号	85～101	
			1932年4月	十二卷三号	99～111	
			1932年5月	十二卷四号	83～92	
九章算术源流考	孙文青	学术季刊(女师大)	1931年4月	二卷一期	1～60	互见师大月刊1925年2月,三期
几何原本满文译本跋	陈寅恪	中央研究院历史语言研究所集刊	1931年4月	二本三分	281～282	
刘氏检积筹说明书	刘增冕	工程季刊	1931年4月	六卷二号	197～201	
配合论中之一旁支	高均	科学	1931年4月	十五卷四期	508～513	
数名原始	方国瑜	东方杂志	1931年5月	二十八卷十号	83～88	
李俨所著中算史论文目录		科学	1931年6月	十八卷十一期	962	
书徐文定公事	徐景贤	圣教杂志	1931年7月	二十卷七期	401～410	
物不知总之普通算法	敖文宗 李俨	科学	1931年9月	十五卷九期	1399～1413	

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
字马考	梁岵庐	东方杂志	1931年 9月	二十八卷十七号	97～100	系考校丨，丨丨，丨丨丨，×，8，⊥，$\underline{\perp}$，$\underline{\underline{\perp}}$，文等数码之原
中国数学大纲(上册) 中算史论丛(一) 中国算学小史	明(向觉明)	国立北京图书馆馆刊	1931年 11，12月	五卷六号(书报介绍)	101	
珠算制度考	李俨	燕京学报	1931年12月	十号	2123～2138	互见李俨《中算史论丛》第四集
汉均输法考	钱宝琮	文理(浙大)	1931年	四期	45～46	
梅勿庵先生年谱	钱宝琮	国立浙江大学季刊	1932年1月	一卷一期	11～44	
天算学系主任王锡恩先生逝世		齐大月刊	1932年1月	二卷四期	454～456	
珠算之起原	袁在辰	钱业月报(上海钱业公会)	1932年1月	十二卷一号	1～7	
珠笔算开方别法	陈桐寿	军需杂志(南京军需学校)	1932年 1月 2月 3月 4月 5月 6月 7月	十七号 十八号 十九号 二十号 二十一号 二十二号 二十三号	51～64 69～84 70～86 95～102 89～97 64～76 59～72	
二十年来中算史论文目录	李俨	国立北京图书馆馆刊	1932年3，4月	六卷二号	57～66	互见李俨《中算史论丛》第五集
张衡著述年表	孙文青	金陵学报	1932年 5月	二卷一号	105～116	互见《师大月刊》1933年1月，一卷二期

题	作　者	所　载　杂　志	出　版　期	卷　号	页	备　考
利公玛窦小传		圣教杂志	1932年　9月	二十一卷九期	529～533	
梅定九年谱	商鸿逵	中法大学月刊（北京）	1932年10月	二卷一号	19～42	
九章算术篇目考	孙文青	金陵学报	1932年11月	二卷二号	321～363	
		师大月刊	1933年　3月	三期（理学院专号）	37～84	
韩信点兵	（刘）薰宇	中学生	1932年12月	三十期	95～125	互见单行本《数学趣味》
黑白交错图	赵缭著 李俨校	学艺	1932年12月	十二卷十号	53～64	
开教肇庆建堂三百五十周年奉教阁老去世三百周	徐宗泽	圣教杂志	1933年1月	二十二卷一期	2～10	
京师同文馆略史	吴宣易	读书月刊（国立北京图书馆）	1933年　1月	二卷四号	1～15	
二十年来中算史料之发见	李　俨	科学	1933年1月	十七卷一期	1～15	互见李俨《中算史论丛》第二集
东方图书馆善本算书解题	李　俨	国立北京图书馆馆刊	1933年1,2月	七卷一号	7～11	互见前书第二集
中国数学史导言	李　俨	学艺	1933年　3月	百号纪念增刊	139～160	互见前书第二集及单行本学艺小丛书第四种
韩信点兵	金　品	科学	1933年　3月	十七卷三期	358～378	

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
徐文定公去世三百周年纪念汇志		我存杂志	1933年 3月	一卷四期	84～104	
李之藻的名理探	徐宗泽	圣教杂志	1933年 4月	二十二卷四期	149～201	
徐文定三百周年纪念专号	上海徐家汇乐善堂编	天津益世报	1933年8月4日	第十版		原书目次： 1. 徐文定公像（徐氏家藏） 2. 徐文定公三百周年纪念词（华封九四老人讲） 3. 特载 （甲）徐文定公传略序（译南京惠主教函） （乙）余所见徐文定圣德之鳞爪（陆征祥寄安国孙主教函） 4. 文学家徐文定公（徐景贤讲稿）
大写数字考	梁岵庐	东方杂志	1933年 8月	三十卷十五号	59～63	
徐文定三百周年纪念论文		我们的教育（上海徐家汇汇师中学）	1933年 9月	第七年四五期合订本（徐文定三百周年纪念特大号）（二十二年毕业专号）	114～234	本书目次： 三百年前的徐文定（唐于敬） 从历史的背景研究徐文定（马心安） 农政学家徐文定（丁经宝） 文学家徐文定（李文明）

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
						天算学家徐文定(吴济民) 圣教会的柱石(彭香龄) 阁老(刘三德) 阁老与国难(严肃) 阁老与朝鲜日本及罗玛(顾敏政) 徐文定的遗训及其伟大(陈伟谋) 游徐文定公墓(歌)
明贤徐文定三百周年纪念	徐景贤	人文月刊	1933年 9月	四卷七期	1～11	
同上	严 肃	磐石杂志	1933年12月	一卷四期	27～32	
中国数理本原	马哲如	焦作工学生	1933年 9月	二卷一二号	1～18	
唐宋元明数学制度	李 俨	科学	1933年10月	十七卷十期	1545～1565	互见李俨《中算史论丛》第四集
中国的圆周率	许莼舫	科学世界	1933年10月	二卷十号	747～756	
徐上海特刊	圣教杂志社(上海徐家汇)	圣教杂志	1933年11月	二十二卷十一期		单行本
明代开教名贤之一李我存先生传略	陈援庵	我存杂志	1933年11月	一卷十一期重版创刊	36～44	
张衡年谱	孙文青	金陵学报	1933年11月	三卷二号	331～420	另有单行本
中算家对于数字方程式解法之贡献	金 品	光华大学半月刊(上海)	1933年11月	二卷三期 二卷四期	23～27 39～45	

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
徐光启逝世三百年纪念	佛陀耶舍(向　达)	大公报	1933年11月23日	图书副刊第五期		
徐光启逝世三百年纪念	向　达	大公报	1933年11月23日	图书副刊第五期		互见徐文定公逝世三百年纪念文汇编
关于徐光启之新刊三种(新书介绍) 1. 增订徐文定公集 2. 徐氏庖言 3. 徐上海特刊		大公报	1933年11月23日	图书副刊第五期		
徐光启逝世三百周年纪念日感言	李书华	大公报	1933年11月24日	科学周刊		互见徐文定公逝世三百年纪念文汇编
徐文定公三百周年纪念	陈彬龢	申报	1933年11月24日			互见前书
徐文定公三百年祭后	潘光旦	华年周刊(上海)	1933年12月2日	二卷四十八期	945～951	互见前书
徐文定公三百年纪念	金兆梓	新中华	1933年12月	一卷二十四期	29～34	互见前书
中国圆周率历代之变迁	王金印	励学(山东大学励学社)	1933年12月	一卷一号	127～128	
徐光启对中国近代教育之贡献	徐景贤 严　肃	东方杂志	1933年12月	三十卷二十四号	(教)12～16	互见徐文定公逝世三百年纪念文汇编
东方图书馆残本数学举要目录	李　俨	图书馆学季刊	1933年12月	七卷四号	721～726	互见李俨《中算史论丛》第二集
数目字	卫聚贤		1934年	3号	93～	
芸庵群书题记	赵万里	大公报	1933年12月7日	图书副刊第六期		

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
内容： 1. 孙子算经三卷 2. 张邱建算经三卷 3. 残本九章算术五卷 4. 五曹算经五卷 5. 数术记遗一卷 以上宋刻宋印本		国立北京图书馆馆刊	1935年5,6月	八卷三号	45～47	
戴震算学天文著作考	钱宝琮	国立浙江大学科学报告	1934年 1月	一卷一期	1～21	
纪念明末先哲徐文定公	竺可桢	国风半月刊(南京)	1934年 1月	四卷一号	1～2	
徐光启逝世三百年纪念日感言	李书华等	国风半月刊	1934年 1月	四卷一号	3～6	
徐文定公三百周年演说辞	张百禄	圣教杂志	1934年 1月	二十三卷一期	18～22	互见徐文定公逝世三百年纪念文汇编
明末清初传教士传略……汤若望	仲 群	圣教杂志	1934年 1月	二十三卷一期	23～30	
π演算简史	林	科学世界	1934年1月15日	三卷一号	111	
移棋相间法	杨 肆	理科期刊(光华大学)	1934年 1月	创刊号	93～104	
徐文定逝世三百年纪念感言	高 鲁	宇宙(南京中国天文学会编)	1934年 2月	四卷八号(徐光启逝世三百年纪念专号)	128～133	互见徐文定公逝世三百年纪念文汇编
明末清初传教士传略……南怀仁	仲 群	圣教杂志	1934年 2月	二十三卷二期	81～87	

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
测圆海镜批校	李俨	国立北京图书馆馆刊	1934年3,4月	八卷二号	49～60	互见李俨《中算史论丛》第四集
近代科学先驱……徐光启	竺可桢	申报月刊	1934年 3月	三卷三号	73～78	互见徐文定公逝世三
同上		交大季刊	1934年 9月	十四号	97～104	百年纪念文汇编
昔人致力于π之研究史	孙雪亮	科学世界	1934年 4月	三卷四号	419～433	
出席国际数学会之经过	许国宝	交大季利	1934年 5月	十三号	77～82	
清代数学教育制度	李俨	学艺	1934年5月 1934年6月 1934年8月	十三卷四号 十三卷五号 十三卷六号	37～52 49～59 39～44	互见李俨《中算史论丛》第四集
算学研究会的沿革和内容	陈志	科学世界	1934年 6月	三卷六号	349～354	
明贤徐文定公年谱初编（上）	徐景贤	学风	1934年 6月	四卷五期	1～20	
明贤徐文定公年谱初编（下）	徐景贤	学风	1934年 7月	四卷六期	21～36	
本馆新购裘氏双啸室中国算学书目	编者	浙江省立图书馆馆刊	1934年 6月 1934年 8月	三卷三号 三卷四号	1～12 13～24	
测圆海镜分类释术	夏定域	浙江省立图书馆馆刊	1934年 6月	三卷三号	2～3	
介绍锁套吞容十九问	张培元	励学（山东大学励学社）	1934年 6月	一卷二号	193～216	
徐文定公逝世三百年纪念文汇编	徐宗泽	圣教杂志	1934年6,7月	二十三卷六,七期特刊		单行本

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
徐文定公逝世三百年纪念文汇编(新书介绍)	(牟)润孙	大公报	1934年8月11日	图书副刊三十九期		
珠算归诀的改良	陆在新	小学教师	1934年 8月	一卷二十三号	32～33	
改良珠算乘法口诀	陆在新	小学教师	1934年8月	一卷二十三号	33～34	
清季陕西数学教育史料	李 俨	西京日报(陕西西安)	1934年8月13,14,15,16,17,18,19日	陕西省立第一图书馆第一届展览会特刊		互见李俨《中算史论丛》第四集
中国算学略说	李 俨	西京日报	1934年 8月13～15日			
		科学	1934年 9月	十八卷九期	1135～1137	
九九传说及九九表	孙文青	学艺	1934年9月	十三卷七号	37～51	
祖冲之——一千五百年前之中国科学家	陈登原	人文	1934年9月15日	五卷七期	1～5	
又		文化月刊	1934年10月15日	一卷九期	65～67	
汤若望司铎年谱	梁志廉	磐石杂志	1934年 9月 1934年10月 1934年11月	二卷九期 二卷十期 二卷十一期	11～18 29～34 20～24	
中国隋唐前圆周率之研究	崔 宏	北强月刊(北京民友书局)	1934年10月	一卷五号	56～60	
读"大写数字考"	陈子展	太白(半月刊)	1934年10月	一卷二号	103～104	

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
中国的数理	李俨	文化建设	1934年10月	一卷一号	149～153	互见李俨《中算史论丛》第三集
珠算和笔算	张健	读书生活	1934年10月	一卷一号	18～21	
我国古算具	小飞	晨报	1934年11月16日	科学介绍第二十五期	第八版	
印度历算与中国历算之关系	李俨	学艺	1934年11月 1934年12月	十三卷九号 十三卷十号	57～74 51～64	互见李俨《中算史论丛》(四)
怎样研究数学及其基本书目		晨报	1935年1月1日	增刊第二十一版		
金氏新式算盘说明书	金剑清	中国科学	1935年 1月	三卷二号	47～52	
桐乡劳玉初先生小传	陈训慈	文澜学报	1935年 1月	第一集	1～8	
敦煌石室算经一卷并序	李俨	国立北京图书馆馆刊	1935年1,2月	九卷一号	39～46	
徐光启	陆徽祥	新北辰	1935年 2月	一卷二期	137～150	
清代文集算学类论文	王重民著 李俨校	学风	1935年3月	五卷二号	1～8	互见清代文集篇目分类索引
极东数学之国际化与产业革命	(日本)小仓金之助著 若黎译	中国经济(南京)	1935年 3月	三卷三号	1～12	
同上	朱少先译	学艺	1935年 3月	十四卷二号	103～124	
怎样研究珠算	张健	青年界(上海北新书局)	1935年 3月	七卷三号	19～24	

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
梅文鼎		学风月刊	1935 年 4 月	五卷三期	17～18	
二十年来国人对于珠算的研究述要	曹日昌	中华教育界	1935 年 4 月 1935 年 5 月	二十二卷十期 二十二卷十一期	43～53 29～36	
远东数学之国际化与产业革命	小仓金之助著 刘亦珩译	安徽大学月刊	1935 年 5 月	二卷七期	1～19	
中国圆周率值之演变	程纶	武大理科(季刊)	1935 年 6 月	五卷四号	511～550	
华蘅芳传	钱基博	江苏教育	1935 年 6 月	四卷五六合期	394～404	
中国算学发达史略	马地泰	复旦学报	1935 年 6 月 30 日	一号	254～261	
筹算研究	义	新闻报	1935 年 7 月 2 日	第五张十八版		
数学家吴在渊逝世		申报	1935 年 7 月 22 日	第四张十四版		
数学家吴在渊今日出殡		申报	1935 年 7 月 23 日	第四张十四版		
中国算学会昨成立		申报	1935 年 7 月 26 日	第四张十三版		
中国数学之社会性	小仓金之助著 长光译	大公报	1935 年 7 月 12,26 日	第三张十一版(世界思潮,六七,七七期)		
中国算学会成立大会第二日		申报	1935 年 7 月 27 日	第四张十三版		
历法格物穷理书版目	李俨	西京日报(陕西西安)	1935 年 7 月 27 日	圖半月刊二期		

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
圆周率算法	姚磊川	浙江青年	1935年8月	一卷十期	1～6	
中算书目汇刊序例	李俨	西京日报	1935年8月11日	圖半月刊三期		
算盘发明小考	吴卯	北京晨报艺圃	1935年8月24日			
何衍璇出席中国数学会议		港工	1935年9月3日	第二张二版		
中国数学会开数学名词审查会		时事新报	1935年9月4日	第二张四版		
中国数学会昨日起开始审查数学名词		申报	1935年9月6日	第五张十七版		
西陲中算史料之发现	李俨	西京日报	1935年9月8日	圖半月刊五期		
中国数学会审查数学名词完竣		申报	1935年9月10日	第四张十四版		
大九九表特性	高克谦	科学世界	1935年9月15日	四卷九号	858～859	
经世文编算学类论文	李俨	西京日报	1935年9月22日	圖半月刊六期		互见李俨《中算史论丛》第五集
北平各图书馆所藏中算珍籍	李俨	西京日报	1935年10月6日	圖半月刊七期		
现售中算书目录	李俨	西京日报	1935年10月6日	圖半月刊七期		又见"怎样研究中国算学史"附录，1937年2月

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
利玛窦年谱初稿	李一鸥	磐石杂志	1935年10月 1935年11月	三卷八期 三卷九期	437～444 513～519	
利玛窦和中国的科学	裴化行(Henri Bernard)	新北辰	1935年10月	一卷十期	1055～1068	
筹算考略		新闻报	1935年10月31日	第四张十六版		
书华若汀与徐雪村	叙五著	伪中央日报	1935年11月27日	第三张四版		
中日数学之变迁	朱少先	学术论丛(留日留学生监督处)	1935年11月		223～233	中华书局出版
中算书录	李俨	西京日报	1935年12月1日 1935年12月29日 1936年2月9日 1936年3月8日 1936年5月17日 1936年5月31日 1936年6月14日 1936年6月28日	圖半月刊十一期 圖半月刊十三期 圖半月刊十六期 圖半月刊十八期 圖半月刊二十三期 圖半月刊二十四期 圖半月刊二十五期 圖半月刊二十六期		

题	作　者	所　载　杂　志	出　版　期	卷　号	页	备　考
			1936 年 7 月 12 日 1936 年 10 月 25 日 1936 年 11 月 8 日 1936 年 11 月 20 日	圕半月刊二十七期 圕半月刊三十五期 圕半月刊三十六期 圕半月刊三十七期		
捷算神童传略	瑜筱竹	科学世界	1936 年 1 月 1936 年 2,3 月	五卷一号 五卷二三号	3～6 102～103	
汪莱衡斋算学评述	钱宝琮	国立浙江大学科学报告	1936 年 1 月	二卷一期	1～24	
再论倮㑩文数字	闻　宥	大公报	1936 年 1 月 30 日	图书副刊一百一十五期		
清儒重视编纂算史之考究	李孔炤	新青海(南京)	1936 年 2 月	四卷一二号	37～63	
数学简史	梁兆庚	新北辰	1936 年 4 月 1936 年 5 月	二卷四期 二卷五期	365～370 493～500	
利玛窦对于中国科学之贡献(新书介绍)	(贺昌)龄	大公报	1936 年 4 月 2 日	图书副刊一百二十四期		
中算史论丛(二)(三)(新书简讯)	(邓竹)筠	大公报	1936 年 4 月 9 日	图书副刊一百二十五期		
利玛窦传	(日本)中村久次郎撰 周一良译	禹贡半月刊	1936 年 4 月	五卷三,四期利玛窦世界地图专号	73～96	

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
对于珠算的一点小贡献	吴挠彝	西大学生	1936年 4月	三卷×期	67～70	
中国算学故事	李俨	金陵学报	1936年 5月	六卷一期	65～74	
数码原始	章克标	新少年	1936年 5月25日	一卷十期	46～49	
中国算学家祖冲之及其圆周率之研究	严敦杰	学艺	1936年 6月	十五卷五号	37～50	
圆周率π之历史及其超越性	何汝鑫	东吴学报	1936年 6月	四卷一期	32	
数学闲话	马星云	广西大学理科年刊	1936年 6月		173～175	
唐代历家奇零分数纪法之演进	钱宝琮	数学杂志	1936年 8月	一卷一期	65～76	
明末清初天主教士对于吾国天文学上之贡献	李垣田	新北辰	1936年 8月	二卷八期	799～806	
隋唐律历志祖冲之圆率记事释	严敦杰	学艺	1936年12月	十五卷十号	27～57	
四十年中数学之进步	顾澄	交通大学四十周年纪念刊	1936年		118～130	
圆周率π的历史	徐步墀	中等算学月刊	1937年 1月	五卷一期	15～17	
中国数学中之整数勾股形研究	钱宝琮	数学杂志	1937年 2月	一卷三期	94～112	

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
怎样研究中国算学史	李俨	出版周刊（商务印书馆）	1937年2月13日	新二百二十期	1～7	附录“现售中算书目录”
九章算术内容分析	徐步墀	中等算学月刊	1937年3月	五卷三期	6～12	
浙江畴人著述记	钱宝琮	文澜学报	1937年3月	三卷一期	1～12	
李冶李治辩	陈叔陶	史学集刊	1937年4月	第三期	155～164	
中算之起原及其发达	李俨	东方杂志	1937年4月	三十七卷七号	81～91	
中国算学史(新书简讯)	(邓)竹筠	大公报	1937年5月6日	图书副刊一百八十期		
清代算家姓名录	李俨	学艺	1937年6月	十六卷二号	67～78	
孙子算经研究	严敦杰	学艺	1937年7月	十六卷三号	15～32	
移棋问题		光华大学半月刊（上海）	1937年			
明季西书七千部流入中国考	方豪	文史杂志 新北辰	1937年4月初稿 1943年10月修订稿 1948年3月三次修订	三卷四期 三卷一，二期		互见《中外文化交通史论丛》第一辑互见《方豪文录》
唐代算学史	李俨	西北史地（西安）	1938年2月	一卷一号	63～95	互见李俨《中算史论丛》第五集
崇祯历书考	裴化行(Henri Bernard)	华裔学志（北京辅仁大学）	1938年	三卷一二期	35～77 441～527	
崇祯历书	徐宗泽	圣教杂志	1938年6月	二七卷六期		

题	作　者	所载杂志	出版期	卷　号	页	备　考
上海算学文献述略	严敦杰	科学	1939年　2月	二三卷二期	72～78	
珠盘杂考	严敦杰	新世界(重庆民生实业公司)	1939年　4月20日 1939年　4月30日	十四卷八期 十四卷九期	8～10 5～7	
从算盘谈起	何　风	新青年(金华)	1939年8月1日	二卷五期	19～20	
垛积比类疏证	章　用	科学	1939年11月	二三卷十一期	647～663	
韩信点兵公式	冷　观	数学杂志	1939年11月	二卷一期	55～64	
朱世杰垛积术广义	方淑姝	数学杂志	1939年11月	二卷一期	94～101	
曾纪鸿圜率考真图解评述	钱宝琮	数学杂志	1939年11月	二卷一期	102～109	
敦煌石室"立成算经"	李　俨	图书季刊	1939年12月	新一卷四期	386～396	
四川天算艺文志略	严敦杰	时事新报学灯	1940年1月$^{2}_{8}$日	六六期 六七期		
越历朔闰考	章　用	西南研究	1940年　1月	一卷一号	25～35	
南北朝算学书志	严敦杰著 李　俨注	图书季刊	1940年　6月	新二卷二期	196～212	
中国算学发展史(待续)	一粟译	新科学(上海)	1940年　6月	三卷二期	161～174	
回教徒对于中国历法的贡献	刘风五	青年中国季刊	1940年　7月	一卷四期	240～245	
二十八年来中算史论文目录	李　俨	图书季刊	1940年　9月	新二卷三期	372～391	互见李俨《中算史论丛》第五集

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
追悼章用教授	淇	中等算学月刊	1940年10月	特第四期	8～9	
中国算盘	谭志超 康祖艺	良友(画报)(上海)	1940年11月15日	一五九期	16～19	
金元之际数学之传授	钱宝琮	浙江大学师范学院院刊	1940年11月	第一集二刊	1～9	
章用君修治中算史遗事	李俨	科学	1940年11月	二四卷十一期	799～804	
青年数学家章君用教授传略	闻宥	科学	1940年11月	二四卷十一期	805～807	
章用教授追悼会记		科学	1940年11月	二四卷十一期	828～832	
怀章俊之	向达	星期评论	1941年1月	八期	14～15	
伊斯兰教与中国历算之关系	李俨	回教论坛	1941年$\frac{3}{4}$月	五卷$\frac{三}{四}$期	3～10 4～11	互见李俨《中算史论丛》第五集
明清之际西洋天文历算诸学传入中国之经过	张维华	经世季刊	1941年4月	一卷四期	18～35	张维华另有《明清之际欧人东渡及西学东渐史》(油印单行本)
中国算学之过去与现在	陈省身	科学	1941年6月	二十五卷五,六期合刊	241～245	
祖暅别传	严敦杰	科学	1941年8月	二十五卷七,八期合刊	460～467	
汉规矩传考	严敦杰	时事新报学灯	1941年9月8日	一四三期		互见正中书局出版,常任侠,《民俗艺术考古论集》,第55～59页1943年9月

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
李之藻故居	方豪	益世报（重庆渝版）	1942年2月17日	文史副刊一期		
西藏语及倮㑩语数目字与汉文之关系	邓子琴	志学（成都）	1942年4月15日	四期		
利玛窦与东方科学	汪宇平译	时与潮副刊	1942年9月	一卷二期	76～81	
伽利略与科学输入我国之关系	方豪	思想与时代	1942年10月	十五期	27～33	互见《中外文化交通史论丛》第一辑及《方豪文录》
周礼九数解	刘操南	益世报（渝版）	1942年12月10日	文史副刊十九期		
海岛算经源流考	刘操南	益世报	1942年12月11日	文史副刊二十一期		
南怀仁尺牍	方豪	益世报	1942年12月11日	文史副刊二十一期		
七曜历传入中国考	叶德禄	辅仁学志	1942年12月	十一卷一二期	1～21	
近代中算书目之编辑	李俨	读书通讯	1943年1月1日	五十七期	16～17	
清光绪年蜀刻算书	严敦杰	图书月刊	1943年2月	二卷七期	19～22	
耶律楚材逝世七百年纪念	方豪	东方杂志	1943年3月15日	三十九卷一号	93～96	
稿本“中算斠”序目	严敦杰	益世报	1943年3月16日	文史副刊二十九期		

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
唐代大写数字	李俨	陕西文化	1943年4月	一卷二期	16～20	
金乙未之历朔实考	鲁实先	中央大学文史哲季刊	1943年6月	一卷二期	105～109	
耶律楚材之历算学	严敦杰	益世报(渝报)	1943年6月17日	文史副刊三十五期		
论红楼梦及其他小说中之科学史料	严敦杰	东方杂志	1943年7月15日	三十九卷九期	59～61	
宋元算书与信用货币史料	严敦杰	益世报	1943年7月29日	文史副刊三十八期		
康熙前钦天监以外研究天文之西人	方豪	东方杂志	1943年7月30日	三十九卷十号	27～29	
宋史历志之校算	严敦杰	读书通讯	1943年8月16日	七十二期	6～9	
中算家之分数论	李俨	科学	1943年8月	二十六卷二期	183～203	互见李俨《中算史论丛》第一集
四川通俗算书考	严敦杰	时事新报学灯	1943年9月7日	二四二期		
			1943年9月16日	二四三期		
			1943年9月23日	二四四期		
蜀贤算学著述记	严敦杰	图书季刊	1943年$^{9}_{12}$月	新四卷三四期	71～75	

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
欧几里得几何原本元代输入中国说	严敦杰	东方杂志	1943年9月15日	三十九卷十三号	35～36	
回回历法书目	严敦杰	益世报(渝版)	1943年10月7日	文史副刊四十四期		
中国代数名著“益古演段”评介	刘冰弦	东方杂志	1943年10月30日	三十九卷十六号	33～36	
李冶李治释疑	缪钺	东方杂志	1943年10月30日	三十九卷十六号	41～42	
“清代学者著述表”算家著述校补	严敦杰	益世报	1943年11月18日	文史副刊四十六期		
伽利略与中国关系之新资料	方豪	科学技术月刊	1943年12月	一卷二期	84～87	
蜀中畴人传	严敦杰	真理杂志	1944年1,2月	一卷一期	97～105	
金乙未历朔实考辨疑	鲁实先	东方杂志	1944年1月15日	四十卷一号	27～30	
东魏李业兴九宫行棋历积年考	鲁实先	真理杂志	1944年1,2月	一卷一期	49～52	
算盘探源	严敦杰	东方杂志	1944年1月30日	四十卷二号	33～36	
数目字	卫聚贤	说文月刊	1944年2月29日	三卷十二期	93～101	
顺治刻本西洋新法历书四种题记	方豪	东方杂志	1944年4月30日	四十卷八号	19～21	互见《方豪文录》
论周髀算经	李鉴澄	东方杂志	1944年4,6月	十四卷十至十二号	224～230	

题	作　者	所载杂志	出版期	卷　号	页	备　考
居延汉简算书	严敦杰	真理杂志	1944年5,6月	一卷三期	315～319	
跋红楼梦新考内西洋时刻与中国时刻之比较	严敦杰	东方杂志	1944年8月30日	四十卷十六号	27～30	
上古中算史	李　俨	科学	1944年12月	二十七卷九至十二合期	16～24	互见李俨《中算史论丛》第五集
宋乾兴历积年日法朔余考	鲁实先	东方杂志	1944年12月30日	四十卷二十四号	37～39	
抗战以来中算史家论文目录　附:二十八年来中算史论文目录补遗	李　俨 严敦杰	图书季刊(重庆)	1944年12月	五卷四期	51～56	(收论文至1944年初)互见李俨《中算史论丛》第五集
周礼九数解	刘操南	益世报·文史副刊	1944年11日	第四期		
筹算算盘论	严敦杰	东方杂志	1945年8月15日	四十一卷十五号	33～35	
北齐董峻郑元伟甲寅元历积年考	严敦杰	志学 东方杂志	1945年8月 1946年9月15日	三十三期 四十一卷十八号	14～19 29～32	
算学启蒙流传考	严敦杰	东方杂志	1945年5月	四十一卷九号	31～33	
续蜀中畴人传	李承祚	新蜀报(渝版)	1945年10月21,28日	蜀雅二十及二十一期		
金乙未元历斗分考	严敦杰	东方杂志	1945年11月30日	四十一卷二十二号	30～32	

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
衍率冥探	赵然擬	东方杂志	1945年12月15日	四十一卷二十三号	55～60	
中国古代数学家——祖冲之	王愚	人物杂志(渝版)	1946年6月1日	六期	33～34	
张炳浚山居咏和与算盘史料	严敦杰	中央日报(南京版)	1946年6月11日	文史周刊四期		
		(互见"报报"(重庆)	1946年6月	二卷十二期	68～69)	改题"算盘珠与算盘子史料"
西镜录冥求	严敦杰	中央日报(南京版)	1946年6月25日	文史周刊六期		
周遍式卦次的试行排列	赵然擬	东方杂志	1946年6月15日	四十一卷十二号	22～26	
飞九宫考	严敦杰	东方杂志	1946年7月15日	四十二卷十四号	25～27	
北齐张孟宾历积年考	严敦杰	东方杂志	1946年8月15日	四十二卷十六号	23～25	
梅文鼎年谱补遗	李俨	中央日报(南京版)	1946年8月20,27日	文史周刊十四,十五期		互见李俨《中算史论丛》第三集
南宋算学家秦九韶事迹考	余嘉锡	大公报(沪,津版)	1946年12月11日	文史周刊九期		
王徵与所译奇器图说	惠泽霖	上智编译馆馆刊	1947年1,2月	二卷一期	26～33	
李善兰——清代末年的一位中国算学家	毛子水	大公报(沪版)	1947年1月11日	自然科学十四期		

题	作者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
辽历志疑	严敦杰	读书通讯	1947年 2月	一百二十七期	12～13	
利玛窦传	吴寿彭	学艺	1947年 3月	十七卷三号	8～17	
三十年来之中国算学	李仲珩	科学	1947年 3月	二九卷三期	67～72	
康熙皇帝派遣赴法特使……白进	莫言	东南日报(沪版)	1947年 4月2日	文史三十六期		
李俨著述目录	李俨	学艺社报	1947年 4月30日	十四卷一期	14～16	
三十年来之中国算学史	李俨	科学	1947年 4月	二九卷四期	101～108	互见李俨《中算史论丛》第五集
宋元算学丛考	严敦杰	科学	1947年 4月	二九卷四期	109～114	
中算家之圆锥曲线说	李俨	科学	1947年 4月	二九卷四期	115～120	互见李俨《中算史论丛》第三集
李善兰年谱补录	李俨	学艺	1947年 6月	十七卷六号	30～31	互见李俨《中算史论丛》第四集
论珠算	张太鹏	新生报新地(台北)	1947年 6月3日	七十九期		
我国上古的天文历数知识多导源于伊兰	岑仲勉	学原	1947年 9月	一卷五期	34～54	
日算累圆术	李俨	学艺	1947年10月	十七卷十号	22～31	
汤若望汉名之来历	方豪	大公报(津版)	1947年 11月14日	文史周刊四十期		互见《方豪文录》

题	作　者	所载杂志	出版期	卷号	页	备考
明清间译著底本的发现和研究	方　豪	大公报(津版)	1947年11月21及29日	图书周刊三十期及三十一期	1~7	互见《方豪文录》
九章算术注祖暅之开立圆术校补	刘操南	浙江大学油印本	1947年12月			钱宝琮校文 刘操南补图
华蘅芳年谱	李　俨	学艺	1948年　2月	十八卷二号	27~32	互见李俨《中算史论丛》第四集
王征先生简谱	宋伯胤	上智编译馆馆刊	1948年　2月 3/4月	三卷二期 三/四期	68~77 141~144	
孙元化著述略考	宋伯胤	上智编译馆馆刊	1948年　2月	三卷二期	77~79	
王韬的卒年	徐光摩	申报	1948年3月20日	文史十五期		
罗雅谷比例规解之蓝本	严敦杰	上智编译馆馆刊	1948年　3/4月	三卷三/四期合刊	130~133	
王征所制奇器辑佚	李宣义	上智编译馆馆刊	1948年　3/4月	三卷三/四期合刊	139~141	
徐文定诗文目	徐宗泽	上智编译馆馆刊	1948年　3/4月	三卷三/四期合刊	146~148	
严敦杰著述目录	严敦杰	学艺通讯	1948年　6月	十五卷二期	14~16	
最近十年来中算史论文目录(1937~1947)	李　俨	学艺通讯	1948年　6月	十五卷二期	16~19	互见李俨《中算史论丛》第五集

题	作　者	所载杂志	出版期	卷号	页	备　考
古希腊译著之介绍(明清之际西算输入我国新史料㊀)	严敦杰	上智编译馆馆刊	1948年　6月	三卷六期	229~233	
释球积术	刘操南	图书展望(科学专号)	1948年10月	复刊九号	9~10	
梅文鼎与耶稣会人士之关系	郭嘉天	上智编译馆馆刊	1948年　6月	三卷六期	233~235	

附　录

题	作　者	所载杂志	出版期	卷号	页	备　考
徐光启传	黄　节	国粹学报	清光绪三十二年丙午(1906)	第十期		互见徐文定公逝世三百年纪念文汇编
戴震传	刘光汉	国粹学报	清光绪三十二年丙午(1906)1月	二卷史篇(总号第十三号)	4~7	互见北新活叶文选No. 376第1~15页
道咸以来畴人合赞	赤　松	国粹学报	清光绪三十三年丁未(1907)2月	三卷文篇(总号第二十七号)	6~7	
古算名原	黄　节	国粹学报	清光绪三十四年戊申(1908)	第四年第三册政篇四十六期	1~6	
				四十九期	1~9	
中国古代算学	严忠铎	交大半月刊		二卷一期		
广州出土墓砖数字考	容肇祖	辅仁广东同学会半年刊		二卷一期		

三十年来的中国算学史*

目　次

一、绪　　言

前清末叶，国内人士曾认为非研治科学无以自强，又以算学为科学基础；专力修治中外算学的，为数日多。但对于中国算学史的研究，则除《畴人传》一书，初无他项典籍，可供参考。1912年以来，各项科学研究工作，由科学社主持，并出版《科学杂志》。中国算学史研究，亦同时开始。现时值科学社三十周年纪念，特就三十年来中国算学史的发见，择要留一记录。此三十年邦家多难，举国人士于艰难困苦之中，不忘研究。即以中国算学史而论，虽未设置专门

* 本文原载《科学》第29卷(1947年)第4期第101～108页，1955年收入《中算史论丛》第五集第146～167页。

机构单独研究,而各方文化机关和国内外人士热诚襄助,有益于中算史料的发见者,其例不胜枚举。今撮其大端,述录如下:

(一)收藏图书的发现;

(二)各项文卷的征集;

(三)中算史料的考订。 (1947年4月)。

二、收藏图书的发现

研治学术首重图书。吾国藏书事业,始于汉代。《前汉书·艺文志》称:

汉兴改秦之败,大收篇籍,广开献书之路。迄孝武世,书缺简脱,礼坏乐崩,圣上喟然而称曰:朕甚闵焉。于是建藏书之策,置写书之官,下及诸子传说,皆充秘府。至成帝时,以书颇散亡,使谒者陈农求遗书于天下,诏光禄大夫刘向校经传诸子诗赋,步兵校尉任宏校兵书,太史令尹咸校数术,侍医李柱国校方技。每一书已,向辄条其篇目,撮其指意,录而奏之。

就中天文二十一家,四百四十五卷,历谱十八家,六百六卷,五行三十一家,六百五十二卷,蓍龟十五家,四百一卷,杂占十八家,三百一十三卷,并隶数术。《旧唐书·经籍志》称:

爰自魏晋,迄于周隋,而好事之君,慕古之士,亦未尝不以图籍为意也。然河北江南,未能混一,偏方购辑,卷帙未弘。而荀勖(?~289)、李充、王俭、任昉(460~508)、祖暅,皆达学多闻,历世整比,群分类聚,递相祖述。或为七录,或为四部,言其部类,多有所遗。

而祖暅为一代善算人士,算书收集,当鲜缺漏。隋世简编,世称博洽。李唐开元之盛,乾元殿藏书达五万一千八百五十二卷。禄山

之乱，两都覆没，乾元旧籍，亡散殆尽。而《旧唐书·经籍志》著录：天文二十六家凡二百六十卷，历算五十八部，凡一百六十七卷。下及两宋元明，史书虽记录艺文志，而算数图书，收罗多有未尽。其留藏于私家的，尚可考其卷帙。惜历时久远，亦多散失。至清乾隆三十七年迄五十五年（1772～1790），官家据公私藏书，编录《四库全书》[①]。就中《永乐大典》原有二万二千九百余卷，明亡之后，已损失十分之一；编辑《四库全书》之日，尚未尽辑佚之责；而藏书家献书者，亦仅浙江朱彝尊家曝书亭藏本和浙江范懋柱家天一阁藏本。实则清初富于藏书者，尚有钱谦益（1582～1664）绛云楼、朱彝尊（1629～1709）潜采堂、徐乾学（1631～1694）传是楼等诸家。徒以当日征访遗书，与查办违碍书籍，同时并进，故旧藏图书，无由发现；而是时参与纂修的戴震（1724～1777）、李潢（？～1811）、陈昌齐、陈际新诸人，尚深明算法。

1912年以后，旧家藏书，陆续流传外间，最先搜求较勤收藏最富者，当称上海商务印书馆的涵芬楼。1930年作者曾一度登临，于此中获睹陈世明《数学举要》，孙元化《几何用法》，吴敬《九章算法比类大全》，孔广森校李治《测圆海镜》诸书。同时各地图书馆亦锐意搜求图书，先后开放，并编为目录以便观览。北京上海各地旧书肆，亦随时编印图书目录，以备订购。此外，上海徐家汇天主教图书馆收罗全国方志最多，北京北堂图书馆所藏明清之际西文原本数理图书，多系秘笈，虽未公开展览，但裴化行已于此中发现《崇祯历书改编西洋新法历书》稿本和其他史料[②]。抗战期内，各方收藏图书，叠多散失，但三十年来图书的发现，已有大部分足供学人研治

---

① 参看郭伯恭《四库全书纂修考》。

② 北堂图书馆法文、拉丁文和其他各国书，其书目已由北京北堂图书馆于1948年出版，题：*Catalogue of the Pei-T'ang Library, French section.* 及 *Catalogue of the Pei-T'ang Library, latin section*。1949年装订成一册，题：*Catalogue of the Pei-T'ang Library*, Peking, Lazarist Mission Press, 1949, 前有H. Verhaeven 1949年1月21日序文，其中第1～194页为法文书，第197～918页为拉丁文书，余为其他。

之资。复次则三十年来图书的发现，尚有数事足记者，即：(一)殷墟的甲骨文字；(二)敦煌、居延及西域各地的汉晋简牍；(三)敦煌千佛洞的六朝唐人所书卷轴；(四)内阁大库的明清档案；(五)古代汉族以外各少数民族文字，(六)各地的金石文字①。现再略述其梗概于后：

(一)殷甲骨文 殷墟甲骨文字，为殷代卜时命龟之辞，刊于龟甲和兽骨上。清光绪戊戌已亥间(1898～1899)始出于河南安阳县西北五里之小屯，首由王懿荣收得千余片，后归罗振玉。同时驻彰德的长老会牧师明义士(J. M. Menzies)亦加搜求，总计出土约四五万片。以上都由人民自由发掘，自1928～1932年，前中央研究院历史语言研究所，始从事大规模发掘，前后七次。七七之后，胡厚宣在北京搜集得六千余片，曾在重庆甲骨文展览室展览②。其流传海外者，则最近所知，英国方面，计有2820片③。关于此学的研究，在前则刘鹗、孙诒让、罗振玉、商承祚、王国维、郭沫若和日人林泰辅，加拿大人明义士，英人哈同都有述作④。而发表甲骨文字卷帙最富，当推董作宾的《殷历谱》。该书于1945年4月由前中央研究院语言研究所出版，共十四卷，四巨册，总共七十余万言。上编论文四卷，下编图谱十卷，其论文是非之点，暂不论列，吾人就图谱所记，已可详知古代数字的书写，筹算之滥觞，和结绳的遗制⑤。

① 参看王玉璋《中国史学史概论》，1942年，商务印书馆。金毓黻，《中国史学史》，1944年，商务印书馆。

② 见1946年1月14日重庆《益世报》和《报报》一卷三期，第65～66页。

③ 见《不列颠中国文化研究》，《东方杂志》第四十一卷第二十二号第38页，1945年11月(严敦杰补注)。

④ 参看萧炳贵《殷虚甲骨文之发现及其著录与研究》，《东方杂志》二十五卷十五号，第65～72页。

⑤ 因甲骨文字十三月作“10”，三千作“$\ddagger$”或“$\ddagger$”五千作“Ξ”(严敦杰补注)。

(二)汉晋简牍 吾国宋徽宗时,曾于陕右发现二木简;清光绪首由匈牙利人斯坦因于庚子、辛丑(1900~1901)在尼雅河下流,丁未、戊申(1907~1908)在敦煌西北尼雅河下流罗布淖尔东北,获简牍在千枚以上;日人大谷光瑞在吐鲁番近侧,亦获有数枚。1930 年西北科学考察团在居延发现大量汉简,诸简大抵起自太初,迄于建武,此外流落民间,为数尚多。1944 年兰州甘肃图书馆曾展览所收购裘善元旧藏居延汉简数十枚;同时前中央研究院夏鼐于敦煌北玉门关附近,获有汉代简牍十余枚,为作者所目睹。将来继续发现,尚属可能。而国内最初发表关于汉晋简牍的著述,首推 1915 年罗振玉《流沙坠简》;至 1943 年 6 月,前中央研究院历史语言研究所劳榦始就西北科学考察团于居延所获汉简,编成居延《汉简考释》"释文之部"四卷;次年(1944 年)9 月,复成"考证之部"二卷;严敦杰亦因而撰成居延《汉简算书》一文,载入《真理杂志》一卷三期。吾人于此中获知汉代九九歌诀、算袋遗制和"能书会计"资历的运用[①]。

(三)唐代卷轴 敦煌千佛洞在鸣沙山,光绪己亥(1899 年)五月二十五日在洞道士王园籙(? ~1931)[②]。因洞(伯希和号 P.163 洞,张大千号 C.151 洞)壁破坏,于此中发现藏经和图书画像,其中一、二幅画像,曾由端方叶昌炽收藏。光绪丁未、戊申间(1907~1908)斯坦因、伯希和(1878~1948)先后来敦煌,斯氏得三、四千卷,藏伦敦不列颠博物院;伯氏得六千卷,藏巴黎国家图书馆;其余万余卷,归北京京师图书馆,后改归北京图书馆;此外散入私家的,

---

① 参看本集《上古中算史》内:"八 · 九九"和"十 · 算学教育"条。

② 见《太清宫大方丈道会司王师法真墓志》,载卫聚贤《敦煌石室》一文,附录九,《说文月刊》三卷十期第 35~36 页。1943 年 5 月(严敦杰补注)。

不下数千卷。所以1943年向达旅居千佛洞尚可于附近访得《大历序》钞本;作者是时参加西北实业考察团,入新疆考察,途经敦煌,录寄严敦杰,渠据以撰成《跋敦煌本(唐天成三年)〈大历序〉并论敦煌历日》一文,推知纳音之法。查千佛洞唐代卷轴,以《佛经》为最多,约居百分之九十五,余为各项图卷。虽全部《敦煌图书目录》分藏于中英法及世界各地者,至今尚未发表;但作者已就巴黎伦敦各地所藏敦煌本算书,刊布介绍,以供公众观览了。

(四)明清档案 明清档案1922年首由罗振玉发现后,售与李盛铎。1928年前中央研究院历史语言研究所向李盛铎购入十二万余斤,计已损失二万余斤。其比较齐整原存午门楼上的,于1922年由午门移交北京大学研究所国学门,计共六十万件。其中明档仅一千余件,余为清档[①]。罗振玉曾整理成《史料丛刊》十册,李盛铎曾刊成目录数册,前中央研究院历史语言研究所前后刊行《明清史料》三集,每集十册,又先后刊行《掌故文献两丛编》及《史料旬刊》。北京大学研究所国学门所整理的,则前后发表于《北大日刊》中。关于整理档案,徐中舒有《内阁档案之由来及其整理》一文,见前中央研究院历史语言研究所刊行的《明清史料》首本,继之者有方甦、曹需人合作的《读徐中舒先生内阁档案之由来及其整理以后》,见1931年7月20日《大公报》,说明考据之难,和信任古人之难。今就已整理的明清档案,已可稽见《康熙与罗马往来使节关系文书》(1932年影印)和“修政历法远臣汤若望”诸人的“疏稿”“印鉴”,为中算史料之一。

(五)各族文字 宋元之际,各族入主中国的,有西夏、金、辽、

---

① 参看1935年1月11日《大公报》,“北平通信”,北大研究所藏“明清档案及其整理”。

元诸朝，近代则有清国。西夏用河西文，金用女真文，辽用契丹文，元用蒙古文，清用满文，至回族的维吾尔文，藏族的西藏文，尚流行于西北各地。其以往的西夏文字，因宣统二年（1910 年）柯智禄夫大佐在黑城发现《掌中珠》字典，译读比较便利；元时所刻河西文（即西夏国书）《大藏经》亦出于北京；宋元之际，河西走廊盛行西夏河西文，作者曾于敦煌千佛洞（伯希和号 P. 154 洞，张大千号 C. 140 洞）壁上见有西夏文题记。三十年来，研究此项文字者，有上虞罗福苌，苏联伊凤阁博士和近人陈寅恪、王静如。至女真文字（金的国书），近年发现的，一为河南开封的宴台碑，二为吉林石碑崴子的金太祖（? ～1122）誓师碑，三为辽宁海龙杨木林山的收国二年（1116）碑，四为柳河界的金太祖大破辽军息马立石碑，皆汉文与女真文并列[①]。再次契丹文字（辽之国书），1912 年初，法宣教师牟里（Mull，一译作闵宣化）于热河的西林县，发现哀册石刻二件，是辽兴宗（? ～1054）帝后二哀册，皆契丹文；1930 年，1931 年间汤玉麟得道宗（? ～1100）帝后的汉文契丹文两种哀册；契丹国书的二石，皆五六百字[②]。以上河西文，女真文，契丹文，并为近年重要发现。此外古代的佉卢文粟特文吐火罗文，国外人士在新疆亦叠有发现，惜未深入研究耳[③]。

（六）金石文字　金石文字亦有助于史事的考订，往昔学人讨

---

① 关于女真文字，参读日人石田幹之助《女真语研究的新资料》，桑原博士还历记念《东洋史论丛》，第 1271～1323 页，昭和五年（1930 年）12 月 27 日，京都。

在"宴台女真文进士题名碑"可知女真文三、四、六、八各数字书写方法（严敦杰补注）。

② 截止现在，关于石刻方面有八种资料，金石方面有五种资料，可供研究（见《历史学习》，1957 年 2 期）。中文著述有 20 种，日文有 60 种左右。

③ 参看缪凤林《中国通史要略》第二册第 121～122 页，1944 年 12 月，商务印书馆。

论至为详尽。关于中算数字一项,殷代甲骨,周秦吉金,以及汉代石刻文字的演变,其例至显。清人收集石刻甚勤,其见于《金石苑》、《金石萃编》等书的,数已可观。是以作者据天宝四载(公元745年)的石台孝经碑见"算学博士臣张元贞"题名,又于天宝七载(公元748年)《潘智昭墓志铭》见有"事瞿昙监,侍一行师"之语,以见当日"瞿昙氏历"的盛行。在前清,陆心源曾据"四川石鱼题字"知宋代畴人秦九韶父季槱,宝庆(1225～1228)中曾官潼川,九韶随侍。近年河南出土石刻,郭玉堂编有《洛阳出土石刻时地记》和《千唐志斋藏石目录》,前书可以获知元延明(484～530)的生卒年月,足补史书之缺。后书所收各志,可以深识唐代大写数字的历史。近年西域的书写砖志,和其他各地金石碑刻,叠有发现,当有助于中算史事的发现①。

三、各项文卷的征集

编录史事,首重资料。三十年来,收藏图书,陆续发现,虽如上述;而各项文卷,尚有赖于征集整理,以期适合应用。如前云1922年由午门移交北京大学研究所国学门明清档案,已有六十万余件,而留存于沈阳的,尚未计及,如编为卡片,数亦可观。而各藏书家,各图书馆,又散处各地,势须另谋良策,使各项文卷,得收集中应用之效。是以书目索引的编辑,算家谱录,算史专文论著,都有助于各项文卷的征集。

① 参看岑仲勉《贞石证史》"总论碑志之信值"条,《国立中央研究院历史语言研究所集刊》第八本第四分,第498～500页,1939年12月(严敦杰补注)。

(一)近代中算书目的编辑[①] 一代文献,如及时集录,自可比较详实,司马迁《史记》、班固《汉书》,以及徐梦莘《三朝北盟会编》,李心传《建炎以来系年要录》,均由当代人士,根据当日史料,编成信史,为后人所称道。至唐宋元明则往往于国社沦亡之后,由后代官家代为编史。疏忽简略,在所不免。至专门史事,尤多未能详尽。例如《明史》由清代官吏编辑,其中记录历算书籍仅及数种。吾人于三百年后,根据各项典籍,尚可考知永乐时代算书,万历时代算书,数达百种。但于算盘发明的确实时期,和回回历算家土盘的计算方法,都因资料不全,至今尚未能详细确知。此外隋唐宋元算书,如根据正史以外他书,亦有可以补充之处。此项史料,已载入拙作《中国算学史》(1937年)*。但往事仅足以资借鉴,今已不可复追。而清代距今不远,当时所编著刊刻的中算书籍,则至今尚无专书记录,甚以为憾。1912年以来一般研治中算史者,以为研求中算史事,应先从搜罗中算书籍史料入手。至公私收藏家,所藏中算书籍,亦须详细调查,编成书目,以供众览。

1926年6月,清波学舍裘冲曼首先记录其私人购藏与公私所收的明清两代有传本中算书籍,编为《中国算学书目汇编》,刊入《清华学报》第三卷第一期。其中版本不同者,亦一一记录。虽所举仅及千种,而创始之功,终不可没。其后曾远荣、汤天栋、刘朝阳诸氏各有增补。1926年以后裘氏本人收藏算书,逐年有所增益。此项藏书,于1934年让售与杭州前浙江省立图书馆。该《馆刊》三卷三号及四号载有"本馆新购裘氏双啸室《中国算学书目》"一文,其中甚多秘笈。此后数年内,各界收藏中算书目,叠见于报章杂志,如

① 原文载《读书通讯》五十七期,第16~17页,1943年1月1日。

* 见本书第一卷。——编者

《李俨所藏中国算学书目录》、《李俨所藏中国算学书目录续编》、《东方图书馆善本算书解题》、《中算书录》，兹不详举。

至各图书馆，现藏中算书籍，前亦未作有规模的调查。1935 年 4 月，始由北京图书馆馆员邓衍林专辑《北京各图书馆所藏中国算学书联合目录》一书，所调查在北京各图书馆共十九处，收录算书凡千余种，虽其中尚有刊误之处，亦已甚便学者。

同时孙文青君根据全国图书馆目，各省县志，以及各项图书六百余种，编成《中算书目汇刊》一稿。但因全国县志，分散各地，未能一一入录，此项"汇刊"所汇刊书目，尚未齐全；而规模之大，工作之勤，已甚可钦佩。

查裘冲曼编录《中国算学书目汇编》之前，原拟录成《天文算学书目汇编》，中分五门：(一)丛书；(二)算学书；(三)天文历法书；(四)杂著；(五)人名索引。上述已发表的《中国算学书目汇编》则为其中的第二种，依书名首字笔画多少为序，逐一胪列，对于其他各项，尚未暇顾及。关于其中之第四种，即杂著一项，则王重民有《清代文集算学类论文》①，作者有《经世文编算学类论文》可备参考②。其中第五种的以人名为序的。则作者于 1928 年 12 月以后，以人名首字笔画多少为序，写成《近代中算著述记》，分载于《图书馆学季刊》二卷四期，和三卷二、三、四各期，此项著述记即以清代各家著述为限，除本人收藏中算书外，并参考上述裘冲曼和汤晴川、曾远荣、汤天栋、刘朝阳、邓衍林、孙文青诸君所已集录的，一面复与钱宝琮、顾明、章用、严敦杰诸君往返通讯，多方征集，计共收五百余

① 在《清代文集篇目分类索引》(1935 年 11 月出版)之内(＊见本卷第 442～451 页。——编者)。

② 本集第 86～92 页(＊见本卷第 452～458 页。——编者)。

人，著书共收得二千余种，已较裘氏所记，多及一倍。为便读者参考起见，经整理后，又收入《中算史论丛》(四)(商务印书馆)和《中国算学史论丛》第二辑(独立出版社)，前书今已出版①。清代名算家所编著和所刊刻各项算书，已大致可见；但其缺漏之处，尚不可免。今以清末上海美华书馆铅印算书为例，吾人已知：

上海美华书馆于光绪十一年(1885 年)到 1912 年，三十年间铅印《形学备旨》(1885 年)，《心算启蒙》(1886 年)，《笔算数学》(1892 年)，《代形合参》(1893 年)，《对数表》(1893 年)，《圆锥曲线》(1893 年)，《心算初学》(1893 年)，《八线备旨》(1894 年)，《代数备旨》(1896 年)，《勾股演代》(1903 年)，《八线拾级》(1904 年)，《勾股题镜》(1907 年)，《微积学》(1912 年)等十余种，如《形学备旨》一书，曾由该馆铅印十一次(1910 年)，《笔算数学》曾由该馆铅印三十二次(1910 年)，而每次复印的时期，尚未能一一确知。

又如吾人已知乌程徐树勋于光绪末年(1906 年)在成都刊刻《算雅》、《务民义斋算学》、《形学备旨习题详证》(1902 年)、《平三角举要》、《增删算法统宗》、《古筹算考释》、《算法须知》、《勾股六术图解》、《董方立遗书》、《形学备旨》、《圆锥曲线》、《比例汇通》(1902 年)等十余种算书。就中除一二种确知其刊刻年月外，其余尚未一一考出。叠经采访知其确系十七种四十八册即：(一)《务民义斋算学》九种十六卷四册；(二)《董方立算书》五种七卷，外图一张二册；(三)《夏紫笙算书》五种十五卷三册；(四)《代数术》二十五卷八册；(五)《代数须知》一卷一册；(六)《改正形学(备旨)》十卷，《圆锥曲线》合刊十三卷六册；(七)《形学(备旨)习题解证》八卷二册；(八)

① 近年又收入《中算史论丛》第二集(1954 年)之内，此篇 1928 年初编，1937，1940，1953 各年都有校补(＊见本书第六卷。——编者)。

《勾股六术图解》三卷，附勾股表四叶，并《弧角拾遗》一册；(九)《三角和较术》一卷一册；(十)《弧三角举隅》一卷一册；(十一)《平三角举要》五卷二册；(十二)《古筹算考释》六卷六册；(十三)《比例汇通》四卷四册；(十四)《梅氏增删算法统宗》十一卷四册；(十五)《算学须知》一卷一册；(十六)《算雅》一卷一册；(十七)《画器须知》一卷一册。共四十八册，由成都算学馆的算学书局校刊。兹仅举及一、二例以见近代中算书籍调查与考证，尚有待于各方的努力。

至关于地方传刻算籍，其在陕西省的，已由作者于 1934 年 8 月写成《清季陕西数学教育史料》* 一文，记入《西京日报》的陕西省立第一图书馆第一届展览会特刊内。其在四川省的，则由严敦杰编有《四川天算艺文志述略》一文，刊入 1940 年 1 月 2 日和 8 日《时事新报》，学灯渝版，六十六期和六十七期内；严君又有《清代四川算学书志》一文，刊入《图书季刊》新三卷二期；此外又有《清光绪年蜀刻算书》，《稿本中算书序目》，《四川通俗算学考》，《蜀贤算学著述记》，《蜀中畴人传》诸文；李承祚又有《续蜀中畴人传》一文，刊入 1945 年 6 月 21 日和 28 日的《新蜀报》。据上文所记，1912 年以来经各方努力，对于编述清代中算书目，已具有相当眉目；如再加整理，使一代文献有征，亦是盛事。

(二)索引与专文的编辑 研治史事，有待于索引的编辑；古今中外，其例甚多。旧日最富的索引书，当推《永乐大典》。该书于永乐五年(1407 年)成书，因韵目为索引，如事韵 16329 迄 16364 三十六卷为"算及算法"。清代《图书集成》，《四库全书》，《数理精蕴》，都照其例。而分类排比，义例各有不同，学者并得于此中获见一时代藏书。近三十年来，私人关于索引编辑，已成书的有：金步瀛《从

---

* 1954 年收入《中算史论丛》第四集，见本卷。——编者。

书子目索引》(1935 年),钱亚新《太平御览索引》(1934 年),庄鼎彝《两汉不列传人名韵编》(1935 年),邓元鼎、王默君《宋元学案人名索引》(1936 年)等书。而前北京图书馆有索引组,北京燕京大学有引得编纂处的组织。北京图书馆索引组所出版的,有:《国学论文索引初编》(1929 年)、《续编》(1931 年)、《三编》(1934 年)、《四编》(1936 年);和王重民的《清代文集篇目分类索引》(1935 年出版)。作者曾就前书内算学类论文,分为"算学论文""算学序跋"二组,先期交印。燕京大学引得编纂处所出版《引得》第九号,为"三十三种清代传记综合引得"(1932 年)。作者另就前清《皇朝经世文续编》(1888 年)、《皇朝经世文三编》(1898 年)、《皇朝经世文四编》(1902 年)、《皇朝经世文编五集》(1902 年)、《皇朝经世文新编》(1898 年)、《皇朝经世文统编》,录其算学类论文目录,编为"经世文编算学类论文"一文。至三十年来,中算史论文目录的撰述,则 1932 年 2 月,作者曾参考《人文杂志》、《国学论文索引》、《国学论文索引续编》并因北京图书馆和友人孙文青之助,写成《二十年来中算史论文目录》一文,载于《国立北京图书馆馆刊》六卷二号,1937 年 3 月,复因北京图书馆和钱宝琮、孙文青、邓衍林、章用诸君之助,写成《二十五年来中算史论文目录》一文,交北京图书馆发表,七七事变稿留未刻,后将 1936 年以后三年出版论文,一齐列入,并由北京图书馆昆明办事处,上海中国科学社,北京燕京大学引得编纂处及严敦杰、邓衍林君协助,校补汇辑中算史论文共二百五十余条,题名《二十八年来中算史论文目录》,刊入 1940 年 9 月《图书季刊》新二卷三期;1944 年,又与严敦杰君共著《抗战以来中算史论文目录》刊入《图书季刊》新五卷四期。现拟将两文合并重加更正,改称:

《三十七年来中算史论文目录》,收入《中算史论丛》之内*,以供修治此学者,随时参考之需。

从上述中算史论文目录中,可知除作者《梅文鼎年谱》(1925年),《李善兰年谱》(1928年)、《华蘅芳年谱》(1945年)以外,其余张衡、祖冲之、祖暅、耶律楚材、李之藻、徐光启、戴震、焦循、顾观光、徐寿,以及西士利玛窦、南怀仁、汤若望,与上海、浙江、陕西、四川各地算家谱录,都已有单篇论文,散见于历年各杂志。至单行本谱录,则有孙文青的《张衡年谱》(1935年)、方豪的《李我存(之藻)研究》(1937年)、徐光启(1944年)、杨振铎的《杨淇园(廷筠)先生年谱》(1944年)等书。其关于各算家造像,作者已介绍一部分于《中国算学史》内;此外龚希髯所藏王锡阐造像,曾于吴中文献展览会展览之后,载入该会《特刊》(1937年江苏省立苏州图书馆);"至张文虎、贾步纬二人造像,曾于1937年在叶誉虎诸人发起的上海文献展览会展览,该会开幕未久,战事爆发,松太二属十县,相继沦陷,后经二属留沪人士,推定陈瑞志主持,重加整理,定期付印,不久太平洋战事发生,事又搁置。"①

其中分类论述,则作者对于中算家的分数论、级数论、方程论、重差术、大衍求一术、Pascal 三角形、Pythagoras 定理、纵横图(Magic Squares)以及割圆术、三角术、圆锥曲线论,与流传国内佛教、伊斯兰教、天主教和中算的关系,钱宝琮对于中算家的记数法、分数论、百鸡术、求一术、整数勾股形、圆周率算法,都有专文论述。其余日本、朝鲜、越南以及欧美各国,与中国算学的交流,虽有一、二撰述,而资料不备,尚有待于征集。至历法与算学的关系,其例至

---

* 即《中算史论丛》第五集,见本卷。——编者。

① 参看1939年11月24日《申报》。

为明显，近年严敦杰曾致力研求唐宋历法与大衍求一术的关系，诚以唐宋各历，以大衍求一术考核，无术不合，如宋《应天》、《仪天》、《乾天》、《崇天》各历，即其一例。就中宋历的“步转终”、“步交会”尤多借用大衍求一术。但宋秦九韶以前，究用何法以求“积年”，至今尚未考得。其断代算学史，作者有上古中算史，唐代算学史，严敦杰已有南北朝算学史。

至单行本中算史论著，则钱宝琮有《中国算学史》上册*（1932年，前中央研究院历史语言研究所出版单刊甲种之六）和《古算考源》*（1930年，商务印书馆），作者有《中国算学小史》*（1930年）、《中国数学大纲》上册（1931年《中国科学社丛书》本）、《中算史论丛》(一)（1933年）、(二)、(三)（1935年）、《中算史论丛》(四)上、下二册（1947年）、《中国算学史》*（1937年）（《中国文化史丛书》本，以上商务印书馆出版）。就中《中国算学史》一书，叠经再版（1937年1、3、4月共三版），不久战事爆发，1944年12月始于四川成都再版一次，而日本薮内、岛本曾将此书译成日文，称为《支那数学史》，由生活社出版。至作者所编增订本《中国算学史》（以上商务印书馆出版）、《中国算学史论丛》第一辑，第二辑（以上独立出版社）虽已交印，尚未出版。

三十年来国外算学史名家，如德国 Moritz Cantor，美国 D. E. Smith（1860～1945），F. Cajori（1859～1930），日本林鹤一（1873～1935）、三上义夫（Y. Mikami，1875～1950）、小仓金之助（1885～ ）、薮内清、岛本一男，以及留华的传教士裴化行（Henri Bernard）对于中算史亦有研究论文，分别发表，足供参考。

---

* 此四书见本书第一卷。

四、中算史料的考订

三十年来,国内收藏图书的发现和各项文卷的征集,既如上述;而中算史料,汗牛充栋,势须分类集中整理考订,完成史事。今撮录所知,分别说明,以见一般。

(一)版本考订 研治旧史深重版本,诚以旧日刻本图书,较少鲁鱼亥豕之弊,藉以校读往史,甚少遗误。如《唐六典》卷六十六称:"显庆元年(公元656年)尚书左仆射于志宁奏置(算学),令习李淳风注释《五曹》、《孙子》等十部算经,分为二十卷行用。"清殿本《旧唐书》李淳风本传称:"先是太史监候王思辩表称:《五曹》、《孙子》十部算经,理多踳驳;李淳风复与国子监算学博士梁述、太学助教王真儒等受诏,注《五曹》、《孙子》十部算经,书成,高祖令付国学行用。"按显庆为唐高宗年号,而李淳风注《十部算经》,亦在高宗时期,经据百衲宋本《旧唐书》知殿本的"高祖"实系高宗之误,史实得以订正,此为一事。又如微波榭本,和明赵开美本《数术记遗》注称:"艺经曰:悁闳者周公作也,先本位以十二时相从,其文曰:周有文章……",据宋本《太平御览》卷七百五十五工艺部十二"悁于天反闳条"称:"艺经曰悁闳先布本位,以十二时相从。其文曰周有文章……。"又据传是楼旧藏宋本《数术记遗》注亦作:"艺经曰:悁闳者周公作也,先布本位,以十二时相从,其文曰同有文章……"误文得以订正,此又是一事。如因康熙丙申(1716年)程大位曾孙程光绅重刻程大位《算法统宗》(1592年)得见程大位造像,冯应京纂辑,戴任校正(1603年)《皇明经世实用编》收有程大位《算法统宗》自序,又为现行本所未有。又因百衲宋本《旧唐书·职官志》:"凡举试之制,每岁仲冬,率与计偕,其科有六,一曰秀才,二曰明经,三曰进

士，四曰明法，五曰书，六曰算。”知录自《唐六典》卷四，而《玉海》卷一百一十五，引作“率典计偕”，证以《前汉书》各条，知为刊误。至初版本旧算书，亦有可补刊误之处，如刘铎所见和北大所藏《历学会通》因系后刻，都非全帙；北京图书馆旧藏《历学会通》五十种六十四卷，清康熙间刻本二十四册，卷帙较全，可备参考。

(二)史地考订 阮元据史书编辑《畴人传》，但尚有缺漏之处。《畴人传》卷二于“许商”据《汉书》儒林传、艺文志为之立传。作者《中国算学史》则据《前汉书》百官公卿表、五行志、沟洫志、艺文志、杜周列传、周堪列传、叙传，和翟方进列传，为之补传。又《畴人传》卷九于“祖暅之”仅据《南史》文学传，《隋书》律历志、天文志为之立传。但祖暅之事迹，曾散见于《魏书》卷九、卷十九，《北史》卷八十九，《南齐书》卷五十二，《梁书》卷二、卷三、卷十八、卷三十六、卷三十九、卷五十五，方及于《南史》、《北史》、《隋书》、《旧唐书》，此是一事。其史事之涉及地理的，随处可见。按《南史》祖冲之传称：“祖冲之范阳遒人”。据：

(1)《前汉书》卷二十八上，地理志：“涿郡，高帝置…………县二十九：涿……，遒。莽曰遒屏。”(颜)师古曰：“遒古遒字，音字由反。”

又《前汉书》卷十七，景武昭宣元成功臣表第五：“遒侯陆疆。”师古曰：“遒即古遒字，音子修反，涿郡之县。”

(2)《后汉书》卷三十三，郡国志：“涿郡……遒。侯国。”刘昭注曰：“《史记》：汉武帝至鸣泽。服虔曰：‘在县北界’。”

(3)《水经注》：“涞水……迳遒县故城东。”

(4)《广韵》卷二：“遒，县名，在燕。”

(5)《魏书·地形志》：“范阳有遒县。”又卷八十二列传第七十：“祖莹……范阳遒人。”

(6)《北史·祖莹传》：“祖莹……范阳遒人。”《晋书·祖逖传》：“祖

逖……范阳遒人也……为北州旧姓。"总上诸说,即:

《前汉书》《后汉书》	后魏郦道元《水经注》	《广韵》	齐魏收《魏书》	颜师古	《晋书》《南史》《北史》
遒	遒	遒	遒	遒	遒

盖唐人已废遒作遒,故颜师古称:"遒古遒字。"而《南史》作"范阳遒人";如按当日史实,又当作"范阳遒人"。此则史事之涉及地理的。复次世人多称述宋元算学,而实际则金人亦勤治天元。李治本为金人,正大七年(1230 年)登词赋进士第,调高陵簿,未上,辟权知(河南)钧州事。壬辰(1232 年)正月城溃,微服北渡。祖颐《四元玉鉴后序》(1303 年)所称的平阳、博陆、鹿泉、平水、绛、霍山皆系金地。就中"平阳",《宋史》卷二十三:"靖康元年(1126 年)十月丙辰金人陷平阳府。"又《金史》:"平阳天会六年(1128 年)升总管府,兴定二年(1218 年)十二月降为散府。""博陆":即《金史》之蠡州博野,天会年(约 1123 年)置。宋政和四年(1114 年)《舆地广记》卷十二称:"博野县本蠡吾……晋改曰博陆。"《晋书·地理志》:"高阳国:秦始元年置,统县四,户七千。博陆、高阳、北新城侯相、蠡吾。""鹿泉":即获鹿,兴定三年(1219 年)置,据《舆地广记》卷十一称:"隋开皇十六年(公元 596 年)分置鹿泉县,唐天宝五载(公元 746 年)更名获鹿。""平水":《金史》:兴定四年(1220 年)置。"绛":《宋史》卷二十三,靖康元年(1126 年)绛民皆渡河南奔,州县皆空。"绛",《金史》天会六年(1128 年)置。"霍山",即霍邑,《金史》:"霍邑为平阳之一县,有霍山。"又据《金史》卷十四宣宗本纪:"贞祐四年(1216 年)二月己亥,大元攻下霍山诸隘。"《晋书·地理志》:"平阳郡……永安。故霍伯国霍山在东。"祖颐《四元玉鉴后序》所举各算书著者,都在大河以北。以其为金代艺文,故《宋志》未为著录。此又史事之涉及地理的。

(三)语文考订 中国学术与国外关系至密。即以中算而论,汉

唐以来，深受佛教影响；宋元以来，深受伊斯兰教影响；明清之际，深受天主教影响；而佛教徒的西域天竺文字，伊斯兰教徒的波斯、阿拉伯以及土耳其文字，天主教的拉丁、英、法、德、意、葡、西各国文字，都有关于治史。如《元史》称："元世祖至元四年(1267年)札马鲁丁造西域仪象：

(1)咱秃哈剌吉，汉言混天仪也；

(2)咱秃朔八台，汉言测验周天星曜之器也；

(3)鲁哈麻亦渺凹只，汉言春秋分晷影堂也；

(4)鲁哈麻亦木塔余，汉言冬夏至晷影堂也；

(5)苦来亦撒麻，汉言浑天图也；

(6)苦来亦阿儿子，汉言地理志也；

(7)兀速都儿剌不定，汉言昼夜时刻之器。"

俄国 E. Bretschneider 以为系波斯文，达浦生、艾沙以为系阿拉伯文。

马坚已据阿拉伯文用拉丁文分别译为：

咱秃哈剌吉	Dhatu halag	多环仪
咱秃朔八台	Dhatu sumut	方位仪
鲁哈麻亦渺凹只	Luhma-i-mu'wajj	斜纬仪
鲁哈麻亦木(思)塔余	Luhma-i-mustawi	平纬仪
苦来亦撒麻	Kura-i-sama	天球仪
苦来亦阿儿子	Kura-i-ardz	地球仪
兀速都儿剌不定	Usturlab	观象仪

则较旧译为精确。

元王士点、商企翁《元秘书监志》卷七"回回书籍"条，于至元十年(1273年)在秘书监者有回回书籍计经书二百四十二部，内有"兀忽列的四擘算法段数十五部，阿些必牙诸般算法八部，艾竭马

答论说有无源流十二部,蛇艾立诗一部……"等书,严敦杰以为"兀忽列的"即 Euclid,"阿些必牙"即 Aljabr,"艾竭马答"即 Archimede,"蛇艾立"即 Al. Sehari (873～935)。

此外尚有多数书籍未详其原文。其经过史实,《元秘书监志》卷七载称:"香殿里有时分火儿赤 (Khorchi) 脱怜帖木儿,速古儿赤 (Sugurtchi) 克林台,博儿赤 (Boghorchi) 哈答孙唆欢同知,月迭夫同知,对这的每,相哥丞相,阿黑浑撒里平章,叶右丞,阿欢答尚书,忽都答儿尚书,迭失马失里尚书等奏:秘书监司天台里,有的观星象的每根底,在先札马剌丁,爱薛两个根底,秘书监汉儿观星象的每根底,休教管者,麽道圣旨有来,如今秘书监司天台,集贤院里,撒里蛮,阿鲁浑撒里,那的每根的教管呵,怎生奏呵。那般者麽道圣旨了也,钦此。"可与《元史》所记互证。而历代与中国接境的邻邦,北有朝鲜日本,南有南诏越南,不独与中国政治有密切关系,即中算图书,亦时时流传该国。如不深悉各该民族的语言文字及其史事,亦不足以窥中算史的全豹①。

(四)一般编订 中算史事的版本考订,史地考订,语文考订,既如上述;而一般考订,亦有足述者。如《夏侯阳算经》一书,作者于《中国算学史》内本拟为后魏时人著作。系因书中"定脚价"条,有从纳洛州之语,《魏书·地形志》称:"洛州:太宗置,太和十七年(公元493年)改为司州,天平(公元534年)初复。"又"禄科"有"太守十分,别驾七分"之语,和《魏书·食货志》所称"公田:太守十顷,治中别驾八顷"之制,约略相合。严敦杰则拟为唐中叶时人著作,因《旧

① 又若清道光二十五年(1845年)《俄罗斯进呈书籍记》目录各算书后有"《阿勒喀布拉数书》一本,《贴斐叶楞齐数书》一本,《贴斐叶楞齐数书发明》一本"。见清佚名,《俄罗斯进呈书籍记》。前者疑为 Algebra 的音译,后者原义待考 (严敦杰补注)。

唐书》地理志、玄宗纪并称："开元元年(公元713年)放洛州为河南府。"是洛州一名唐代犹为见称；又《新唐书·百官志》："上州刺史一人从三品职同牧尹，别驾一人，从四品下。"注："天宝元年(公元742年)改刺史曰太守；上元二年(公元761年)诸州复置别驾。"又《食货志》："开元二十四年(公元736年)……禄米则岁再给之，一品七百斛……，从三品太守三百六十斛……，从四品别驾二百五十斛。"按$\frac{7}{10}\times 360=252$斛，为"太守十分，别驾七分"一语所自出。作者近参考金祖同《唐西域官文书续辑》(《说文月刊》第一卷合刊本第759页)所引西域官文书

右酬炭壹车脚价付主张孝，谨牒

卫士李隆德方亭上，宗丑胡

内"脚价"一语与"定脚价"相同，和严敦杰所举史料可以互证；因亦认《夏侯阳算经》为唐人著述。此又是一事。

又《夏侯阳算经》和《五曹算经》都称腰鼓田，据梁沈约《宋书》萧思话(406～455)传："思话十岁……好骑屋栋，打细腰鼓。"又据梁萧子显《南齐书》沈冲传："冲与兄……世号为腰鼓兄弟。"而《隋书》、《新、旧唐书》、《通典》、《唐六典》、《通考》亦都称，西凉、龟兹、疏勒、高丽、高昌，其乐器内有腰鼓，但皆"广首而纤腹"，和算书的"广腹而纤首"者有别，此尚待考。

尚有一事足述的，即筹算的算盘，和珠算的算盘，流行时期的考订。《唐窥基瑜珈师地论略纂》卷五(此书未收入《大藏经》)称：

如运一筹，置一名一，

置百名百，置千名千。

虽与《孙子算经》："一从十横，百立千僵"意义相类，但必有固定的算盘位，方可"置一名一，置百名百，置千名千"。

严敦杰前后编《算盘探源》和《筹算算盘论》二文引及刘因(1248～1293)算盘诗：

不作瓮商舞，休停饼氏歌。

执筹仍蔽簏，辛苦欲如何。

全诗意义，今尚模糊，诗内不述珠字，似又与珠算无涉；所称算盘，当系筹算的算盘。至《元曲选》无名氏《庞居士误放来生债》杂剧："去那算盘里拨了我的岁数。"此拨字，当与《辍耕录》所述拨算盘珠内拨字同义，又为珠算的算盘。而各算盘发明的时期尚有待于考订。又若我国零字作〇，经严敦杰考定知古历法内数字，凡遇零辄以空位表之(与珠筹算同)，后因空位易误，乃取口代之；又以画方顺笔而改为〇，和西算记号殊途同归。

中算输入日本的经过*

目　次

一、隋唐中算输入日本

日本远藤利贞补修《日本数学史》[①]，分该国数学史为五纪：第一纪起神代迄宣化(536～539)，号为日本上古之数学；第二纪起钦明(540～571)迄元和(1615～1623)，号为中国数学采用时代；第三纪起元和迄延宝年间(1623～1680)，号为日本数学再兴时代；第四纪起

* 本文原载《东方杂志》第22卷(1925年)第18期第82～88页，1931年收入《中算史论丛》(一)第349～362页，1955年收入《中算史论丛》第五集第168～186页。

① 远藤利贞遗著，《增修日本数学史》，1918年，第3～5页；6～11页；43～66，132，176～177页；78，86，104，168页；140～141，212页；338，339，350，351，402，432，539页；454～459，521～525，563～565，617～618，638～643页，277页，日本。

延宝迄天明(1781～1788),号为日本数学新发展时代;第五纪起天明迄明治十年(1877年),号为日本数学高进时代;实在各纪中间都有中算输入的形迹,不独一二纪如此,即三四五纪亦有相当形迹。

日本古代的事,详细情形不可知。在我国,则记数之法,《说文》所记,十十为百,十百为千,十千为万,一十百千万,称为五数。日本上古记数,万以下亦取这记法。万以上,则以万万进。三上义夫亦疑是由我国传入。查公元前三十三年任那开始和日交通,任那在现在朝鲜庆尚道的西南,这是日本朝鲜交通之始。以后神功皇后(201～270)用兵新罗,而间接得和我国交通。华民亦多移居于日。举凡簿籍计算,和建筑、工艺、佛法,都由此时间接输入[①]。

中日地域接近,第二纪日本钦明十五年(公元554年)百济(朝鲜)易博士王道良、历博士王保孙始以中国历法输入日本。至隋始直接通使。《隋书·倭国传》:"开皇二十年(公元600年)倭王姓阿每,字多利思比孤(Ama-talicibeco)号阿辈鸡弥(Obokeme)遣使诣阙。"[②]《日本书纪》推古天皇十五年(公元607年)七月庚戌条载:"圣德太子遣小野妹子共通事鞍作福利使隋。"《隋书·炀帝纪》称:"大业四年(推古十六年,公元608年)三月壬戌百济、倭、赤土、加罗国并遣使贡方物。"即指此事。[③]

大宝二年(公元702年)日本始立学校,授算术,所采《算经十

---

① 和田垣谦三著,徐宗稚、周葆銮共译,《世界商业史》。

② 《隋书》倭国传、炀帝纪。《北史》、《资治通鉴》引同。《唐类函》则称:"其国(王)号阿辈鸡弥,华言天皇也。"

又见《日本书纪》(公元860年以后),《续日本纪》(1197年)。

③ 《隋书》倭国传、炀帝纪。

《日本书纪》(公元860年以后);《续日本纪》(1197年)。

木宫泰彦著,陈捷译,《中日交通史》(1931年),商务印书馆。

钞本《各国政艺通考》(兰州西北人民图书馆藏)引《日本全史》,《日本历史》。

书》为:《周髀》、《孙子》、《六章》、《三开》、《重差》、《五曹》、《海岛》、《九司》、《九章》、《缀术》。并置历博士一人、历生十人、算博士一人、算生三十人。其后二十年,即养老五年(公元721年)尚有人称为算博士。其算学教育制度,则大宝(701～703)、养老(717～723)间的《令义解》[①]称:"凡算经:《孙子》、《五曹》、《九章》、《海岛》、《六章》、《缀术》、《三开》、《重差》、《周髀》、《九司》各为一经。学生分经习业。其算学生,辩明术理,然后为通,《九章》三条,《海岛》、《周髀》、《五曹》、《九司》、《孙子》、《三开》、《重差》各一条。试九全通为甲,通六为乙;若落《九章》者,虽通六犹为不第;其试《缀术》、《六章》者,准前《缀术》六条、《六章》三条。若以《九章》与《缀术》,及《六章》与《海岛》等六经,愿受试者亦同,合听也。试九全通为甲,通六为乙。若落经者,谓《六章》总不通者也。虽通六犹为不第。"就中考试方法,中国有《缉古》、《夏侯阳》、《张丘建》,无《六章》、《三开》、《重差》、《九司》。日本无《缉古》、《夏侯阳》、《张丘建》,有《六章》、《三开》、《重差》、《九司》。查《缉古算经》为唐时作品,而算学亦于显庆元年(公元656年)复置。日本所采的或是显庆以前制度。其后《日本国见在书目》(889～897)[②]始列《夏侯阳》、《张丘建》及《记遗》各书,时间较晚。

二、隋唐时期日本所传中算书

日本宽平时代(889～897)藤原佐世奉敕撰《日本国见在书目》[③],虽所录各书,现已无存。但尚可在《书目》中看到当日中日传本算书的情况。现就原《书目》所记,并为补注,以见一斑:

① 《令义解》,天长十年(公元833年)清原夏野撰。

② 藤原佐世,《日本国见在书目》(889～897)。

③ 藤原佐世,《日本国见在书目》(889～897)。

《日本国见在书目》引：

《九章》九卷刘徽注。

《九章》九卷》祖中注。

《九章》九卷徐氏撰。

《九章术义》九祖中注。

《九章十一义》一，

《九章图》一，

《九章乘除私记》九，

《九章妙言》七，

《九章私记》九，

《九法算术》一，

《六章》六卷高氏撰，

《六章图》一，

《六章私记》四，

《九司》五卷，

《九司算术》一，

《三开》三卷，

《三开图》一。

《海岛》二，

《海岛》一徐氏注，

《海岛》二祖仲注，

补　　注

魏陈留王景元四年（公元 263 年）刘徽注《九章算术》。

《史》称：祖冲之注《九章》，造《缀术》数十篇。此言祖中，当即祖冲之。

《隋书》、《唐书》并记徐岳撰《九章》，此言徐氏，当即徐岳。

如前补注，当作祖冲之注。

以下未详。

以下三书，在日本公元 967 年还尚存在。因《类聚符宜抄》第九《算生凭状》有《九司》一部、《三开》一部。

《隋志》、《唐志》有：“《九章重差图》一卷”，此《三开图》，当系《三开重差图》。

唐以后称《重差》为《海岛算》，《宋史》有《海岛算经》一卷。

《海岛图》一。	
《缀术》六。	《隋志》作五卷,《新唐书・艺文志》作李淳风释祖冲之《缀术》五卷。《梦溪笔谈》谓:北齐祖亘有《缀术》二卷。
《夏侯阳算经》三。	《隋志》作二卷,《唐志》作一卷,《文献通考》作一卷,《直斋书录解题》作三卷。
《新集算例》一。	未详。
《五经算》二。	《新唐书》称:李淳风注《五经算术》二卷。
《张丘建》三。	《隋书》作二卷,《旧唐书》作一卷,《新唐书》称:"李淳风注《张丘建算经》三卷。"
《元嘉算术》一。	《隋志》有宋《元嘉历》二卷,何承天撰,又《算元嘉历术》一卷。
《孙子算经》三。	《旧唐书》称:《孙子算经》三卷,甄鸾注。
《五曹算经》五甄鸾撰。	《新唐书・艺文志》称:甄鸾《五曹算经》五卷。《旧唐书・经籍志》称:甄鸾《五曹算经》五卷,甄鸾撰。《宋史・艺文志》称:李淳风注释甄鸾《五曹算经》二卷。
《要用算例》一。	未详。
《婆罗门阴阳算历》一。	见《隋书・经籍志》。
《记遗》一。	《旧唐书》称:《数术记遗》一卷,徐岳撰,甄鸾注。
《五行算》二。	

《类聚符宣抄》[①] 第九，康保四年（公元 967 年）算道状，于读书条尚记及《九章》、《海岛》、《周髀》、《五曹》、《九司》、《孙子》、《三开》各算书。

隋唐以后日本古算书，现存的有《口游》、《算书》和《诸勘分物》等三种。就中：

《口游》一书，附有天禄元年（公元 970 年）冬十二月二十七日源为宪序文，为教授当时参议藤原为光七岁长子松雄而作。所记九九，始九九迄一一，与《孙子算经》之次序相同。现据旧写本（1263 年）移录九九次序如下：

九九八十一	八九七十二	七九六十三	六九五十四
五九四十五	四九三十六	三九二十七	二九十八
一九九			
八八六十四	七八五十六	六八四十八	五八四十
四八三十三（按三当为二之误）	三八二十四	二八十六	
一八八			
七七四十九	六七四十二	五七三十五	四七二十八
三七二十一	二七十四	一七七	
六六三十六	五六三十	四六二十四	三六十八
二六十二	一六六		
五五二十五	四五二十	三五十五	二五十
一五五			
四四十六	三四十二	二四八	一四四
三三九	二三六	一三三	
二二四	一二二		
一一一			

① 泽田吾一《日本数学史讲话》（1928 年）引《类聚符宣抄》。

又和敦煌所遗的“九九术残木简”[1] 相同，如：

现存部分

九九八十一 八八六十四 五七卅五 二六十二 二三而六 大凡千一百一十
八九七十二 七八五十六 四七廿八 五五廿五 二二而四
七九六十三 六八卌八 三七廿一 四五廿
五八卌 三五十五

残缺部分

六九五十四 四八卅二 二七十四 二五十
五九卌五 三八廿四 六六卅六 四四十六
四九卅六 二八十六 五六卅 三四十二
三九廿七 七七卌九 四六廿四 二四而八
二九十八 六七卌二 三六十八 三三而九

《孙子算经》末有孕妇难月一问，题曰：

今有孕妇，行年二十九，难九月，未知所生。

答曰：生男。

术曰：置四十九，加难月。所除以天除一，地除二，人除三，四时除四，五行除五，六律除六，七星除七，八风除八，九州除九。其不尽者，奇则为男，耦则为女。

---

① 《流沙坠简》卷中，“小学术数方技书”类(1914 年)，第 5 页。

《口游·人事篇》亦有类似的问题，如①：

今有妊妇可生子，知男女法。

术曰：置妇女年数自生年至妊年，加十二神为实。可际(按际当为除之误)天一，地二，人三，四时，五行，六神，七皇，(按皇当为星之误)八风，九宫。残一三五七(为阳男也)二四六八(为阴女也)一死(此字疑有误)以九除也。

此外则有"有病者不知死生"和"今有人死生知术"二项：

置九九八十一，加十二神得九十三，更加病者年数，所得以三除之。若有不尽者，男死女不死。若无不尽者，女死男生云。置八十一，加十二神，又加十二月，又将病者年若干，并以三除。若有算残者不死，不遗死。

这二项不见于《孙子算经》。惟《孙子》之孕妇难月题适在篇末，或其所附记年久缺佚，而流入日本的尚还保存。所举孕妇难月等题，虽与算术无关，又甚无稽，可是《孙子算经》在天禄元年(公元970年)以前，已传入日本，由此可以明了。又有竹束问题，为等差级数求总和，也和《孙子算经》的"今有方物一束"约略相同。题称：

今有竹束，周员二十一，问惣数几。曰四十八。

术曰：置周员加三算，自乘得五百七十六，以十二除，得四十八；

口传曰：不尽法半以上者，取一从惣数，以六为法半。

此题即 $3+9+15+21=48$

因 $p=$周$=$末项

① 三上义夫，"九九ニ就キテ"，《东洋学报》第十一卷第一号，第102～118叶，日本。三上义夫，"第三回总会ニ陈列ヤル和算书解题"，《日本中等教育学会杂志》第四卷第一号，第3叶，第8～9叶，第9～11叶，日本。

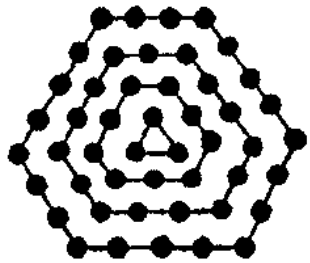
$n=$项数

$=[(p-3)\div 6]+1$

$=(p+3)\div 6$

故$S=$总数

$=n(P+3)\div 2=(P+3)^2\div 12$。



这是级数问题最初载在日本算书的。按《张丘建算经》"今有女子不善织"一题，也有级数问题，是用以下方法算得。

即：　　$S=n\{3+[3+(n-1)\cdot 6]\}\div 2$

可化得：　$S=(p+3)^2\div 12$，　$p=6n-3$。

和《口游》书内公式相同。

三、元明中算输入日本

日本九世纪以后，武人藤原氏，以及平，源二氏，迭有盛衰(857～1192)。赖朝代平氏之后，据有源氏关东旧属地的镰仓，前后一百一十余年，称为镰仓幕府(1192～1332)。此时中日两国都有战乱。所以《算经十书》，中国所记与日本所记只有六种相同。即：

〔中国〕　九章，　海岛，　孙子，　五曹，　张丘建，
　　　　　‖　　　　‖　　　　‖　　　　‖
〔日本〕　九章，　海岛，　孙子，　五曹，　"六章"，

〔中国〕　夏侯阳，　周髀，　五经，　缀术，　缉古，
　　　　　　　　　　‖　　　　　　　‖
〔日本〕　"三开"，　周髀，"重差"，缀术，"九司"。

宋代除商舶私相往来外，未复国交。入元而有文永(元至元十一年；日本文永十一年，1274年)、弘安(元至元十八年；日本弘安四年，1281年)之役。明初洪武四年(1371年)方有祖来的通使。

洪武四年(1371年)十月癸巳，日本国王良怀(即征西将

军，良怀亲王）遣其臣僧祖来进表笺贡马及方物，并僧九人来朝，又送至明州、台州被虏男女七十余口。先是赵秩等往其国宣谕，秩泛海至析木崖，入其境，关者拒勿纳，秩以书达其王，王乃延秩入。……其王气沮，下堂延秩，礼遇有加。至是奉表笺称臣，遣祖来随秩入贡。诏赐祖来等文绮帛及僧衣，比辞，遣僧祖阐（嘉兴府天宁禅寺住持仲猷祖阐）、克勤（金陵瓦官寺住持无逸〔姓华〕克勤）[①] 等八人护送还国，仍赐良怀《大统历》，及文绮罗纱[②]。

时日本北朝为持明天皇，和九洲之征西将军良怀亲王对立。(《明太祖实录》称：时日本国持明与良怀争立)。洪武七年、九年、十二年、十三年、十四年、十九年良怀朝贡亦多被却[③]。

明惠帝建文四年（1402 年）日本南北统一，将军足利义满执国政，遣肥富，相副祖阿二人入明，上表献方物。次年日使归还。明惠帝因亦遣僧人道彝天伦，一庵一如持诏书，及明《大统历》随行。次年春归国[④]。

---

① 无逸克勤姓华，绍兴萧山人；因据《明太祖实录》："洪武九年（1376 年）六月，以华克勤为考功监丞。克勤绍兴萧山人，少学浮屠，洪武四年（1371 年）选至京，奉使日本（七年（1374 年）五月），还奏对称旨，赐白金百两，命复姓氏，授以是职。"祖阐，克勤：《明太祖实录》亦作仲猷，克勤。

② 《明太祖实录》卷六十八，洪武四年（1371 年）十月条，又洪武七年（1374 年）六月，九年（1376 年）四月，十三年（1380 年）五月，十四年（1381 年）七月，十九年（1386 年）十一月各条。
又谭希思辑《明大政纂要》卷六，洪武十四年（1381 年）七月条。

③ 《明太祖实录》卷六十八，洪武四年（1371 年）十月条，又洪武七年（1374 年）六月，九年（1376 年）四月，十三年（1380 年）五月，十四年（1381 年）七月，十九年（1386 年）十一月各条。又谭希思辑《明大政纂要》卷六，洪武十四年（1381 年）七月条，明俞汝楫，《礼部志稿》，卷三十五，卷九十。

④ 李籁田《古代中日关系之回溯》(1939 年)，45～46 页，商务印书馆。
王婆楞《历代征倭文献考》(1940 年)，141～142 页，前正中书局。

明初对海外诸国多给勘合文册，和信符勘合，或敕符勘合，作为入贡和贸易的证据。如洪武十六年(1383年)对真腊，暹罗；永乐三年(1405年)对浡泥，即其一例。对日本亦给与勘合文册。“惟日本叛服不常，故(永乐初诏)独限给勘合百道为十年一贡，人数为二百，舟为二艘，以金叶勘合表文为验，以防诈讹。”此制相沿不改。所以“正统元年(1436年)四月工部言宣德间日本诸国皆给信符勘合，今改元伊始，例当更给，从之。”[①] 此项勘合船制度，直至嘉靖二十八年(1549年)尚曾沿用。《礼部志稿》引《明实录》称：“嘉靖二十八年(1549年)日本国王源义晴差正使周良等来朝贡方物，赐宴赉有差，以白金锦币报赐其王及妃。初日本入贡，率以十年为期，载在《会典》。嘉靖二年(日本使臣)宋素卿(桂悟)宗设争贡相仇杀，因闭不与通，十八年(1539年)复来求贡，纳之。因与约以后入贡舟无过三艘，夷使无过百人，送五十人入京师。……日本国有弘治，正德入贡勘合。……至是良等持弘治勘合十五道，言其余七十五道，为宋素卿子宋一所盗，捕之不得，正德勘合留五十道为信，以待新者。”[②]

朝鲜国王李昖(1552～1608)宣祖朝(1567～1608)，日本丰臣秀吉统一日本，于宣祖二十五年(即明神宗万历二十年，1592年)夏四月十四日，开始侵略朝鲜战役。直到万历二十六年(1598年)

---

① 《明史》卷三百二十四，三百二十五；八一，三百二十二。

② 明俞汝楫，《礼部志稿》，卷三十五，卷九十。

参看明王世贞《弇州史料》(1614年)前集，第十八卷，“倭志”条；及明《世宗嘉靖实录》卷八十，嘉靖六年九月条；卷一百十一，嘉靖九年三月条；卷二二七，嘉靖十八年闰七月条；卷三三〇，嘉靖二十六年十一月条；卷三四九，嘉靖二十八年六月条。

并参看木森金五郎、高桥升造共著《最新日本历史年表》(增订版)，1952年，三省堂。

八月丰臣秀吉病死(年六十三),朝鲜兵事方告结束[①]。

《逸史》[②] 卷十称:"庆长十五年(1610年),……足利氏时与明国通互市,交印以勘合焉。大内氏世掌之,大文中周亡失勘合印,乘以丧乱,互市遂绝。比年明商舶多至。太大君乃命执政作书记明商与其福建官司,请依故事,复交勘合印,福建不报,而商舶至者弗绝。"足证明末中日民间还互有往来。

中国明代,即日本江户时代,由中国输入日本的中算书可考的有:

(一)宋《杨辉算法》,宋杨辉撰(1274~1275),

(二)《算学启蒙》,元朱世杰撰(1299年),

(三)《九章算法比类大全》,明吴敬撰(1450年),

(四)《数学通轨》,明柯尚迁撰(1578年),

(五)《算法统宗》,明程大位撰(1592年),

(六)《桐陵算法》

等各书,就中:

程大位的《算法统宗》(1592年),也在日本侵略朝鲜之后输入日本。丰臣秀吉臣毛利重能首先传《算法统宗》。丰臣既殁,毛利隐于日之京都,开馆授徒,从者数百人。所著有《算书》(1622年)[③],《归除滥觞》二卷和《割算》一书都述中国珠算方法。毛利复以其笔录的《算法书》十八卷,与其徒吉田光由(1598~1672)。宽永四年(1627年),吉田著《尘劫记》。其后今村知商复著《竖亥录》(1639

① 朝鲜本《国朝宝鉴》,卷三十一(兰州西北人民图书馆藏)。
木宫泰彦著,陈捷译,《中日交通史》(1931年)附录:"中日交通年表"引《西征日记》,《惩毖录》,《丰臣秀吉传》。

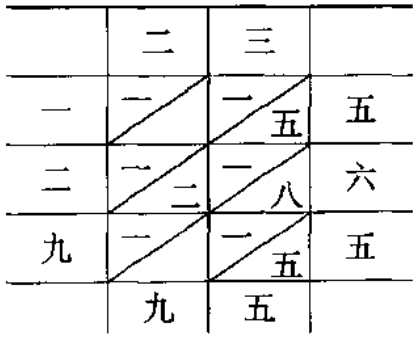
② 中井积善著《逸史》十二卷,宽政十三年日刻本十三册,

③ 《日本古典全集》第二次发行的《古代数学集》内收有:毛利重能元和八年(1622年)所写《算书》。

年)、《因归算歌》(1640 年)。延宝四年(1676 年),汤浅得之尚翻刻《算法统宗》,并加注释,称为《算法统宗训点》[①]。元禄七年(1694 年)铃木重次著《算法重宝记》,其纳音之法,与因乘之图,亦出于《算法统宗》。即因乘之题问与图,亦与《算法统宗》卷十二写算之因乘图相类。今译于右:

"问绵布二十三端,每端五两六分五厘之银。答曰,百二十九两九分五厘。"

其解法列图如右。



方阵之事,日人习学的甚多。其基本定理,多由宋杨辉所记纵横图和明程大位《算法统宗》得来。同时输入日本的,是中国算盘。文禄年间(1592～1595),前田利家在名护屋阵中所用的算盘,尚保存到现在。盘长四寸二分五厘,宽二寸三分,高四分。黑檀木制,凡九档,梁上二珠,梁下五珠,盘珠略作棱形。其后大津制造算盘,为用更广[②]。

日人自称算盘为十露盘(Soroban,即算盘)发明于十五世纪中

---

① 藤原松三郎(1881～1946),《日本数学史要》,第 96～98 页,(1952 年),日本东京。

② 三上义夫,"文化史上ヨリ见タル日本ノ数学",《哲学杂志》,第三十七卷四百二十一号第 11～12 叶,又四百二十二号第 20～30 叶,又四百二十三号,第 43 叶,日本。

林鹤一,"和算ニ于ケル通俗书尘劫记及ビ改算记",《东北数学杂志》,第十六卷第 26～37 叶,大正八年(1919 年)日本仙台。又林鹤一,《和算研究集录》下卷,第 297～319 叶,1937 年,日本东京。

《本朝数学通俗讲演集》,第 6 页,明治四十一年(1908 年),日本东京。

《算学启蒙》,金始振序。

宋《杨辉算法》,关孝和钞本。

叶。《雍州府志》亦称："算盘，倭俗谓十露盘。"又明末明人侯继高的《日本风土记》(四卷)亦称日本称算盘为"所六盘"，即十露盘(Soroban)的译音。延宝三年(1675年)汤浅得之复刻《算法统宗》跋文有"《算法统宗》有：渡唐而以来，世久褒用"之语，因有毛利重能来华的传说。实则是时严禁渡海，来华之说，或不可能。至现时日本早稻田大学尚藏有此书的原刻本残本，又高井计之助尚藏有此书的原刻十七卷本。

元朱世杰所著《算学启蒙》，亦于明末由朝鲜间接输入日本。是书流传于朝鲜的，有洪武年(1378年)刻本。至清顺治十七年(1660年)，朝鲜金始振重刊行世。其在日本，则万治元年(1658年)已有吉田光由门人久田玄哲详注《算学启蒙》，号为《算学启蒙训点》。村松茂清以《算学启蒙》法式虽有之，与和俗不洽，因于宽文三年(1663年)另著《算俎》。宽文十二年(1672年)，星野宝宣以俗语解说，成《算学启蒙注解》四卷。元禄元年(1688年)建部贤弘(1664～1739)著《算学启蒙谚解》七卷[①]。

朱世杰《算学启蒙》三卷(1299年)旧刊本，现在日本东京高师藏有一种，有"养安院藏书"印记。又日人久田玄哲于万治元年(1658年)曾翻刻《算学启蒙》，则称：原得于洛之东福寺。

宋杨辉《算法》流传于朝鲜的，有明洪武戊午(1378年)古杭勤德书堂刊本。明宣德八年(1433年)朝鲜观察使辛引孙奉内旨，嘱

① 现在《和算图书目录》，第140页，尚记有建部贤弘所著：刊本《算学启蒙谚解大成》七卷和写本《算学启蒙谚解》(拔解)一册。

又见三上义夫，"九九ニ就キテ"，《东洋学报》第十一卷第一号，第102～118叶，日本。

三上义夫，"第三回总会ニ陈列ヤル和算书解题"，《日本中等教育学会杂志》第四卷第一号，第3叶，第8～9叶，第9～11叶，日本。

庆州府尹金乙辛，判官李好信命工锓梓，阅月而讫。顾其书流传不广，故金始振亦仅得其钞本。而刻本尚有流入日本者，日本算圣关孝和(1637 年或 1642～1708)于宽文元年辛丑(1661 年)，曾写录一部。若《数学九章》、《四元玉鉴》、《测圆海镜》，亦有传入日本的形迹。狩野亨吉谓相传关孝和于奈良某寺，得读中国算学书凡三年，似亦心得《测圆海镜》之谊。因其级数开展法，和李治求高次方程方根之法相似[①]。

此外明吴敬著《九章算法比类大全》十卷(1450 年)，明弘治元年(1488 年)刻本，上海商务印书馆东方图书馆有藏本。此外北大图书馆又藏有李盛铎旧藏十二册一部。在日本则静嘉堂亦藏有一部。此书何时传入日本，虽无明确记载。而曾在数学界发生关系，则无疑问。

明柯尚迁著《数学通轨》(1578 年)四卷。按“柯尚迁，柯时楷弟，字乔可，福建长乐下屿人。嘉靖二十八年(1549 年)贡生，邢台县丞。”[②] 日本三重县宇治山田市的神宫文库藏有万历六年(1578 年)长乐柯尚迁《曲礼外集》，补学礼六艺，附录《数学通轨》，集之十五，一册。柯书在日本流传甚广，高桥织之助《算话拾萚集》亦引有《数学通轨》序文[③]。柯书中引有算盘用撞归等歌诀，和吴敬(1450 年)、程大位(1592 年)所举的完全相同。

《铜陵算法》在中国已经失传。在日本则村濑义益《算法勿惮改》(1673 年)序文称：“《桐陵九章捷径算法》、《算法启蒙》、《直指

① 《本朝数学通俗讲演集》，第 6 页，明治四十一年(1908 年)，日本东京。
《算学启蒙》，金始振序。
宋《杨辉算法》，关孝和钞本。

② 《长乐县志》卷十一下，同治己巳(1869 年)重修本。

③ 《算话拾萚集》，历算书复刻刊本会印本，昭和八年(1933 年)。

统宗》为异朝之书”;复次关孝和《括要算法》和水户彰考馆《天文历算总目录》都举及《桐陵算法》一书。现日本东北大学尚藏有明刊本《铜陵算法》。

四、清代中算输入日本

第四五纪日算精进,远越前人,是受天元学说输入的影响,是没有疑问的。关孝和的剩一术,和宋秦九韶的“大衍求一术”,全相一致。即其招差法,亦出于元郭守敬的相减相乘和三差之法。又所著《大成算经》,曾录程大位的写算乘法。其方阵之术,则师法杨辉的《纵横图》,因关氏曾手录是书。关孝和的剪管术,于《研几算法》自序,谓出于唐穆宗的宣明历。以后宅间能清一流,在十七世纪中叶,亦用招差法解析圆理,说详《宅间流圆理》卷二①。

明末清初西法输入中国。第一期的代表著作为《崇祯历书》、《历象考成》、《数理精蕴》。第二期的代表著作为梅氏《历算全书》。到乾嘉时代,西法中止输入,学者蒐辑古籍,乃有《算经十书》之刻。是时程大位写算式之筹算,风行一时。梅氏的《筹算》七卷(1678年),戴震的《策算》一卷(1744年),都是其例。此项算法,流入日本,亦得到相当的影响。明和元年(1764年),山县昌贞著《牙筹谱》,其自序称:“牙筹旧明人之所制,便捷颇胜用算盘者。”其筹为

① 远藤利贞遗著,《增修日本数学史》,1918年,第3~5页;6~11页;43~66,132,176~177页;78,86,104,168页;140~141,212页;338,339,350,351,402,432,539页;454~459,521~525,563~565,617~618,638~643页,277页,日本。

Y. Mikami, (三上义夫) *The Circle-measurement of the Takuma School*, Tokyo Sugaku-Buturigakkwai kiji. 2 series, Vol. VII., No. 3, 1913. pp. 46~56。

直者，共有九枚，另作零筹，共有十筹，别置同样的数枚，以便应用。明和四年(1767年)，千野乾弘著《筹算指南》，其筹为横者。是照梅氏的制度，且其形式亦复相同。清戴震于乾隆三十八年(1773年)至四十二年(1777年)间，纂校《周髀算经》、《九章算术》、《孙子算经》、《五曹算经》、《海岛算经》、《五经算术》、《夏侯阳算经》，先后用聚珍版刊行。以后曲阜孔继涵乃并戴氏所校《缉古算经》、《张丘建算经》和他所著《策算》，《勾股割圜记》作《算经十书》刊刻行世。宽政四年(1792年)村井中渐翻刻我国所传入的五种《算经》：即《孙子算经》、《五曹算经》、《海岛算经》、《五经算术》、《夏侯阳算经》。村井为日本算学界老宿，早年曾著《逢原新率勾股法》(1760年)，《开商点兵算法》(1765年)等书。今仅刻此五种，或且他们仅见聚珍版刊本各算经，而《周髀》、《九章》当时尚有传本。因天明五年(1785年)川边弥信一尚著《周髀算经图解》五卷，文政二年(1819年)篠原善富亦作《周髀算经国字解》二卷①。

牙筹以外，弧三角、椭圆、对数亦输入日本，惟此时日本尚一方受荷兰学术的影响。是时安岛直圆(1739～1799)著《弧三角术解》，即注解梅文鼎《历算全书》中《环中黍尺》的加减捷法。佐藤一清《椭圆说详》的第一节题为“三国同题同术起原”。其第三解法，谓出自《椭圆起源》，说详《历算全书》卷中。对数初入日本，习者相秘，不以授人。安岛直圆死后的翌年(1799年)，他的门人日下诚(1764～1839)编集其遗稿，成《不朽算法》二卷，下卷说普通对数的起源。会田安明(1747～1817)则别作对数，号会田对数。弘化元年(1844年)小出修喜(1797～1865)刊一至万之普通对数表。昔日秘不授人的学术，此时始公开传世。以后十年，竹村好博和他门人内田五观

① 《戴东原》，1924年，北京晨报社出版。

共作《对数表正解》，其用益显[①]。

日本于垛积、圆理研讨极精，其基本观念，亦多导源吾国。日人以关孝和流派的垛术，详列下表，现在可和宋元诸子，及清陈世仁垛积学说参较，以观其源流。

圭垛或圭减垛		1	2	3	4	5……
三角衰垛或三角减衰垛		1	3	6	10	15……
再乘衰垛或再乘减衰垛		1	4	10	20	35……
三乘衰垛或三乘减衰垛		1	5	15	35	70……
…………						
奇零圭垛	1	3	5	7	9	11……
奇零三角圭垛	1	4	9	16	25	36……
奇零再乘圭垛	1	5	14	30	55	91……
奇零三乘圭垛	1	6	20	50	105	196……
…………						
偶零圭垛			2	4	6	8……
偶零三角圭垛			2	6	12	20……
偶零再乘圭垛			2	8	20	40……
偶零三乘圭垛			2	10	30	70……
…………						
方垛			1^3	2^3	3^3	4^3……
方垛			1^3	2^3	3^3	4^3……
…………						

① 《和算图书目录》，1932年，日本帝国学士院第676叶，第140叶。

林鹤一，"安岛万藏及ビ松永贞之允"，《东北数学杂志》，第十一卷，第17～34叶，大正六年（1917年），日本仙台。

又林鹤一，《和算研究汇录》，第277～296页，1937年，日本东京。

林鹤一，"佐藤一清ノ椭圆说详"，《东北数学杂志》，第十二卷，第190～192叶，大正七年（1918年），日本仙台。

清初杜氏九术传入中国，曾否流布日本，今无可考。可是当时日本于圆率之理，关孝和多所说述。关孝和死后建部贤弘校其遗编《圆理弧背术》得与杜氏相类之式：

$$\frac{1}{4}(a)^2=ds\left[1+\frac{2^2}{3\cdot4}\left(\frac{s}{d}\right)+\frac{2^2\cdot4^2}{3\cdot4\cdot5\cdot6}\left(\frac{s}{d}\right)^2+\frac{2^2\cdot4^2\cdot6^2}{3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8}\left(\frac{s}{d}\right)^3+\cdots\cdots\right],$$

而 a 为弧背，d 为全径，s 为矢。元文四年（1739 年）松永良弼著《方圆算经》，记录关于圆率之级数八式，其一与前同，又三式属于杜氏九术[①]。

第四五纪时期日本算学家所研治的零约术、对数术，以及椭圆圆周术，累圆术与傍斜术都和中算有关[②]。

---

① 远藤利贞遗著，《增修日本数学史》，1918，第 3～5 页；6～11 页；43～66，132，176～177 页；78，86，104，168 页；140～141，212 页；338，339，350，351，402，432，539 页；454～459，521～525，563～565，617～618，638～643 页，277 页，日本。

三上义夫，“和算史概观”，日本《东京物理学校杂志》别刷，第 10～11 页，明治四十三年（1910 年）。

李俨“中国数学源流考略”，《北京大学月刊》，第一卷第五号，第 69～71 页，1919 年（＊见本书第十卷。——编者）。

Kitizi Yanagihara: *On the Dajutu or the Arithmetic Series of Higher Orders as Studied by Wasanists. The Tohoku Mathematical Journal*, Vol. 14, pp. 305.

② 李俨“中算家的平方零约术”，《中国科学》，第一卷，二～四期（1950 年），第 295～323 页，和《中算史论丛》第一集，第 76～121 页（1954 年）（＊见本书第六卷。——编者）。

李俨“对数的发明和东来”，《科学》，第十二卷，二、三、六期（1927 年），第 109～185，285～325，689～700 页，和《中算史论丛》第三集，第 69～190 页（1955 年）（＊见本书第七卷。——编者）。

李俨“日算椭圆周术”，《科学》，第三十一卷十期（1949 年），第 297～299 页，和《中算史论丛》第三集。第 538～543 页（1955 年）（＊见本书第七卷。——编者）。

李俨“日算累圆术”，《学艺》，第十七卷十期（1947 年），第 22～31 页（＊见本书第十卷。——编者）。

李俨“日算傍斜术”，《学艺》，第二十卷四期（1951 年），第 63～64 页（＊见本书第十卷。——编者）。

同光时代，西法复又传入中国，也间接输入日本。李善兰伟烈亚力所译《代微积拾级》(1857 年)，在日本曾有附注的翻刻本。以前的伟烈亚力《数学启蒙》(1853 年)，亦在日本发见翻刻本，题为官版《数学启蒙》。中算输入日本，直至明治维新，和算衰废以后，方告中止。观于上文所记，则千余年来中算对于日本之所造就，是没有遗憾了[①]。

① 三上义夫“文化史上ヨリ见タル日本ノ数学”，《哲学杂志》，第三十七卷四百二十一号第 11～12 叶，又四百二十二号第 20～30 叶，又四百二十三号，第 43 叶，日本。
三上义夫“和算史概观”，日本《东京物理学校杂志》别刷，第 10—11 叶，明治四十三年(1910 年)。
李俨“中国数学源流考略”，《北京大学月刊》，第一卷第五号，第 69～71 页，1919 年(＊见本书第十卷。——编者)。
Kitizi Yanagihara; *On the Dajutu or the Arithmetic Series of Higher Orders as Studied by Wasanists. The Tohoku Mathematical Journal*, Vol. 14, pp. 305.

从中国算学史上看中朝文化交流*

中国自隋唐以来，即注重算学教育，《隋书·百官志》载“国子寺内国子、太学、四门、书、算学，各置博士、助教、学士等员”，就是一例。到唐朝设置国子监，内设国子、太学、四门、律、书、算六学，并以六科取士，设备更形完备。新罗亦设算学[①]，并用唐历[②]。

朝鲜在王氏高丽王朝(918～1392)太祖时代即开始建立学校，但尚未有科举制度。到光宗朝，中国后周武胜军节度使巡官双冀，随封册使到达高丽，因病留而不返，于公元958年建议仿照唐制，设科取士，有制述(或称进士)、明经二科，及医、卜、地理、律、书、算、三礼、三传、何论(系史地等各方面常识等测验)等杂科，各以其业试之，而“赐出身”，一如唐朝制度[③]。

---

* 本文原载上海《大公报》1952年10月23日第3版，1955年收入《中算史论丛》第五集第187～191页。

① 《三国史记》卷八，新罗本纪卷八；又卷三八，杂志第七，职官上。

② 《朝鲜史略》卷六二新罗纪："文武王……改用新历。奈麻德福入唐学历术，而还用其法。"

③ 见朝鲜佚名撰，《随录》(十六卷，朝鲜旧钞本，兰州西北人民图书馆藏)卷五下，卷六中及卷九。

宋太祖于公元960年立国，即与高丽王光宗王昭往返通使，宋朝和王氏高丽王朝，这时都继续唐朝算学取士制度。宋章如愚《群书考索》卷六十四称："(宋)大中祥符八年(1015年)十一月癸酉，高丽国王显宗王询遣进奉告奏使、御事民官侍郎郭元，与东真首领阿卢太来贡。"《宋史·高丽传》称："(郭)元自言本国……三岁一试举人，有进士诸科，算学每试百余人，登第者不过一、二十。"同时北宋元丰四年(1081年)于国子监设国子、太学、武学、律学、算学等五学，次年(1082年)诏四选命官通算学者许于吏部就试，其合格者上等除博士，中次为学谕。故算学选士方法在中朝两国，实彼此相同。

中国自宋、辽、金、元，至明太祖的立国，朝鲜自王氏高丽王朝，到李氏之代王氏而设立朝鲜王朝，四百年来中朝两国上下和好相处。即在王氏末期，中朝尚是信使往返，如洪武二年(1369年)高丽国王王颛尚遣李维得、金甲两来到中国，其后三年(1372年)，王颛请遣子弟入太学。明洪武二十五年(1392年)李成桂立国统朝鲜[1]。

宋元明各代对于国外采购书籍，以及往返通商，都有限制，而对朝鲜则特别例外。如《宋史交阯》列传称："大观初(约1110年)，(交阯)贡使至京，乞市书籍，有司言法不许，诏嘉其慕义，除禁书：卜筮、阴阳、历算、术数、兵书、敕令、时务、边机、地理外，余书许买"。而对朝鲜则未有此禁例。所以李氏建国以后，朝鲜太宗李芳远(在位年1400～1418)尚于永乐元年(1403年)遣成石璘、李原到明朝请书籍[2]。至于通商往返，明朝对真腊、暹罗、浡泥、日本诸国，都用信符勘合，对日本独限勘合百道，后有遗失即不复发，而于朝

① 见《明礼部志稿》，互见市岛谦吉《高丽史》卷七三、志二七、选举一，东京，1909年，第496页。

② 明谭希思《明大政纂要》，明严从简《殊域周咨录》和《李朝实录》太宗朝。

鲜亦有此禁例①。

朝鲜王朝的世宗李祹(1397～1450,在位年 1419～1450)和世祖李瑈(1417～1468,在位年 1455～1468)都通历法、算法,世宗曾命制浑天仪象(1438 年),世祖又自制测地仪象,复命申叔舟等十二人编《诸书类聚》凡十二门,内有筹法(即算法)一门(1466 年)。又朝鲜本《大典通编》卷一于“限品叙用”条注称:“筹学(即算学)随才叙用”,都引用中国方式。《大典通编》并于生徒额数定算学十人,每三年一试选。指定《九章算法》,元朱世杰《算学启蒙》,及宋《杨辉算法》三书,为必读之书②。

《九章算法》、《算学启蒙》及《杨辉算法》三书,是宋、元、明时期由中国输入朝鲜的。此时(1419～1450)朝鲜加以复刻,并用以课士。就中《九章算法》为算经十书之一,宋朝以此书课士,所以《宋史·选举志》载:“算学……其业以《九章》、《周髀》及假设疑数为算问,仍兼《海岛》、《孙子》、《五曹》、《张丘建》、《夏侯(阳)算法》并历算、三式、天文书为本科。”朝鲜算学因亦取《九章》课士。《算学启蒙》三卷,系元朱世杰在元大德已亥年(1299 年)所著。世杰字汉卿号松庭,寓居燕山,周游四方,学徒甚多,又著《四元玉鉴》三卷(1303 年)。朱世杰于《算学启蒙》内列举筹算方法,一面说明九归歌诀,为后来珠算九归歌诀所自本。《杨辉算法》七卷,系宋杨辉在宋咸淳甲戌与德祐乙亥(1274 与 1275)两年内所著。杨辉字谦光,钱塘人,又著《详解九章算法》(1261 年)、《详解算法》及《日用算法》二卷(1262

① 日本中井积善,《逸史》(十二卷,1673 年,日刻本)。卷十记庆长十五年(1610 年)足利氏与明勘合通商事。

② 根据朝鲜金性溵《东国文献》(四卷,三册 1804 年朝鲜刻本)和朝鲜金尚喆等奉敕撰《国朝宝鉴》(六十八卷,二十二册 1782 年朝鲜内阁刻本)。兰州西北人民图书馆藏。

年)。据《李朝实录》世宗十五年(1433 年)刊《杨辉算法》。

关于算学方面,中朝文化交流既如上述;在历法方面亦有数例。李氏高丽王朝以前,朝鲜未曾自设历法,完全循用中国所颁之历。故南宋张世南《游宦纪闻》称"高丽国有九执历"。至朝鲜王朝世宗李祹始立推策之法,然其数术亦不出于《大统历法》。中宗李怿(在位年 1506～1544)始命司成李纯到中国取得《革象新书》,按图制器,以为精巧(1525 年),但沿用既久,尚有误差。至十六世纪初年利玛窦东来,明朝有改历之举,朝鲜亦先后派人到中国访求新颁历法,在先有郑斗源(1630～1631),在后有金堉和韩兴一(1644 年)诸人到中国。仁祖(在位年 1623～1649)以后亦输入西洋历法。

朝鲜在宣祖李昖朝(1552～1608,在位年 1567～1608)于 1592 年以后,深受日本丰臣秀吉侵略,中经中国派李如松将军援助,至 1598 年丰臣秀吉死去,战事始平。仁祖李倧(1595～1649,在位年 1623～1649)因感国防重要,特遣陈奏使郑斗源到中国访求武器,并及历法。时中国正采用新武器、新历法。仁祖九年(1631 年)秋七月郑斗源始归自京师,并带回《治历缘起》、《天文略》各书[①]。仁祖二十二年(1644 年)复遣观象监提调金堉奉使入燕,同行者有韩兴一,亦购得当时新历算书而归。查中国崇祯四年(1631 年)以后,陆续随修随刻《崇祯历书》,于崇祯七年(1634 年)告成。金堉所购者当是全书。金堉购归《崇祯历书》以后,疏请令观象监官金尚范等极力讲究,至孝宗李淏(1619～1659,在位年 1650～1659)四年(1653 年)金堉领观象监事,奏请行之,是为朝鲜采用中国历法的经过情形[②]。所以星湖李瀷查唐肃宗(在位年 1675～1720)时李颐明曾习

① 见《李朝实录》仁祖大王实录卷二三,卷二四;《崇祯长编》卷三九。

② 参考前书即《国朝宝鉴》卷三十八,和裴化行,"崇祯历书及西洋新法历书,"《华裔学志》第三卷,1938 年;及费赖之撰(冯承钧译)《入华耶稣会士列传》,1932 年。

《同文算指》,又正祖(在位年 1777～1800)时李承薰曾带回《几何原本》和《数理精蕴》。所以《星湖僿说类说》卷七算学条中引有《几何原本》、《数理精蕴》。又 1766 年洪大容曾到北京,归著《筹解旁用》内外编三卷,说到归除、天元术,以及比例、勾股等中外算法。

另据 1782 年朝鲜内阁刻本《国朝类鉴》,还指定《九章算法》、《算学启蒙》、《杨辉算法》为必读之书。又洪以燮《朝鲜科学史》(1944 年)引《世宗实录》以为世宗十二年(1430 年)以后曾用安止斋《详明算法》二卷,朱世杰《算学启蒙》、宋《杨辉算法》,并有朝鲜刻本传世。

中朝算家亦多有互相访问之事。清初中算家梅文鼎(1633～1721)于康熙壬申(1692 年)在都门,有三韩友人林某某寄讯杨时了及丁令调属询四乘方、十乘方法,因成《少广拾遗》一卷(1695 年)。

朝鲜应用中国算书,并时加复刻。现北京图书馆尚藏有朝鲜复明洪武(1378 年)刊本宋《杨辉算法》一种。清代阮元在 1807 年对于朝鲜(1660 年)曾有刻本《算学启蒙》及其以此书课士之事,尚无所知。1809 年朝鲜金鲁敬同其长子金正喜(号秋史)到中国,金正喜以此事见告,并获得顺治十七年(1660 年)朝鲜金始振① 重刻本《算学启蒙》,因据以传刻,中国方再有朱世杰《算学启蒙》传世②。即旧刻《算法统宗》亦系由中国先传到朝鲜,再流入日本的。就上述史实可以看出中朝两国在算学方面交互流布的大概轮廓了。

---

① 金始振(1618～1667)字伯玉,盘皋庆州人,曾任全州府尹。日本早稻田大学图书馆"小仓文库"藏有原书。

② 参看日本藤冢邻撰(恕斋译)《朝鲜金秋史入燕与翁阮两经师》,《新民月刊》二卷二期,1936 年,广州明德社。其后三十年,罗士琳从甘泉汪喜孙(1786～1847)所收朝鲜重刊本《算学启蒙》三卷,1839 年校正后,刻入《观我生室汇稿》,因有定本传世。