

欽定四庫全書

子部

數學九章卷上

詳校官欽天監博士臣古之雄

寧臺郎且倪廷梅覆勘

總校官候補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

膳錄監生臣張龍圻

欽定四庫全書

子部六

數學九章

天文算法類二算書之屬

提要

臣等謹案數學九章十八卷宋秦九韶撰九韶始末未詳惟據原序自稱其籍曰魯郡然序題淳祐七年魯郡已久入於元九韶蓋述其祖貫未詳實為何許人也是書分為九類一曰大衍以奇零求總數為九類之綱二曰

天時以步氣朔唇影及五星伏見三曰田域
以推方圓畢積四曰測望以推高深廣遠五
曰賦役以均租稅力役六曰錢穀以權輕重
出入七曰營建以度土功八曰軍旅以定行
陣九曰市易以治交易雖以九章為名而與
古九章門目迥別蓋古法設其術九詔則別
其用耳宋代諸儒尚虛談而薄實用數雖聖
門六藝之一亦鄙之不言即有談數學者亦

不過推演河洛之奇偶於人事無關故樂屢
爭而不決厯亦每變而愈舛豈非算術不明
惟憑臆斷之故歟數百年中惟沈括究心是
事而自夢溪筆談以外未有成書九韶當宋
末造獨崛起而明絕學其中如大衍類著卦
發微欲以新術改周易揲著之法殊乖古義
古厯會稽題數既誤且謂設問以明大衍之
理初不計前後多少之厯過尤非實據天時

類綴術推星本非方程法而術曰方程復於
草中多設一數以合方程行列更為牽合所
載皆平氣平朔凡晷影長短五星遲疾皆設
數加減不過得其大槩較今之定氣定朔用
三角形推算者亦為未密然自秦漢以來成
法相傳未有言其立法之意者惟此書大衍
術中所載立天元一法能舉立法之意而言
之其用雖僅一端而以零數推總數足以盡

奇偶和較之變至為精妙苟得其意而用之
凡諸法所不能得者皆隨所用而無不通後
元郭守敬用之於弧矢李治用之於勾股方
圓歐邏巴新法易其名曰借根方用之於九
章八線其源實開自九韶亦可云有功於算
術者矣至於田域測望賦役錢穀營建軍旅
市易七類皆擴充古法取事命題雖條目紛
紜曲折往復不免瑕瑜互見而其精確者居

多今即永樂大典所載於其誤者正之疎者
辨之顛倒者次序之各加案語於下庶得失
不掩俾昇家有所稽考焉乾隆四十九年十
月恭校上

總纂官臣紀昀臣陸錫熊臣孫士毅

總校官臣陸費墀

數學九章序

周教六藝數實成之學士大夫所從事尚矣其用本太
虛生一而周流無窮大可以通神明順性命小足以經
世務類萬物距畧以淺近窺哉若昔推策以迎日定律
而和氣髣距濬川土圭度畧天地之大圜焉而不能外
況其間總總者乎爰自河圖洛書闡發幽秘八卦九疇
錯綜精微極而至於大衍皇極之用而人事之變無不
該鬼神之情莫能隱矣聖人神之言而遺其粗常人昧

之由而莫之覺要其歸則數與道非二本也漢去古未
遠有張蒼許商馬延年耿壽昌鄭玄張衡劉洪之倫或
明天道而法傳於後或計功策而效驗於時後世學者
自高鄙不之講此學殆絕惟治厯疇人能為乘除而弗
通於開方衍變若官府會事則府史一二系之算家位
置素所不識上之人亦委而聽焉持筭者惟若人則鄙
之也宜矣嗚呼樂有制氏僅記鏗鏘而謂與天地同和
者止於是可乎今數術之書尚三十餘家天象厯度謂

之綴術太乙壬甲謂之三式皆曰內算言其祕也九章所載及周官九數擊於方圓者為專術皆曰外算對內而言也其用相通不可岐二獨大衍法不載九章未有能推之者歷家演法頗用之以為方程者誤也且天下之事多矣古之人先事而計計定而行仰觀俯察人謀鬼謀無所不用其謹是以不愆於成載籍章章可覆也後世興事造始鮮能考度變變乎天紀人事之般缺矣可不求其故哉九韶愚陋不聞於藝然早歲侍親中都

因得訪習於太史又嘗從隱君子受數學時際兵難歷
歲逼塞不自意全於矢石之間更險離憂荏苒十稔心
槁氣落信知失物莫不有數也乃肆意其間旁取方能
探索杳眇粗若有得焉所謂通神明順性命固膚末於
見若其小者竊嘗設為問答以擬於用積多而惜其棄
因取八十一題釐為九類立術具草間以圖發之恐或
可僭博學多識君子之餘觀曲藝可遂也願進之於道
儻曰藝成而下是惟疇人府史流也烏足盡天下之用

亦無費焉時淳祐七年九月魯郡蔡九韶叙且系之曰
昆崙旁薄道本虛一聖有大行微寓於易竒餘取策郡
數皆捐行而究之探隱之原數術之傳以實為體其書
九章惟茲弗紀歷家雖用用而不知小試經世姑推所
為述大衍第一 七精迴窮人事之紀追綴而求宵星
晝晷歷久則踈惟智能革不尋天道模製何益三農務
穡厥施自天以滋以生雨膏雪零司牧閑焉尺寸驗之
積以器移憂喜皆非述天時第二 魁隗粒民甄度四

海蒼姬井之仁政攸在代遠庶蕃懋篇目廣步度庀賦
版圖是掌方圓異狀表竄殊形專術精微熟究厥真差
之毫釐謬乃千里公私共弊蓋謹其籍述田域第三

莫高匪山莫濬匪川神禹奠之積矩攸傳智創巧述重
差夕禁求之既詳揆之罔越崇深廣遠度則靡容形格
勢禁冠壘仇塘欲知其數先望以表因差施術坐悉微
渺述測望第四 邦國之賦以待百事畦田經入取之
有度未免力役先商厥功以衰以率逸乃同漢猶近古

租稅以箕調均錢穀何留之扞惟仁隱民猶已溺饑賦
役不均寧得勿思述賦役第五 物等欽賦式時府庾
粒粟寸絲褐夫紅女商征邊糴後世多端立緣為欺上
下俱殫我聞理財如智治水澄原濬流惟其深矣彼昧
弗察慄急煩刑去理益遠吁嗟不仁述錢穀第六 斯
城斯池乃棟乃宇宅坐寄命以保以聚鳩功雉制竹簡
本章匪究匪度財盡力傷園禁而裁如子西素匠計露
臺俾漢文懼惟武圖功惟儉昭德有國有家茲焉取則

述營建第七 天生五材兵去未可不教而戰維上之
過堂堂之陣鵠鵠為行營應規矩其將莫當師中之吉
惟智仁勇夜冀軍書先計攸重我聞在昔輕則寡謀殄
民以幸亦孔之憂述軍旅第八 日中而市萬民所資
賈貿埽鬻利析銖錙蹄財役貧封君低首豕末兼并非
國之厚述市易第九

欽定四庫全書

數學九章卷一上

宋 秦九韶 撰

大衍

按大衍術以各分數之奇零求各分數之總數
大而天行小而物數皆可御之其法有求元求
定求術求奇求來求用之目大約以數之奇偶
為根而以諸數相度之盡不盡為用有求彼此
不能度盡之諸數者元數定數是也有求諸數

皆能度盡之一數者衍母數是也有求諸數皆
能度盡而一數不能度盡之數者各行數是也
其不盡之數即奇數也有求二數相度餘一之
數者乘數是也有求二數相度餘一而諸數又
能度盡之數者用數是也求元數定數初與約
分法相似終變二數務使其等數為一蓋以一
為等數始能度盡二數是他數俱不能度盡二
數而二數相度益不能盡也以定數奇數求乘

數之法名曰大衍求一中有立天元一於左上
之語下載立天元一算式按立天元一法見於
元郭守敬之歷源李治之測圓海鏡及四海之
借根方者皆虛設所求之數為一與所有實數
反覆推求歸於少廣諸乘方得其積數與邊數
或正負廉隅數而止次用除法或開方法得所
求數此數命定數為一與奇數反覆商較至餘
一實數而止其奇數所積即為乘數蓋其用不

同而法則無二也然其極和較之用窮奇偶之情則有為元法西法所未及者但原本法解煩雜圖式謬舛今詳加改定並釋其義俾學者易見焉

大衍數術

大衍總數術曰置諸問數

類名有四

一曰元數

謂尾位見單零者本門僅

著酒息斛難初執失米之類是也

二曰收數

謂尾位見分釐者假令冬至三百六十五日二十五

刻欲與甲子六十日為一會而求積日之類

三曰通數

謂諸數各有分子母者本門問一會積年

是四曰復數謂尾位見十或百及千以上者本門纂陟并急足之類是也

按此言問題有是四類

元數者先以而連環求等約奇弗約偶或約得五而彼有十乃約偶而

弗約奇或元數俱偶約畢可存一位見偶或皆約而猶有

類數存姑置之俟與其他約徧而後乃與姑置者求等

約之或諸數皆不可盡類則以諸元數命曰復按復應作定

數以復按同上數格入之

按此以元數求定數法也連環求等者於諸數

中逐次取二數相度得一數可以度盡者為等數為法只約一數約奇弗約偶專為等數為偶者言之若等數為奇者則約偶弗約奇而等數為五與十者又有或約奇或約偶者矣皆約而猶有類俟約徧求等約之者逐條兩兩取約畢猶有二數可約者求得等數為續等見續等約後一數必復乘一數蓋等數為二數之較或二數展轉之較可約續等乃已約之較不可再約不可約而

兩數又不可使有等故約一數乘一數猶之不約也術內未詳

收數者乃命尾位分釐作單零以進所問之數定位訖用元數格入之或如意立數為母收進分厘以從所問用通數格入之

按收數者單位下有奇零之數也進位者以奇零之末位為單位也若立分母通之反不如用原數為簡

通數者置問數通分內子互乘之皆曰通數求總等不約一位約衆位得各原法數用元數格入之或諸母數繁就分從省通之者皆不用元各母仍求總等存一位約衆位亦各得原法數亦用元法數格入之

按通數與收數相似但單數有分母奇零為分子耳通分納子即進尾數為單位之義因加互乘一次故加總等一約然後為元數也

又按求總等不拘通數復數但題中有三數可

以一等數度盡者即可用總等法存一數約衆
數然後為元數凡度之後等數仍可約者此數
必當存之

復數者問數尾位見十以上者以諸數求總等存一位

約衆位始得元數兩兩連環求等約奇弗約偶復乘偶

或約偶或約奇復乘奇

按此四語有誤應作約奇弗約偶復乘偶或約偶弗約奇弗乘

奇然皆續等下用之此處可省

或彼此可約而猶有類數存者又相減

以求續等以續等約彼則必復乘此乃得定數所有元

數收數通數三格皆有復乘求定之理悉可入之

按復數者諸問數皆至十或百或千而止也右各段皆云以某格入之此又云三格悉可入之大約古算必有其程式也

求定數勿使兩位見偶勿使見一太多見一多則借用繁不欲借則任得一

按勿使兩位見偶者蓋衆數連乘中有兩偶數則所得總數以一偶數除之必仍得偶數不能

求餘一之乘數也勿使見一太多見一多則借
數繁者蓋見一多因數本如此且見一即不必
推乃云勿使太多又云借數皆塗人之耳目也
故曰不欲借則任得一

以定相乘為衍母以各定的衍母得各衍數

或列各定數於右行

各立天元一為子於左行以母互乘子亦得衍數

諸衍數各滿定母去之不滿

曰奇以奇與定用大衍求一入之以求乘率

或奇得一即為乘率

按諸定數連乘為衍母即為諸定數皆能度盡

之數亦為總數最大之限凡總數在限內者各
定數之差皆不等若過限外則各定數之差有
與限內相等者其兩總數之差必為衍母之倍
數各行母者即諸數度盡一數度不盡之數也
奇數者定數度衍數不盡之數也定數原為彼
此不能度盡之數衍數為他定數連乘之數以
此一定數度之必不能盡也

大衍求一數云置奇右上定居右下立天元一於左上

先以右上除右下所得商數與左上一相生入左下然後乃以右行上下以少除多遞互除之所得商數隨即遞互累乘歸左行上下須使右上末後奇一而止乃驗左上所得以為乘率或奇數已見單一者便為乘率

按此

二語
重上

按此以定數奇數求乘數也其法必使以定數度奇數僅餘一數而奇數之倍數即乘數也置奇右上定右下者初次以定為實奇為法也立

天元一於左上者以一為奇之倍數也得商數
與左上相生入左下者以奇商定得商數即奇
之倍數以乘天元一而書於下也隨以奇數與
商數相乘以減定數為餘實次以奇為實減餘
為法置前左下於左上以法約實得商乘左上
又併前之左上為左下隨以法乘商減實又為
餘實次又以前餘為實次餘為法置前左下於
左上得商數乘左上又併前左上為左下隨以

法乘商減實如此展轉相求合兩次為一算至
餘實一乃視左下天元數即乘數也若未至兩
次餘實一者仍以一為法上餘數為實實二則
商一實三則商二如上求之復得餘一其天元
數方為乘數原文遞互乘除之語未詳

置各乘率對乘行數得泛用併泛課行母多一者為正
用或泛多行母倍數者驗元數奇偶同者損其半倍或三
處同類以三約行同行母者為無用當驗元數同類者
母於三成損之

而正用至多處借之以元數兩位求等以等的衍母為
借數以借數損有以益其無為正用或數處無者如意
立數為母的衍母所得以如意子乘之均借補之或欲
從省勿借任之為空可也

按此求各用數法也其各乘率乘各衍數得用
數者即一數餘一諸數度盡之數也其云併泛
用過衍母併數驗元數同類損之此語似有誤
當云驗問數同偶而用數相併過衍母者損之

蓋取用皆問數非元數也凡偶數減偶仍餘偶
減奇仍餘奇其數有定奇數減奇則餘偶又或
餘奇減偶則餘奇又或餘偶其數無定故惟偶
數可驗也定數一者即無用數必虛為借數未
免徒滋煩擾

然後以其餘各乘正用為各總併總滿衍母去之不滿
為所求率數

按此既得各用數以題中所問之奇零求總數

也以各餘數乘各用數者蓋用數為諸數度盡一數餘一之數以幾數乘之必為諸數度盡一數餘幾數之數也併各條而以各數度之必各數仍餘幾數也餘數悉合則總數必合矣然衍母為諸數度盡之數累加一行母衆餘數皆不變故滿衍母去之得在衍母內者其數最小為第一數若大於此數者遞加一行母數無不合者

按右大衍本法也原書入於蓍策發微題問答
之後殊失其序今修冠於卷首

蓍卦發微

問易曰大衍之數五十其用四十有九又曰分而為二
以象兩卦一以象三揲之以四以象四時三變而成
爻十有八變而成卦欲知所衍之術及其數各幾何
按揲蓍之法載於易傳啓蒙言之甚明筭術以
奇偶相生取名大衍可也竟欲以此易古法則

過矣

答曰衍母十二衍法三

一元衍數二十四二元衍數一十二三元衍

數八四元衍數六 已上四位衍數計五十

一標用數一十二二標用數二十四三標用

數四四標用數九 已上四位用數四十九

按此附會五十四十九之數與本衍已牽強不

合觀後可知

水 火 木 金

始此四數以據

陰陽象數圖

— || ||| ||||

老陽 少陰 老陰

終此四者為爻

按此條與數無取義可刪

本題術曰置諸元數兩兩連環求等約奇弗約偶偏約畢乃變元數皆曰定母列右行各立天元一為子列左行以諸定母互乘左行之子各得名曰衍數次以各定母滿去衍數各餘名曰奇數以奇數與定母

用大衍術求一

大衍求一術云以奇於右上定母於右下立天元一於左上先以右行上

下兩位以少陰多所得商數乃遞互乘歸左行使右上得一而止左上為乘率得各乘率以

乘行數各得用數驗次所撰餘幾何以其餘數乘諸

用數併之名曰總數滿衍母去之不滿為所求數以

為實易以三才為衍法以法除實所得為象數如實

有餘或一或二皆命作一同為象數其象數得一為

老陽得二為少陰得三為少陽得四為老陰得老陽

畫重爻得少陰畫拆爻得少陽畫單爻得老陰畫交

爻凡六畫乃成卦

按此即前大衍法末以三歸取爻象亦屬附會
草曰一二三四列右行立天元一列左行

—

—

—

—

元數右行

—

—

—

—

天元左行

以右行互乘左行

以右行一二三四互乘左行異子一弗乘對位本子

各得衍數

—

—

—

—

元數右行

上 副 次 下

二 三 一 三 下

衍數左行 併之得五十

乃併左行衍數四位共計五十故易曰大衍之數五十
十算理不可以此五十為用蓋分之為二則左右手
之數奇偶不同見陰陽之伏數必須復求用數先名
此曰衍數以為限率遂乃復以一二三四之元數求
等數約定按前術以兩兩相連環求等約之先以一
與二求等一與三求等一與四求等皆得一各約奇

本子畢左上得一十二左副得一十二左次得四次

下得三皆曰衍數

上

副

次

下

定母右行

以右定母滿去左

上

副

次

下

衍數左行

衍行餘各為奇數

次以各母去衍數其一母去衍一十二奇一其副母
一亦去副子一十二亦各奇一其次母三去次衍四
亦奇一其下母四欲去下子三則不滿便以三為左
下奇數

上

副

次

下

— — —

— — —

— — —

定母右行

— — —

— — —

奇數左行

其左上次副更不
大行只以左下與
右下行之

凡奇數得一者便為乘率今左下行是三乃與本母
四用大衍求一術入之列行奇三於右上定母於右
下立天元一於左上空其左下

— — —

奇行

— — —

奇行

— — —

奇行

— — —

九次

○

先以右上少數三除右下多數四得一為商以商一

乘左上天元一只得一歸左下其右下餘一

|| 商 || 三 || 行 || 一 || 定 || 安 || 〇

— 天 — 歸

次以右下少數一除右上多數三須使右上必奇一
算乃止遂於右行最上商二以除右行必奇一乃以
上商命右下定餘一除之右行餘一

|| 商 || 一 || 行 || 一 || 定 || 安 ||

— 天 — 歸

次以商二與左下歸數相乘得二加入左上天元一
內共得三

——
所寄餘

——
右行

驗至右上一只以左上得為乘率

|||

乘率

——
左行

今驗右上衍餘得一當止乃以左上三為乘率與前
三者乘率各一與衍定圖衍數對列之通計三
行

一 一 三 三 定母

一 一 三 三 行數

一 一 三 乘率

以乘率對乘左行畢左上得一十二左副得一十二
左次得四左下得九皆曰泛用數

一 一 三 定母 仁衍母

一 一 三 泛用

次以右行一二三四相乘得一十二名曰衍母復推

元用等數二約副母二為一今乃復歸之為二遂用
衍母一十二益於左副一十二內共為二十四

一 二 三 元數

一 二 三 定用

今驗用數圖右行之一二三四即是所撰之數左行
一十二併二十四及四與九併之得四十九名曰用
數用為籌策數故易曰其用四十有九是也

假今用籌四十九信手分之為二則左手奇右手必

偶左手偶右手必奇欲使著數近大衍五十非四十
九或五十一不可二數信手分之必有一奇一偶故
所以用四十九取七七之數始有左副二十四內益
十二就其三十七近為用數但三十七無意義兼著
少太露是以用四十有几凡操著求一爻之數欲得
一二三四出於無餘必令操者不得知故以四十九
著分之為二只用左手之數假令左手分得三十三
自一一標之必奇一故不繁標乃徑掛一故易曰分

而為二以象兩掛一以象三次後又令筮人以二二
揲之其三十三亦奇一故歸奇於扚又令之以三三
揲之其三十三必奇三故歸奇於扚又令之以四四
揲之又奇一亦歸奇於扚與前掛一併三度揲通有
四扚乃得一一三一其掛一者乘用數圖左上用數
一十二其二揲扚一者乘左副用數二十四其三揲
扚三者乘左次用數四得一十二其四揲一者乘左
下用數九

一 二 三 四 五 用數

二 初 初 初 初

左行三初謂之三變

掛一得一十二初一得二十四初三得一十二又初

一得九並為總數

一 二 三 四 五

併此四總得五十七不問所握幾何乃滿衍母一十

二去之得不滿者九

或使知其所掩五十七亦滿衍母去之亦只得九數以滿

實用三才行法約之得三乃畫少陽單爻

或不滿得八得七為

實皆命
為三

他皆倣此

術意謂揲二標三標四者凡三

度復以三十三從頭數揲之故曰三變而成爻既卦
有六爻必有十八變故曰十有八變而成卦

按此條強援著卦牽附衍數致本法反晦今以
本法列於前則其弊自見矣

古厯會稽

問古厯冬至以三百六十五日四分日之一朔策以二
十九日九百四十分日之四百九十九甲子以六十

日各為一周假令至淳祐丙午十一月丙辰朔初五日庚申冬至初九日甲子欲求古歷氣朔甲子一會積年積月積日及歷過來至年數各幾何

按此題歲實朔策皆古法用數淳祐丙午歲合朔冬至干支乃宋開禧法所步題數已不相蒙即推算無誤亦未合況不能無誤耶

答曰一會積一萬八千二百四十年二十二萬五千六百月六千六百六十六萬二千一百六十日 歷

過九千一百六十三年未至九千七十七年

按答數皆不合

術曰同前置問數

有分者通之
乘之得通數

求總等不約一位

約衆位各得元法連環求等約奇弗約偶各得定母

本題欲求一
會不復乘偶

以定相乘為衍母定除母得衍數滿定

去衍得奇以大衍入之得乘率以乘衍數得泛用數

併諸泛以課衍母如泛內多倍數者損之乃驗元數

奇偶同類處各損半倍

或三位同類者
三約衍母損泛

各得正用然

後推氣朔不及或所遇甲子日數乘正用加減之為
總滿衍去之餘為所求歷過率實如紀元法而一為
歷過以氣元法除衍母得一會積年以氣周日刻乘
一會年得一會積日以朔元法除衍母得一會積月
數

按如紀元法而一以氣元法除衍母二語皆誤
故得數不合皆當以氣分為法蓋氣分即歲實
分也

右本題問氣朔甲子相距日數係開禧厯推倒或
甲子日在氣朔之間及非十一月前後者其總數
必滿母贅去之所得厯過年數尾位雖倫首位必
異今設問以明大衍之理初不計其前多後少之
厯過

按此數語蓋因得數不合而自解之然算家終
以得數為準得數不合則無以取信於人矣

草曰置問數冬至三百六十五日四分日之一朔

策二十九日九百四十分日之四百九十九甲子六
十日各通分内子互乘之列三等位具圖如後

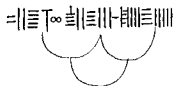
冬至  日  子  母

朔策   

甲子   

冬至得一千四百六十一朔實得二萬七千七百五
十九甲子無母只是六十列三行互乘之具圖如後

  
此等不
的記分



法元圖



以三行互乘右得一百三十七萬三千三百四十萬

氣分中得一十一萬一千三十六為朔分左得二十

二萬五千六百為紀分先求總等得一十二

按十二乃朔分

紀分所求等數亦可為氣分等數故為總等

乃存紀分一位不約只以等

一十二約氣分得一十一萬四千四百四十五又約

朔分得九千二百五十三皆為元法乃以連環求等

次以紀元二十二萬五千六百與朔元九千二百五

十三求等得一不約又以紀元與氣元一十一萬四

千四百四十五求等得二百三十五只約氣元得四
百八十七次以氣元四百八十七與朔元九千二百
五十三求等得四百八十七只約朔元九千二百五
十三得一十九約偏畢得四百八十七為氣定得一
十九為氣定得二十二萬五千六百為紀定以三定
相乘得二十億八千七百四十七萬六千八百為衍
母具圖如後

三三三
氣定

一三三
朔定

二三三
紀定

二〇三三三三三
行中

寄右行

三三三三三〇〇
氣行

一三三三三〇〇
朔行

三三三三
紀行

〇
行數

寄左行

各以定數約衍母各得衍數氣得四百二十八萬六千四百朔得一億九百八十六萬七千二百紀得九

千二百五十三寄左行各滿定數去之各得奇數

三三三

一三三

三三三

定數

右行

三三一

三三三

三三三

奇數

左行

氣奇得三百一十三朔奇得四紀奇得九千二百五十三各與定數用大行求一各得乘數列右行對寄

左行衍數具圖如後

䷗

䷗

䷗

乘率

右行

䷗

䷗

䷗

衍數

左行

各以大數入之氣乘率得四百七十三朔乘率得五
紀乘率得一十七萬二千七百一十七對左行衍數
以右行乘率對乘左行衍數氣泛得二十億二千七

一條按術驗法元圖內諸元數奇偶同類者各損其半今驗法元圖氣元尾數是五紀元尾數是六百為俱五同類乃以術母二十億八千七百四十七萬六千八百折半得一十億四千三百七十三萬八千四百以損泛用圖內氣泛紀泛畢其朔泛不損各得氣朔紀正用數其氣正用得九億八千三百七十二萬八千八百朔正用五億四千九百三十三萬六千紀正用五億五千四百四十一萬二千一列為正用圖

先以氣不及甲子四日以乘氣正用數九億八千三百七十二萬八千八百得三十九億三千四百九十一萬五千二百為氣總次以朔不及甲子八日數以乘其朔正用數五億五千九百三十三萬六千得四十三億九千四百六十八萬八千為朔總併之得八十三億二千九百六十萬三千二百為總數滿母二十億八千七百四十七萬六千八百去之不滿二十億六千七百一十七萬二千八百為所求率實具圖

如後

三三二四上。三二。○

總數

二。三二二上三。○

衍母

二。上二一三。○

所乘實數

不滿

二二三下。○

紀定法

按求積歲應以甲子距冬至前之日分乘紀用

數為紀總以合朔距冬至前之日分乘朔用數
為朔總併紀總朔總滿衍母去之以歲實分除
之即已過積年章內以冬至距甲子前之日分
乘氣用數合朔距甲子前之日分乘朔用數併
之乃求紀周法非求歲周法也故不合

置所得率實二十億六千七百一十七萬二千八百
如法元圖紀元法二十二萬五千六百而一得九千
一百六十三年為厯過年數次置衍母二十億八千

七百四十七萬六千八百為實如法元圖氣元一十一萬四千四百四十五為法而一得一萬八千二百四十年為氣朔甲子一會積年內減厯過九千一百六十三年餘九千七十七年為未至年數次以冬至周日三百六十五日二十五刻乘積一會年一萬八千二百四十得六百六十六萬二千一百六十日為一會積日又以術母為實如法元圖朔元法九千二百五十二而一得二十二萬五千六百月為一會積

月合問

按此紀元即紀分以紀分除率實乃紀周數非
已過年數也求一會積年當以氣分為法以氣
元為法亦誤此二數既誤餘數無是者矣然題
已不合既法合數亦不能合也今改設一題於
後以明其法焉

設古法歲實三百六十五日四分日之一朔策二十
九日九百四十分日之四百九十九甲子六十日假

今十一月平朔辛巳日四百七十分日之一百一十三冬至癸卯日子正初刻問距前後甲子日子正初刻合朔冬至之年數各幾何

答曰距前八百七十六年距後六百四十四年

法按前法求至正用乃以冬至癸卯距甲子後三十

九日為紀餘以日法

即氣分母朔分母相乘之數

三千七百六十

分通之得十四萬六千六百四十為紀餘分以乘紀

正用得紀總八十一兆二千九百八十九億七千五

百八十二萬六千六百四十次以平朔辛巳距甲子
十七日又四百七十分之一百一十三與冬至距甲
子三十九日相減得二十一日又四百七十分日之
三百五十七以日法三千七百六十通之得八萬一
千八百一十六為朔餘分以乘朔正用得朔總四十
四兆九千四百四十四億七千四百一十七萬六千
併二總數滿衍母去之得率實十二億零三百零四
萬五千八百四十為實以歲實一百三十七萬三千

三百四十為法除之得八百七十六年為距前氣朔
甲子會積之年數又以衍母為實以歲實分為法除
之得一千五百二十年為前會積距後會積之年數
減去距前會積之年數餘六百四十四年為距後會
積之年數既得積年若欲還原求題中干支時刻則
以前會之積年與歲實相乘得三十一萬九千九百
五十九為積日滿紀法六十去之餘三十九日自初
日起甲子得冬至為癸卯日子正初刻又置積日以

朔策日分九百四十通之為實以朔策通分納子為
法除之得一萬零八百三十四為積朔餘二萬零四
百五十四又為實以朔策日分九百四十為法除之
得二十一日又九百四十分之七百一十四約之為
四百七十分日之三百五十七為距冬至前日數與
甲子距冬至前三十九日相減得一十七日又四百
七十分日之一百一十三為距甲子後日數自初日
起甲子得辛巳為平朔干支悉與題合

推庫額錢

問有外邑七庫日納息足錢適等遞年成貫整納近緣
見錢稀少聽各庫照當處市陌準解舊會其甲庫有
零錢一十文丁庚二庫各零四文戊庫零六文餘庫
無零錢甲庫所在市陌一十二文遞減一文至庚庫
而止欲求諸庫日息原納足錢展省及今納舊會并
大小月分各幾何

按題意係七邑日納共錢同數以各邑市陌數

計之或適足或有餘多寡不同甲陌十二則餘
十七陌十一丙陌十則無餘丁陌九則餘四戊
陌八則餘六己陌七則無餘庚陌六則餘四以
求共錢同數此本術也又問展省舊會按草中
展省乃官省陌以七十七為一百所展日息共
錢之數舊會乃以各陌數為一百所升日息共
錢之數二者在本術中已贅且不明言展省舊
會用數求法皆故為溟津也

答曰諸庫納日息足錢二十貫九百五十文

展省三十五貫文

甲庫日息舊會二百二十四貫五百一十文

按應作五百文
又六分文之五

大月舊會六千七百三十七

貫五百文

按少二
十五文

小月舊會六千五百一十

二貫九百二文

按應作六十五百一十
貫五百又六分文之一

乙庫日息舊會二百四十五貫文 大月舊

會七千三百五十貫文 小月舊會七千五

百貫文

按應作七千一百五貫

丙庫日息舊會二百六十九貫五百文 大

月舊會八千八十五貫文 小月舊會七千

八百一十五貫五百文

丁庫日息舊會二百九十九貫四百文

按應

作四百四十四文又九分文之四

大月舊會八千九百八十

三貫三百三文

按少三十文又三分文之一

小月舊會

八千六百八十三貫八百八文

按少八十文又九分文之

八 戊庫日息舊會三百三十六貫八百六文

換應作七十五文

大月舊會一萬一百六貫二百

四文

換應作二百五十文

小月舊會九千七百六十

九貫三百六文

換應作七十五文

己庫日息舊會三百八十五貫文 大月舊

會一萬一千五百五十貫文 小月舊會一

萬一千一百六十貫文

換少五貫

庚庫日息舊會四百四十九貫一百四文

換應

作一百六十六文
又分三文之二

大月舊會一萬三千四

百七十五貫文 小月舊會一萬三千二十

四貫八百二文

按應作二萬三千二十五貫
八百三十三文又三分文之二

術曰以大衍求之置甲庫市陌以庫減庫減之各得

諸庫原陌連環求等約奇弗約偶

按此特為等數為
偶者言之若等數

為奇者則約

偶弗約奇

得定母諸定相乘為衍母以定約衍母

得衍數衍數同衍母者去之為無

無者倍
之同類

其各滿定

母去餘為奇數以奇定用大衍求乘率乘衍數為用

數無者則以原數同類者求等約衍母得數為借數
次置有零文庫零錢數乘本用數併為總數滿衍母
去之不滿為諸庫日息足錢各大小月日數乘之各
為實各以原陌約為舊會

草曰置甲庫市陌一十二遞減一得一十一為乙庫
陌十一為丙庫陌九為丁庫陌八為戊庫陌七為己
庫陌六為庚庫陌得諸庫原陌

甲 乙 丙 丁 戊 己 庚

一一一。 三三三 二二二

原陌

以連環求等約訖甲得一乙得十一丙得五丁得九戊得八己得七庚得一各為定母立各一為子

按此法之要在於求定而術中獨畧之今詳其式於後

甲乙丙丁戊己庚
三二一〇三三三二二

法列七庫陌數於前先以甲與乙相約無等數與丙數相約得

甲 乙 丙 丁 戊 己 庚

一 卜 卅 卅 卅 卅 丁

甲 乙 丙 丁 戊 己 庚

一 卜 卅 卅 卅 卅 丁

等數二 偶 約丙十得五 奇 與丁

數相約得等數三 奇 約甲十二

得四 偶 與戊數相約得等數四

偶 約甲四得一 奇 甲數既為一

不能再約即為與諸數徧約畢

次以乙與下五數相約俱無等

次以丙與下四數相約亦俱無

等次以丁與戊己二數相約俱

甲 乙 丙 丁 戊 己 庚

— — — — — — — — — —

無等與庚數相約得等數三^奇

約庚六得二^偶次以戊與己相

約無等與庚相約得等數二^偶

約庚二得一^奇庚既為一己亦

不能與之相約乃為連環求等畢得定數為甲

一乙十一丙五丁九戊八己七庚一也後凡求

定數倣此

定 — — — — — — — — — —

互乘

人
九

先以諸定相乘得二萬七千七百二十為衍母次以
諸定互乘諸子甲得二萬七千七百二十乙得二千
五百二十丙得五千五百四十四丁得三千八百戊
得三千四百六十五己得三千九百六十庚得二萬
七千七百二十各為衍數

心

巳

丙

丁

戊

己

庚

一十

||||

||||

||||

||||

一

定母右行

	⊥	π	二	。	
二			二	。	
≡			≡		
三	。	⊥	。		
三		⊥			
三	π	⊥	。		
二	π	⊥		。	
行數左行					
					⊥ π 二 。
					行母

次驗諸衍數有同行母者皆去之為無衍數次各滿
 定母去各本衍各得奇數甲無乙得一丙得四丁得
 二戊得一已得五庚無各為奇數

一甲 一乙 四丙 四丁 四戊 丁巳 一庚 定母

○ 一 四 二 一 四 ○ 奇數

次驗有奇數者得一便以一為乘率或得二數以上者各以奇數於右上定母於右下立天元一於左上用大衍求一之數入之驗乘除至右上餘一而止皆以左上所得為乘率甲無乙得一丙得四丁得五戊得一已得四庚無各為乘率列右行以對寄左行數

甲 乙 丙 丁 戊 己 庚

二 |||| = ○
|| = | ± T
| ≡ ||| ○ ○
三 ||| ± ||||
| - || ± ○
○

次推無用數者惟甲庚合於同類處借之其同類謂
原陌列而視之

甲 乙 丙 丁 戊 己 庚
一 || 一 | 一 ○ ||| ||| || 二
原陌 T

今視甲一十二庚六皆與丙一十戊八俱偶為同類
其戊用數三千四百六十五其數少不可借惟丙一
十之用數係二萬二千一百七十六為最多當以借
之乃以甲一十二丙一十庚六求等得二以等數二
約衍母二萬七千七百二十得一萬三千八百六十
為借數乃減丙用二萬二千一百七十六餘八千三
百一十六為丙用數乃以所借出之數一萬三千八
百六十為實以原等二為法除之得六千九百三十

為甲用數以甲用數減借出數餘亦得六千九百三十為庚用數今不欲甲庚之借數同乃驗得出數一萬三千八百六十可用幾約如意乃立三取三分之一得四千六百二十為甲用取三分之二得九千二百四十為庚用列右行

甲	三	下	二	。
乙	二		二	。
丙	三		下	
丁		三		。
戊	三		上	
己		一		。
庚	三		三	。

數用右行

併此四總得一十六萬五千五百五十滿衍母二萬
七千七百二十去之不滿二萬六千九百五十為所
求率以貫約為二十六貫九千五十文為諸庫日息
等數以官省七十七陌展得三十五貫文按官省陌以七十七
為一百故二十六貫各以其庫陌組計按庫陌組計即以各陌數
除展為三十五貫為一各得舊會零錢各以三十日乘為大月息以日
息減大月息餘為小月息合問

分難推原

問有上農三人力田所收之米係用足斗均分各往他處出糶甲糶本郡官場餘三斗二升乙糶與吉安鄉民餘七斗丙糶與平江攬戶餘三斗欲知共米及三人所分各糶石幾何

答曰共米七百三十八石 三人各分米二百四十六石

甲糶官斛二百九十六石 乙糶安吉斛二百二十三石 丙糶平江斛一百八十二石

術曰以大衍求之置官場斛率安吉鄉斛率平江市

斛率

官私共知者官斛八斗三升安吉鄉斛一斗一升平江市斛一石三斗五升

為原數

求總等不約一位約衆位連環求等約奇不約偶或
猶有類數存者有求等約彼為復乘此各等定母相
乘為衍母互乘為衍數滿定去之得奇大衍求一得
乘率乘衍數為用數以各餘米乘用併之為總滿衍
母去之不滿為所分以原人數乘之為共米

草曰置文思院官斛八十三升吉安州鄉一百一十

升平江府市斛一百三十升各為其斛原率

官斛

安吉斛

平江斛

三三

一〇

三三三

原數

先以三率求總等得一不約

按此題只一數見十不必用復數求總等

次

以連環求等其安吉率一百一十與平江率一百三

十五求等得五以約平江率得二十七

按五為中數或約偶或約

奇皆可不約
可以再約者

餘皆求等得一不約各得原數

三三

一〇

二二

以定相乘得二十四萬六千五百一十為衍母各以
原率約之得二千九百七十為官斛衍數得二千二
百四十一為安吉州衍數得九千一百三十為平江
斛衍數

官斛

安吉

平江

衍母

二 𠄎 𠄎。

二 || 三 |

三 | 三。

行數

寄左

二 𠄎 𠄎 𠄎。

次以定母滿法去衍數得不滿六十五為官斛奇不滿四十一為安吉奇不滿四為平江奇數

三 𠄎
官斛

一。
安吉

二 𠄎
平江

定母 右行

一 𠄎

三 |

𠄎

奇數 左行

定母奇數各以大衍八之求得乘數得二十三為官
斛乘率得五十一為安吉乘率得七為平江乘率

三三

一。

二

定母

二

三

二

乘數

以乘率各乘寄左行衍數得六萬八千三百一十為
官斛用數得一十一萬四千二百九十一為安吉用
數得六萬三千九百一十為平江用數

丁三||一[○]
官斛

一|三||三||
安吉

丁三||一[○]
平江

周數

升
三||
甲

上[○]
乙

三[○]
丙

餘米

次以甲餘三十二升乘官斛用數六萬八千三百一
十得二百一十八萬五千九百二十升於上次以乙
餘七十升乘安吉用數一十一萬四千二百九十一

得八百萬三百七十升於中次以丙餘三十升乘平
江用數六萬三千九百一十得一百一十九萬七千
三百於下各為總併之得一千二百一十萬三千五百
九十升為總數滿衍母二十四萬六千五百一十升
去之不滿二萬四千六百升為所求率展為二百四
十六石為三人各分米以兄弟三人因之得七百三
十八石為共米置分米二百四十六石各以官斛八
斗三升安官斛一石一斗平江斛一石三斗五升約

之甲得二百九十六石餘三斗二升乙得二百二十
三石餘七斗丙得一百八十二石餘三斗各為糶過
及餘米合問



數學九章卷一上

欽定四庫全書

子部
數學九章卷一下

詳校官欽天監博士臣古之雅

靈臺郎臣倪建梅履勘

總校官候補中先臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

膳錄監生臣張龍所

欽定四庫全書

數學九章卷一下

宋 秦九韶 撰

大衍

積尺尋原

問欲砌基一段見管大小方軌六門城軌四色令匠取

便式平或側只用一色軌砌須要適足匠以軌量地

計料稱用大方料廣多六寸深少六寸換即多七寸用小

方廣多二寸深少三寸換即多八寸用城軌長廣多三寸

深少一寸

按即多一尺一寸

以闊深少一寸

按即多五寸

廣多三

寸以厚廣多五分深多一寸用六門軌長廣三寸深

多一寸以闊廣多三寸深多一寸用厚廣多一寸深

多一寸皆不匝匝未免修破軌料禪補其四色軌大

方方一尺三寸小方方一尺一寸城軌長一尺二寸

闊六寸厚二寸五分六門長一尺闊五寸厚二寸欲

知基深廣幾何

按題意謂以一尺三寸量基之廣未餘六寸以

一尺一寸量之餘二寸以一尺二寸量之餘三寸以六寸量之亦餘三寸以二寸五分量之餘五分以一尺量之餘三寸以五寸量之亦餘三寸以二寸量之餘一寸以求廣也其求深之意亦同

答曰深三丈七尺一寸 廣一丈二尺三寸

術曰以大衍求之置軌方長闊厚為元數以小者為單起一先求總等存一位約衆位

列為多者
隨意立號

乃為元

數連環求等約為定母以定相乘為衍母各定約衍母得衍數滿定去之得奇奇定大衍得乘率以乘衍數得用數次置廣深多少數多者乘用少者減元數餘以乘用併為總滿衍母去之不滿得廣深

草曰置四執方長闊厚係八數城執厚有分為小者皆通之為單大方得一百三十分小方得一百一十分城執長得一百二十分闊得六十分厚得二十五分六門執長得一百一十分闊得五十分厚得二十分

三〇
 二〇
 一〇
 〇〇
 上〇
 三〇
 三三
 〇〇

雖行置之右列位稍多執名相互令假八音為號位
 先以最少者自木二十與草二十五求等得五乃反
 約木二十為四木四與土五十求等得二以約五十
 為二十五木四與匏六十求等得四約六十為一十
 五木四與竹一百求等得四約一百為二十五木四

與然一百一十求等得二約一百一十為五十五木
 四與石一百二十求等得四反約木四為一以木一
 與金求等得一不約為木與諸數求等約訖為一變
 得數具圖如後

三〇
 二〇
 三〇〇〇〇〇
 二〇〇〇〇〇
 一〇〇〇〇〇
 三〇〇〇〇〇
 一〇〇〇〇〇
 一〇〇〇〇〇

次以革二十五與土五十

按前已約土為二十五次
 變不應復用原數然於得

數却求得二十五約五十為二以草二十五與乾

一十五求得五約乾一十五為三以草二十五與

竹二十五求得二十五約竹二十五為一又以草

二十五與絲五十五求得五約絲五十五得一十

一以草二十五與石一百二十求得五約一百二

十為二十四以草二十五與金一百三十求得五

約金一百三十得二十六草與諸數徧約訖為二變

具圖如後

丁 二 三 一 一 三 二 一

乃以土二與匏三竹一絲一十一求等皆得一不約
以土二與石二十四求等得二及約土二得一又不
土一與金二十六求等得一不約土與諸數約訖為
三變具圖如後

丁 二 三 一 一 三 二 一

乃以匏三與竹一絲十十一求等皆得一又以匏三

與石二十四求等得三約石二十四為八又匏三與

金二十六求等得一不約匏與諸數約訖以為四變

次以竹一與絲一十一與石二十四

按已約為八云二十四誤與

金二十六求等皆得一竹與諸數約訖為五變次以

絲一十一與石二十四

按誤同上

與金二十六求等皆得

一不約為六變復以石二十四

按誤同上

與金二十六求

等得二約金二十六為一十三至此七變連環求等

上丁○○
 一〇π二||||
 上 π○○
 〇
 上丁○○
 〇
 三||||三||
 〇

金定一十三得衍數六千六百石定八得衍數一萬
 七百二十五絲定一十一得衍數七千八百竹定一
 無衍數定三得衍數二萬八千六百土定一無衍數
 草定五五得衍數三千四百三十二木定一無衍數
 各滿定母去之得奇數

一 〇 一 〇 〇 〇 二 〇

三 四 一 〇 一 〇

金得奇九石得奇四絲得奇一匏得奇一草得奇七
其絲匏得奇數一者便以一為乘率其金石草三處
奇數皆與本定母用大衍求一入之各得乘率列右
行

III	
IIII	
I	
○	
I	
○	
—III	
○	

⊥	⊥	○	○	
I	○	⊥	二	IIII
⊥	III	○	○	
			○	
II	⊥	⊥	○	○
			○	
三	IIII	三	II	
			○	

金得三石得五絲得一革得一草得一十八各為璜

率寄左行衍數各得為用數

百一十六為葦用次驗竹元數一百與土五十為同
 類以求等得五十以等五十約衍母八萬五千八百
 得一千七百一十六亦於葦用內各借與竹土為用
 數草止餘四萬一千一百八十四為用得諸定用數

| 上 三 三 〇 〇
 |||| 三 丁 二 ||||
 上 三 〇 〇
 一 二 一 丁
 || 上 丁 〇 〇
 一 二 一 丁
 ||| 一 | 上 ||||
 | 上 | 上 〇

按無用數則此條可省借數轉生煩擾非
法也其所以可用借補者蓋以同類之元
數其較餘之奇偶必同故一數可分用也
然惟元數同偶者為然同奇則有不可用
者此題可用因題中餘數未過小元數
也

右行定用始列雖行假號求得今照執色連次列
之

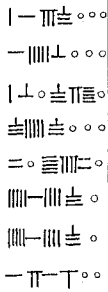
	≡	Ⅲ	。	。
	⊥	Ⅲ	。	。
	≡	⊥	≡	
	≡	⊥	。	。
	—		≡	
	—	⊥	—	⊥
	—	⊥	—	⊥
	⊥		⊥	。

上。
 二。
 三。
 三。
 ||||
 三。
 三。
 一。

既照軌次序列用數於右行乃驗問題所謂大方軌
 砌廣多六寸小方多二寸城軌長多三寸城軌闊多

三寸厚多五分六門長多三寸闊多三寸厚多一寸

對本用列左行各對乘之具圖如後



兩行乘畢金得一百一十八萬八千絲得一十五萬
六千石得一百六十萬八千七百五十飽得八十五

萬八千草得二十萬五千九百二十竹得五萬一十四百八十土亦得五萬一千四百八十木得一十七萬一千六百乃併前八位數共得四百二十九萬一千二百三十分為總滿衍母八萬五千八百去之不滿一千二百三十分約之為一丈二尺三寸為基元廣數乃求其深驗問題大方砌少六寸小方砌少三寸城軌長砌少一寸闊砌少一寸厚砌多一寸六門長砌多一寸六門闊砌多一寸六門厚砌多一寸

列為中行次置諸乾元數列為左行課減之具圖如後

上。○
三。○
一。○
一。○
一。○
一。○
一。○

三。○
一。○
二。○
上。○
三。|||
一。○○
三。○
二。○

今以中行多者存之少者用減左行存者左行元數去之所減者左行餘數存之金得七十絲得八十石

得一百一十乾得五十草得一十竹一十土一十本
一十具圖如後



列為左行以對右行定用數具圖如後

	≡	π	。	。
	±	π	。	。
	三	丁	二	
	±	丁	。	。
	一		±	
一		π	一	丁
一		π	一	丁
	±		±	。

±	。
±	。
└	。
≡	。
一	。
一	。
一	。
一	。

以左行多餘數對乘右行用數金得一百三十八萬
六十絲得六十二萬四千石得五百八十九萬八千

七百五十粒得一百四十三萬草得四十一萬一千
八百四十竹得一萬七千一百六十土得一萬七千
一百六十木得一十七萬一千六百具圖如後

	三	卅	上	。	。	。	
上		三	。	。	。		
	三	卅	三	卅	三	。	
	三		。	。	。	。	
三		一	卅	三	。		
		上		上	。		
		上		上	。		
	一	卅	一	下	。	。	
	三		上		一	。	
	卅	三	卅	。	。		

併八位得九百九十五萬六千五百一十分為總滿
衍母八萬五千八百去之不滿三千七百一十分展
為三丈七尺一寸為基地深

推計土功

問築堤起四縣夫分給里步皆同齊闊二丈里法三百
六十步步法五尺八寸人夫以物力差定甲縣物力
一十三萬八千六百貫乙縣物力一十四萬六千三
百貫丙縣物力一十九萬二千五百貫丁縣物力

一十八萬四千八百貫每力七百七十貫料一名春
程人功平方六十尺先到縣先給今甲乙二縣俱畢
丙縣餘五十一丈丁縣餘一十八丈不及一日全功
欲知堤長及四縣夫所築各幾何

按題意以四縣修堤總長相同每日所修之長
不同以各每日所修之長計總長或適足或有
餘以求總長也但不正言其數而設堤間數各
縣物力數一夫力數一夫平方數以取每日所

修堤長數故令人不能驟解

答曰堤長一十九里二百三十五步五尺 甲縣

夫築一千二十六丈

乙丙丁同

乙縣夫築一千

七百六十八步五尺六寸

甲丙丁同

丙縣夫築

四里三百二十八步五尺六寸

甲乙丁同

丁縣

夫築

同前三縣數

按四縣所築堤長等則丈數步數里數皆同今以三縣分載三縣下而後註以與某縣同殊混

人目

術曰置各縣力以程功程為實以力率乘堤齊間為

法除之得各縣日築復數

有分者通之五乘之得通數

求總等不

約一位約衆位曰元數連環求等約奇得定母陸續

求行數奇數乘率用數以丙丁縣不及數乘本用併

為總數以定母相乘為行母滿母去總數得各縣分

給里步積尺數以縣數因之為堤長各以里法步法

約之為里步

草曰置甲縣力一十三萬八千六百貫乙縣力一十四萬六千三百貫丙縣力一十九萬二千五百貫丁縣力一十八萬四千八百貫以程功六十尺徧乘之

皆以貫點

按貫點乃以一貫千文為共之名與前官陌市陌名相似

約之甲得八

百三十一萬六千尺乙得八百七十七萬八千尺丙得一千一百五十五萬尺丁得一千一百八萬八千尺各為實次以力率七百七十貫乘堤齊間二十尺亦以貫點約之得一萬五千四百尺為法徧除諸各

實甲得五十四丈乙得五十七丈丙得七十五丈丁
得七十二丈各為四縣衆夫每日築長率按大衍術
命曰復數列右行

三 三

三 二

上 三

上 二

以復數

按前術以尾數在十以上者為復數此數不合

求總等得三大

按此係原

本皆以丈為寸於義無取今皆改正以約三位多者不約其少者甲得

五十四乙得一十九丙得二十五丁得二十四仍為元數次以兩兩連環求等各約之

三三

一三

二三

二三

按四縣每日築長數皆以丈為單位非位數也但一等數可以度盡四數必先求總等約之然後可以為元數即此可見總等法不獨用於通數後數也

先以丁丙求等又以丁乙求等皆得一不約次以丁
 甲求等得六只約甲五十四得九不約丁次以丙與
 乙求等又以丙與甲九求等皆得一不約後以乙與
 甲九求等得一不約後驗甲九與丁二十四猶可再
 約又求等得三以約丁二十四得八復乘甲為二十七

二II

一III

二IIII

III

一〇二T〇〇

次以定母四位相乘求得一十萬二千六百為衍母

各以定母約衍母甲得三千八百乙得五千四百丙
得四十一百四丁得一萬二千八百二十五為衍數

二

三

四

五

二

一

二

三 三。。

三 三。。

三 一。三

一 二 三 二 三

滿定母各去衍數甲不滿二十乙不滿四丙不滿四
丁不滿一各為奇數

二 二

一 三

二 三

三

二。

三

三

一

以各定母與本奇數用大衍求一衍入之各得乘率
甲得二十三乙得五丙得一十九丁得一

二||

||||

一|||

|

三|||。。

三|||。。

三||。|||

|二|||二|||

以右行乘率對乘寄左行行數甲得八萬七千四百
乙得二萬七十丙得七萬七千九百七十六丁得一
萬二千八百二十五各為用數

III ± III 。。

II ± 。。。

II ± III ± I

I 二 III 二 IIII

次驗四縣所築有無不及粟丈尺寸令甲乙俱畢為
無丙餘五十一丈丁餘一十八丈為有以丙丁二縣
餘丈各乘丙丁二用數其丙五十一丈乘丙用七萬
七千九百七十六得三百九十七萬六千七百七十
六丈為丙總以丁餘一十八乘丁用一萬二千八百

二十五得二十三萬八百五十丈為丁總併二總得
四百二十萬七十六百二十六丈為總數亦以丈通
衍母得一十萬二千六百丈仍為衍母滿去總數不
滿一千二十六丈為所求長率以四縣因之得四十
一百四丈為實以步法五尺八寸除之得七千七十
五步五尺為堤長步以里法三百六十步約之得一
十九里二百三十五步五尺為堤通長置長率一千
二十六丈以步法約之得一千七百六十八步五尺

六寸又以里法約之得四里三百二十八步五尺六寸為各縣所給道里步尺數

餘米推數

問有米鋪訴被盜去米一般三籬皆適滿不記細數今左壁籬剩一合中間籬剩一升四合右壁籬剩一合後獲賊係甲乙丙三名甲稱當夜摸得馬杓在左壁籬內入布袋乙稱踢著木屐在中籬內入袋丙稱摸得漆椀在左邊籬內入袋將歸食用日久不知數索

到三器馬杓滿容一升九合木履容一升七合漆稅
容一升二合欲知所失米數計賦結斷三盜各幾何

答曰共失米九石五斗六升三合環甲米三石
一斗九升二合 乙米三石一斗七升九合
丙米三石一斗九升二合

術曰以大衍求之列三器所容為元數連環求等約
為定母以相乘為衍母以定各約衍母得衍數各滿
定母去之得奇以奇定用大衍求得乘率以乘衍數

得用數次以各剩米乘用併之為總滿衍母去之不
滿為每籬米各以剩米減之餘為甲乙丙盜米併之
為共失米

草曰列三器所容一升九合一升七合一升二合為
元數連環求等皆得一不約便以元數相乘得三千
八百七十六為衍母以各元數為定母以定約衍母
得衍數甲得二百四乙得二百二十八丙得三百二
十三各為衍數列左行以三定母甲十九乙十七丙

十二列右行具圖如後

一三

一

一

一三

一

一

三三

各滿定母去衍數得奇數甲得一十四乙得七得七

丙得一十一

一三

一

一

一三

一

一

各以奇定用大衍求一各得乘率甲得十五乙得五
丙得一十一各為乘率列右行對寄在行行數具圖
如後

○	—
=	○
=	—

以丙行對乘之得用數甲得三十六乙得一十一
百四十丙得三千五百五十三列右行其圖如後

一 三〇上〇
一三 一三〇
一 三三三三三

既得用數始驗問題三羅剩米列左行對三人所用
以兩行對乘之甲得三千六十乙得一萬五千九百
六十丙得三千五百五十三

合為乙盜米併三人共得九石五斗六升三合為所
失總米合間

三|三||

|

三|三||

|三

三|三||

三|||

程行計地

問軍師獲掠當早點差急足三名往都下節節走報具

甲於前數日申末到乙後數日未正到丙於今日辰
未到據供甲日行三百里乙日行二百四十里丙日
行一百八十里問自軍前至都里數及三人各行日
數幾何

答曰軍前至都三千三百里 甲行一十一日

乙行一十三日四時半 丙行一十八日二

時

術曰以大衍求之置各行里先求總等存一約衆得

原里次以連環求等約奇復乘偶得定母以定相乘
為衍母滿定除衍

衍得乘率以乘衍數得用數 次置辰刻正末乘各
行里為實以晝六時約之得餘里各乘用數併為總
滿衍母去得所求至鄰里以各日行約之得日辰刻
數草曰置甲三百里乙二百四十里丙一百八十里
先求總等得六十只存甲三百勿約乃約乙二百四
十得四次約丙一百八十得三各為元數連環求等

||| ○ ○

|||

|||

先以丙乙求等得一不約次以丙甲求等三於衍約
奇不約偶蓋以等三約三因得一為奇虛無衍數乃
便徑先約甲三百為一百復以等三兼丙三為九既
丙九為奇甲百為偶此即是約奇弗約偶次以一四
與甲百求等得四以四約一百得二十五為甲復以
四乘乙四得一十六為乙各為定母

二 𠄎

一 丁

𠄎

三 丁^{〇〇}

以定母相乘得三千六百為衍母以各定約衍母為
衍數甲得一百四十四乙得二百二十五丙得四百

二 𠄎

一 丁

𠄎

一 𠄎

二 𠄎

𠄎^{〇〇}

術數各滿行母去之不滿為奇數甲得一十九乙得
一丙得四

二

一

三

一

一

三

以各奇數與定母用大行入之各得乘數甲得四乙
得一丙得七各為乘率列右行

三

一

二

三

二

三

以乘率對乘寄左行衍數甲得五百七十六乙得二百二十五丙得二千八百各為用數

三

二

二

次置甲申末到者其酉初為夜此是甲以全日到為
無餘里次置乙於未正到乃於卯時數至未正得四
箇半時以四半乘乙行二百四十里得一千八十為
實以晝六時約之得一百八十里為乙行不及全日
之餘里次置丙於辰未到自卯初數至辰未得二時
以因而行一百八十里得三百六十為實以六時除
之得六十里為丙行不及全日之餘里

○ |||||T
 |||° |||||
 上° |||°
 ○
 |||°|||°°
 -T|°°°
 二°|||°°
 三T°°

以乙餘一百八十乘乙用二百二十五得四萬五百
 於中以丙餘六十乘丙用二千八百得十六萬八千
 加中共得二十萬八千五百為總滿衍母三千六百
 去之不滿三千三百里為軍前至都里以甲三百除

之得一十一日以乙二百四十除之得一十三日四時半以丙一百八十除之得一十八日二時合問

按凡總等數必小於連環等數若甚大即為連環等數此題數是也故再約即用求續等法不然不能合也

程行相及

問有急足三名甲日行三百里乙日行二百五十里丙日行二百里先差兩往他處下文字既兩日又有文

字違乙追付已半日復有文字續令甲趕付乙三人偶不相及乃同時俱至彼所先欲知乙果及丙甲果及乙得日并里次問彼處去此里數各幾何

按題意謂三行遲疾不同乙後丙兩日甲後乙半日問幾日幾里可以追及又既及之後三人不能同行及各至彼處之時刻皆與各起程之時刻相同蓋言自此至彼所行皆為整日數也

答曰乙果追及丙八日行二千里 甲果追及乙

二日半行七百五十里 彼處去此三千里

術曰以均輸求之大衍入之置乙已去日數乘乙行里為實以甲乙行里差為法除之得甲及乙日數辰刻以乘甲行得里次置丙既去日乘丙行里為實以丙乙行里差為法除之得乙及丙日數以乘乙行得里然後置三人日行求總等約得原數以連環求等約得定母以定相乘得衍母各定約衍得衍數滿定去衍得奇奇定大衍得乘率以乘寄衍得用數視甲

及乙里為乙率乙及丙里為丙率以乙日行滿去乙率不滿為乙餘以丙日行滿去丙率不滿為丙餘以二餘各乘本用併之為總滿行去之不滿為彼去此里

草曰置乙已去日乘乙日行二百五十里得一百二十五里為實次置甲日行三百里減去乙行二百五十里餘五十里為差法除實得二日五十刻甲果及乙數以乘甲行三百里得七百五十為甲及乙里數

次置丙既行二百乘丙日二百里得四百里為實次
置乙行二百五十里減丙行二百里餘五十里為差
法除實得八百為乙及丙日數以乘乙行二百五十
里得二千里為乙得及丙之里數已上為先欲知果
及數次列甲乙丙三名日行求總等得五十先約甲
丙存得甲六乙二百五十丙四

下

|| |||。

|||

以甲六丙四求等得二以二約甲為三復以二因丙為八次將乙二百五十與丙八相約得二乃約乙為一百二十五復以二因丙為十六定得甲三乙一百二十五兩十六為定母

|||

|||

— 下

1000

以定相乘得六千為衍母以各定約衍母得衍數甲得二千乙得四十八丙得三百七十五求奇數

|||

二〇〇〇

|||||

|||||

一丁

|||||

左上二千以甲三去之奇二左中四十八即為乙奇

左下三百七十五丙十六去之奇也

|||

|||||

一丁

||

|||||

||

各以大衍求得甲二乙一百一十二丙七各為乘率

||

|-||

||

||ooo

||||

|||||

以乘率對乘衍數甲得四千乙得五千三百七十六
丙得二千六百二十五為通用數

||ooo

|||||

|||

併三泛得二萬二千一乃多衍母一倍當半衍母六千得三千以消甲四千餘一千又消乙五千三百七十六餘二千三百七十六兩不消各為定用數

一 ○ ○ ○

二 三 上 下

二 下 二 三

既得用數次視前草中甲及乙七百五十里為乙率乙及丙一千里為丙率各滿乙丙日行里去之

分三八ノ一ノ一
月
卷一 下
||≡。||≡。

||○○。||○○。

今乙丙二人所行各皆適滿去之無餘雖稱同時俱至乃各係全日所行便以乙丙二人約六千里得三千里為彼去此里數合問

按復數求元數用總等法尚屬未密蓋總等約後有常連環求等者有當即求績等者其法不

能定也今少為變通凡復數皆見十者先以十
為總等徧約之百十為同為元數俟連環求等畢復
以總等十乘一數百十為同然後再求續等以得定
數爰依題數具式於後

法列三數於上以十為總等徧約之得
甲三十乙二十五丙二十即為元數連
環求等以甲與乙約得等數五奇約甲
得六偶以甲與丙約得等數二偶約甲

得三

奇

為甲數徧約畢次以乙與丙約

得等數五

奇

約丙得四

偶

為乙丙二數

徧約畢乃以總等十乘乙數得二百五

十次求續等以甲與乙與丙相約俱無

續等以乙與丙約得續等二

偶

約乙數

得一百二十五

奇

復乘丙得八則甲三

乙一百二十五丙八即為各定數也以

三定數連乘得三千為衍母即所問欲

處去此之里數較舊術算省而數亦確
矣



數學九章卷一下

欽定四庫全書

子部

數學九章卷二上

詳校官欽天監博士臣張天恒

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官候補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

膳錄監生臣張龍圻

欽定四庫全書

數學九章卷二上

宋 秦九韶 撰

天時

推氣治歷

問太史測驗天道慶元四年戊午歲冬至三十九日九
十二刻四十五分紹定三年庚寅歲冬至三十二日
八十四刻一十二分欲求中間嘉泰甲子歲氣骨歲
餘斗分各得幾何

按紹定三年庚寅之冬至實紹定四年辛卯之
始辛卯距戊午三十四年積年為三十三

答曰氣骨十一日三十八刻二十分八十一秒八
十小分餘歲五日二十四刻二十九分三十秒
三十小分斗分空日二十四刻二十九分三十
秒三十小分

術曰先距前後年數為法置前測曰刻分減後測曰
刻分餘為率

不足減則
加紀策

以紀策累加之令及天道合

用五日以上數為實以法除實得歲餘去全日餘為
斗分以所求中間年上距前測年數乘歲餘益入前
測日刻分滿紀策去之餘為所求氣骨

革曰置前測戊午歲距前歲庚寅歲得三十三為法

置前測戊午歲冬至三十九日

日辰
公卯

九十二刻四十

五分減後測紹定三年庚寅歲冬至三十二日

日辰
丙申

九十四刻一十二分今後測者少不及前測者以減
乃加紀法六十日於後測日為得九十二日九十四

日一十二分然後用前測者減之餘五十三日一刻
六十七分為率按術當以法三十三餘率須使商數
必得五日以上乃可今率未得五日乃兩度累加紀
法一百二十八率內共得一百七十三日一刻六十
七分為刻實如法除之得五日二十四刻二十九分
三十秒三十小分不足乘之為歲餘乃去全五日得二十
四刻二十九分三十秒三十小分為斗分次推嘉泰
甲子上距慶元戊午歲得六以乘歲餘五日二十刻

刻二十九分三十秒三十小分得三十一日四十五
刻七十五分八十一秒八十小分益入前測戊午歲
三十九日九十二刻四十五分得七十一日三十八
刻二十分八十一秒八十小分滿紀法六十去之餘
一十一日三十八刻二十分八十一秒八十小分爲
所求甲子 氣骨之數合問

按氣骨者年冬至時距甲子日子正初刻後之
日分也歲餘者歲實去六甲子之餘日分也斗

分者歲實去三百六十五日之餘分也此未知
歲實之法故先以前後兩氣骨相減餘數為實
以積年為法除之歲餘約五日餘紀日六十故
實數內累加六十日至高得五日止則實
數為積歲餘之數以積年除之得歲餘日分既
得歲餘以甲子積年六乘之得甲子積歲餘與
前測氣骨相加滿紀法去之餘即甲子氣骨也

治歷推閏

問開禧厯以嘉泰四年甲子歲天正冬至為一十一日

日辰 四十四刻六十一分五十四秒十一月經朔一

日辰 七十五刻五十五分六十二秒問閏骨閏年

各幾何

答曰閏骨凡日六十九刻五分九十一秒

不盡一百六十

九分秒之一

百二十一

閏骨率十六萬三千七百七十一

術曰以日法各通氣朔日刻分秒各為氣骨朔骨分

其氣骨分如約率而一約盡者為可用

或收并餘分在一刻以下

者事然後與朔骨分相減餘為閏骨率以日法約之

為閏骨策

算曰置本歷曰法一萬六千九百先通冬至一十一日四十四刻六十一分五十四秒得一十九萬三千四百四十分二十六小分為實其歷約率係三千一百二十以約之得六十二可用其餘小分二十六乃并之只用一十九萬三千四百四十為氣骨分次

置朔一日七十五刻五十五分六十二秒以本厯日
法一萬六千九百乘之得二萬九千六百六十八分
九十九秒七十八小分將近一分故於氣骨內所弃
二十六小分借二十二小分以補朔內收上得二萬
九千六百六十九為朔然後以朔骨分減氣骨分餘
有一十六萬三千七百七十一為閏骨率復以日法
除之得閏骨策九日六十九刻五分九十一秒不盡
一百二十一算直命之為一百六十九分秒之一百

二十一合問

按此題若置冬至日分內減經朔日分餘九日
六十九刻五分九十二秒得閏骨策此原策僅
多一百六十九分秒之四十八盡革中氣骨內
棄小分二十六朔骨分內進二十二併之為一
百六十九分秒之四十八其不經相減而必用
通分約分累乘累除者為向後推算用耳

治曆演紀

問開禧歷積年七百八十四萬八千一百八十三欲知
推演之原調日法求朔餘朔率斗分歲率歲閏入元
歲入閏朔定骨閏泛骨閏縮紀率氣元率元閏元數
及氣等率因率節率朔等數因數節數朔積年二十
三事各幾何

答曰日法一萬六千九百

朔餘八千九百六十七

朔率四十九萬九千六十七

斗分四千一百八

歲率六百一十七萬二千六百八

歲閏一十八萬三千八百四

入元歲九千一百八十

入閏四十七萬四千二百六十

朔定骨二萬九千六百六十九

閏泛骨一十六萬三千七百七十一

閏縮一十八萬八千五百七十八

紀率一百一萬四千

氣元率一萬九千五百

元閏三十七萬七千八百七十三

元數四百二

氣等率五十二

因率一百四十四

部率三百二十五

朔等數一

因數四十五萬七千九百九十九

節數四十九萬九千六十七

朔積年七百八十三萬九千

積年七百八十四萬八千一百八

術曰以歷法求之大衍入之調旧法如何承天術用
強弱母子互求得數併之為朔餘以二十九日通日
法增入朔餘為朔率又以日法乘前歷所測冬至氣
刻分收棄末位為偶數得斗分與日法用大衍術入

之求等數因率節率以紀乘等數為約率置所求氣
定骨如約率而一得數以乘因率滿節率去之不滿
以紀法乘之為入元歲次置歲日以日法通之併以
斗定分為歲率以十二月乘朔率減歲率餘為歲閏
以歲閏乘入元歲滿朔率去之不滿為入閏與閏骨
相減之得差或通足便以入元歲為積年後銜並不
用或差在刻分法半數以下者亦以入
元歲為積年必在刻分法半數以上却以閏泛骨併朔率
得數內減入閏餘與朔率求閏縮在朔率以下便為
閏縮以上用朔率

減之
亦得
以紀法乘日法為紀率以等數約之為氣元率

以氣元乘歲閏滿朔率去之不滿為元閏虛置一億
減入元歲餘為實元率除之得乘限乃以元閏與朔
率用大衍入之求得等數因數節數以等約閏縮得
數以因數乘之滿節數去之不滿在乘限以下以乘
元率為朔積年併入元歲為演紀積年又加成歷年
今人相乘演積年其術如調日法求朔餘朔率立
斗分歲餘求氣骨朔骨閏骨及衍等數約率因率節

率求入元歲歲閏入閏元率元閏已上皆同此術但
其所以求朔積年之術乃以閏消減入閏餘為之閏
贏却與閏縮朔率列號甲乙丙丁四位除乘消減謂
之方程乃求得元數以乘元率所得為之積年加入
元歲共為演紀歲積年所謂方程正是大衍術今人少知
非特置筭繁多初無定法可傳甚是惑悞後學易失
古人之術意故今術不言閏贏而曰入閏差者蓋本
將來可用入元歲便為積年之意故今止將元閏朔

率二項以大衍先求等數因數節者仍做前前求入
元歲之術理假閏骨如氣骨以等數為約數及求乘
數節數以等約閏縮得因乘數滿節去之不滿在限
下以乘元率便為朔積年亦加入元歲共為演紀積
年此術非惟止用乘除省便又且於自然中取見積
年不惑不差矣新術敢不用閏贏而求者實知閏贏
已存於入閏之中但求朔積年之奇分與閏縮等則
自與入閏相合必滿朔率所去故也數理精微不易

窺識窮年致志感於夢寐幸而得知謹不敢隱

草曰本厯以何承天術調得一萬六千九百為日法
係三百三十九強一十七弱先以強數三百三十九
乘強子二十六得八千八百一十四於上次以弱數
一十七乘弱子九得一百五十三併上共得八千九
百六十七為朔餘次以日法通朔策二十九日得四
十九萬一百增入朔餘得四十九萬九千六十七為
朔率又以日法乘統天厯所測每歲冬至周日下二

十四刻三十一分得四千一百八分三十九秒為斗
泛分驗八分既偶遂棄三十九秒只以四千一百八
分為斗定分與日法以大衍術入之得五十二為
等數一百四十四為因率三百二十五為節率以甲
子六十為紀法乘等數得三千一百二十為約率却
置本歷上課所用嘉泰甲子歲氣骨一十一日四十
四刻六十一分五十一秒以來日法得一十九萬三
千四百四十分二十六秒為氣泛骨欲滿約率三千

一百二十而一故就近乃棄微秒只以一十九萬三千四百四十為氣定骨然後以約率三千一百二十除之得六十二以因率一百四十四乘之得八千九百二十八滿節率三百二十五去之不滿一百五十三以紀法六十乘之得九千一百八十年為入元歲次置歲三百六十五以日法乘之得六百一十六萬八千五百併斗定分四千一百八得六百一十七萬二千六百八為歲率却以十二月乘朔率四十九

萬九千六百七得五百九十八萬八千八百四率內
減去此數餘一十八萬三千八百四為歲閏以歲閏
乘入元歲九千一百八十得一十億八千七百三十
二萬七百二十滿朔率去之不滿四十七萬四千二
百六十為入閏次置本歷所用嘉泰甲子歲天正十
一月朔一日七十五刻五十五分六十二秒以日法
乘之得二萬九千六百六十八分九千九百七十八
秒為朔泛骨就近收秒為一分共得二萬九千六

百六十九為朔定骨數然後乃以朔定骨減氣骨一
十九萬三千四百四十餘一十六萬三千七百七十
一為閏泛骨置日法以二百歸除之得八十四半為
半刻法次以入閏數內減去閏泛骨與入閏相課減
之餘三十一萬四百八十九此是閏歲為差半刻法以上
乃以閏泛骨併朔率共得六十六萬二千八百三十
八以入閏四十七萬四千二百六十減之餘一十八
萬八千五百七十八在朔率下便為閏縮次以紀策

六十乘日法得一百一萬四千為紀率以等數五十

二歸除紀率得一萬九千五百

按即六十乘三百二十五之數為一節平數

為氣元率以氣元率乘歲閏一十八萬三千八百四

得三十五億八千四百一十七萬八千滿朔率去之

不滿三十七萬七千八百七十三為元閏次置一億

按此數似虛設不過取一億之數為限耳
此所求過限之時改率數以連耗之矣以入元歲

元千一百八十減之餘九千九百九十九萬八百二

十為實以元率一萬九千五百為法除之得五千一

二十七為乘元限數乃以元閏三十七萬七千八百
七十三餘與朔率四十九萬九千六十七用大衍術
求之得等數一因等四十五萬七千九百九十九部
數四十九萬九千六十七然後以等數一約閏縮只
得一十八萬八千五百七十八以因數四十五萬七
十九百九十九乘之得八百六十三億六千八百五
十三萬五千四百二十二滿部數四十九萬九千六
百七十去之不滿四百二在乘元限數以下為可用

以來元率一萬九千五百得七百八十三萬九千年
為數積年併入元歲九十一百八十共得七百八十
四萬八千一百八十為嘉泰四年甲子歲積算本歷
係於丁卯歲進呈又加丁卯三年共為七百八十四
萬八千一百八十三年為本歷積年合其繪圖如
後

按此術草內奇定相求有等數又有因數節數
之異蓋等數即度盡定奇兩數之數因數為奇

數之倍數任倍定奇二數相較但得一等數則
 奇之倍數即為因數節數者奇數最大之倍數
 也任倍奇定至兩邊相等無較數則奇數之倍
 數即謂之節數也等數甚小者因數不患其甚
 大有節數以限之也革中尚多訛舛正之於後

何承天調日法強弱四率

上	三	〇	〇	三	三
一	〇	〇	二	一	三
一	上	三	三	三	三
三	上	三	三	三	三
一	上	三	三	三	三
三	三	三	三	三	三

[illegible]

三丁 三三三 三三三
 三三 一三 一〇
 一三
 一三
 三三三 三三 三三三
 一〇 三三 三三
 三三三 三三 一三

按此題術草皆曰何承天調日法而宋書所載何承天法並無其率且各用數亦與此不同今細按其草日法已有定數所調者朔策餘分也然從來朔策餘分皆以實測之朔策分歲實分兩母子乘來相通即得並無所謂調法令所載

強弱母子四數大約已有朔策餘分與日法分
相約而得非別有所本乃故設曲折以為奇也
試以朔餘分八千九百六十七分為第一條置
日法分內減朔策餘分餘七千九百三十三為
第二條以此二數數取之先置第一條減第二
條餘一千零三十四為第三條又因第三條以
減第二條餘六百九十五為第四條以第四條
減第三條餘三百三十九為第五條二因第五

第 一 條	第 二 條	第 三 條	第 四 條	第 五 條	第 六 條
一	二	三	四	五	六
七	八	九	十	十一	十二
十三	十四	十五	十六	十七	十八
十九	二十	二十一	二十二	二十三	二十四
二十五	二十六	二十七	二十八	二十九	三十
三十一	三十二	三十三	三十四	三十五	三十六
三十七	三十八	三十九	四十	四十一	四十二
四十三	四十四	四十五	四十六	四十七	四十八
四十九	五十	五十一	五十二	五十三	五十四
五十五	五十六	五十七	五十八	五十九	六十
六十一	六十二	六十三	六十四	六十五	六十六
六十七	六十八	六十九	七十	七十一	七十二
七十三	七十四	七十五	七十六	七十七	七十八
七十九	八十	八十一	八十二	八十三	八十四
八十五	八十六	八十七	八十八	八十九	九十
九十一	九十二	九十三	九十四	九十五	九十六
九十七	九十八	九十九	一百		

第 五 條	第 六 條	
○	一	
一	○	
二	二	第 四 條
三	三	第 五 條
四	四	第 六 條
五	五	第 七 條
六	六	第 八 條
七	七	第 九 條
八	八	第 十 條
九	九	第 十一 條
十	十	第 十二 條

條以減第四條餘一十七為
 第六條是第五條即強母數
 第六條即弱母數矣次用第
 五條第六條轉求第一條以
 取兩子數置第六條於上二
 因第五條加之得第五條者
 二第六條者一共六百九十
 五為第四條以第四條加第

$$\begin{array}{r}
 \text{一七} \\
 \text{三五九二} \\
 \hline
 \text{六七八} \\
 \text{六九五} \\
 \hline
 \text{一〇五四八} \\
 \hline
 \text{七二三八} \\
 \text{七九三六} \\
 \hline
 \text{八八九七}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{二〇} \\
 \text{一五元} \\
 \hline
 \text{一五元} \\
 \hline
 \text{一六九三七} \\
 \hline
 \text{五〇七}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{二〇} \\
 \text{四九二} \\
 \hline
 \text{四九二} \\
 \hline
 \text{一五九〇九} \\
 \hline
 \text{一五九〇九}
 \end{array}$$

五條得第五條者三第六條

者一共一千零三十四為第

三條七因第三條以加第四

條得第五條者二十三第六

條者八共七千九百三十三

為第二條以第二條加第三

條得第五條者二十六第六條者九共八千九

百六十七為第一條是第五條倍數即强于數

第六條倍數即弱于數矣至真式中以日法取
強母數者則又以第五條第六條再約而得者
如以第五條為實第六條為法為法商之初商
得十以法乘初商得一百七十為初商積減實餘
一百六十九恰與百分日法分之一等故百除日
法分為一數又三乘之得五百零七為實以四
十九為法初商得十初商積為四百九十減實
餘十七乃以商十乘十七得一百七十與前初

商積等故加與前餘積等之百分日法分之一
得三百三十九為五條之數名之曰強數也

次以日法乘朔策日得數併朔餘為朔率

上 𠄎 〇 〇

二 𠄎

三 𠄎 〇 〇

三 𠄎 𠄎 上 𠄎

上 𠄎 上 𠄎

三 𠄎 〇 〇

上 𠄎 〇 〇

〇 二 𠄎 𠄎

三 〇 𠄎 𠄎

斗分見偶則棄見奇則收為偶

按此條棄分以下數不用也分為偶數即用其數分為奇數則秒微進一分併為偶數如無秒微即加一分

又按算中用數以日法分一萬六千九百分為主斗分定為四千一百零八為偶數氣骨分亦定為偶數其各時刻分皆由日分比例而得故變時刻分為日分求之無不合

三三 三三三

三三 三三三

一

三三 三三三

三三 三三三

一

三三

一 三三三

三三 三三三

三三

一 三三三

三三 三三三

一 三三三

一 三三三

三三

一 三三三

一 三三三

三三

䷊ ䷊

䷊ ䷊

䷊ ䷊

䷊ ䷊

䷊ ䷊

䷊ ䷊

䷊ ䷊

䷊ ䷊

䷊

䷊ ䷊

䷊ ䷊

䷊

䷊ ䷊

䷊ ䷊

䷊ ䷊

䷊ ䷊

䷊

䷊

䷊ ䷊

䷊ ䷊

䷊ ䷊

䷊ ䷊

䷊ ䷊

䷊

䷊

䷊ ䷊

䷊ ䷊

䷊ ䷊

三 | 三 。

| 三 ||

┐ ○

|| ┐ ||||

| ┐ || ○○

┐ 三 |||| ○

三 | ○ ||

┐ ┐ = ┐ ○ ||

三 || 三 ○ ┐ ||

┐ ||

┐ ┐ = ┐ ○ ||

|||| 三 三 || ○ ||

┐ ┐ = ┐ ○ ||

三 | 三 。

┐ 三 三 || ┐ ○

按求入元歲法用斗分與日法分求等率乘率
蓋以六十年之歲實積分與紀法分相約後以
六十除紀法分得日法分為定以六十除歲實
積分得斗分為奇求得節數乘數皆與六十年
之歲實積分與紀法分所求者同惟等數則為
六十之一故以六十乘之為乘分以約氣骨分
然後以乘數乘之滿節數去之所得用數為六
十年之周數故以六十乘之始為年數此立法

之意也然以六十年為周數則六十年之間其
 氣骨數有合者則不可得故所得年數較以歲
 實分紀分相求者為遠也

一丁三二三〇二〇

三三三〇上二

三二二三上〇

一上三三三〇上二

一上三三〇〇

三三丁上三三又上三

二二

三三丁上三

三 卅 三 卅 上 。

一 丁 三 卅 上 。

三 一 。

一 卅 三 卅 卅 。

卅 上 丁 上 卅

一 丁 三 卅 上 。

三 卅 上 。

一 丁 三 卅 上 。

上 丁 二 卅 三 卅

一 上 卅 。

卅 。

上 卅 三

一 三 三 三 三 〇 〇

一 〇 一 三 〇 〇 〇

三 三

一 三 三 〇 三 三

× 三 三 三 一 〇

一 一 二 三 三 三

一 三 三 三 〇 〇

一 三 三 三 〇 三

三 〇 三 三 三 三

三 三 三 〇 一 三

一 〇

一 三 三 〇 〇

一 〇 一 三 〇 〇 〇

三三三三三 一三三三三	三三三三三 三三三三三 三三三三三	三三三三三 ○○○○○○○○ 三三三三三
三三三三三 一三三三三	三三三三三 ○ 一三三三三 ○ 一三三三三	三三三三三 三三三三三 三三三三三

上。○

三三三三

三

三

三三三三

三三

上上上上

三三

三三三三

三

三三三三

一三

三三

上上上上

三

上。○

三三三三

三

三

三三三三

三三

上。○

三三

三三

三三三三

三

上上上上

一三

三三

上上上上

三

卷之四

雜著

七

	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一
二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二
三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三
四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四
五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五
六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六
七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七
八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八
九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九
十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十

三三三三三三三三
 一三三三三三三三
 三三三三三三三三
 三三三三三三三三

三三三三三三三三
 一三三三三三三三
 三三三三三三三三
 三三三三三三三三

三三三三三三三三
 三三三三三三三三

三三三三三三三三
 三三三三三三三三
 三三三三三三三三

按氣元一萬九千五百乃前部數三百二十五
 以六十乘之之數蓋求入元歲用六十倍者故

此仍用六十倍也

又按此皆用六十年歲實分求得之數與用一歲實分求得之數同蓋因積年數為六十度盡之數若非六十度盡之數則得數必違也今依其數另設一題以明其法

設宋開禧歷日法一萬六千九百分歲實分六百一十七萬二千六百零八法紀率分一百零一萬四千分朔率分四十九萬九千零六十七分嘉泰甲

子歲天正冬至距甲子日子正後十九萬三千四

百四十分

古名
氣骨

十一月朔距甲子日子正後二萬

九千六百六十九分

古名
朔骨

問距厯元甲子子正初

刻冬至朔之積年幾何

答曰七百八十四萬八千一百八十年

法以紀率為紀定紀率除歲率

即歲
首分

餘八萬八千

六百零八分為紀奇依大衍術求至奇一百零三

餘分六百二十四餘分可以度盡上數則命六百

二十四為等數一百零三為乘數又求得奇一千六百二十五無餘分則命一千六百二十五為部數乃以等數約氣骨分得三百一十以乘數乘之得三萬一千九百三十滿部數去之餘一千零五十五即專以氣骨分求得距歷年之積年數也舊法以斗分歲餘分四千一百零八為奇日法為定求得等數一紀法六十乘之以約氣骨得數以乘數乘之部數除之餘數又以六十乘之為積年名入元歲其所

次以節數

即歲實紀法
均一會年數

乘歲率得一百億三千四十

八萬八千滿朔率去之餘二十三萬九千四百三

十四舊名氣元閏為朔奇朔率為朔定依前法求

得等數一乘數六千二百五十一節率四十九萬

九千零六十七次以前所得積年乘歲率滿朔率

去之餘二十七萬五千二百二十四為前朔距至

前分數舊名入元閏以嘉泰甲子氣骨朔骨相減

得十六萬三千七百七十一為後朔距至前分數

舊名閏骨夫十一月朔常在冬至前退行今前達
後近是已退過一朔策則於後閏骨內加一朔策
再減去入元閏餘三十八萬七千六百一十四為
後朔前朔相差之分數舊名閏縮乃以等數約閏
縮仍得原數以乘數乘之滿節數去之餘四千八
百二十九為會數乃以一會年數即前節數乘之得七
百八十四萬七千一百二十五為朔積年加入前
積年得七百八十四萬八千一百八十為嘉泰甲

子積年

初考一	判定〇	二三九四五四
二	〇一	四七六六二
二	一	四九六九七
二一	一〇	一八九四
二二	一一	二四九
二五	一二	五九
二五	一三	四九
五五	一四	五九
五五	一五	五九
五五	一六	五九
五五	一七	五九
五五	一八	五九
五五	一九	五九
五五	二〇	五九
五五	二一	五九
五五	二二	五九
五五	二三	五九
五五	二四	五九
五五	二五	五九
五五	二六	五九
五五	二七	五九
五五	二八	五九
五五	二九	五九
五五	三〇	五九
五五	三一	五九
五五	三二	五九
五五	三三	五九
五五	三四	五九
五五	三五	五九
五五	三六	五九
五五	三七	五九
五五	三八	五九
五五	三九	五九
五五	四〇	五九
五五	四一	五九
五五	四二	五九
五五	四三	五九
五五	四四	五九
五五	四五	五九
五五	四六	五九
五五	四七	五九
五五	四八	五九
五五	四九	五九
五五	五〇	五九
五五	五一	五九
五五	五二	五九
五五	五三	五九
五五	五四	五九
五五	五五	五九
五五	五六	五九
五五	五七	五九
五五	五八	五九
五五	五九	五九
五五	六〇	五九
五五	六一	五九
五五	六二	五九
五五	六三	五九
五五	六四	五九
五五	六五	五九
五五	六六	五九
五五	六七	五九
五五	六八	五九
五五	六九	五九
五五	七〇	五九
五五	七一	五九
五五	七二	五九
五五	七三	五九
五五	七四	五九
五五	七五	五九
五五	七六	五九
五五	七七	五九
五五	七八	五九
五五	七九	五九
五五	八〇	五九
五五	八一	五九
五五	八二	五九
五五	八三	五九
五五	八四	五九
五五	八五	五九
五五	八六	五九
五五	八七	五九
五五	八八	五九
五五	八九	五九
五五	九〇	五九
五五	九一	五九
五五	九二	五九
五五	九三	五九
五五	九四	五九
五五	九五	五九
五五	九六	五九
五五	九七	五九
五五	九八	五九
五五	九九	五九
五五	一〇〇	五九

等朔元不盡歲元等數等數為六百二十四留歲
元不約約紀元得一千六百二十五分為紀法定
歲元朔元即為歲法定朔法定次求續等紀法定
歲法定等數為十三約歲法定乘紀法定得四十
七萬四千八百一十六為歲定二萬一千一百二
十五為紀定朔法定即朔定三定數連乘得五〇
〇五八八五五五四六九六〇〇為衍母紀定
朔定相乘得八一〇九八三八七五為歲衍歲定

衍 歲
八 一 〇 九 八 七 六 五

定 歲
四 七 四 八 一 六

元 歲
六 一 七 二 六 〇 八

衍 紀
二 三 六 九 六 四 九 九 六 七 二

定 紀
二 一 一 二 五

元 紀
一 六 二 五

衍 朔
一 〇 〇 三 〇 六 四 八 八 〇 〇 〇

定 朔
四 九 九 〇 六 七

元 朔
四 九 九 〇 六 七

母 衍

五 〇 〇 五 八 八 五 五 四 六 九 六 〇 〇

各定各奇求各乘數得歲乘	七朔奇二三九四三四次以	七二九六三紀奇二〇〇四	數滿各定數去之餘歲奇四	八八〇〇〇為朔衍置各衍	紀定相乘得一〇〇三〇四	九九六六七二為紀衍歲定	朔定相乘得二三六九六四
-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------

歲 奇
九六三 四七二

紀 奇
四七 五〇〇

朔 奇
四六四 二五九

歲 乘
〇六七 二四九

紀 乘
〇七八 二〇〇

朔 乘
五一 六二

歲 泛用
二〇一九八九五二〇七九四六二五

紀 泛用
四七二一五六五七六二五七六

朔 泛用
六二七〇〇五八〇四八〇〇〇

數 此題不用歲乘數
求之以備其數 二四九

六七紀乘數二〇〇八

朔乘數六二五一以各乘數

乘各得數得各泛用數歲泛

用二〇一九八九三二〇七

九四六二五紀泛用四七四

一一九五六五四四一三三

七六朔泛用六二七〇五

八四八八〇〇〇併三泛用與衍母數等則泛
用即為定用乃以氣骨來紀定用得九一七一三
六八八七一九六二八三四五五三四四〇置氣骨
減去朔骨餘十六萬三千七百七十一以乘朔定
用得一〇二六八五三六七七一〇〇二四八
〇〇〇併數得九二七四〇五四二三九六三三
八三七〇一四四〇滿衍母去之餘四八四四三
七三八六五三四四〇為實以歲實分為法除

之得七百八十四萬八千一百八十即嘉泰甲子
積年之數也此法較前法數繁然其理可互相發
明後復設一法兼二法用之

三法先以歲率紀率求等數得六百二十四專約
紀率得一六二五分為紀元歲率即為歲元又求
續等數得十三以約歲元得四七四八一六為歲
定以乘紀元得二一一二五為紀定紀定歲定相
乘得一〇〇三〇四八八〇〇為衍母以紀定二一

元歲
六一七二六〇八

定歲
四六四八一六

衍歲
二一一二五

元紀
一六二五

定紀
二一一二五

衍紀
四七四八一六

定衍

一〇〇五〇四八八〇〇〇

一二五為歲衍以歲定四七	四八一六為紀衍歲衍小於	歲定即為歲奇紀衍滿紀定	去之餘一〇〇六六為紀奇	次以各定各奇求各乘數得	歲乘數二五四八一六一紀乘	數九七八六以各乘數乘各	衍數得各用數歲用數五三
-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	--------------	-------------	-------------

用歲
五三八九五八六五

乘歲
二五四八六一

奇歲
二一 二五

用紀
四六五五四九五七

乘紀
九七 八六

奇紀
一〇 〇六六

八三九三八六二五紀用數
四六四六五四九三七六乃
以氣骨乘紀用數得八九八
八二八五一一二九三四四
〇滿衍母去之餘六五一二
一〇一四四〇為通積分為
實以歲實分為法除之得一
千零五十五即專以氣骨求

得第一積年

麻升一	載客	二	一	二	五
二二	〇	四六	四七	五五	二〇
二二	負一	四七	四八	六一	六六
四四	負二	少	〇〇	六六	二
一	〇	少	〇一	五二	二五
四五	負三	二	一一	二二	五
四五〇	負二〇	多	九九	九九	三〇
二二	負二一	多	九九	一一	〇〇
四七二	負三一	少	〇〇	六六	六六
三五〇四	一〇〇四七	少	九九	五三	七
四五	四七二	少	九九	九三	二
五三四九	負一四九	多	四一	一三	一
一〇〇四七	負四四七	多	一三	五三	六
四七二	負四二一	少	一三	六六	六
一〇五一九	負四六八	少	一五	二九	一
五一五五七	負一四〇四	少	三九	四一	一
五五四九	負一四二九	多	四一	二六	二
五五四六	負一五五三	多	一三	二二	三
二〇九四五六	負九五四	多	一三	一一	一
一〇五一九	負一六八	少	一三	一一	一
三一九九五六	負四六六	少	一三	一一	一
五四九〇六	負一五三	多	一三	一一	一
二五四八六一	負一一三九	多	一三	一一	一

四六四六五四九五七六
 一九五四四〇
 一八五八六一九五五〇四〇
 一八五八六一七五〇四
 一五五九六四八一二八
 一八五八五四四八四
 一四六五四九三七六
 二九四四〇〇

二六六〇九
 〇
 九三三四〇
 〇

九五
 〇〇
 九三三
 〇〇〇
 九三三四〇
 九〇〇〇〇
 〇一四四〇

一五五
 一七〇六〇八
 四〇

五五九四九五四四
 三〇八六三〇四〇
 〇〇〇八五〇四〇
 三〇八六三〇四〇
 〇〇〇〇〇〇〇〇

紀
 一

紀
 〇

二

〇

二

一

二〇

〇

一

一〇

三一

一〇

一四七

四〇

二

一

一四九

七一

四四七

二一三

二一

一〇

四六八

二二三

一四〇四

六六九

一四九

六六九

一五五三

六四〇

九五一八

四四四

四六八

二二五

九七八六

四六六三

次以前衍母分

卽歲率紀率一會一千六百二十五年之積分

一〇〇三〇

四八八〇〇〇與朔率分求等數得一卽以前衍

衍母分為歲紀元亦卽為歲紀定以朔率分四九九

〇六七為朔元亦卽為朔定二定數相乘得五〇〇

五八八五五四六九六〇〇

〇為衍母以朔定為歲紀衍以

歲紀定為朔衍歲紀衍小於歲

紀定卽以歲紀衍為歲紀奇明

歲紀元

一〇〇三〇四八八〇〇〇

朔元

四九六〇六七

奇紀歲
四九九〇六

衍紀歲
四九九〇六

定紀歲
一〇〇五〇一四八八〇〇〇

奇朔
二五九四四

衍朔
一〇〇五〇一四八八〇〇〇

定朔
四九九〇六

母衍
五〇〇五〇一四八八〇〇〇

用數六二七〇〇五八〇四	九七四二〇八〇〇一朔泛	紀泛用數四九四三一八四	一以各乘數乘各衍數得歲	五二四〇三朔乘數六二五	數得歲紀乘數九九〇四八	三四為朔奇各以定奇求乘	衍滿朔定去之餘二三九四
-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------

乘紀歲
九九四八二四三

用定紀歲
四九四五一八四七二二八〇〇一

乘朔
六二五

用定朔
六二五〇〇五八〇四八〇〇〇

八八〇〇〇併二泛數與衍

母等則泛用數即為定用數

乃置前通積分六五一二一

〇一四四〇滿朔率去之餘

二七五二二四為入元第一

十零五十五年之閏分又置

嘉泰甲子氣骨減去朔骨餘

一六三七七一為嘉泰甲子

之閏分閏分每歲漸加今後數小於前數是知已
加過一朔率乃於後閏分內加一朔率分減去前
閏分得三八七六一四為前後閏分差以乘朔定
用數得二四三〇三六二二八〇五二七五六三
二〇〇〇滿衍母去之餘四八四三七二二六五
五二〇〇〇為實以歲率為法收之得七百八十
四萬七千一百二十五為後積年數並前積年數
共得七百八十四萬八千一百八十年為嘉泰甲

六	二	五	〇	五	八	〇	四	八	八	〇	〇	〇						
												三	八	七	六	一	四	
二	五	〇	八	〇	五	二	一	九	五	二	〇	〇	〇					
六	二	七	〇	〇	五	八	〇	四	八	八	〇	〇	〇					
五	七	六	二	〇	五	〇	八	二	九	二	八	〇	〇	〇				
四	五	八	九	〇	〇	六	三	四	一	六	〇	〇	〇	〇				
五	〇	一	六	〇	四	六	四	五	九	〇	〇	〇	〇					
一	八	八	一	〇	一	七	四	一	四	六	四	〇	〇	〇				
二	四	五	〇	三	六	二	二	八	〇	五	七	五	六	三	二	〇	〇	〇

四八五五

五	〇	〇	九	八	八	五	五	四	六	九	六	〇	〇	〇						
〇	四	二	八	〇	〇	八	〇	五	八	六	四	九	一	六	三	五	五	〇	〇	〇
四	〇	〇	四	七	〇	八	四	四	五	七	五	六	八	〇	〇	〇	〇	〇	〇	
〇	二	七	五	〇	〇	八	〇	五	六	六	四	九	一	六	三	五	五	〇	〇	〇
二	五	〇	四	七	〇	八	四	四	五	七	五	六	八	〇	〇	〇	〇	〇	〇	
〇	二	七	五	〇	〇	八	〇	五	六	六	四	九	一	六	三	五	五	〇	〇	〇
二	五	〇	四	七	〇	八	四	四	五	七	五	六	八	〇	〇	〇	〇	〇	〇	
〇	二	五	〇	七	七	八	六	五	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	
二	五	〇	七	七	八	六	五	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	
〇	〇	〇	四	八	四	五	七	五	二	六	五	五	二	〇	〇	〇	〇	〇	〇	

七八四七一三五

六	一	七	二	六	〇	八							
〇	八	四	三	七	三	二	六	五	五	二	〇	〇	〇
四	三	二	〇	八	二	五	六						
〇	五	二	二	八	九	一	〇	五					
四	九	三	八	〇	八	四	四						
〇	二	六	〇	八	八	四	一	五					
二	〇	六	九	〇	四	五	二						
〇	四	五	九	七	九	一	三	二					
四	五	二	〇	八	二	五	六	〇					
〇	〇	七	七	一	七	六	〇						
六	六	七	二	六	〇	八							
一	五	四	五	一	五	二	〇						
一	二	三	四	五	二	一	六						
〇	三	〇	八	六	五	〇	四	〇					
三	〇	〇	八	六	五	〇	四	〇					
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇					

按右奇定相求其上層奇一數即大衍術中所
謂立天元一也其逐層數即術中所謂遞互乘
餘也其下層奇得數即術中所謂乘數也

有等
數者

求節
數

古無筆算舊式所載不詳兼多重複舛偽

之處集中惟此問甚繁故既設題以明其法
復備錄加減乘除之數以詳其算式俾觀者易
見焉

綴術推星

問歲星合伏經一十六日九十分行三度九十分去曰
一十三度乃見後順行一百一十三日一十七度
八十三分乃留欲知合伏段晨疾初段常度初行率
末行率平行率各幾何

按此以兩積同之遞差積度求各行率也蓋合
伏初日其行最疾以次漸遲遲極則留總其積
度略如遞減差分故古法皆以其術步之

答曰合伏一十六日九十分 常度三度九十分

初行率二十三分九十七秒 平行率二十三

分二秒 末行率二十二分七秒

晨疾初三十日 常度六度一十三分 初行

率二十一分九十六秒 平行率二十分三十

三秒 末行率一十八分七十秒

術曰以方程法求之置見日減一餘半之為見率以

伏日併見日為初行法以法半之如見率共為伏率

以伏日乘伏率為伏差以見日乘見率為見差以伏

日乘見差於上以見日乘伏差減上餘為法以見日
乘伏度為泛以伏日乘見度減泛餘為實實滿法而
一為度不滿退除為分秒即得日差

按此求遠日之遞差為日差也術曰方程非也
其所謂見數者乃徒設一數宛轉附會使合於
方程之行列也如 見日減一折半為見率併
伏見日折半為半總日既以半總日加見率先
以伏日乘之後以見日乘之復置見率先以見

日乘之後以復日乘之相減然後為法豈非半
總日不用加見率但以伏日見日連乘之即可
為法乎特多立名目故為曲折顛倒使人不易
辨耳今去其見率另為步算於後以明其立法
之本意焉

法以合伏日除伏行度得二十三

七六
九二三

為合

伏日折中第八日四十五分一日之行度

即第七
日九十

五分至第八日九
十五分之行度

以順行日除順行度得十五分

七七八
七六一 為順行日折中第五十六日五十分一日

之行度兩一日之行度相減行七分一八九
一六二為合

伏第八日四十五分與順行第五十六日五十分

兩一日之行度較為實併合伏順行兩日數而半

之得六十四日九為合伏第八日四十五分至順

行五十六日五十分之積日為法除之得十一秒

二三六
五八五為一日遞差之數即日差若不用除則

以兩日數與兩行度互乘相減為實兩日數相乘

又併兩日數而半之再乘為法得數亦同

求初行率置初法減一餘乘日差為寄以半初行法
乘寄得數又加伏見度共為初行實以法遞除之得
合伏日初行率

按此求合伏第一日最疾之行也其法即遞減
差分有總數有次數有每次差數求初次最大
之數也初行法減一乘日差為寄者合伏初日
與順行末日兩行率之差也半法乘寄與積差

等故加共度為實以共日為法除之為合伏初
日行率二十三分九十七秒也

求末行率以段日乘日差減初行率餘為末行率

按此求合伏末日之行率也以段日乘日差求
合伏初末日兩行率之較也既得初末日兩行
率之較以減初行率即末行率也

求平行率以初行率併末行率而半之為平行率

按此即均分合伏度為每日之平行率也與遞

加遞減有首尾數求中數者同應與伏日除伏
度數同不同者本非遞差之數也

求交段差以各段常日下分數減全日一百分餘米
末日行率為交段差

按此即各段日下分數不及一日所差之行分
也求之以備後數加減

累減前段積度以益後段積度各為常度

按常度即各段積度也求晨疾初段常度見常

中專解於後

算曰以伏日隨伏度為右行以見日隨見度為左行以度對度日對日其度於上日於中空其下列之

$\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{三} \\ \text{三} \\ \text{一} \end{array}$
 $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{三} \\ \text{三} \\ \text{一} \end{array}$

○

$\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{三} \\ \text{三} \\ \text{一} \end{array}$
 $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{三} \\ \text{三} \\ \text{一} \end{array}$

○

$\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{三} \\ \text{三} \\ \text{一} \end{array}$
 $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{三} \\ \text{三} \\ \text{一} \end{array}$

○

$\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{三} \\ \text{三} \\ \text{一} \end{array}$
 $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{三} \\ \text{三} \\ \text{一} \end{array}$

○

$\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{三} \\ \text{三} \\ \text{一} \end{array}$
 $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{三} \\ \text{三} \\ \text{一} \end{array}$

$\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{三} \\ \text{三} \\ \text{一} \end{array}$
 $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{三} \\ \text{三} \\ \text{一} \end{array}$

○

置見日一百一十三減一餘一百一十二以半之得
 五十六為見率以伏日一十六日九十分併見日一
 百一十三得一百二十九日九十分為初行法

三三

一丁三

。

三三

一丁三

。

三三

一丁三

一丁三三

一丁三

一丁三

三丁

一丁三三

一丁三

一丁三

三丁

一丁三

一丁

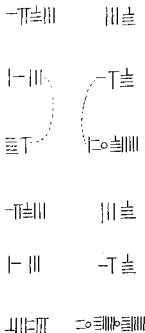
一丁三

一丁三

三丁

一丁三

以初行法半之得六十四日九十五分併見率五十
 六日得一百二十日九十五分為伏率以初行法寄
 之以伏率歸右下以對見率仍分左右兩行為首圖



以首圖伏日一十六日九十分乘伏率一百二十日
九十五分得二千四十四日五分五十秒為伏差於
右下以首圖見日一百一十三乘見率五十六得六
十三百二十八日為見差於左下乃成次圖 凡方
程之術先欲得者存之以未欲得者互偏乘兩行諸
數今驗此圖先欲得日差故存其左右之上下以左
右之中伏見日數互偏乘兩行乃以次圖右中伏日
一十六日九十分先偏乘左行畢左上得三百一度

三十二分七十秒左中得一千九百九日七十分左
下得一十萬六千九百四十三日二十分又以次圖左
中見日一百一十三條乘右行畢右上得四百四十
日七十分右中亦得一千九百九日七十分右下得
二十三萬九百七十八日二十一分五十秒

三三〇一

一三〇三

二二〇三

三三〇三

〇

一三〇三

三三〇一

一三〇三

一〇一三

〇

〇

〇

以兩行

得變名泛積法而成才圖乃驗才圖左工

下皆少用減右行畢行上餘一百三十九度三十七
分三十秒為日差實右中空右下得一十二萬四千
三十五日一分五十秒為日差法今維圖法多實少
除得空度空分十一秒二十三小分六十五小秒不
盡十秒五十五小分三十九小秒五十二微分五十
微秒收為一小秒為日定差一十一秒二十三小分
六十六小秒

〇〇〇-|二||上|||

一〇|||三|||三|||

〇

|二||三

|

|二||三

〇〇〇-|二||上||

〇-|||三|||三|||上|||

既得日差乃行初行率置法圖內初行法一百二十
九日九十分內減去一日餘一百二十八日九十分

乘目差一十一秒二十三小分六十六小秒得空度

一十四分四十八秒三十九小分七十七小秒四十

微分為寄次置

按此下脫三十一字應作次置寄以半法乘之得九度四十分七十三秒

四十三小分三十二

小秒一十三微秒

仁而三

二

上三三三三

〇一三三三三三三三三

三三〇三三三三三三

三三

一三三三

以得數加伏度三度九十分見度一十七度八十三

分共得三十一度一十三分七十三秒四十三小分
 三十二小秒一十三微分為初行實如初行法一百
 二十九日九十分而一乃行空度二十三分九十七
 秒為伏合初日行率餘三秒一十三分三十二小
 秒一十三微分棄之

三十一度一十三分七十三秒四十三小分

一十三分七十三秒四十三小分

〇二 三十三分

〇〇〇〇 三十三分

一十三分七十三秒四十三小分

求平行率置初行率二十三分九十七秒併末行率
 二十三分七秒得四十六分四秒以半之得二十三
 分二秒為平行率

○=|||≡||

○=||○||

○≡||○|||

||

○=|||○||

求交沒差置合伏目下減全日一百分餘一十分乘
 末行率二十二分七秒得二分二十秒七十分為

交段差

上三

。

1

。

一

。二||。

。||。上

求晨疾初段常度置合伏日一十六日九十分乃收
九十分作一日通為一十七日併舊歷所注晨疾初
段常日三十得四十七為共日來合伏初行率二十
三分九十七秒得一十一度二十六分五十九秒為
寄上

二十三小分六十六小秒得一度二十一分四十六
秒七十六小分四十六小秒以減上寄一十一度一
十六分五十九秒餘一十度五分一十二秒二十三
小分五十四小秒為合伏晨疾初兩段共積度

按此乃求積差以減上數得共日之積度也法
應於共日內減一日以乘日差得數為共日數
初末日行率之較再以共日數乘之得數折半
為積差此先折半次連乘得積差其理亦同

置共積內減合伏三度九十分餘六度一十五分一
十二秒二十三小分五十四小秒為泛次以交段差
二分二十秒七十小分減泛餘六度一十二分九十
一秒五十三小分五十四小秒為晨疾初段常度注
歷乃收八秒五按應作四十六小分四十六小秒為全分
常定度

按此於共積內減去合伏段積尚有合伏九十
分不及一日所差之行分即交段差未減故為

泛數再減交段差為晨疾初段常泛度再收為
六度十三分始為定常度也

三 二 一
三 三 三 二 一
三 三 三 二 一

三 二 一
三 三 三 二 一
三 三 三 二 一

丁-|||十||=|||≡|||

○○ || = ○ ±

丁-||≡||≡||≡|||

○○○○ ||≡丁≡丁

丁- ||

○○○ - || = ||| ± 丁

- ○ ± |

||=丁± 丁≡丁

- || = 丁 ≡ |||

-○○|||≡|||≡|||

|| ≡

丁-|||≡|||≡|||

求晨疾初段初行率以日差一十一秒二十三小分
六十六小秒減合伏末行率二十二分七秒餘二十
一分九十六秒為晨疾初段初行率行泛收之為定
者也

按此以合伏末日之次日為晨疾初段之初日
也故置合伏之末行率減一日之差即為晨疾
初段之初行率五秒餘收為六秒凡寄零未收
名泛數已收名定數下倣此

○○○-|≡||⊥T

○=||○T

○=|≡|||⊥T≡|||

○○○○=||⊥T

○=|≡T

求晨疾初末行率置晨疾初常日三十減一餘二十
九日來日差一十一秒二十三小分六十六小秒得
三分二十五秒八十六小分一十四小秒以減晨疾
初段初行率得二十一分九十五秒七十六小分三

十四小秒餘一十八分六十九秒九十小分二十小秒為晨疾初末行率

按此求晨疾初段末日之行率也常日減一日來日差得數為晨疾初段初末二日行率之較也故減初行率得末行率

三〇

一

二四

三。

一

二。

○○○一。二。三。四。五。

○○。一。二。三。四。五。六。

○○。一。二。三。四。五。六。七。

○○。一。二。三。四。五。六。七。八。

求平行率以晨疾初初行泛二十一分九十五秒七
十六小分三十四小秒併晨疾初末泛一十八分六
十九秒九十小分二十小分得四十分六十五秒六

明

又按五星行度遲疾差廻非遞加遞減之數術
中僅以合伏與順見二段各取中數至推遂日
行度仍用遞加遞減之法故古法之疎五星尤
甚原文語多隱晦今悉為解之可以見古今疎
密之所在焉

算學九章卷二上

欽定四庫全書

子部

數學九章卷

二下
三上

詳校官欽天監博學臣古芝維

稟臺郎臣倪廷梅履勘

總校官候補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

膳錄監生臣張龍圻

欽定四庫全書

數學九章卷二下

宋 秦九韶 撰

天時

揆日究微

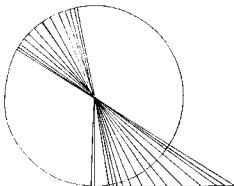
問歷代測景惟唐大衍歷最密本朝崇天厯陽城冬至
景一丈二尺七寸一分五十秒夏至景一尺四寸七
分七十秒元係與大衍歷同今開禧歷臨安府冬至
景一丈八寸二分二十五秒夏至景九寸一分欲求

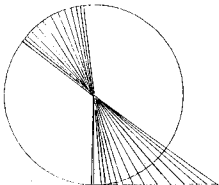
臨安府夏至後差幾日而景與陽城夏至日等較以大衍歷晷景所差尺寸各幾何

答曰大暑後五日午中景長一尺四寸八分八十

五秒

按舊本答數後有二圖舛錯滌草傳寫者失其真也細考圖內所載之數皆與今法頗合知此悉當時實測所定非同臆說也因取其數改正於後





置臨安府所測冬至景一丈八寸二分二十五秒以夏至景九寸一分減之餘九尺九寸一分二十五秒為景差以為實

一〇三非||||

〇三|

||||三二||||

置象限度九十一度三十一分四十四秒加一十一度二十五分二十七秒五十小分命度為寸得一百二寸五十六百七十一分五十秒為法以除前差實

得空寸九十六百六十四分四十秒不盡棄之自乘
得節泛數九千三百四十分不盡棄之

。 三 丁 上 三 三	三 三 三 三
。 三 丁 上 三 三	一 三 三 三
。 三 三 三 三	。 三 三 三 三
三 三 三 三	三 三 三 三
。 三 三 三 三	。 三 三 三 三

先以小暑節乘率二十五乘節率九千三百四十分
得二十三寸三千五百分於上

二 三

○ 三 三 三

二 三 三 三 三

次以臨安夏至九寸一分自乘得八十二寸八千一
百分為夏至晷

三 三 三 三 三 一

三 三 三 一

三 三 三 三 一

○
一

乃以夏至晷加上得一百六寸一千六百分為小暑
晷以為實以一寸為隅開平方得一尺三分為臨安
小暑節景不盡七百分即寸下七毫棄之

三
一〇
〇〇
三
一〇
三
一

按各節氣影長皆當時實測所定本不待求今
所設求法乃故為渙渾使人不可解也細查其
數首以象限加十一度餘為法以除影差得數

自乘為節率四每節下又有乘率以乘率節率
相乘與夏至影幕相加即為本節影幕是知節
率乃強取之數蓋以此數先除各節影幕與夏
至影幕之較名為乘率故以此與節率相乘加
夏至影幕即各節影幕也數家設術誤人往往
如此

又以大暑乘率一百九乘節率九千三百四十分得
一百一寸八千六十分於頭位

一。 〇。 III

。 三。 III 三

|。 | 三。 上。 。

仍以夏至晷八十二寸八千一百分加頭位一百一
寸八千六十分得一百八十四寸六千一百六十分
為大暑晷以為實以一寸為隅開平方得一尺三寸
五分八十七秒為大暑不盡棄之

- ||| 〇 ≡ π ≡ || ≡ |

〇〇〇 ≡ ||| ≡ | | 〇 | ≡ 〇 π 〇

〇 〇 | ≡ | 〇 π | ≡ ||| 〇 | 〇

| 〇

又置立秋乘率二百八十九乘節率九千三百四十
分得二百六十九寸九千二百六十分於上

三三三

三三三

三三三

仍置夏至晷八十一寸八十一百分加於上二百六十九寸九千二百六十分得三百五十二寸七千三

百六十八為立秋晷

三三三

三三三

三三三

置立秋晷為實以一寸為隅開平方得一尺八寸七分八十一秒為立秋景不盡棄之

三三三三三

。

一

一三三三三

。。

三三三三三

乃驗陽城夏至景一尺四寸七分七十九秒在大暑後立秋前乃置大暑一尺三寸五分八十七秒併立秋景一尺八寸七分八十一秒得三尺二寸三分六

乃以大暑景得五日景得二尺八寸四分七十二秒
半以半之得一尺四寸二分三十六秒少為大暑後

三日景

一三三三

三三三三

三三三三

三三三三

又以五日景得三日景得二尺九寸一分二十一秒
大以半之得一尺四寸五分六十秒八十七小分五
十小秒為大暑後四日景

一 三三三三三三三三三三

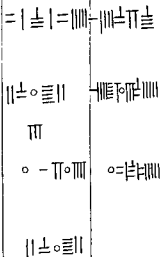
一 三三三三三三三三三三

二 三三三三三三三三三三

一 三三三三三三三三三三

今驗陽城夏至景一尺四寸七分七十九秒為入臨
安府大暑後四日景一尺四寸五分六十秒太強乃
以四日減五日景餘三分二十四秒太弱為景差以
十二時除之得二十七秒五小分二十小秒為法

法而一得商數八有餘命大暑四日午後數八辰得
大暑五日寅時景與陽城夏至之日午景等



求較以大衍歷暑景所差乃置陽城大暑暑景長一尺

九寸五分七十六秒併陽城立秋景二尺五寸三分
 三十一秒得四尺四寸九分七秒以半之得二尺二
 寸四分五十三秒半為次暑後九日午中景

一 四 三 二 上

二 三 三 三 上

三 三 三 〇 上

二 三 三 三 三 三

置九日景復併大暑景一尺九寸五分七十六秒得
 四尺二寸二十九秒半以半之得二尺一寸一十四

尺一寸一十四秒太課之

二〇三三三

三三三三〇

乃以臨安府五景減陽城五景差六寸一分二

十九秒少

一三三三三

按此法不過以臨安前後兩節氣影長比例一影

長之日數時刻復以所得節氣日數時刻比
例一陽城影長與之相較耳題內引大行崇天
開禧諸法名目又稱其較同異差數皆故為張
皇之語且影差逐日不同皆以平派求之法亦
未密也

草曰置臨安府所測冬至景一丈八寸二分二十五
抄以夏至景九寸一分減之餘九尺九寸一分二十
五抄為景差以為實置象度九十一度三十一分四

十四秒加一十一度二十五分二十七秒半命度為
寸得一百二寸五千六百七十一分半為法除實得
空寸九千六百六十四分四十秒以自乘之得空寸
九千三百四十分為節率先以小暑乘率二十五乘
之得二十三寸三千五百分於上次以臨安夏至景
九寸一分自乘得八十二寸八千一百分為夏至景
罩以加上得一百六寸一千六百分為小暑景罩開
平方以一寸為隅開之得一尺三分為小暑景又以

大暑乘率一百九乘節率九千三百四十分得一百
一寸八千六十分於上仍加夏至罽八十二寸八千
一百分得一百八十四寸六千一百六十分為大暑
罽以為實一寸寸為隅開平方得一尺三寸五分八
十七秒為大暑景又置立秋乘率二百八十九乘節
率九千三百四十分得二百六十九寸九千二百六
十分於上仍加夏至罽八十二寸八千一百分共得
三百五十二寸七千三百六十為立秋罽以為實以

一寸為隅開平方得一尺八寸七分八十一秒為立
秋景乃驗陽城夏至景一尺四寸七分七十九秒在
大暑後立秋前乃併大暑立秋二景半之得一尺六
寸一分八十四秒為大暑後九日景又併大暑景半
之得一尺四寸八分八十五秒半為大暑後五日午
中景又併大暑景得數半之得一尺四寸二分三十
六秒少為大暑後三日景又併五日景一尺四寸八
分八十五秒半得數半之得一尺四寸五分六十秒

強為大暑後四日景驗得陽城夏至景入臨安大暑
後四日乃以四日景減五日景餘三分二十四秒太
弱為差以十二時除之得二十七秒五小分二十小
秒為法復除陽城景與本日景差二分一十八秒一
十二小分五十小秒得八命外為在初五日寅時景
等求較以大衍歷晷景所差乃置陽城大暑景長一
尺九寸五分七十六秒併陽城立秋景二尺五寸三
分三十一秒得四尺四寸九分七秒以半之得二尺

二寸四分五十三秒半為大暑後九日午中景復併
暑景一尺九寸五分七十六秒得四尺二寸二十九
秒半以半之得二尺一寸一十四秒太為大暑後五
日暑以較今開禱歷當日景一尺四寸八分八十五
秒半差少六寸一分二十九秒少合間

接集中皆術在前草次之圖在後此條之例不
同

天池測雨

問今州郡多有天池盆以測雨水但知以盆中之水為得雨之數不知器形不同則受雨多少亦異未可以所測便為平地得雨之數假令盆口徑二尺八寸底徑一尺二寸深一尺八寸接雨水深九寸欲求平地雨降幾何

答曰平地雨降三寸

術曰盆深乘底徑為底率二徑差乘水深併底率為面率以盆深為法除面率得面徑以二率相乘又各

自乘三位併之乘水深為實盆深來口徑以自之又
三因為法除之得平地水深

草曰以盆深及徑皆通為寸盆深得一十八寸底徑
得一十二寸相乘得二百一十六寸為底率置口徑
二十八寸減底徑一十二寸餘一十六寸為差以乘
水深九寸得一百四十四寸併底率二百一十六寸
得三百六十寸為面率以盆深一十八寸為法除面
率得二十寸展為二尺為水面徑以底率二百一十

六寸東面率三百六十寸得七萬七千七百六十寸
於上以底率二百一十六寸自乘得四萬六千六百
五十六寸加上又以面率三百六十寸自乘得一十
二萬九千六百併上共得二十五萬四千一十六以
乘水深九寸得二百二十八萬六千一百四十四寸
為實以筵深一十八寸乘口徑二十八寸得五百四
寸自乘得二十五萬四千一十六寸又三因得七十
六萬二千四十八寸為法除實得三寸為平地雨深

合間

竹器驗雪

間以圓竹羅驗雪羅口徑一尺六寸深一尺七寸底徑一尺二寸雪降其中高一尺羅體通風受雪多則平地少欲知平地雪高幾何

按羅體通風一語與算術不相涉或羅口所降之雪歸於羅底與前天池測雨題相同照依上步算平地雪深只七寸餘今其數又不合殆故

為是語以誤人也

答曰平地雪厚九寸三千四百二十九分之七百

六十四

術曰口徑減底徑餘乘雪深半之自乘為隅以羅深
羅乘雪深羅併隅又乘雪深羅為實隅實可約約之
開連枝三乘方得平地雪厚

草曰列問數各通為寸置口徑一十六寸減底徑一
十二寸餘四寸乘雪深一十寸得四十寸以半之得

二十寸自求得四百寸為隅以羅深一十七寸自求
得二百八十九寸為羅深累次置雪深一十寸自求
得一百寸為雪深累以乘羅深累數加隅又求深累
得二百九十三萬寸為實隅實求等得四百俱約之
得七千三百二十五為實得一為隅開三乘方步法
不可超乃約實置商九寸與隅一相生得九為下廉
又與商相生八十一寸為上廉又與商相生得七百
二十九為從方乃命上商除實不盡七百六十四已

而復以商生隅八二廉至方陸續又生畢以方廉隅
共併之得三千四百三十九分寸之七百六十四為
平地雪厚九寸三千四百三十九分寸之七百六十
四合間

按此法之意不可見然以數考之非通法也設
原題雪深為一寸以口徑底徑較四寸乘雪深
一寸仍得四寸半之得二寸自之得四寸為隅
以羅深一十七寸自之得二百八十九寸為羅

深簾雪深一寸自之仍得一寸為雪深簾二深
簾相乘仍得二百八十九寸併隅得二百九十
三寸再以雪深簾乘之仍得二百九十三寸為
實隅實相約得七十四寸二十五百分為實一
為隅開三乘方得二寸又六千四百分寸之五
千七百二十五是平地雪反深於簾內矣
列間數各通為十口徑得一十六寸深一十七寸底
徑一十二寸簾中雪高一十寸

一丁

一

一

一〇

乃以底徑減口徑餘四寸乘雪深一十寸得四十寸

以中得數二十寸自乘得四百寸為隅

二〇

二〇

三〇〇二〇一

以羅深一十七寸自乘得二百八十九寸為羅深幕

一

一

三三

次置雪深一十寸自乘得一百寸為雪深幕

一〇

一〇

一〇〇

以雪深累一百寸乘羅深累二百八十九寸得二萬
八千九百寸併隅四百寸得二萬九千三百寸為上

一〇〇

二三

二三〇〇

三〇〇

三三〇〇

置頭位數二萬九千三百寸又乘雪深累一百寸得
二百九十三萬寸為實開三乘方

|| 上 ||| ○ ○

| ○ ○

|| 上 ||| ○ ○ ○ ○

○

○

○

||| ○ ○

以隅實求等得四百俱為約之得七千三百二十五
為實一為隅開之

上 ||| = ||| |||

○

○

○

|

步法不可起乃約實置商九寸與隅相生得九為下廉



 ○
 ○

 |

下廉九又與商九相生得八十一為上廉



 ○


 |

上廉又與商相生得七百二十九為從方






 |

乃以從方七百二十九命上商九除實七千三百二十五訖實餘七百六十四既而後以商生隅入下廉

三
二 三
二 三
一 三
一

下廉得一十八又與商九相生入上廉

三
二 三
二 三
一 三
一

上廉得二百四十三又與商相生入方得二千九百

一十六

☰	
☶☰	
☷☶	
☱☷	
☲☱	

又以商九生隅一入下廉一十八內得二十七

☰	☷
☶☰	☱☷
☷☶	☲☱
☱☷	☳☲
☲☱	☴☳
☳☲	☵☴
☴☳	☶☵
☵☴	☱☶
☶☵	☲☶
☲☶	☳☶
☳☶	☴☶
☴☶	☷☶

又以商九生下廉二十七入上廉二百四十三內得

四百八十六又以商生隅入下廉二十七內得三十

六為求圖乃以未圓方廉隅四者併之得三千四百三十九為母以實餘七百六十四為子

III

IIII

III III

命為平地雪厚九寸三千四百三十九分寸之七百六十四合間

圓器測雨

間以圓器接雨口徑一尺五寸腹徑二尺四寸底徑八

寸深一尺六寸並裏明接得雨水深一尺二寸圓法用審率問平地雨水深幾何

按此題問平地雨深無關圓法審率句贅若求壘中雨積數則當加此語

答曰平地雨深一尺八寸七萬四千八十八分寸之六萬四千四百八十三

按答數誤改正見後

術曰底徑與腹徑相乘又各自乘併之乘半壘深以

一十一乘之為下率以四十二為下法除得下積以半罌深併雨深減元罌深餘為上深以口徑減腹徑餘乘上深為次以半罌深乘口徑加次為面率以半深除面率得水面徑以半深乘腹徑為腹率置面率與腹率相乘又各自乘併之以一十一乘之為上率以半深自乘為幕以乘下法為上法上法除上率得上積半深幕乘下率併上率為總實口徑幕乘上法為總法除實得平地雨高

草曰置底徑八寸與腹徑二十四寸相乘得一百九
 十二寸於上又底徑八寸自乘得六十四寸加上又
 腹徑二十四寸自乘得五百七十六寸併上共得八
 百三十二寸以乘半罌深八寸得六千六百五十六
 寸又以一十一乘之得七萬三千二百一十六寸為
 下率
按此下法不合皆為
題中圖法句所誤
 置容率法一十四以所併
 三因之得四十二為下法以半深八寸併兩深一十
 二寸得二十寸以減元深一十六寸餘四寸為上深

以口徑一十寸五分減腹徑二十四寸餘一十三寸
五分以乘上深四寸得五十四寸為次以半壘深八
寸乘口徑一十寸五分得八十四寸加次共得一百
三十八寸為面率以半深八寸乘腹徑二十四寸得
一百九十二寸為腹率置面率一百三十八寸與腹
率一百九十二寸相乘得二萬六千四百九十六寸
於上又以面率一百三十八寸自乘得一萬九十四
十四加上又以腹率一百九十二寸自乘得三萬六

千八百六十四併上共得八萬二千四百四寸

按此
餘肉

落以上高四寸乘之一層以一十一乘之得九十萬六千四百四

十四寸為上率以半深八寸自乘得六十四寸為半

深幕以乘下法四十二得二千六百八十八為上法

以半深幕六十四寸乘下率七萬三千二百一十六

寸得四百六十八萬五千八百二十四寸併上率九

十萬六千四百四十四共得五百五十九萬二千二

百六十八寸為總實以口徑一十寸五分自乘得一

百一十寸二分五厘以乘上法二千六百八十八寸
得二十九萬六千三百五十二寸為總法除實得一
尺八寸不盡二十五萬七千九百三十二與法求等
得四俱約之為一尺八寸七萬四千八十八分寸之
六萬四千四百八十三為平地雨深合問

按此法有二誤法實皆當用圓冪或皆用方冪
今以圓冪率乘實方冪率乘法實不同類一
誤也圓內兩自腹徑截之為兩圓臺體下高八

寸上高四寸於下體併三幕以高乘之於上體
只併三幕未以高乘之二誤也有此二誤故得
平地而深少三十五分之十七今依本法改正
於後

法以腹徑底徑相乘又各自乘併三積以半嬰深
八寸乘之得六千六百五十六寸為三倍方嬰內
腹下雨積又以口徑腹徑相減餘一十三寸五分
以雨深減嬰深餘四寸相乘以半嬰深除之得六

寸七分五厘與口徑相加得一十七寸二分五厘
為兩面徑與腹徑相乘又各自乘併三積以兩上
深四寸乘之得五千一百五十寸二五為方罌內
三倍腹上兩積併二兩積得一萬一千八百零六
寸二五為方罌內三倍共兩積為實口徑自乘三
因得三百三十寸七五為法除實得三尺五寸又
一千三百二十三分寸之九百二十為平地兩深
若不先用除則以口徑腹徑較與罌深兩深較相

乘之五十四寸為兩面徑口徑較加一半壘乘之

數

應以半壘除之得兩徑較今不除即如雨徑較以半壘乘之

即為兩面徑口

徑較此數既加一半壘乘則諸數皆以半壘乘之
得口徑八十四寸腹徑一百九十二寸以口徑與
兩面徑口徑較相加得兩面徑一百三十八寸與
腹徑相乘又各自乘併三冪以腹上兩深四寸乘
之得三十二萬九千六百一十六寸為三倍上兩
積又以半壘深冪乘前三倍下兩積得四十二萬

五千九百八十四寸為三倍下雨積併二積得七十五萬五千六百寸為三倍共雨積為實以半壘深冪乘三因口徑冪得二萬一千一百六十八寸為法除之得數亦同

峻積驗雪

間驗雪占年牆高一丈二尺倚木去址五尺梢與牆齊木身積雪厚四寸峻積薄平積厚欲知平地雪厚幾何

答曰平地雪厚一尺四分

術曰以少廣求之連枝入之以去址自乘為隅以墻

高自乘併隅於上以雪厚自之乘上為實

可約者約而開之

開連枝平方得地雪厚

草曰以間數皆通為寸置去址五十寸自乘得二千

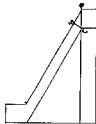
五百為隅以墻高一百二十寸自乘得一萬四千四

百寸併隅得一萬六千九百寸於上以雪厚四寸自

之得一十六乘上得二十七萬四百寸為實開連枝

平方今隅實可求等得一百俱約之得二千七百四
為實得二十五為隅開平方得一十寸四分展為一
尺四分為平地雪厚合問

按此術理法皆確然實用勾股不曰勾股而曰
少廣曰連枝者猶有所開匿而不肯盡發也試
以圖明之甲乙為牆上雪厚即平地雪厚乙丙
為木上雪厚甲乙丙勾股形與木倚牆所成勾
股形同式牆高為大股木為大弦木去址為大



勾甲乙為小弦甲丙為小
 股乙丙為小勾以牆高大
 股自乘木去址大勾自乘
 併之為大弦冪為實以木
 上雪厚乙丙小勾冪乘之以木去址大勾冪除
 之得甲乙小弦冪開平方即為平地雪厚也

算學九章卷二下

欽定四庫全書

數學九章卷三上

宋 張九韶 撰

田域

按此卷以方圓斜直冪積相求即方田少廣勾股諸法而術中累乘累除錯綜變換與常法迥然其本則出於立天元一法今擇其難解者以立天元一法明之皆不攻自破矣

古池推元

問有方中古圓池堙圯北餘一角從外方隅斜至內圓
邊七尺六寸欲就古跡修之欲求圓方方斜各幾何
答曰池圓徑三丈六尺六寸四百二十九分寸之
四百一十二

方面三丈六尺六寸四百二十九分寸之四
百一十二 方斜五丈一尺八寸四百二十
九分寸之四百一十二

術曰以少廣求之換胎術

按即益
損之名

入之斜自乘倍之

為實倍斜為益方以半寸為從隅開投胎平方得徑
又為方面以隅併之共為方斜

草曰以斜七十六寸自乘得五千七百七十六倍之
得一萬一千五百五十二寸為實倍斜七十六寸得

一百五十二為益方

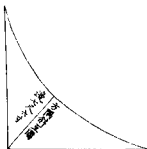
按有長方後先求長
共長滿較名益方

以半寸為

從隅開平方置實一萬一千五百五十二於上益方
一百五十二於中從隅五分於下於下起步約得百

古池圖

乃於實上商置三百寸方



再進為一萬五千二百

按

進者以百乘之也 隅五進為五千

按隅五分以百再乘得五千 以商隅相

生得一萬五千為正方以

消益方一萬五千二百其

益方餘二百以與商相生

得六百投入實得一萬二

千一百五十二人商隅相

生又得正方一萬五千內消負方二百訖餘一萬四千八百為從方

按倍正方減
其方之數

一退為一千四百八十

以隅再退為五十乃于上商之次續商置六十寸與隅相生增入正方得一千七百八十乃命續商除實訖實餘一千四百七十四次以商生隅增入正方為二千八十方一退為二百八隅再退為五分乃於續商之次又商置六寸與隅相生增入正方為二百一十一乃命商除實訖實不盡二百六寸不開為分子

乃以商生隅增入正方又併隅共得二百一十四寸
五分為分母以分母分子求等得五分為等數皆以
五分約其分母分子之數為四百二十九分寸之四
百一千二通命之得池圓徑及方面皆三丈六尺六
寸四百二十九分寸之四百一十二又倍隅斜七尺
六十得一丈五尺二寸併徑三丈六尺六寸共得五
丈一尺八寸四百二十九分寸之四百一十二為方
斜

按此術以立天元一法明之法立天元一為池
徑即方邊自之得一平方為方幂倍之得二年
方為斜幂寄在次倍斜至步加天元一得一百
五十二寸多一元為方斜自之得二萬三千一
百零四寸多三百零四元多一平方亦為斜幂
與左相消兩邊各減一平方得二萬三千一百
零四寸多三百零四元與一平方等寸數為實
元數為較或兩邊各半之得一萬一千五百五

十二寸多一百五十二元多半平方與一平方
等寸數為實元數半方數共為較術中所用蓋
次數也然不如前數之便至開方法即有長方
積有長濶較帶縱先求長之法也

尖田求積

問有兩尖田一段其尖長不等兩大斜三十九步兩小
斜二十五步中廣三十步欲知其積幾何

答曰曰積八百四十步

術曰以少廣求之翻法入之置半廣自乘為半冪與
 小斜冪相減相乘為小率以半冪與大斜冪相減相
 乘為大率以二率相減餘自乘為實併二率倍之為
 從上廉以一為益隅開翻法三乘方得積

一位開盡者
不用翻法

尖田圖



草曰置廣三十步以半之得一十五自來得二百二十五為半冪以小斜二十五步自乘得六百二十五為小斜冪與半冪相減餘四百與半冪二百二十五相乘得九萬步為小率置大斜三十九步自乘得一千五百二十一為大斜冪與半冪二百二十五相減餘一千二百九十六與半冪二百二十五相乘得二十九萬一千六百為大率以小率九萬減大率餘二十萬一千六百自乘得四百六億四千二百五十六

萬為實以小率九萬併大率二十九萬一千六百得
三十八萬一千六百倍之得七十六萬三千二百為
從上廉

按從上廉平方和數也

以一為益隅開玲瓏翻法三乘

方步法乃以從廉超一位益隅超三位約商得十今
再超進乃商置百其從上廉為七十六億三千二百
萬其益隅為一億約實置商八百為定商以商生益
隅得八億為益下廉又以商生下廉得六十四億為
益上廉與從上廉七十六億三千二百萬相消從上

康餘十二億三千二百萬又與商相生得九十八億
五千六百萬為從方又與商相生得七百八十八億
四千八百萬為正積與元實四百六億四千二百五
十六萬相消正積餘三百八十二億五百四十四萬
為正實又以益隅一億與商相生得八億增入益下
廉為一十六億又以益下廉與商相生得一百二十
八億為益上廉乃以益上廉與從上廉一十二億三
千二百萬相消餘一百一十五億六千八百萬為益

上廉又與商相生得九百二十五億四千四百萬為
益方與從方九十八億五千六百萬相消益餘八百
二十六億八千八百萬為益方又以商生益隅一億
得八億增入益下廉得二十四億又以商相生得一
百九十二億入益上廉得三百七億六千八百萬為
益上廉又以商生益隅一億得八億入益下廉得三
十二億畢其益方一退為八十二億六千八百八十
萬益上廉再退得三億七百六十八萬益上廉三退

得三百二十萬益隅四退為一萬畢乃約正實績置
置四十步與益隅一萬相生得四萬八益下廉為三
百二十四萬又與商相生得一千二百九十六萬入
益上廉內為三億二千六十四萬又與商相生得一
十二億八千二百五十六萬入從方內為九十五億
五千一百三十六萬乃命上績商四十除實適盡所
得八百四十步為田積今列求率開方圖於後

按此術以立天元一法明之法立天元一為尖

積即大小兩三角積和自之得一平方為和自乘
以半廣冪減大斜冪與餘積相乘得二十九萬一
千六百步為大三角積自乘以半廣冪減小斜冪
與餘數相乘得九萬步為小三角積自乘二自乘
數併而倍之內減去和自乘得七十六萬三千二
百步少一平方為較自乘與和自乘再相乘得七
十六萬三千二百平方少一三乘方寄左次以大
小兩三角積相減餘二十萬零一千六百步為和

較相乘數自之得四百零六億四千二百五十六萬步與左相等則後步數為實前平方數為從上廉三乘方數即益隅與草中所取之數悉合

又按此苦以小率九萬步開平方得三百步即小三角積以大率二十九萬一千六百步開平方得五百四十步即大三角積併之得八百四十步即尖積其法甚易然必如此費算者殆欲用立天元一法不求分積即得所問之總積也

○ 廣步
三半之

一 中廣

三 自來

二 半廣

二 小科

三 自來

一 小科

二 半廣

一 小科

二 中廣

三 自來

二 半廣

三 小科

三 自來

一 大科

二 半廣

一 中廣

二 自來

二 大科

二 大科

三 自來

二 餘

自來

一 餘

二 實

二 大科

三 小半

三 得

倍廣

二 倍

一 廣

一 倍

正負開三乘方圖

術曰商常為正 實常為負 從常為正 益常

為負

兩

實

虛方

虛廉

虛廉

兩

實

上廉

下廉

上廉超一位
益隅超三位

商數進一位

上廉再超一位

益隅再超一位

商數再進一位

III

III. The Tenth

上田三郎



上商八百為
定以商生隅
入益下廉



THE TETRAPOD

± 7.11°



以商生下廉
消從上廉



III. OT III. T. 0000

—|||—

Ποο
F
A

以商生上廉
入方

III 〇〇

III 〇 T III 〇 T 〇〇〇〇 實

III 〇 T 〇〇〇〇 方

- II 〇〇 康

III 〇〇 下康

— 益陽

以商生方得
正積乃與實
相減

商 III 〇〇

III 〇 T III 〇 T 〇〇〇〇

II 〇 T III 〇 T 〇〇〇〇 正積

III 〇 T 〇〇〇〇 方

- II 〇〇 康

III 〇〇 下康

— 益陽

以負實消正
積其積乃有
餘為正實謂
之換骨

商
三〇〇

三〇〇〇〇〇〇
實

三〇〇〇〇〇
方

康上正

一〇〇〇〇〇〇
上康實

一〇〇〇
下康

一〇〇〇

以正負上康
相消

商
三〇〇

三〇〇〇〇〇〇
實

三〇〇〇〇〇

一〇〇〇〇〇
上康

一〇〇〇
下康

一〇〇〇

以商生上康
入方內相消

商 〇〇

〇〇〇〇 實

方

康

下康

入上康

以商生下康

商 〇〇

〇〇〇〇 實

方

康

下康

三變

下康

以商生隅入

商

三三〇

三三〇三三〇三三〇三三〇

三三〇三三〇三三〇三三〇

三三〇三三〇三三〇三三〇

三三〇三三〇三三〇三三〇

三三〇三三〇三三〇三三〇

入方内

以商生上廉

商

三三〇

三三〇三三〇三三〇三三〇

三三〇三三〇三三〇三三〇

三三〇三三〇三三〇三三〇

三三〇三三〇三三〇三三〇

三三〇三三〇三三〇三三〇

入上廉内

以商生下廉

商三〇

〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

實

三三三三三三三三三三〇〇〇〇
方

三三三三三三三三三三〇〇
上廣

三三三三三三三三三三〇〇

下廣

為田積

一百四十步是

所得商數八

商三〇

三三三三三三三三三三〇〇

實

三三三三三三三三三三〇〇〇〇
方

三三三三三三三三三三〇〇
上廣

三三三三三三三三三三〇〇
下廣

適盡

以續商四十
命方法除實

已上條開三乘方翻法圖後篇效此

三斜求積

問沙田一段有三斜其小斜一十三里中斜一十四里大斜一十五里里法三百步欲知為田幾何

答曰田積三百一十五頃

術曰以少廣求之以小斜冪併大斜冪減中斜冪餘半之自乘于上以小斜冪乘大斜冪減上餘四約之為實一為從隅開平方得積



草曰以斜一十三里自乘得一百六十九里為小斜
 累以大斜一十五里自乘得二百二十五里為大斜
 累併小斜累得三百九十四里於上以中斜一十四
 里自乘得一百九十六里為中斜累減上餘一百九
 十八里以半之得九十九里自乘得九千八百一里

於上以小斜冪一百六十九乘大斜冪二百二十五
得三萬八千二十五減上餘二萬八千二百二十四
以四約之得七千五百六里為實以為一隅開平方
以隅超步為一百乃於實上商置八十以商生隅得
八百為從方乃命上商除實餘六百五十六又以商
生隅入方得數退一位為一百六十隅退二位為一
乃於實上續商四里生隅入從方內得一百六十四
乃命續商除實適盡所得八十四里為田積其形長

八十四廣一里以里法三百步自乘得九萬步乘八十四里得七百五十六萬步以畝法二百四十除之得三萬一千五百畝又以頃法一百畝約之得三百一十五頃

按此術以立天元一法明之法立天元一為三角積倍之得二元自之得四平方為中長冪乘底冪以大斜為底寄之又以小斜冪與大斜冪相加內減中斜冪得一百九十八里半之得九

十九里為小分底與底相乘長冪自之得九千
八百零一里為小分底冪乘底冪之數又以小
斜冪大斜冪相乘得三萬八千零二十五里為
小分底冪乘底冪中長冪乘底冪各一內減小
分底冪乘底冪之數餘二萬八千二百二十四
里為中長冪乘底冪之數與寄數等兩邊各以
四約之得七千零五十六里與一平方等里數
為實方數即從隅也從二題同此

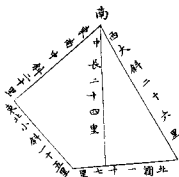
斜蕩求積

問有蕩一所正北濶一十七里自南尖穿徑中長二十四里東南斜二十里東北斜一十五里西斜二十六里欲知畝積幾何

答曰蕩積一千九百一十一頃六十畝

術曰以少廣求之置中長乘北濶半之為寄以中長畧減西斜畧餘為實以一為隅開平方得數減北濶餘自乘併中長畧共為內率以小斜畧併率減中斜

斜蕩圖



累餘半之自乘於上以
 小斜累乘率減上餘四
 約之為實以一為隅開
 平方得數加寄共為蕩
 積

草曰以中長二十四里
 乘北闊一十七里得四
 百八乃半之得二百四里為寄以中長自乘得五百

七十六為長冪以西斜二十六里自乘得六百七十
六為大斜冪以減長冪餘一百里為實開平方得一
十里以減北濶數一十七里餘七里自乘得四十九
里併長冪五百七十六得六百二十五為內率次置
東小斜一十五里自乘得二百二十五為小斜冪又
置東南中斜二十里自乘得四百為中冪却以小斜
冪併率得八百五十以減中冪四百餘四百五十乃
半之得二百二十五自乘得五萬六百二十五里于

上又以小斜累二百二十五乘率六百二十五得一
十四萬六百二十五減上餘九萬里以四約得二萬
二千五百為實開平方得一百五十併寄二百四里
得三百五十四里為泛以里法三百六十自乘得一
十二萬九千六百步乘泛得四千五百八十七萬八
千四百步以畝法二百四十步約之得一千九百一
十一頃六十畝為蕩積

計地容民

問沙洲一段形如棹刀廣一千九百二十步從三十六百步大斜二千五百步小斜一千八百二十步以安集民每戶給一十五畝欲知地積容民幾何

答曰池積一百四十九頃九十五畝 容民九百

九十九戶 餘地一十畝

術曰以少廣求之置廣乘長半之為寄以廣畧併從

畧為中畧

按實大斜畧

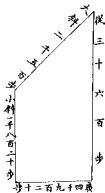
以小斜畧併中畧減大斜畧

按實中斜

畧餘半之自乘于上以小斜畧乘中畧減上餘以四

約之為實以一為隅開平方得數加寄共為積以每戶給數除積得容民戶數

沙洲圖



步為寄以廣自乘得三百六十八萬六千四百步為

草曰置廣一千九百	二十步乘從三千六	百步得六百九十一	萬二千步乃半之得	三百四十五萬六千
----------	----------	----------	----------	----------

廣畧又以從自乘得一千二百九十六萬步為從畧
併廣畧得一千六百六十四萬六千四百步為中畧
次以小斜一千八百二十步自乘得三百三十一萬
二千四百步為小斜畧又以大斜二千五百步自乘
得六百二十五萬步為大斜畧却以小斜畧併中畧
得一千九百九十五萬八千八百步以大斜畧減之
餘一千三百七十萬八千八百步乃半之得六百八
十五萬四千四百步自乘得四十六萬九千八百二

十七億九千九百三十六萬步於上次以小斜累乘
中累得五十五萬一千三百九十五億三千五百三
十六萬步減上餘八萬一千五百六十七億三千六
百萬為實以四約之得二萬三百九十一億八千四
百萬為實以一為隅開平方得一十四萬二千八百
步併寄三百四十五萬六千步共得三百五十九萬
八千八百步以畝法二百四十步除之得一萬四千
九百九十五畝次以頃法一百畝約之為一百四十

九頃九十五畝為地積又為實以每戶所給一十五畝為法除實得九百九十九戶不盡一十畝不及一戶所給數以為餘地一十畝

蕉田求積

問蕉葉田一段中長五百七十六步中廣三十四步不知其周求積畝合幾何

答曰田積四十五畝一角

推六十步為一角
蓋四分畝之一也

十一

步六萬三千七十分步之五千二百一十三

術曰以長併廣再自乘又十乘之為實半廣半長各自乘所得相減餘為從方一為從隅開平方半之得積

蕉葉田



草曰以長五百七十六步併廣三十四步得六百一十兩度自乘

按即自乘再乘

得二億二千六百九十八萬一

千步進一位即是以十乘之得二十二億六千九百八十一萬步定得此數以為實置長五百七十六以半之得二百八十八自乘得八萬二千九百四十四於上又置廣三十四步以半之得一十七自乘得二百八十九減上餘八萬二千六百五十五為從方以一為從隅開平方得二萬一千七百四十二步不盡一萬四百二十六步以商生隅入方又併隅莫共得一十二萬六千一百四十為母與不盡及開方田積

數皆半之田積定得一萬八百七十一步六萬三千
七十分步之五千二百一十三以畝法二百四十約
之得四十五畝一角一十一步六萬三千七十分步
之五千二百一十三

按此術以長與廣相加自乘再乘又以十乘之
為長方積以半長自乘半廣自乘相減為長濶
較求得闊折半為田積非法也此題中廣甚小
故得數較古法多七百餘較密法少二千七百

餘若設長為七百零七廣為二百九十三亦以此法求之長廣相加自之再之又十乘之得一百億為實半長半廣各自之相減得十萬零三千五百為長闊較求得闊折半得三萬零四百二十六步餘為田積依密法求之實十四萬四千九百餘步所差甚遠其術之不合顯然矣蓋數必三乘而後可以平方求之今再乘之後僅以十進之宜其不可用也

漂田堆積

問三斜田被水衝去一隅而成四不等直田之狀元中
斜一十六步如多長水直五步如少濶殘小斜一十
三步如弦殘大斜二十步如元中斜之弦橫量徑一
十二步如殘田之廣又如元中斜之勾亦是水直之
股欲求元積殘積水積元大斜元中斜二水斜各幾
何

答曰元積一百三十八步一十一分步之八

水積一十二步一十一分步一八

按應一十三步一十

一分步

之七

殘積一百二十六步

元大斜二十九步一十一分步之一

元小斜一十八步一十一分步之一

按應一十一分步之十

水大斜九步一十一分步之一

水小斜五步一十一分步之一

按應一十一分步之一

術曰以少廣求之連枝入之又勾股入之置水直減

中斜餘為法以中斜乘大殘為大斜實以法除實得
元大殘以殘大斜減之餘為水大斜以法乘徑又自
之為小斜隅以水直冪併徑冪為弦冪又乘徑冪又
乘中斜冪為小斜實與隅可約約之開連枝平方得
元小斜以殘小斜減之餘為水小斜以水直乘之為
水實倍水小母為法除之得水積按此處
法除以水直併
中斜乘徑為實以二為法除之得殘積以殘積併水
積共為元積分者通之重有者重通之

漂田圖



草曰以水直五減中

斜一十六餘一十一

為法以中斜一十六

乘大殘二十得三百

二十為大斜實以法

除之得二十九步一

十一分步之一為元大斜內減殘大斜二十步餘九

步一十一分步之一為水大斜以法一十一乘徑一

十二

按乘徑
可省

得一百三十二自之得一萬七十四百

二十四為小斜隅以水直五自乘得二十五為水直

冪以徑一十二自之得一百四十四為徑冪併水直

冪得一百六十九為弦冪以乘徑冪

按此求徑冪亦
可省蓋以此求

復以此除是
為多算耳

一百四十四得二萬四千三百三十六於

上又以中斜一十六自乘得二百五十六為中斜冪

以乘上得六百二十三萬一十六為小斜實開平方

與隅求等得一百四十四俱約之實得四萬三千二

百六十四隅得一百二十一開方不盡以連杖術入
 之用隅一百二十一乘實四萬三千二百六十四得
 五百二十三萬四千九百四十四為定實以一為定
 隅開平方得二千二百八十八為實以約隅一百二
 十一除之得一十八步不盡一百一十一按一百一十整與
 法一百二十一俱以一十一約之得一十一分步之
 十為元小斜減殘小斜一十三步餘五步一十一分
 步之一按十統一
其下數換為水小斜通步內子得五十六以

水直五步乘之得二百八十為水實倍水小母一十

一得二十二為法除之得一十二步不盡一十六與

法俱以二約之為一十二步一十一分步之八

按應一十

三十一
分步之七水積置中斜一十六併水直五得二十

一乘徑一十二得二百五十二以半之得一百二十

六為殘積以水併積共得一百三十八步一十一分

步之八為元積

按應一百三十九步
一十一分步之七

數學九章卷三上

欽定四庫全書

子部

數學九章卷

三下
四上

詳校官數天監博士臣古之雄

靈臺郎臣倪珪梅履勘

總校官候補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

膳錄監生臣張龍圻

欽定四庫全書

數學九章卷三下

宋 秦九韶 撰

田域

環田三積

問環田大小圓田共三段環田外周三十步虛徑八步
大圓田徑一十步小圓田周三十步欲知三田積及
環田周通實徑大圓周小圓徑各幾何

答曰環田積二十步二百三十六萬二千二百五

十六分步之一百二十九萬八千二十五

通徑九步一十九分步之九 實徑一步一

十九分步之九 內周二十五步一十七分

步之五

大圓田積七十九步五十三分步之三 周

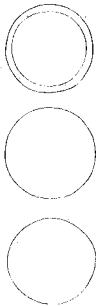
三十一步二十一分步之十三

小圓田積七十一步二百八十六分步之四

十三 徑九步一十九分步之九

術曰以方田及少廣率變求之各置圓環徑自乘為
累進位為實以一為隅開平方得周各置環圓周自
乘為累退位為實以一為隅開平方得徑以周累或
徑累乘各實以一十六約之為實以一為隅開平方
得圓積置環周累乘徑實十六約之為大率置虛徑
累乘內周實十六約之為小率以二率相減之餘以
自乘為實併二率倍之為從上廉一為益隅開三乘
方得環積置環周自乘退位為實一為隅開平方得

通徑以虛徑減通徑餘為實徑其有開不盡者約而命之



草曰置大圓徑一十步自乘得一百為徑竅進位得一千為實以一為隅開平方得三十一步不盡三十

九為分子乃以隅生方又益隅共得六十三為分母
以分子與母求等得三俱以三約之母子得二十一
分步之一十三為大圓周三十一步二十一分步之
一十三次以徑筭一百乘前實一千得一十萬以十
六約之得六千二百五十為實以一為隅開平方得
七十九步不盡九為分子乃以隅生方又增隅得一
百五十九為分母以分子與母求等得三俱以三約母
子得五十三分步之三為大圓積七十九步五十三

分步之三次置小圓田周三十步自乘得九百為周
幕這位得九十為徑實以一為隅開平方得九步不
盡九以隅生方又益隅得一十九步之九為小圓徑
九步一十九分步之九次以周幕九百乘前實九十
得八萬一千以十六約之得五千六十二步五分為
實以一為隅開平方得七十一步有不盡數二十一
步五分為予以隅生方又益隅得一百四十三為分
母以分子母求等得五分俱約之得二百八十六分

步之四十三為積次置環田周三十步自乘得九百
為周竅退位得九十為實以一為隅開平方得九步
不盡九為分子以隅生方併隅得一十九為分母直
命之為環田通徑九步一十九分步之九次以環周
竅九百乘環實九十得八萬一千以十六約之得五
千六十二步五分為大率次置環田虛徑八步自乘
得六十四為虛竅進位得六百四十為實以一為隅
開平方得二十五步不盡一十五為分子以隅生方

又併隅得五十一為分母與子求等得三俱約之得
一十七分步之五為環田內周二十五步一十七分
步之五次以虛筭六十四乘周實六百四十得四萬
九百六十以十六約之得二千五百六十為小率以
小率減大率餘二千五百二步五分自乘得六百二
十六萬二千五百六步二分五釐為實以大小二率
併之得七千六百二十二步五分倍之得一萬五千
二百四十五為從上廉以一為益隅開玲瓏三乘方

得二十步不盡三十二萬四千五百六步二分五釐
為分子續商無數乃以益陽一益下廉八十併之得
八十一為減母次以從上廉一萬二千八百四十五
併從方五十七萬七千八百得五十九萬六千四百
五以母八十一減之餘五十九萬五千六百六十四為分
母以分子求等得二分五釐俱約之得二百三十六
萬二千二百五十六分步之一百二十九萬八千二
十五為環田積二十步二百三十六萬二千二百五

十六分步之一百二十九萬八千二十五次置環田
通徑九步一十九分步之九以虛徑八步減之餘一
步一十九分步之九為環田實徑合問

按周徑相求以進位退位為實者蓋以徑一周
三有奇徑一自之仍得一周自之略與十等故
徑累升一位為周累周累降一位為徑累以省
算亦法之巧者其徑求周較密率約大一百五
十七分之一周求徑約小一百五十九分之一

然較古率則已密矣其周冪徑冪相乘十六約
之開平方得圓積者蓋周徑相乘四歸得圓積
徑自乘為方積故四歸亦展為自乘十六之數
約之得四分徑之冪乘周冪之數故開方得圓
積至求環積與前求尖田積同但彼立天元一
為兩積之和此立天元一為兩積之較耳其式
如左

法立天元一為環田積即內外兩圓積之較自

之得一平方為較自乘以大小率

即二圓積
本自乘

併而

倍之得一萬五千二百四十五步內減較自乘得

一萬五千二百四十五步少一平方為扣自乘與

較自乘再相乘得一萬五千二百四十五平方少

一三乘方寄之次以大小率相減餘二千五百零

二步五分為扣較相乘再自之得六百二十六萬

二千五百零六步二分五釐與寄數等即為實寄

數內平方數即從上廉三乘方數即益隅

三。

三

一。

三。

此圖照問列位以後照單運算

乃先置次大徑以上則自乘得中以中進位為次
實以一為下隅

一。

一。

一。

一。

一

三	三	三 。	。
三 三 。	。 。	。 。	一 。
三	三	三	。
三	三	三	三 。
三 三	三 三	。 。	一 。
三	三	三	三
三			

三

三

二

凡九變至此得大圓徑次求大圓積

○○

—○○○

|○○○○○

— —

三三

上副自乘得中以次約之得下為實

三三

○

—

二

三三

上

$\begin{array}{c} \text{三} \\ \text{三} \\ \text{三} \\ \text{三} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{三} \\ \text{三} \\ \text{三} \\ \text{三} \end{array}$
---	---

凡十一變至此得大圓積次求小圓徑

$\begin{array}{c} \text{三} \\ \text{三} \\ \text{三} \\ \text{三} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{三} \\ \text{三} \\ \text{三} \\ \text{三} \end{array}$
---	---

$\begin{array}{c} \text{三} \\ \text{三} \\ \text{三} \\ \text{三} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{三} \\ \text{三} \\ \text{三} \\ \text{三} \end{array}$
---	---

$\begin{array}{c} \text{三} \\ \text{三} \\ \text{三} \\ \text{三} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{三} \\ \text{三} \\ \text{三} \\ \text{三} \end{array}$
---	---

三三三三

凡七變至此得小圓徑求小圓積

三三三三

三三三三

三三三三

三三三三

三三三三

三三三三

三三三三

三三三三

三三三三

三三三三

三三三三

三三三三

三三三三

三三三三

三三三三

三三三三

三三三三

三三三三

三三三三

三三三三

一十一變得小圓積次求環田通徑當求環田
 通徑蓋環田之外周三十步與小圓田外周同

上

二

三

四

上

二

三

上

二

三

四

上

二

三

四

上

二

三

四

上

二

三

四

則不過與前七變諸圖一理精不復繁乃求實

徑

☰○☷☷

☷

☷

☰☷☷

☷☷○

—

☰○

☷☷○

☷○

—

☰

☷☷○

☷○

—

☰○

☷☷○

☷○

—

☰○

☷☷

☷○

—

二||||

|||○

≡||||

|

二||||

-||||

≡||||

|

二||||

-||||

≡

二||||

-||||

≡|

|||

二||||

||||

-π

凡九變得環田內周次求環積

上 三
T 三

三 三 上

一 上

三 三 上

只此小率與前大

率兩者求實徑

二率相乘減得餘

以餘自乘得度實

併二率為得數

倍得數為從上

廉以一為益隅

三 上 三
三 三 上

三 三 上 三

三 三 上 三

T 三 T 三 三 三 三 三 三 三 三

三 三 上 三 三

三 三 上 三 三

上 T 三 三 三

三

○
T=T=||||○T=||||

○
|||||
○

步
乃商置二十

○
T=T=||||○T=||||

○
|||||
○

從上廉起二
位益隅起三
位

二〇

T=T=|||||〇T=||||

〇

||| ||| |||

||〇

┆

廉
以下廉生負

二〇

T=T=|||||〇T=||||

〇

||| ||| |||

〇〇

┆

以商生隅入
下廉

二〇

T=T=||||○T=||||

○

||| ||| ||| |||

||〇

|

以商與上廉
生方

二〇

T=T=||||○T=||||

○

||| ||| ||| |||

|||〇〇

||〇

|

以負廉與正
廉相消得正
上廉

二〇

三三三三三〇T=三三三

三三三T三〇〇

三三三三三

三〇

一

又以商生隅
入下廉

二〇

T=T=三三三〇T=三三三

三三三T三〇〇

三三三三三

三〇

一

以方法命商
除實

二〇

三三三三三三三三三三

三三三三三三三三三三

三三三三三三三三三三

三〇

一

商又與陽生

入下廉

方一退上廉

二〇

三三三三三三三三三三

三三三三三三三三三三

三三三三三三三三三三

三〇

一

再退下廉三

退陽四退

無商以上廉

併入方陽併

下廉

二〇

三三三三三三三三三三

三三三三三三三三三三

三三三三三三三三三三

三〇

一

二〇

三三三三三三三三三三

三三三三三三三三三三

〇三三三

〇

得數

二〇

三三三三三三三三三三

三三三三三三三三三三

〇

〇

〇

求等約之

二〇

三三三三三三三三三三

三三三三三三三三三三

三三

〇

益陽併負廉
與正方廉相
消命為母

二。

一三三〇二四四

二二二二二二

開三乘方凡二十變至此得環田積數

求實徑但以虛徑減通徑餘一步一十九分步之九
為環田實徑

均分梯田

問戶業田一段若梯之狀南廣小三十四步北廣大五

十二步正長一百五十步合係兄弟三人均分其田
連道各欲出入其地形難分經官乞分南甲乙北內
欲知其田共積各人合得田數及各段正長大小廣
幾何

答曰田共積二十六畝二百一十步

甲得八畝三角五十步 小廣三十四步係
元南廣 大廣四十步五萬八千七百九分
步之五萬二千二百八十四大約百分步之

八十九 正長五十七步二千四十五分步
之 百五十三大約一百分步之四十一分

乙得八畝三角五十步 小廣同甲大廣

大廣四十六步八萬四千八百二十六億
八千九百五十七萬二千六百五十一分步
之六萬五千八百七十四億五千四百八十
二萬五千二百八十三計大率約百分步之
七十七分半強 正長四十九步四億一千

二百四十萬六千二百九分步之二十二
七萬六千三百一十九大約百分步之四分
九釐

兩得八畝三角五十步 小廣同乙大廣

大廣五十二步像元北廣 正長四十三步

八千四百三十三億七千九十九萬一千九百

五分步之四千四百八十八億八千六百二

萬九千四十六大約百分步之五十三分強

術曰以少廣及從法求之併兩廣乘長得數以分田
人數約之為通率半之為各積以長乘各積為共實
以長乘兩廣為甲從方二廣差半之為共隅開連枝
平方得甲截長以甲長除通率得數減小廣餘為甲
廣即為乙小廣以元長乘乙小廣為乙從方置共隅
共實開連枝平方得乙截長以乙長除通率得數減
乙小廣餘為乙大廣即為丙小廣併甲乙長減元長
餘為丙長以元大廣為丙大廣各有分者通之

梯田圖



草曰置小廣三十四併大廣五十二得八十六乘長
一百五十得一萬二千九百為實以兄弟三人約之
得四十三百為通率半之得二十一一百五十為各積

以法二百四十步約之得八畝不盡二百三十步
以角法六十步約之得三角五十步是三人各得八
畝三角五十步以元長一百五十步乘各積二十一
百五十得三十二萬二千五百為共實以長一百五
乘小廣三十四得五千一百為甲從方以小廣大廣
餘一十八乃半之得九為共隅開連枝平方開方畢
更不繁得五十七步不盡三約為二千四十五分步之八
百五十三為甲截長乃以分母二千四十五通全步

內子共得一十一萬七千四百一十八為法又以分母
乘通率四千三百得八百七十九萬三千五百為實以
法除之得七十四步不盡一十萬四千五百六十八與
法求等得二俱約之為五萬八千七百九分步之五萬
二千二百八十四乃以小廣三十四步於所得全步七
十四步內減之餘四十步五萬八千七百九分步之五
萬二千二百八十四為甲大廣即為乙小廣今次求乙
長乃以分母五萬八千七百九通乙小廣四十步得二

百三十四萬八千三百六十內子五萬二千二百八十
四得二百四十萬六百四十四又元長一百五十乘之
得三億六千九萬六千六百為乙從方又以分母五萬
八千七百九通共實三十二萬二千五百得一百八十
九億三千三百六十五萬二千五百為乙實又以分母
通共隅九得五十二萬八千三百八十一為乙從隅開
連枝平方更不得四十九步不盡二千二十七萬六千
安筆三百十九隅併方共得四億一千二百四十萬六千三

百九為母與不盡求等單一不可約乃定為四十九步
四億一千二百四十萬六千三百九分步之二千二十
七萬六千三百一十九為乙截長以乙長母通全步內
子得二百二億二千八百一十八萬五千四百六十為
法以乙長七千七百三十三億四千七百一十二萬八
千七百為實以法除之得八十七步不盡一百三十四
億九千四百九十九萬三千六百八十與法求等得一
百四十俱約之為八十七步一億四千四百四十八萬

七千三十九分步之九千六百三十九萬二千八百一
十二為得數乃以乙小廣母五萬八千七百九乘得數
子九千六百三十九萬二千八百一十二得五萬六千
五百九十一億二千五百五十九萬九千七百八為泛
却以得數母一億四千四百四十八萬七千三十九分
乘乙小廣子五萬二千二百八十四得七萬五千五百
四十三億六千三十四萬七千七十六為寄數於上乃
以小廣母五萬八千七百九乘得數母一億四千四百

四十八萬七千三十九得八萬四千八百二十六億八千九百五十七萬二千六百五十一以寄減泛今不及減乃破全步一為分併泛得八十六步十四萬一千四百一十八億一千五百一十七萬二千三百五十九減去小廣四十步及分餘四十六步八萬四千八百二十六億八千九百五十七萬二千六百五十一分步之六萬五千八百七十四億五千四百八十二萬五千二百八十三為乙大廣亦丙小廣求丙長置甲長五十七步

二千四十五分步之八百五十六乙長四十九步四億
一千二百四十萬六千三百九分步之二千二十七萬
六千三百一十九以甲乙分母互乘子甲乙分母相乘
得甲正長五十七步八千四百三十三億七千九百萬
一千九百五分步之三千五百三十億一千九百八十
萬五百四億乙正長四十九步八千四百三十三億七
千九百萬一千九百五分步之四百一十四億六千五
百七萬二千三百五十五併甲乙長及分共長一百六

步三千九百四十四億八千四百八十七萬二千八百五十九分用減元長一百五十步先破一步通分母作八千四百三十三億七千九百萬一千九百五減去甲乙長長餘四十三步八千四百三十三億七千九百萬一千九百五分步之四千四百八十八億八千六百二萬九千四十六為丙正長

按此術以立天元一法明之法立天元一為甲正長南北廣差折半得九以乘天元得九元以

共正長除之得一百五十分天元之九為甲之
半廣差與小廣相加得三十四步多一百五十
分元之九再以天元乘之得三十四元多一百
五十分平方之九即與每人分田二千一百五
十步等兩數各以分母一百五十乘之得三十
二萬二千五百步與九平方多五千一百元等
步數為實元數為從方平方數為隅得甲正長
求乙丙長廣同此但多一帶分故其數較繁

數學凡章卷三下

欽定四庫全書

數學九章卷四上

宋 秦九韶 撰

測望

按測望之法見於晉劉徽海島算經原名重差其書一卷九題法簡數密此卷本其法而擴充之於古人之意實多所發明然其中譌舛之處較他卷尤甚今悉為正之至術有未合者更設法以附其後焉

望山高遠

問名山去城不知高遠城外平地有木一株高二丈三尺假為前表乃立後表與木齊高相去一百六十四步先退前表三丈九寸次退後表三丈一尺三寸斜望山峯各與其表之端參合人目高五尺里法三百六十步步法五尺欲知山高及遠各幾何

答曰高二十里半零三步五分步之三 遠二十

七里三百二十八步五百七十五分步之六

十七

按術數誤後入目距山係三十五里二百三十
九步一尺三寸其故詳後

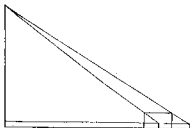
術曰以勾股求之重差入之置二退表相減餘為高
法通表間併法於上以目高減表高餘乘上為寔寔
如法而一得山高以法乘表高為遠法按此係法誤
應以去

乘表高與人
目去地之數以退後表乘高寔為遠寔寔如法而一

得山遠

望山高遠圖

按舊圖置山木在河
今山改移於此



單曰置後退表三丈一尺三
寸減前退表三丈九寸餘
四寸為高法置表去木一百
六十四步以步法五十寸
通得八千二百寸為表間
併法四寸得八千二百四
寸於上以目高五尺

減表高二丈三尺餘通之為一百八十寸乘上得一
百四十七萬六千七百二十寸為高實實如高法四
寸而一得三十六萬九千一百八十寸為積寸次以
步法五十寸約之得七千三百八十三寸五分步之
三次以里法三百六十步約之得二十里一百八十
三步五分步之三為山高按此所得係人目上之山
高若加人目高則多一步
次以法四寸乘表高二丈三尺得九百二十為遠法
按誤
同前以退後表三丈一尺三寸乘高實一百四十七

萬六千七百二十寸得四億六千二百二十一萬三千三百六十寸為遠實實如遠法九百二十寸而一得五十萬二千四百五寸二十三分寸之一十九為積寸乃以步法五十寸乘遠法九百二十得四萬六千寸為法亦除遠實得一萬四十八步不盡五千三百六十與法求等得八十俱以約之得五百七十五分步之六十七又以里法三百六十步約得二十七里三百二十八步五百七十五分步之六十七為山

去後表入立望處等圖如後

按術中求山高法合其求遠以表高乘高法為
遠法則誤蓋本法應即以高法為遠法以退後
表乘表間并法為寔即得後人目距山之遠今
以退後表乘高寔為寔而高寔乃目高減表高
乘表減併法之數則遠法亦當以目高減表高
乘高法今即以表高乘之則法數大故得數小
也

三三

三三

三三

三三

三三

三三

三三

三三

三三

三三

三三

三三

乃以頭位八千二百四寸乘中一百八十寸得一百

四十七萬六千七百二十寸為高寔

○

○

☰

☰

○

☰

☰

☰

☰

☰

○

○

☰

☰

☰

☰

○

☰

○

䷗

䷗

䷗

䷗

䷗

䷗

䷗

䷗

䷗

乃以步法五十寸乘中位遠法九百二十寸得下位
四萬六千寸為後圖中位步寸法

||||| 上 〇

|||| 上 〇〇〇

| 〇〇 ≡ |||

≡ ||| 上 〇

|||| 上 〇〇〇

| 〇〇 ≡ |||

|||| 上 〇

|| 上

|||| 上 |||

上 ||

乃以中除上得下位里數及零步其不盡寸與法求得八十俱約之為步分母子之數

臨臺測水

問臨水城臺立高三丈其上架樓其下址側脚濶二尺護岸排沙下橋去址一丈二尺外椿露土高五尺與址下平遇水漲時浸至址今水退不知多少人從樓上欄杆腰中駕一竿出外斜望水際得四尺一寸五分乃與竿端參合人目高五尺欲知水退立深濶岸

斜長自臺址至水際各幾何

按算題固不厭其雖然必簡而不漏繁而不贅
始為合作如此題本意謂竿端與臺址上下懸
直則側脚闊二尺句已贅又不明言人目距臺
邊遠近皆故為黠黠也

術曰以勾股變法兼少廣求之求濶岸斜長置出竿
乘臺高為段以去基乘段為闊泛以岸高乘段為淺
泛以目高乘去基為約泛三泛可約者約之為定率

不可約徑為率以闊率自乘為闊幕以淺率自乘為
淺幕併闊淺二幕共為竣幕復乘闊幕於上以臺高
幕乘上為竣實次以闊率乘淺率為寄以臺高數乘
闊率又乘約率得數內減寄餘自乘為竣隅驗竣實
竣隅兩者可約求等約之為竣定實竣定隅開同休
連枝平方得竣岸斜長同休格先以隅開平方得數
名同隅以同隅乘定實開之
得數為實以同隅為法除之得竣斜 按此條誤草
中乃即以定實開平方得數以同隅除之為竣斜也
求水退深基岸高幕乘竣定實為深實以去岸幕併

岸為冪乘政定為深隅

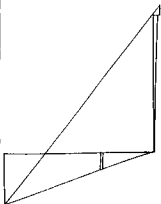
其深實深隅可測為之仍以同樣格入之

開連枝

平方得水退深

臨臺測水圖

按舊圖書格臺不畫正高在街前今改正移于此



草曰以出竿四

十一寸五分乘

臺高三十尺得

一百二十四尺

五寸為段以去

址一十二尺乘段得一千四百九十四以為闊泛以
護岸高五尺乘段一百二十四尺五寸得六百二十
二尺五寸為淺泛以目高五尺乘去址一十二尺得
六十尺為約泛以闊泛淺約泛三者求等得一尺
五寸皆以約其闊泛得九百九十六尺為闊率其淺
泛得四百一十五尺為淺率其約泛得四十尺為約
率以闊率九百九十六自乘得九十九萬二千一十
六尺為闊畧以淺率四百一十五自乘得一十七萬

二千二百二十五尺為淺冢併闊淺二冢得一百一十六萬四千二百四十一為竣冢以闊冢九十九萬二千一十六尺乘竣冢得一萬一千五百四十九億四千五百六十九萬九千八百五十六尺於上又以臺高三十尺自乘得九百尺為臺高冢乘上得一千三十九萬四千五百一十一億二千九百八十七萬四百尺為竣實次以闊率九百九十六乘淺率四百一十五得四十一萬三千三百四十為寄以臺高三

十乘開率九百九十六得二萬九千八百八十文乘
約率四十得一百一十九萬五千二百內減寄餘七
十八萬一千八百六十尺自乘得六千一百一十三
億五百五萬九千六百尺為隅以隅與較實求等得
二千四百八十萬四百俱以約之得四千一百九十
一萬二千六百七十六尺為較定實得二萬四千六
百四十九為較定隅開同休連枝平方得較岸至水
際斜長驗同休格乃以定隅二萬四千六百四十九

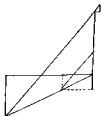
萬為實先以一為隅開平方得一百五十七為同休
法次以竣定實四千一百九十一萬二千六百七十
六尺為實亦以一為隅開平方得六千四百七十四
尺為同休實實如同休法一百五十七而一求等得
一俱以一各約之其法與餘只得此數乃直命之得
四丈一尺一百五十七分尺之三十七為涸岸斜長
至水際求退水深置岸高五尺自乘得二十五為岸
高累乘竣定實四千一百九十一萬二千六百七十

六尺得一十億四千七百八十一萬六千九百為深
泛以去岸一十二尺自乘得一百四十四尺為去岸
冪併岸高冪二十五尺得一百六十九尺以乘按定
隅二萬四千六百四十九得四百一十六萬五千六
百八十一為隅泛置二泛求等得一百六十九俱約
二泛得六百二十萬一百為定實得二萬四千六百
四十九為深定隅開連枝平方得水退立深驗同休
格乃以深定隅二萬四千六百四十九為實先以一

為隅開平方得一百五十七為同休法次以深實實
六百二十萬一百為實亦以一為隅開平方得二千
四百九十為同休實實如法一百五十七而一得一
十五尺不盡一百三十五與法求等得一俱以一名
約法與只得此數乃直命之得一丈五尺一百五十
七分尺之一百三十五為水退立深數也

按此條術雖甚繁理數皆極精密非兼通於勾
股通分之法者不能立也但累乘累除錯綜變

換皆未嘗明言其不能無金鉞不度之疑今繪圖以之並條折其乘除各數于後



如圖甲乙為臺正高乙丙為橋去
臺址丙丁為岸高乙戊為臺址至
水際即為峻斜己庚為人目高甲
庚為出竿戊癸為水面正深題有
甲乙臺高乙丙橋去址丙丁去橋
甲庚出竿己入庚

目高求乙辛並斜自丁點與丙甲平行相等作
丁辛線自乙點與丙丁並行作甲作乙辛線自
丁點與戊甲平行作丁壬點得壬丁辛勾股形
內有乙丁辛勾股形一與乙丙丁辛等有乙丁
壬三角形一與甲乙戊形同式法當以己庚小
股乘庚辛大勾以甲庚小勾除之得壬辛大股
次以乙丁三小角形下斜邊乘甲乙戊形直邊
以乙辛減壬辛餘壬乙為乙丁壬形直邊為法

除之得乙戌為甲乙戌形下斜邊即所求臺址
至水際之峻斜其法只用一除兩次甚屬易簡
即遇數不盡者以通分御之再加一二次乘除
可以乃必增至十餘次多者始欲窮數之變就
一題以為諸法之例非徒為繁難也試依術內
遞次乘除之數逐條細論之

出竿

甲庚

乘高臺

甲乙

為段去址

乙丙

乘段為闊率

原名闊

之約

為闊率今
即為闊率

為去址乘臺高出竿長寬之數闊率自乘

為闊冪即如去址冪乘臺高出竿長冪自乘之數又
即如去址冪乘臺高冪又乘出竿冪之數

岸高

丙丁

乘段為淺率

原名淺從斜之為
淺今即淺淺率

為岸高乘臺

高出竿長冪之數淺率自乘為淺冪即如岸高冪乘
臺高出竿長冪自乘之數又即如岸高冪乘臺高冪
又乘出竿冪之數

併闊冪淺冪為淺冪為較冪

乙丁

冪乘臺高出竿長

冪自乘之數又即如小斜冪乘臺冪又乘出竿冪冪

之數

闊幕峻幕相乘為上數即如小斜幕乘去址幕又乘
臺高幕自乘又乘出竿幕自乘之數

闊率淺率相乘為寄數即土去址岸高相乘又乘臺
高幕又乘出竿幕之數

去址目高已庚相乘為約率即如出竿乘壬辛

臺高乘闊率即如去址乘臺高幕又乘出竿之數又
以約率乘之即如去址壬辛相乘幕又乘臺高幕又

乘出竿冪之數內減寄數餘去址壬乙相乘冪又乘
臺高冪又乘出竿冪之再自乘之隅數即如壬乙
冪乘去址冪又乘臺高冪自乘又乘出竿冪自乘之
數

上數隅數內去址冪臺高冪自乘出竿冪自乘各數
皆同則用上數乘隅數除即如用小斜冪乘壬乙冪
除矣以臺高冪乘上數若以隅數除之即得政斜戊
冪但數不能盡故約之帶隅數開平方所謂連枝同

休法也至闊泛淺用于乘數約泛用于除數故可兩
邊同約又為省算也求水立深同此

䷗ ○ 丁

䷗ 一 ䷗

䷗ ䷗ 丁

䷗ ䷗ 丁

一 ䷗ ䷗ ䷗

䷗ 一 ䷗

䷗ ䷗ 丁

䷗ 一 ䷗

一 ䷗ ䷗

一 ䷗ ䷗ ䷗

䷗ 一 丁

䷗ ○

三〇

一三三三三三三三三三三三

三〇

三三三三三三三三三三

三〇〇

一三三三三三三三三三

一三三三 || °°

三三 | 三三三三 °

三三 | 三三三三 °

三 °

±三三-三三上 °

三三三下

±三三-三三上 °

|| ±三三 ± °

|| °

上 一 三 〇 三 〇 三 〇 三 〇 三 〇 〇

一 〇 三 〇 三 〇 三 〇 三 〇 三 〇 三 〇 〇

三 〇 三 〇 三 〇 三 〇 三 〇

三 〇 三 〇 三 〇 三 〇

三 〇 三 〇 三 〇 三 〇 〇

十 三 十 三 十 三 十 三

三 十 三 十 三 十 三 十 三

十 三 十 三 十 三 十 三

三 十 三 十 三 十 三 十 三

○

十 三 十 三 十 三 十 三

十 三 十 三 十 三 十 三

十 三 十 三 十 三 十 三

一||

一||

||三||

||三||

||||

||||

||三||

||三|| ||三|| ||三|| ||三||

一○ ||三|| ||三|| ||三||

||三||

||三||

||三|| ||三||

||≡|||。

|≡||

=|||≡。

|≡||

||≡|≡|||

|≡○○|○○

○

○

|

|

一 三

三 三

三 二

一 三

一 三 三

一 三 二

一 三

三 三

三 二

陟岸測水

問行師過水須計篋纜搭造浮橋今垂繩量陟岸高山丈人立其上欲測水面六闊以六尺為矩平持去目下五今矩本抵颺遙望水彼岸與矩端岸相合又望水此岸沙際入矩端三尺四寸人目高五尺其水面闊幾何

答曰水闊二十三丈四尺六寸

按應二十
三丈八尺

術曰以勾股重差求之置短去目下寸為法以人目

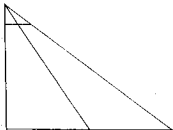
併岸高減去法

按減法誤

餘乘人矩端為實如法而一得

水闊陡岸測水圖

按舊圖畫岸水視線不能
在術前今改正移於此



草曰置矩本去目下五寸

為法以入目高五尺併岸

高三丈得三丈五尺通為

寸得三百五十寸減去五

寸餘三百四十五寸乘沙

際入矩端三十四寸得

一萬一千七百三十寸為實實如法五寸而一得二千三百四十六寸展為二十三丈四尺六寸為水闊合問

按測望諸線皆合于人目之一點其高正當自人目計之今減去人目距矩自矩下計之不得其理矣

表望方城

問敵城不知廣遠傍城南山原林間房之林際有木二

株南北相去一百六十步遙與城東方面參相直乃
于二水之東相對立兩表表間與木四方平人目以
繩維之人自東後表向西行一十步望城東北隅入
東前表一十五步又望城東南隅入東前表四十八
步強半步里法三百六十欲知其方廣及相去幾何
答曰城東廣各一十二里三百二十步 城去木
九里三百二十步

按答數皆誤今推得城方廣各一十一里二百

二十步又三十一分步之二十城東南隅至北
木一里九十九步又三十一分步之一十二

術曰以勾股重差求之置城東南隅景入表減表間
餘乘表間為城去木實以西方步減城東北隅景入

表餘為法

按此句
注誤

得城去木數以城東北隅景入表

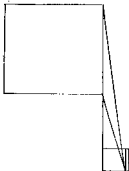
減表間餘乘表間為廣實實如前注而一得城廣

按此所得乃城東北隅至南

木之遠以為城廣數誤也

表望方城圖

按舊圖畫城南二木與城東西不
城一直線在南前今改正移于此



草曰以西行一十步減東北隅入表一十五步餘五步為法以城東南隅景入表四十八步七分半減表間一百六十步餘一百一十一步二分半乘表間一表六十步得一萬七千八百為城去木寬以法五步除之按誤同上得三千五百六十步以里

法三百六十約之得九里三百二十步為城去木里
及步數 次置城東北隅京十表一十五步減表間
一百六十餘一百四十五步乘表間一百六十得二
萬三千二百為減實以以前法五步除之得四千六
百四十步以里法三百六十約之為一十二里三百
二十步即城方廣里及步數

按設亦
同上 合問

按此題之要在二本與城東面成一直面方城
與表木方形各邊俱平西行減城東南隅入表

之較與表間成小勾股形城東南隅入表間表
間之表與城東南隅至前木成大勾股形此二
形同式可以相比故術草中第二求以城東北
隅入表減表間之餘乘表間為實以西行步減
城東北隅入表之餘為法除實是也但所得為
城東北隅至前木之遠以為城廣則誤矣又西
行步減城東南隅入表之較與表間成小勾股
形城東南隅入表減表間之較與城東南隅至

前木成大勾股形此二形亦同式可以相比以
城東南隅入表減表間之餘乘表間為實應以
西行步減城東南隅入表之為法除之即得城
東南隅之前木之遠術草中以西行步減城東
北隅入表之餘為法故得數大七倍餘既得城
東面南北二隅距前木之遠則相減為城廣可
知矣

遙度城

問有圓城不知周徑四門中開北外三里有喬木出南門便折東門九里乃見木欲知城周徑各幾何

圓用故法

答曰徑九里 周二十七里

術曰以勾股夕桀求之一為從隅五因北外里為從七廉置北里累八因為從五廉以北里累為正率以東行累為負率二率差四東北里為益從從三廉倍負率成五廉為益上廉以北里乘上廉為實開玲瓏九東方得數自乘為徑以三因徑得周

選度圖城圖

舊圖畫城柳在街
前今刪改移于此



草曰以一為從隅以五因
 北三里得一十五里為從
 七廉以北三里自乘得九
 里為正率以八因率得七
 十二為從五廉以西行見
 里自乘得八十一為負率以正率九減負率餘七十
 二位負差以四因之得二百八十八以東北三里得

八百六十四條負差所東者為益三廉倍負率八十
一得一百六十二乘五廉七十二得一萬一千六百
六十四為益上廉以北三里乘上廉得三萬四千九
百九十二為實置實廉隅玲瓏空隅位方廉以約實
衆法不可超進乃于實上定商三里其隅與商相生
得三為從下廉人與商相生八從七廉共得二十四
為星廉又與商相生得七十二為從六廉又與商相
生八五 內共得二百八十八又與商相生得八百

六十四為從四廩又與商相生得二千五百九十二
為正三廩內消益三廩八百六十四訖餘一千七百
二十八為從三廩又與商相生得五千一百八十四
為從二廩又與商相生得一萬五千五百八十二為
從上廩內消益上廩一萬一千六百六十四訖餘三
千八百八十八為正上廩又與商相生得一萬一千
六百六十四為從方乃命上商三里除實適盡得三
里以自乘之得九里為城圓徑之里數又以故法圓

率三圖之得二十七為城周

一

三三三

三

一三三三

三

三三

三三

三三

三三

三三三

三三三

三三

三三三

三三

三三

三三三

𠄎𠄎

||

𠄎𠄎

。

𠄎

||

𠄎

𠄎

𠄎

||

𠄎

。

以上求率圖以後開方圖實與益皆負畫黑商與從皆正畫朱

按商實負字旁書已明今皆用黑

○
|||≡|||≡|||
○
|—丁—上|||
○
|||—上|||
○
○
○
○
—|||
○
—

|||
|||≡|||≡|||
○
—丁—上|||
○
|||—上|||
○
○
○
○
—|||
|||
—

|||
|||≡|||≡|||
○
|—丁—上|||
○
|||—上|||
○
○
○
○
=|||
|||
—

III
 III III III III
 。
 III III III III
 III I III III
 — II = III
 III ⊥ III
 II ≡ III
 ⊥ II
 = III
 III
 |

III
III≡ III≡ II
I—T ⊥ III
≡ III ≡ III
≡ I ≡ III
III ⊥ III
II ≡ III
⊥ II
= III
III
I

按凡勾股難題用立天元一法取之多至三乘方而至元李冶測圓海鏡一百七十問僅一題

取至五東方猶自以為煩此題非甚難者乃取
至九東方蓋未得其要也細按術草中廉陽積
實之數與立天元一法自然相生者迥殊且凡
立天元一法開方後未有不得所求之數者今
得數自乘始為所之數尤于古人立法之意不
合爰另立取法並步算之式於後

法立天元一為圓城徑加三里得三里多一元
為大股自之得九里多六元多一平方為大股

冪九里為大勾自得之八十一里為大勾冪相
併得九十里多六元多一年方為大弦冪又以
大股為小勾弦和三里為小勾弦較和較相乘
得九里多三元為小股冪二分天元之一為小
勾加小勾三里得三里多二分元之一為小弦
自得之九里多三元多四分平方之一為小弦
冪乃以小冪與大股冪相乘得八十一里多八
十一元多二十九平方又四分平方之一多四

立方又二分之一多四分三立方之一寄之又
以大弦冪與小股冪相求得八百一十里多三
百二十四元二十七平方三立方與寄數等兩
邊各減八十一里三百二十四元二十七平方
三立方得四分三立方之一多一立方二平方
又四分平方之一少二百四十三元與七百二
十九里等各以四乘之得一三立方多六立方
九平方九百七十二元與二千九百一十六里

等乃以里數為實以元數為益方平方數為從
上廉立方數為從下廉三乘方數為隅開帶縱
三乘方得九里為城徑開方式附後

法列寔及方廉隅數約商九	里乃以隅生商得九入下廉	得一十五又以下廉生商得	一百三十五入上廉得一百	四十四又以商生上廉得一
-------------	-------------	-------------	-------------	-------------

千二百九十六以消益方得二百二十四為從
方以商生從方得二千九百一十六減實恰盡
為開得三乘方為九里即城徑也



數學九章卷四上

欽定四庫全書

子部

數學九章卷

四下
五上

詳校官欽天監博士臣古之雄

雲臺郎臣倪廷梅履勘

總校官候補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

謄錄監生臣張龍圻

欽定四庫全書

數學九章卷四下

宋 秦九韶 撰

測望

望敵圓營

問敵臨河為圓營不知大小自河南岸至其地七里於其地立兩表相去二步其西表與敵營南北相直人退西表一十二步遙望東表適與敵營圓邊參合圓法用密率里法三百六十欲知其營周及徑各幾何

答曰營周六里一百二步七分步之六 徑二里

按答數有誤營周係六里七十六步又萬一千九

百二十一分步之四千九百四十八徑係一里三百

五十一步又一千七百零三分步之九百九十九

術曰以勾股夕桀求之置表間自乘為勾幕以退表自

乘為股幕併二幕為弦幕里里通步自之乘勾幕為率自

乘為泛實

按此數當即為實開平方今不開平方乃以

此數自乘並以此數升他數開平方從三乘方不合半弦

幕乘率為泛從上應

按半弦幕即半弦自乘又倍之之數

以勾幕減股幕餘

四約之

按此即半勾半股
各自乘相減之數

自乘為泛益隅

三注可約
之為定

開連枝三

乘玲瓏方得營徑以密率二千二乘七除為周

望敵國營圖

按營圖係
草後至河

草曰置表間二步自乘得四為

本字則改
移於此

乘表
而表

勾冪以退表一十二步自乘得

一百四十四為股冪以勾股二

冪併之得一百四十八為弦冪

置七里以里法三百六十步

通之得二千五百二十步自乘



得六百三十五萬四百乘勾幕四得二千五百四十
萬一千六百為率以率自乘得六百四十五萬二千
四百一十二億八千一百五十六萬為之實乃半弦
幕得七十四乘率二千五百四十萬一千六百得一
十八億七千九百七十一萬八千四百為泛從上廉
以勾幕四減股幕一百四十四餘一百四十以四約
之得三十五以自乘得一千二百二十五為泛益隅
置三泛求等得一千二百二十五

按即泛
益隅

俱以約之

得五千二百六十七億二千七百五十七萬七千六百為定實一百五十三萬四千四百六十四為從上
廉一為定益隅開玲瓏三乘方乃以廉隅超二度約
商置七百上廉為一百五十三億四千四百六十四
益隅為一億乃以上商生隅得七億為益下廉又以
上商生益廉減從廉餘一百四億四千四百六十四
萬為從上廉又以上商生從廉得七百三十一億一
千二百四十八萬為從方乃命上商除實實餘一百

四十九億四千二十一萬七千六百又以上商生益
隅入下廉得一十四億為益下廉又以上商生益廉
得益上廉減從廉餘六億四千四百六十四萬為上
廉又以上商生上廉入方得七百七十六億二千四百
九十六萬為方又以上商生益隅入下廉得二十一
億又以上商生下廉為益上廉減從廉餘一百四十
億五千五百三十六萬為益上廉又以上商生益隅
入下廉得二十八億諸法皆退方一退為七十七億

六千二百四十九萬六千益上廉再退為一億四千
五十五萬三千六百益下廉三退為二百八十萬益
隅四退為一萬乃於上商之次續商置二十步以續
商生隅入下廉為二百八十二萬又以續商生下廉
入上廉為一億四千六百一十九萬三千六百又以
續商生上廉減從方餘七十四億七千一十萬八十
八百乃命續商除實通盡所得七百二十步以里法
約之得二萬為營徑次以密率二十二乘七百二十

得一萬五千八百四十為實以七除之得二千二百
六十二步七分步之六以里法約之得六里一百二
步七分步之六為營周

表間

表間

勾幕

退表

退表

股幕

||

||

||| 步

—||

—||

| ||| 步

勾幕

股幕

退幕

里數

里法

隅步

|||

| |||

| ||

||

||| 上 〇 步

||| 〇 步

三〇餘

三約法

三三得

三三得

一三三得
三三得

置三逐求等得
一千三百二十五
以約三逐數

三三得

三三得

三三得

三三得

以等約三逐

一三三得

一三三得

一三三得

一三三得

商

三三三〇=|±下〇〇實

三三三 方

上三三上 上

下三三〇 下

商

三三三〇=|±下〇〇實

三三三〇〇 方

從上三三上 從

益上三三〇〇〇 益上

益下三三〇〇 益下

隅

以商生上
入方得後方

隅

以商生下
得益上
消從上
得

π○○商

≡≡≡≡=|±T○○實

π○○商

≡≡≡≡=|±T○○實

π±T=|||±T○○方

π±T=|||±T 方

T≡|||±||| 下虛

T≡|||±||| 上虛

=|○○ 下虛

一|||○○ 下虛

| 陽

又以商生下
虛得益虛

| 陽

仍以商得生
陽入下虛

π○○商

≡≡≡○=|±T○○貴

π±T=≡≡≡T○○方

≡○≡≡≡≡T 從廉

=|○○ 下廉

|隅

還以商生
隅入下廉

π○○商

≡≡≡○=|±T○○貴

π±T±≡≡≡T○○方

T≡≡≡±≡≡ 從廉

≡π○○○○ 從廉

=|○○ 下廉

|隅

上廉益從相消

商
二

商
三

三三三〇=|±T〇〇實

三三三〇=|±T〇〇

±T±||三三±〇〇方

T±T=||三T〇〇

三〇三||三T 上
下

三〇三||三T 上
下

||±〇〇 下
下

=三〇〇 下
下

| 隅

| 隅

續以商生隅
入下

從方一現
上再退
下三退
益隅四退

卷之五
 五十五
 五十六
 五十七
 五十八
 五十九
 六十

$\pi = 0$ 商

$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \equiv & \equiv & \equiv \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline \equiv & \equiv & \equiv \\ \hline \end{array}$ 實

$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline \equiv & \equiv & \equiv \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline \equiv & \equiv & \equiv \\ \hline \end{array}$ 方

$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline \equiv & \equiv & \equiv \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline \equiv & \equiv & \equiv \\ \hline \end{array}$ 上漁

$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \equiv & \equiv & \equiv \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline \equiv & \equiv & \equiv \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline \equiv & \equiv & \equiv \\ \hline \end{array}$ 下漁

陽

再以商生上
 漁消從方

$\pi = 0$ 商

$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \equiv & \equiv & \equiv \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline \equiv & \equiv & \equiv \\ \hline \end{array}$ 實

$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline \equiv & \equiv & \equiv \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline \equiv & \equiv & \equiv \\ \hline \end{array}$ 方

$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline \equiv & \equiv & \equiv \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline \equiv & \equiv & \equiv \\ \hline \end{array}$ 上漁

$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \equiv & \equiv & \equiv \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline \equiv & \equiv & \equiv \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \hline \equiv & \equiv & \equiv \\ \hline \end{array}$ 下漁

陽

又以商生下
 漁入上漁

$\Pi = \circ$ 商
 $| \equiv \equiv \equiv \circ = | \pm \top$ 貴

$\pm \equiv \equiv \pm \circ | \circ \pm \equiv \circ$ 方

$| \equiv \top - \equiv \equiv \top$ 土

$|| \pm || \circ$ 下

隅

乃以從方命
 續商除實
 適盡

按此題用平方可矣術中所謂率者即平方實
 也乃復加自乘開三乘方徒為繁冗耳且乘從
 廣用半弦自乘之倍數乘隅數應用半股自乘
 之數今用勾股累較四分之一即用半股累半

勾冪之較比半股自乘數小一半勾自乘數故
得數較大若轉求表間及退步必與原數不合
試以相去七里為大勾弦較和相乘得較三十
勾相減得五里為大勾弦較和相乘得較三十
五為大股冪大勾弦里自之所得一為大勾冪
置小勾冪四步以大股冪乘之得百四十步
以大勾冪除之仍得一百四十步為小股冪比
原小股冪少四步其術之疎可知矣設用平方

法如左

法立天元一為營徑相去七里通為二千五百
二十步為大勾弦和相減得二千五百二十步
少一元為大勾弦較和較相求得六百三十五
萬零四百步二千五百二十元為大少股羅天
元一半之以減相去步得二千五百二十步少
二分天元之一為大弦自之得六百三十五萬
零四百步少二千五百二十元多四分平方之

一為大弦竅退步十二為小股自之得一百四
十四步為小股竅表間二步為小勾自之得四
步為小勾竅相併得一百四十八步為小弦竅
以小弦竅乘大股竅得九億三千九百八十五
萬九千二百步少三十七萬二千九百六十元
寄之又以小股竅乘大弦竅得九億一千四百
四十五萬七千六百步少三十六萬二千八百
八十元多三十六平方與寄數為相等兩邊各

減九億一千四百四十五萬七千六百步各加

三十七萬二千九百六十元得二千五百四十

萬零一千六百步

即術中
半數

與三十六平方多一

萬零八十元等三數求總等得三十六約步數

得七十萬零五千六百為長方積為實約元數

得二百八十為從方為長闊較約平方數得為

隅用蒂從平方法開得闊七百一十一步又一

千七百零三分步之九百九十九為營徑步以

密率用二十二乘之徑七除之得二千二百三十六步又一萬一千九百二十一分步之四千九百四十八為營周步各以里率收之得營周六里七十六步又一萬一千九百二十一分步之四千九百四十八營徑一里三百五十一步又一千七百零三分步之九百九十九還原之法置營徑步數通分納子得一二一一八三二分為倍大勾分數又以分母通相去步得四二

九一五六 分為大勾弦和分數二數相減餘

三七九七二分為大勾弦較分數和較分

數相乘得一三二一六八三七四五九六八

分為大股冪分倍大勾分折半得六 五九一

六自之得三六七一三四一九九 五六分

為大勾冪分及以小勾冪四步乘大股冪分得

五二八六七三四九九八二七二 分以大勾冪

分除之得一百四十四步為小股冪與原數合

此猶用西表相去步也若細較之當用人目相
去步則營周當多十二步餘營徑當多四步不
足也

望知敵衆

間敵為圓營在水北平沙不知人數諜稱彼營布卒占
地方八尺我軍在水南山原於下立表高八丈與原
山腰等平自表端引繩虛量平至人足三十步人立
其處望彼營北陵與表端參合又望營南陵入表端

八尺人目高四尺八寸以圓密率入重差求敵象合得幾何

答曰敵象八百四十九人

按數不合應二百七十三人其故詳草後

術曰以勾股乘之置人退表步

按此係誤法
九五表高

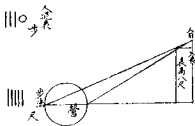
乘入表

為實以人目高為法除之得徑以密周率乘徑得數為實以密徑率因人立為法約之得外周人數餘收為一副置加六以乘副得數為實如一十二而一餘

亦收為全

望知敵衆圖

按舊圖置山水在所
前分兩段持於此



草曰置人立選表三十步以步
法五尺展為五十寸通之得一
十五百寸乘入表八尺得一十
二萬寸為實

三〇寸

三〇〇寸

望知敵衆圖

步法尺

主

多分已分

大下

大寸

以人目高四十八寸為法除之

||○○○○寸

上三寸

|||○○寸

為徑

實寸

三寸

二|||○○

-||○○○○寸

以密率周法二十二乘徑二千五百得五萬五千寸

為實

為徑寸

密周

實寸

二|||○○

||

|||三○○○

以密率徑法七因謀楸人立八尺得五百六十為法

密徑法
下

金
三〇

法
三上〇寸

商
〇

實
三三〇〇寸

法
三三〇寸

以法五百六十寸約實五萬五千寸得九十八人

為外周人數不盡一百二十寸棄之

外周

三三

再余
寸

二
金

法
三三上

割置外周九十八人加六得一百四人乘割為實

副

正

人差

得

商

實人

法

以十二為法

商

實

法

以法退一步

三〇〇商

〇三〇實

一法

法進二商八

三三〇

一三實

一法

法退商四十

三三三
敬象人

三三
素數不盡

一法

得八百四十九
為敬象不盡
素之

按此術應置表高加人目高以入表棄之誤置

退步以入表棄之故人數差多二倍蓋思省偶

未至耳至求人數先用密率次用東筭法亦未
盡合題問今依其數各步於後

求營徑置表高八丈加人目高四尺八寸得八
丈四尺八寸以八表八尺乘之得六萬七千八
百四十寸以人目高除之得一十四丈一尺三
寸又三分寸之一為營徑蓋以表高加人目高
為大股營徑為大勾較人目高為小股入表為
小勾較置大股以小勾較乘之以小股除之即

得大勾較也

求人數用密率置徑為實倍每人占地八尺得

一十六尺為法除實得八為外層數加最內一

層得九為共層數餘一十三尺三寸又三分寸

之一為最內徑以最內徑與最外徑即營相加

以九層乘之折半得六百九十六尺為九層共

徑數以密周率二十二乘之得一萬五千三百

一十二尺為實以密率七乘每人占地八尺得

五十六尺為法除之得二百七十三人餘三尺
又七分尺之三棄之此法應先求得內外圓周
再求九層共周數今先求九層共徑數然後變
為圓周其理一也

望敵遠近

問敵軍處北山下原不知相去遠近乃於平地立一表

高四尺人退表九百步

步法
五人

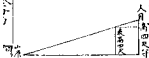
遙望山原適與表端參

合人目高四尺八欲之敵軍相去幾何

答曰一十二里半

術曰以勾股求之重差入之置人目高以表高減之
餘為法置退表乘表高為實實如法而一

望敵遠近圖



草曰置人目高四尺八寸減表
高四尺餘八寸為法置退表九
百步以步五十寸通之得四萬
五千寸乘表高四十寸得一百
八十萬寸為實如法八寸而一

得二十二萬五千寸以步法五十寸約之得四千五百步為相去步以里法三百六十步約之得一十二里半為敵去表所合間

表望浮圖

問有浮圖欲換塔心木不知其高去塔六丈有斜

竿亦不知其高竿本去地九尺二寸始釘錫將錫原本作鉤

正錫一十四枚枚長五寸每錫下股相去二尺五

寸就竿為表人退竿三丈遙望浮圖尖適與竿端斜

合又望相輪之本影錫第七枚上股人目入去地四

尺八寸心木放三尺為準

按契原本作
數今改正

卯剪裁欲求

塔高輪高合用塔心木長各幾何

答曰塔高一十一丈七尺 相輪高三丈 塔身

高八丈七尺 竿高四丈二尺二寸 塔心

木九丈內三尺為剪裁穿鑿準卯

按塔高竿高二數合相輪高塔身高塔心木長

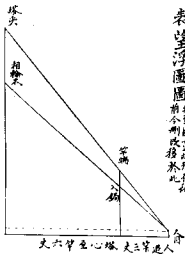
三數俱誤相輪高四丈五尺塔身高七丈二尺

塔心木長七丈五尺說詳草後

術曰以勾股求之重差入之置錫數減一餘乘錫相
去數併一枚長數加竿本共為表竿高以選表為法
以人目高減表竿高餘乘竿去塔為實實如法而一
得數加表竿高共為塔高置相輸入本錫數減一餘
乘錫相去又乘竿去塔為實實如法而一得相輪高
此木加八條
人收法誤以減塔高餘為塔身高以益準卯尺數
為塔心木長

表望遠圖

此圖畫塔形在街
前今刪改移於此



草曰置錫一十

四枚減一餘一

十三以乘錫相

去二尺五寸得

三百二十五寸併

最上錫一枚長

五寸得三百三十寸又加竿本九尺二寸共得四百

二十二尺為表竿高以人遠表三丈通為三百寸為

法次以人目高四尺八寸減表竿高四百二十二寸
餘三百七十四寸以乘竿去塔六丈得二十二萬四
千四百寸為實實如法三百兩一得七百四十八寸
加表竿高四百二十二寸得一千一百七十寸以十
約之為一十一丈七尺為塔高置相輪本入第七錫
減一餘六以乘錫相去二尺五寸得一百五十寸又
乘竿去塔六丈得九萬寸為實實如前法三百寸而
一得三百寸約為三丈得相輪高

按不加八錫即
為相輪高誤以

相輪高三丈減塔高一十一丈七尺餘八丈七尺為

塔身高

持此數及塔心木數皆因上數而誤

益三尺為剪裁準卯共得

九丈為塔心木長合前問

按此皆大小形同式相求法也人目去塔為總

勾人目上塔尖高塔身皆為總股高相輪高為

總股較人目去竿為分小勾人目上竿高及相

輪本入竿高俱為分小股相輪本入竿為小股

較竿去塔為分大勾術以竿去塔分大勾與小

勾股乘除得大股數加小股為總股故塔尖高
數合以大勾與小勾小股較乘除得大股較數
即為總股較故相輪高數少一小股較一丈五
尺也塔身高塔心木長皆本此數加減而得故
誤數相等

數學九章卷四下

欽定四庫全書

數學九章卷五上

宋 秦九韶 撰

賦役

按賦役一章即古九章中差分粟米諸法但從來算書設題之數未有如此卷之多者如首題答數至一百七十五條每條步算之數至十餘位而得數皆無不合亦可謂能廣其用矣且諸問皆足以明貴賤廩稅及交質變易之同異使

公私各得其平誠治民之要務也但題語多晦
術草中間有與所問不相應者亦於各條下指
出俾觀者無惑焉

役色修賦

間有海垣縣地今有復漲歲久鄉井再成申請初邑稱
土排到六鄉以附郭為甲最遠為己各有田九等開
具下項

甲鄉共計田十四萬一百九十三畝三角一十二

步

上等上田五千六百七十八畝一角四十八步

中田四千八百九十二畝三十步 下田六

千六百二十一畝五十四步

中等上田八千二百二十五畝二十四步 中

田一萬三十五畝六步 下田一萬六千五百

三十畝

下等上田二萬一千九十畝二十四步 中田

三萬二千六十畝三步 下田三萬五千六十

一畝三角三步

乙鄉田共計八萬四千一十畝二角二步

上等上田六千七百八十九畝一角三十六步

中田五千九百八十七畝二角 下田八十

一十畝三角三步

中等上田七千五百四十一畝 中田九千一

百二十一畝二角一十二步 下田一萬九千

六十步

下等上田一萬八千三十七畝一角六步 中

田九千四百五十六畝三角五十九步 下田

無

丙鄉田共計一十二萬九百三十五畝五十八步

五分

上等上田四千八百六十八畝二角三步 中

田五千九百七十九畝三角六步 下田六千

八百八十八畝二角六步

中等上田七千九百八十四畝一角 中田一

萬四千五十六畝一十二步 下田二萬三千

三百三十三畝一十二步

下等上田二萬七千七百五十五畝一十六步

五分 中田無 下田三萬七十畝三步

丁鄉田共計八萬九千六十六畝二步三分

上等上田一萬一千一百二畝一步 中田九

千八百七十六畝一角 下田八千七百六十
五畝一角三十步

中等上田七千五百三十九畝三十四步三分
中田無 下田一萬二千九百八十七畝四
十二步

下等上田無 中田五千四百三十二畝一角
六步 下田三萬三千三百六十三畝三角九
步

戊鄉田共計二十萬四千四百七十四畝一角二
十四步四分

上等上田二萬四千六百三十二畝三十九步

中田一萬三千五百二十一畝二十七步

下田九千九百八十八畝三角三步

中等上田八千八百七十七畝五十六步四分

中田一萬一千三百三十三畝三角 下田

二萬七千六十七畝

下等上田一萬九千八百七十六畝三角六步
中等田七萬九千一百三十五畝三角四十
三步 下田一萬四十一畝二角三十步

已鄉田共計一十五萬八千四百六十畝三角一
十八步二分

上等上田無 中田七千七百八十八畝三角
五十一步 下田無

中等上田九千九百九十九畝二角三步 中

田一萬八百三十六畝五十六步 下田無

下等上田三萬二千八十九畝一角四十五步

六分 中田四萬三千六百七十八畝二角五

十七步 下田五萬四千六十七畝三角四十

五步六分

照得昨來本縣原科苗米一十萬三千五百六十七

石八斗四升四合三勺和買一萬三千四百九十八

匹一丈七尺三寸七分六釐夏稅九千八百七十六

匹三丈二尺六寸五分八釐其六鄉田係三色甲為
上乙丙為次丁戊己又為次先令官物為三差使上
比中中比下皆十分外差一次令各鄉九等皆於十
分內差一拋科用合租額其乙鄉田最肥次丁次甲
次丙次己次戊欲知三色九等每畝等則及其科數
各鄉幾何

按題內言田有三色甲為上云云又言乙鄉田
最肥云云語若相左蓋前言三色者六鄉共科

之等後言田肥者每畝所出之異也若易田係三色為科有三差則語意明矣

答曰甲鄉上等上田苗三斗二升三合二勺和

一尺六寸九分 稅一尺二寸三分

中田苗二斗九升九勺 和一尺五寸二

分 稅一尺一寸一分

下田苗二斗五升八合六勺 和一尺三

寸五分 稅九寸九分

中等上田苗二斗二升六合二勺 和一

尺一寸八分 稅八寸六分

中田苗一斗九升三合九勺 和一尺一

分 稅七寸四分

下田苗一斗六升一合六勺 和八寸四

分 稅六寸二分

下等上田苗一斗二升九合三勺 和六

寸七分 稅四寸九分

中田苗九升六合九勺 和五寸一分

稅三寸七分

下田苗六升四合六勺 和三寸四分

稅二寸五分

乙鄉上等田苗三斗六升三合三勺 和一

尺八寸九分 稅一尺三寸九分

中田苗三斗二升六合九勺 和一尺七

寸 稅一尺二寸五分

下田苗二斗九升六勺 和一尺五寸二

分 稅一尺一寸一分

中等上田苗二斗五升四合三勺 和一

尺三寸三分 稅九寸七分

中田苗二斗一升八合 和一尺一寸四

分 稅八寸三分

下田苗一斗八升一合六勺 和九寸五

分 稅六寸九分

下等上田苗一斗四升五合三勺 和七

寸六分 稅五寸五分

中田苗一斗九合 和五寸七分 稅四

寸二分

下田苗七升二合七勺 和三寸八分

稅二寸八分

丙鄉上等上田苗三斗三合五勺 和一尺

五寸八分 稅一尺一寸六分

中田苗二斗七升三合一勺 和一尺四

寸二分 稅一尺四分

下田苗二斗四升二合八勺 和一尺二

寸七分 稅九寸三分

中等上田苗二斗一升二合四勺 和一

尺一寸一分 稅八寸一分

中田苗一斗八升二合一勺 和九寸五

分 稅六寸九分

下田苗一斗五升一合七勺 和七寸九

分 税五寸八分

下等上田苗一斗二升一合四勺 和六

寸三分 税四寸六分

中田苗九升一合 和四寸七分 税三

寸五分

下田苗六升七勺 和三寸二分 税二

寸三分

丁鄉上等上田苗三斗四升三合二勺 和

一尺七寸九分 稅一尺三寸一分

中田苗三斗八合九勺 和一尺六寸一

分 稅一尺一寸八分

下田苗二斗七升四合六勺 和一尺四

寸三分 稅一尺五分

中等上田苗二斗四升二勺 和一尺二

寸五分 稅九寸二分

中田苗二斗五合九勺 和一尺七分

稅七寸九分

下田苗一斗七升一合六勺 和八寸九

分 稅六寸五分

下等上田苗一斗三升七合三勺 和七

寸二分 稅五寸二分

中田苗一斗三合 和五寸四分 稅三

寸九分

下田苗六升八合六勺 和三寸六分

稅二寸六分

戊鄉上等上田苗一斗五升三合八勺 和

八寸 稅五寸九分

中田苗一斗三升八合四勺 和七寸二

分 稅五寸三分

下田苗一斗二升三合一勺 和六寸四

分 稅四寸七分

中等上田苗一斗七合七勺 和五寸六

分 稅四寸一分

中田苗九升二合三勺 和四寸八分

稅三寸五分

下田苗七升六合九勺 和四寸 稅二

寸九分

下等上田苗六升一合五勺 和三寸二

分 稅二寸三分

中田苗四升六合一勺 和二寸四分

税一寸八分

下田苗三升八勺 和一寸六分 税一

寸二分

已郷上等上田苗二斗八升二合二勺 和

一尺四寸七分 税一尺八分

中田苗二斗五升三合九勺 和一尺三

寸二分 税九寸七分

下田苗二斗二升五合七勺 和一尺一

寸八分 稅八寸六分

中等上田苗一斗九升七合五勺 和一

尺三分 稅七寸五分

中田苗一斗六升九合三勺 和八寸八

分 稅六寸五分

下田苗一斗四升一合一勺 和七寸四

分 稅五寸四分

下等上田苗一斗一升二合九勺 和五

寸九分 稅四寸三分

中田苗八升四合六勺 和四寸四分

稅三寸二分

下田苗五升六合四勺 和二寸九分

稅二寸二分

甲鄉苗米一萬九千五百五十石二斗四升

八合三勺

和買一萬一百九十二丈二尺六寸五分

六釐

夏稅七千四百五十七丈六尺八寸九分

八釐

乙鄉苗米一萬七千七百七十二石九斗五

升三合

和買九千二百六十五丈六尺九寸六分

夏稅六千七百七十九丈七尺一寸八分

丙鄉苗米一萬七千七百七十二石九斗五
升三合

和買九千二百六十五丈六尺九寸六分
夏稅六千七百七十九丈七尺一寸八分
丁鄉苗米一萬六千一百五十七石二斗三
升

和買八千四百二十三丈三尺六寸
夏稅六千一百六十三丈三尺八寸

戊鄉苗米一萬六千一百五十七石二斗三

升

和買八千四百二十三丈三尺六寸

夏稅六千一百六十三丈三尺八寸

己鄉苗米一萬六千一百五十七石二斗三

升

和買八千四百二十三丈三尺六寸

夏稅六千一百六十三丈三尺八寸

術以衰分求之先列本縣色位自下錐行列之又以鄉數對列而乘之副併為法以除官物數得一分之率以率數乘未併者各得諸鄉之數次列各鄉等位自上等置十分每以內分錐行九折之至九等止又各以畝步乘之副併為鄉法以除諸各鄉所得官物數所得為一分之率以乘未併者各得每畝稅色

草曰列本縣色位三自下色例十分中十一分上比中身外加一上得一百二十一中得一百一十下得

一百為上中下三率列之右行乃列甲一對上率乙
丙共二對中率丁戊己共三對下率列左行

二

一〇

一〇〇

一

二

三

乃以左行列數各相對乘右行率數其上得一百二
十一其十得二百二十其下得三百乃副置而併之
得六百四十一為法置元科苗米一萬三千五百六

十七石八斗四升四合三勺為寔以法除之得一百
六十一石五斗七升二合三勺為一分之率以未併
下率一百乘率得一萬六千一百五十七石二斗三
升為丁戊巳三鄉各科數以於身下加一得一萬七
千七百七十二石九斗五升三合為乙丙二鄉各科
數又於身下加一得一萬九千五百五十石二斗四
升八合三勺為甲合科數求和買亦用六百四十一
為法置元科和買一萬三千四百九十八匹以匹法

四丈通之得五萬三千九百九十二丈內零一丈七尺三寸七分六釐得五萬三千九百九十三丈七尺三寸七分六釐為寔以法除之得八十四丈二尺三寸三分六釐為一分之率亦以未併下率一百乘之得八千四百二十三丈三尺六寸為丁戌巳三鄉各科數次於身下加一得九千二百六十五丈六尺九寸六分為乙酉二鄉各科數又於身下加一得一萬一百九十二丈二尺六寸五分六釐為甲鄉各科數

求夏稅亦置六百四十一為法置元科九千八百七十六匹以匹法四丈通之得三萬九千五百四丈內零三丈二尺六寸五分八釐得三萬九千五百七丈二尺六寸五分八釐為寔以法除之得六十一丈六尺三寸三分八釐為一分率亦以未併下率一百乘之得六千一百六十三丈三尺八寸為丁戌巳三鄉各科數次於身下加一得六千七百七十九丈七尺一寸八分為乙丙二鄉各科數又於身下加一得七

千四百五十七丈六尺八寸九分八釐為甲鄉數次
列九等上以十次九八七六五四三二各對乘六鄉
九等田畝其田畝下角步以畝法除之得分釐毫絲
忽於畝上對乘之各得率

按題內云各鄉九等皆於十分內差一則是遞
次九折也術內亦云列各鄉等位自上等置十
分每以內分鍾行九折之至九等止則其法當
為遞次九折蓋明矣乃草中則云上以十次九

八七六五四三二則是遞次減一而非遞次九折矣以此得答數既與題問未合而術與草亦不相應也

甲上等上田率五萬六千七百八十四分五釐中田率四萬四千二十九分一釐二毫五絲下田率五萬二千九百六十九分八釐 中等上田率五萬七千五百七十五分七釐中田率六萬二百一十分一釐五毫下田率八萬二千六百五十分

下等上田率八萬四千三百六十分四釐中田率
九萬六千一百八十分三毫七絲五忽下田率七
萬一百二十三分五釐二毫五絲

乙上等上田率六萬七千八百九十四分中田率
五萬三千八百八十七分五釐下田率六萬四千
八十六分一釐 中等上田率五萬二千七百八
十七分中田率五萬四千七百二十九分三釐下
田率九萬五千三百三十分一釐二毫五絲 下

等上田率七萬二千一百四十九分一釐中田率
二萬八千三百七十分九釐八毫八絲下田無
丙上等上田率四萬八千六百八十五分一釐二
毫五絲中田率五萬三千八百一十七分九釐七
毫五絲下田率五萬五千一百八分二釐 中等
上田率五萬五千八百八十九分七釐五毫中田
率八萬四千三百三十六分三釐下田率一十一
萬六千六百六十五分二釐五毫 下等上田率

一十一萬一千二十分二釐七毫五絲中田無下

田率六萬一百四十分二毫五絲

丁上等上田率一十一萬一千二十分五毫

按五毫數

誤應四釐一毫又三小毫之二中田率八萬八千八百八十六分

二釐五毫下田率七萬一百二十三分中等上

田率五萬二千七百七十四分

按尚有四思餘

中田無下

田率六萬四千九百三十五分八釐七毫五絲

下等上田無中田率一萬六千二百九十六分八

釐二毫五絲下田率六萬六千七百二十七分五釐七毫五絲

戊上等上田率二十四萬六千三百二十一分六釐二毫五絲中田率一十二萬一千六百九十分一毫二絲五忽下田率七萬九千九百一十分一釐中等上田率六萬二千一百四十分六釐四毫五絲中田率六萬八千二分五釐下田率一十三萬五千三百三十五分下等上田率七萬九

千五百七分一釐中田率二十三萬七千四百七分七釐八毫七絲五忽下田率二萬八十三分二釐五毫

已上等上田無中田率七萬一百分六釐六毫二絲五忽下田無中等上田率六萬九千九百九

十六分五釐八毫七絲五忽中田率六萬五千一

十七分四釐一毫

按四厘五毫

下田無

下等上田率一

十二萬八千三百五十七分七釐六毫中田率一

十三萬一千三十六分二釐一毫二絲五忽下田
率一十萬八千一百三十五分八釐八毫

併六鄉之九率為九鄉之法 甲法六十萬四千八

百八十三分二釐三毫七絲五忽 乙法四十八萬

九千二百三十四分一釐一毫三絲 丙法五十八

萬五千六百六十二分九釐 丁法四十七萬七百

六十三分五釐七毫五絲

按丁法係三釐除一毫見數差故也

戊法

一百五萬三百九十八分二毫 己法五十七萬二

千六百四十四分五釐一毫二絲五忽按多一毫五

也以六鄉法各除諸鄉官物得一分之率宋至主

止半已上
按已下棄

甲鄉苗米三升二合三勺二抄一撮和買一寸六

分八釐五毫四忽按數多四忽夏稅一寸二分三釐二

毫八絲按係九絲

乙鄉苗米三升六合三勺二抄八撮和買一寸八

分九釐三毫九絲二忽夏稅一寸三分八釐五毫

八絲

按應七絲八忽

丙鄉苗米三升三勺四抄八撮

按應六絲七圭餘

和買一

寸五分八釐二毫一絲夏稅一寸一分五釐七毫

五絲

按應六絲

丁鄉苗米三升四合三勺二抄一撮四圭

按多四圭分數

少三釐餘改也和買一寸七分八釐九毫三絲夏稅一寸

三分九毫二絲三忽

戊鄉苗米一升五合三勺八抄二撮和買八分一

毫九絲二忽夏稅五分八釐六毫七絲七忽

已鄉苗米二升八合二勺一抄五撮一圭和買一
寸四分七釐九絲六忽夏稅一寸七釐六毫三絲
各用鄉錐行數九八七六五四三二一各米一分之
率為各鄉每畝等則泛數或自上等上田之則以一
分之率累減之亦得

甲鄉上等上田苗米三斗二升三合二勺一抄和
買一尺六寸八分五釐四絲

按多四絲因一分之
率多四忽故也下同

此夏稅一尺二寸三分二釐八毫按少一毫同上中田

苗米二斗九升八勺八抄九撮按少一撮和買一尺五

寸一分六釐五毫三絲六忽按多三絲六忽夏稅一尺一

寸九釐五毫二絲按少九絲下田苗米二斗五升八

合五勺六抄八撮和買一尺三寸四分八釐三絲

二忽按多三絲二忽夏稅九寸八分六釐二毫四絲按少八絲

中等上田苗米二斗二升六合二勺四抄七撮

和買一尺一寸七分九釐五毫二絲八忽按多二絲八忽

夏稅八寸六分二釐九毫六絲

按少七絲

中田苗米一

斗九升三合九勺二抄六撮和買一尺一寸一釐

二絲四忽

按多二絲四忽

夏稅七寸三分九釐六毫八絲

按少六絲

下田苗米一斗六升一合六勺五撮和買八

寸四分二釐五毫二絲

按多二絲

夏稅六寸一分六釐

四毫

按多五絲

下等上田苗米一斗二升九合二勺

八抄四撮和買六寸七分四釐一絲六忽

按多一絲六忽

夏稅四寸九分三釐一毫二絲

按少四絲

中田苗米九

升六合九勺六抄三撮和買五寸五釐五毫一絲

二忽

按多一絲二忽

夏稅三寸六分九釐八毫四絲

按少三絲

下田苗米六升四合六勺四抄二撮和買三寸三

分七釐八忽

按多八忽

夏稅二寸四分六釐五毫六絲

按少二絲

乙鄉上等上田苗米三斗六升三合二勺八抄和

買一尺八寸九分三釐九毫二絲夏稅一尺三寸

八分五釐八毫

按多二絲

中田苗米三斗二升六合九

勻五抄二撮和買一尺七寸四釐五毫二絲八忽

夏稅一尺二寸四分七釐二毫二絲按多一絲七忽下田

苗米二九升六勺二抄四撮和買一尺五寸一分

五釐一毫三絲六忽夏稅一尺一寸八釐六毫

四絲按多一絲四忽中等上田苗米二斗五升四合二

勺九抄六撮和買一尺三寸二分五釐七毫四絲

四忽夏稅九寸七分六絲按多一絲三忽中田苗米二斗

一升七合九勺六抄八撮和買一尺一寸三分六

釐三毫五絲二忽夏稅八寸三分一釐四毫八絲

按多一絲一忽下田苗米一斗八升一合六勺四抄和買

九寸四分六釐九毫六絲夏稅六寸九分二釐九

毫按多一絲下等上田苗米一斗四升五合三勺一

抄二撮和買七寸五分七釐五毫六絲八忽夏稅

五寸五分四釐三毫二絲按多七忽中田苗米一斗八

合九勺八抄四撮和買五寸六分八釐一毫七絲

六忽夏稅四寸一分五釐七毫四絲按多五忽下田苗

米七升二合六勺五抄六撮和買三寸七分八釐

七毫八絲四忽夏稅二寸七分七釐一毫六絲

按多

四忽

丙鄉上等上田苗米三斗三合四勺八抄

按多一抄三撮

和買一尺五寸八分二釐一毫夏稅一尺一寸五

分七釐五毫

按少一毫六絲

中田苗米二斗七升三合一

勺三抄二撮

按多一抄一撮

和買一尺四寸二分三釐八

毫九絲夏稅一尺四分一釐七毫五絲

按少一毫下田

苗米二斗四升二合七勺八抄四撮按多和買一

尺二寸六分五釐六毫八絲夏稅九寸二分六釐

按少九絲中等上田苗米二斗一升二合四勺三抄

四撮按多和買一尺一寸七釐四毫七絲夏稅八

寸一分二毫五絲按多中田苗米一斗八升二合

八抄八撮按多和買九寸四分九釐二毫六絲夏

稅六寸九分四釐五毫按少下田苗米一斗五升

一合七勺四抄按多和買七寸九分一釐五絲夏

稅五寸七分八釐七毫五絲

按少六絲

下等上田苗

米一斗二升一合三勺九抄二撮

按多六撮

和買六寸

三分二釐八毫四絲夏稅四寸六分三釐

按少四絲

田苗米九斗一合四抄四撮

按多四撮

和買四寸七分

四釐六毫三絲夏稅三寸四分七釐二毫

按多八絲

下

田苗米六升六勺九抄六撮

按多三撮

和買三寸一分

六釐四毫二絲夏稅二寸三分一釐五毫

按少二絲

丁鄉上等上田苗米三斗四升三合二勺一抄四

撮按多和買一尺七寸八分九釐三毫夏稅一尺

三寸九釐二毫三絲中田苗米三斗八合八勺九

抄二撮六圭

按多三
撮餘

和買一尺六寸一分三毫七

絲夏稅一尺一寸七分八釐三毫七忽下田苗米

二斗七升四合五勺七抄一撮二圭

按多三
撮餘

和買

一尺四寸三分一釐四毫四絲夏稅一尺四寸七

釐三毫八絲四忽中等上田苗米二斗四升二

勺四抄九撮八圭

按多二
撮八圭

和買一尺二寸五分二

釐五毫一絲夏稅九寸一分六釐四毫六絲一忽

中田苗米二斗五合九勺二抄八撮四圭按多二撮四圭

和買一尺七分三釐五毫八絲夏稅七寸八分五

釐五毫三絲八忽下田苗米一斗七升一合六勺

七撮按多二撮和買八寸九分四釐六毫五絲夏稅六

寸五分四釐六毫一絲五忽 下等上田苗米一

斗三升七合二勺八抄五撮六圭按多一撮六圭和買七

寸一分五釐七毫二絲夏稅五寸二分三釐六毫

九絲二忽中田苗米一斗二合九勺六抄四撮二

圭株多一和買五寸三分六釐七毫九絲夏稅三

寸九分二釐七毫六絲九忽下田苗米六升八合

六勺四抄二撮八圭株多和買三寸五分七釐八

毫六絲夏稅二寸六分一釐八毫四絲六忽

戊鄉上等上田苗米一斗五升三合八勺二抄和

買八寸一釐九毫二絲夏稅五寸八分六釐七毫

七絲中田苗米一斗三升八合四勺三抄八撮和

買七寸二分一釐七毫二絲八忽夏稅五寸二分
八釐九絲三忽下田苗米一斗二升三合五抄六
撮和買六寸四分一釐五毫三絲六忽夏稅四寸
六分九釐四毫一絲六忽 中等上田苗米一斗
七合六勺七抄四撮和買五寸六分一釐三毫四
絲四忽夏稅四寸一分七毫三絲九忽中田苗米
九升二合二勺九抄二撮和買四寸八分一釐一
毫五絲二忽夏稅三寸五分二釐六絲二忽下田

苗米七升六合九勺一抄和買四寸九毫六絲夏
稅二寸九分三釐三毫八絲五忽 下等上田苗
米六升一合五勺二抄八撮和買三寸二分七毫
六絲八忽夏稅二寸三分四釐七毫八忽中田苗
米四升六合一勺四抄六撮和買二寸四分五毫
七絲六忽夏稅一寸七分六釐二絲一忽下田苗
米三升七勺六抄四撮和買一寸六分三毫八絲
四忽夏稅一寸一分七釐三毫五絲四忽

已鄉上等上田苗米二斗八升二合一勺五抄一撮和買一尺四寸七分九毫六絲夏稅一尺七分六釐三毫中田苗米二斗五升三合九勺三抄五撮九圭和買一尺三寸二分三釐八毫六絲四忽夏稅九寸六分八釐六毫七絲下田苗米二斗二升五合七勺二抄八圭和買一尺一寸七分六釐七毫六絲八忽夏稅八寸六分一釐四絲中等上田苗米一斗九升七合五勺五撮七圭和買一

尺二分九釐六毫七絲二忽夏稅七寸五分三釐
四毫一絲中田苗米一斗六升九合二勺九抄六
圭和買八寸八分二釐五毫七絲六忽夏稅六寸
四分五釐七毫八絲下田苗米一斗四升一合七
抄五撮五圭和買七寸三分五釐四毫八絲夏稅
五寸三分八釐一毫五絲 下等上田苗米一斗
一升二合八勺六抄四圭和買五寸八分八釐三
毫八絲四忽夏稅四寸三分五毫二絲中田苗米

八升四合六勺四抄五撮三圭和買四寸四分一釐二毫八絲八忽夏稅三寸二分二釐八毫九絲
下田苗米五升六合四勺三抄二圭和買二寸九分四釐一毫九絲二忽夏稅二寸一分五釐二毫六絲

已上田則苗至勺綑至分收歸為等則定數答在前
按右各條下有不合之數者皆在寄零尾數至
答數收之勺及分以下俱不用故數無不合也

園田租畝

間有興役園田已成共計三千二十一頃五十一畝一十五步分三等其上等每畝起租六斗中等四斗五升下等四斗中田多上田弱半不及下田太半欲知三色田畝及各租幾何

按題言中田多上田弱半不及下田太半蓋以弱半為三分之一太半為三分之二也多上田弱半者即比上田多三分之一也不及下田太

半者即比下田少三分之二也是上田加三分
之一為中田即下田三分之一也轉言之則中
田為下田三分之一上田為中田四分之三也

答曰上田四百七十七頃八畝一十五步米二萬
八千六百二十四石八斗三升七合五勺 中
田六百三十六頃一十畝三角米二萬八千六
百二十四石八斗三升七合五勺 下田一千
九百八頃三十二畝一角米七萬六千三百三

十二石九斗

術曰以衰分求之列母子求田率割併為法以其田為寔寔如法而一得一分之率以徧乘耒併者得三等田各以起租乘之各得米

草曰置弱半母四為中率子三為上率以太半子二減母三餘一以乘中率四只得四為中泛又以餘一乘上率三只得三為上泛次以太半母三乘中泛四得一十二為下泛割併三泛得一十九為法置田三

千二十一項五十一畝以畝法二百四十通之得七
千二百五十一萬六千二百四十步內子一十五步
得七千二百五十一萬六千二百五十五步為寔以
法一十九除之得三百八十一萬六千六百四十五
步為一分之數以上泛三因之得一千一百四十四
萬九千九百三十五步為上積又以中泛四因之一
分數得一千五百二十六萬六千五百八十步為中
積又以下泛一十二乘一分數得四千五百七十九

萬九千七百四十步為下積其三積各以畝法二百四十約之為畝其上田得四百七十七頃八畝一十五步其中田得六百三十六頃一十畝三角其下積得一千九百八頃三十二畝一角各以起租三積為三寔其上積一千一百四十四萬九千九百三十五步乘上積六斗得六百八十六萬九千九百六十一石為寔以畝法二百四十除之得二萬八千六百二十四石八斗三升七合五勺為上田租其中積一千

五百二十六萬六千五百八十步乘中田租四斗五
升得六百八十六萬九千九百六十一石為寔以畝
法二百四十除之得二萬八千六百二十四石八斗
三升七合五勺其下積四千五百七十九萬九千七
百四十步乘下租四斗得一十八萬三千一百一十一萬九千
八百九十六石為寔以畝法二百四十除之得七萬
六千三百三十二石九斗為下田米

按草內求各衰數意謂以三分為上田衰數加

弱半三分之一得四分為中田衰數三因中田
衰數得一十二分為下田衰數併之得一十九
分為總衰數其法本屬顯明但語中參入母子
副泛等名目其意反晦矣



數學九章卷五上

欽定四庫全書

子部

數學九章卷五下

詳校官欽天監博士臣古之雄

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官候補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

謄錄監生臣張龍圻

欽定四庫全書

數學九章卷五下

宋 秦九韶 撰

賦役

戶稅移割

閭某縣據甲稱本戶田地原納苗三十五石七斗和買
本色一十一匹二丈二尺九寸四分八釐七毫五絲
折帛二十七匹二寸一分三釐七毫五絲紬絹折帛
八匹三大九寸七寸三分九釐紬絹本色二十匹二

丈八尺九寸三分九釐已將田四百七畝出與乙五
百十六畝出與丙訖乞移割本戶所出田上稅賦歸
併乙丙兩戶送納會到乙原有田三百七十五畝兩
原有田四百六十三畝並係本鄉本等每畝苗三升
五合稅一尺一寸五分物力一貫二百本等田紬一
尺三寸四分物力九百物力及三十二貫數和買一
匹內三分本色七分折帛夏稅七分本色三分折帛
紬五分本色五折帛併絹紬欲知甲田地及甲乙

丙分割合納苗米和買夏稅折帛本色畸零各幾何
按此題科稅分田地二項田有科米稅絹物力
三色地只有稅紬物力二色絹與紬折色不同
物力和買合田地總計之又甲戶有田者地乙
丙二戶有田無地此等皆不可不明言者題中
殊未分晰

答曰甲原有田一千二十畝地一十一畝二角
四十八步

甲今有田九十七畝 苗米三石三斗九升
五合夏稅折帛三丈三尺四寸六分五釐本
色一匹畸零三丈八尺八分五釐物力一百
一十六貫四百文 地一十一畝二角四十
八步稅紬折帛七尺八寸三分九釐稅紬畸
零七尺八寸三分九釐物力一十貫五百三
十文田地共物力一百二十六貫九百三十
文和買折帛二匹三丈一尺六分三釐七毫

五絲本色一疋畸零七尺五寸九分八釐七毫五絲

乙今有田七百八十二畝苗米二十七石三斗七升夏稅折帛六匹二丈九尺七寸九分本色一十五匹畸零二丈九尺五寸一分物力九百三十八貫四百文和買折帛二十匹二丈一尺一寸本色八匹畸零三丈一尺九寸

丙今有田九百七十九畝苗米三十四石二
斗六升五合夏稅折帛八匹一大七尺七寸
五分五釐本色一十九匹畸零二大八尺九
分五釐物力一千一百七十四貫八百文和
買折帛二十五匹二大七尺九寸五分本色
一十一匹畸零五寸五分

衙曰以粟米及袁分求之置甲原納米為實以每畝
苗為法除之得甲原有田以乘每畝稅得田額次以

甲紬絹本色折帛併之內減田絹餘為地紬以每紬
約之得甲原有地次以甲出田併乙丙原有田各得
三戶今有田地各以等則乘之各得物力苗稅次以
每畝物力率約各戶共物力得和買副之三分因之
退位為和本七分因之退位為和折夏稅反其分而
因之退之紬以半之併入稅各得

草曰置甲原紬米三十五石七斗為實以每畝苗三
升五合為法除之得一千二十畝為甲原有田以乘

每畝稅一尺一寸五分得一百一十七丈三尺為絹
積尺次以甲原納絹紬折帛八匹三丈九尺七寸三
分九釐併絹本色二十匹二丈八尺九寸三分九
釐得二十九匹二丈八尺六寸七分八釐以匹法四
丈通匹數內零丈得一百一十八丈八尺六寸七分
八釐內減田絹積丈尺一百一十七丈三尺餘一丈
五尺六寸七分八釐為甲地紬以每畝紬一尺三寸
四分納之得一十一畝七分其畝下七分倍之得一

百四十身下加二得一百六十八步以六十步納之
得二角零四十八步得一十一畝二角四十八步為
甲原有地乃以甲所出四百七畝及五百一十六畝
併得九百二十三畝減原有一千二十畝餘九十七
畝為甲今有田併原地按三字誤為地一十畝餘
不在田一千二十畝之內也
次以甲出田四百七畝併乙原有田三百七十五畝
共得七百八十二畝為乙今有田次以甲所出田五
百一十六畝併丙原有田四百六十三畝共得九百

七十九畝為丙今有田各列三戶今有田地數於右
行副之先以每畝苗三升五合徧乘右行甲得三石
三斗九升五合乙得二十七石三斗七升兩得三十
四石二斗六升五合為本戶苗米次以每畝稅一尺
一寸五分徧乘左副行甲得一十一丈一尺五寸五
分乙得八十九丈九尺三寸兩得一百一十二丈五
尺八寸五分各為丈積各列二位皆以三分因頭位
七分因下位併退一位即是自下三七折之人各以

四大約大積成匹其甲得三大三尺四寸六分五釐
為夏稅折帛又得一匹三大分尺八分五釐為夏稅
本色其一得六匹二大九尺七寸九分為夏稅折帛
又得一十五匹二大九尺五寸一分為夏稅本色其
丙得八匹一大七尺七寸五分五釐為夏稅折帛得
一十九匹二大八尺九分五釐為夏稅本色次以田
力一貫二百徧乘右別行併以地物力乘甲原地及
納甲得一百一十六貫四百乙得九百三十八貫四

百兩得一千一百七十四貫八百各為田物力其甲
又置一十一畝七分以乘地紬一尺三寸四分得一
丈五尺六寸七分八釐為甲地紬半之得七尺八寸
三分九釐各為折紬本色又以甲地乘物力九百得
一十貫五百三十為甲地乘力併田物力一百一十
六貫四百共得一百二十六貫九百三十文為甲物
力列甲乙丙三戶共物力各為貫皆以物力和買率
三十二貫為法除之甲得三匹九分六釐六毫五絲

六忽二微五塵乙得二十九匹三分二釐五毫丙得三十六匹七分一釐二毫五絲各為和買率亦各列二位各以七三折之其頭位七折者為和買折帛下位三折者為和買本色折訖其甲得二匹七分七釐六毫五絲九忽三微七塵五沙為和買折帛率又得一匹一分八釐九毫九絲六忽八微七塵五沙為和買本色率乙得二十匹五分二釐七毫五絲為和買折帛率又得八匹七分九釐七毫五絲為和買本色

率兩得二十五匹六分九釐八毫七絲五忽為和買
折帛率又得一十一匹一釐三毫七絲五忽為和買
本色率各率除端匹外乃以定下分毫皆以四因之
北為大尺寸分甲得和買折帛二匹三丈一尺六分
三釐七毫五絲本色一匹七尺五寸九分八釐七毫
五絲乙得和買折帛二十匹二丈一尺一寸本色八
匹三丈一尺九寸兩得和買折帛二十五匹二丈七
尺九寸五分本色一十一匹五寸五分為各戶和買

數及分本色下畸零數合問

均科綿稅

問縣科綿有五等戶共一萬一千三十三戶共科綿八萬八千三百三十七兩六錢上等一十二戶副等八十七戶中等四百六十四戶次等二千三十五戶下等八千四百三十五戶欲令上三等折半差下二等此中等六四折差科率求之間各戶納及各等幾何按題言下二等比中等六四折差是次等為中

等六分之四下等又為次等六分之四也乃術
草中皆以十分之四收之是四折差而非四
六折差矣集中題與術不相應者多類此宜成
書之後未能重加校正歟

答曰上等一戶一百二十四兩一十二戶計一千四
百八十八兩

副等一戶六十二兩八十七戶計五千三百九
十四兩

中等一戶三十一兩四百六十四戶計一萬
四千三百八十四兩

次等一戶一十二兩四錢二千三十五戶計
二萬五千二百三十四兩

下等一戶四兩九錢六分八千四百三十五
戶計四萬一千八百三十七兩六錢

術曰列五等戶數先以四折下等數加次等戶又以
四折之加中等戶數却以半折之加二等戶又以半

折之加上等戶數不折便為法除科綿得上等一戶
 之綿復半之為副等又半之為中等又四折之為次
 等又四折之為下等各一戶綿却各以戶數乘之各
 得五等共出綿具圖折之

上

副

中

次

下

仁

三

三

二

三

〇

草曰先置下等戶八千四百三十五以四折之得三

千三百七十四

一 二

三 二

三 上 三

二 〇 三 三

三 三 上 三

乃以得數折入次戶二千三十五內得五千四百九戶訖

一 二

三 二

三 上 三

三 三 〇 三

〇 三

又以四折次數五千四百九戶得二千一百六十三戶六分

一 二
三 四
五 六
七 八
九 十

乃以得次數併入中戶四百六十四內共得二千六百二十七戶六分

一 11
 三 11
 二 11 11 11

○ 三三

次以五分析中數二千六百二十七戶六分得數

一 11
 三 11
 11 11 11

次以得數一千三百一十三戶八分併副戶八十七

得一千四百八分



又以五折副數一千四百戶八分得七百戶四分既得數



乃以副數七百戶四分併上戶一十二戶得七百一十二戶四分不折便以為法

為法

二一三

累折至等共得七百一十二戶四分以為總法乃置料綿八萬八千三百三十七兩六錢為實法法七百一十二戶四分而一得一百二十四兩為上等一戶

所出綿以五折之得六十二兩為副等一戶所出綿
又五折之得三十一兩為副等一戶所出綿乃以四
折之得一十二兩四錢為次等一戶所出綿又以四
折之得四兩九錢六分為下等一戶所出綿乃以各
等戶數各乘一戶所出即各得每等共數之綿

均定勸分

問欲勸糶賑濟據甲民戶物力畝步排定共計一百六
十二戶作九等上三等三戶第二等五戶第三等七戶

第四等八戶第五等十三戶第六等二十一戶第七等二十六戶第八等三十四戶第九等四十五戶今先觀論第一等上戶願糴五千石第九等戶願糴二百石欲知各等拋差石數併數認米數各幾何

答曰認該米二十三萬七千六百石

上等一戶米五千石三戶計一萬五千石

二等一戶米四千四百石五戶計二萬二千

石

三等一戶米三千八百石七戶計二萬六千

六百石

四等一戶米三千二百石八戶計二萬五千

六百石

五等一戶米二千六百石一十三戶計三萬

三千八百石

六等一戶米二千石二十一戶計四萬二千

石

七等一戶米一千四百石三十六戶計三萬六千四百石

八等一戶米八百石三十四戶計二萬七千二百石

九等一戶米二百石四十五戶計九千石

術曰以衰分求之置上下戶米減餘為實列等數減一餘為法除之得拋差石數以差累減上等米各得諸等米以各等戶乘之併之為總數

草曰置上等戶米五千石減下等戶二百石餘四千
八百石為實以九等減一餘八為法除實得六百石
為每等拋差用減上等餘四千四百石為二等米又
減六百得三千八百石為三等米又減六百得三千
二百石為四等米又減六百得二千六百石為五等
米又減六百得二千石為六等米又減六百得一千
四百石為七等米又減六百得八百石為八等米又
減六百得二百石為九等米又各乘戶數併之得總

認米石數二十三萬七千六百石合問

均定合解

按原本此問無題今增

問州郡合解諸司案名錢戶部九十六萬五千四百二十一貫文總所六十四萬三千六百一十四貫文運司一萬六千九百貫三百五十文今諸案名先催到九千二百五十三貫六百二十文欲照原額分數均定椿收候解合各幾何

答曰戶部五千四百九十七貫二百文總所三

千六百六十四貫八百文 運司九十一貫

六百二十文

術曰以衰分求之置諸原率可約約之副併為法以
催到錢乘未併者各為實實如法而一合問

草曰列戶部九十六萬五千四百二十一貫總所六
十四萬三千六百一十四貫運司一萬六千九十貫
三百五十文各為原率今原率可約求等得一萬六
千九十貫三百五十為等數俱約之戶部得六十總

所得四十運司得一各為率副併得一百一為法以
催到錢九千二百五十三貫六百二十文乘未併數
六十四十及一畢得五十五萬五千二百一十七貫
二百文為戶部之實三十七萬一百四十四貫八百
文為總所之實九千二百五十三貫六百二十文為
運司之實三實皆如法一百一而一其戶部得五千
四百九十七貫二百文總所得三千六百六十四貫
八百文運司得九十一貫六百二十各為俟解錢

按此法今名和數比列即用合解為率亦可增
一約分取其數簡也

寬減屯租

問屯租欲議寬減仍聽以夏麥折納分數官牛種者與
減二分私牛種者與減四分每歲租穀以三分之一
許夏折二麥內四分六分小折色每大麥三石折
小麥二石小麥二石折穀三石五斗屯租舊額官種
一石納租五石私種一石納租三石今某州屯田去

年計官私種共九千七百八十二石共合收租穀三萬九千五百八十六石欲知官私種各數原額今減合催成年夏麥秋穀幾何

按此題有官私共種數租數有種一石租數求各種數租數古謂之差分今謂之和較比例折色亦差分也今謂之和數比例大小麥與穀相易古謂之異乘同乘今謂之和率比例

答曰請官種五千一百二十石私出種四千六百

六十二石 原租額共三萬九千五百八十
六石官種二萬五千六百石私種一萬三千
九百八十六石 今減一萬七百一十四石
四斗官種五千一百二十石私種五千五百
九十四石四斗 合催二萬八千八百七十
一石六斗

官種租二萬四百八十石 一分折麥計穀
六千八百二十六石六斗六升零三分升之

二 四分拆大麥二千三百四十石五斗七
升七分升之一係折穀二千七百三十石六
斗六升三分升之二 六分折小麥二千三
百四十石五斗七升七分升之一係折穀四
千九十六石二分正色穀一萬三千六百五
十三石三斗三升之一

私種租八千三百九十一石六斗一分折
麥計穀二千七百九十七石二斗四分折

大麥九百五十九石四升係折穀一千一百
一十八石八斗八升 六分折小麥九百五
十九石四升係折穀一千六百七十八石三
斗二升 二分正色穀五千五百九十四石
四斗

成年共收夏折穀

換即官種秋種
一分折穀六石

九千六百

二十三石八斗六升三分升之二 大麥三
千二百九十九石六斗一升七分升之一

小麥三千二百九十九石六斗一升七分升之一 秋正穀一萬九千二百四十七石七斗三升三分升之一

術曰以粟米求之豆易入之列共租共種各以租種率數依本色對之先以各種率互乘諸租驗租數之少者以乘共種得數覆減共租餘為實以二租數相減餘為官種法實如法而一得官種以減共種餘為私種各以租率對乘官私種各得官私種所納租次

以減分對乘各納租乃得各減數以減所納餘為合
催租乃分別之先以總折分子乘之各為實並以總
分母除之各得折色正色數次置折色數二位用夏
折大小麥乘之各得與每折諸率如雁翅列常以多
一事者相乘為實以少一事者相乘為法各得所折
大小麥其正色數如故為併本色得成年夏折二麥
秋收正穀

算曰列共租三萬九千五百八十六石併共種九千

七百八十二石次各以官種一石納租五石私種實
石納租三石各為率對租種本色列之先以種率各
一石互乘租數只得共穀次驗租數率三石係少者
以乘共種九千七百八十二石得二萬九千三百四
十六石為種覆減共租餘一萬二百四十石為種實
以租率三減租率五餘二石係官租者為官種法除
種實得五千一百二十石為官種以減共種九千七
百八十二餘四千六百六十二石為私出種以官租

率五石私租率三石各對乘官私種得二萬五千六百石為官租所納租得一萬三千九百八十六石為私種所納租併之得原額租次列官牛種與減二分私牛種與減四分各對乘所納租數得五千一百二十石為官種減租數得五千五百九十四石四斗為私種減租數併之得一萬七百一十四石四斗為今減數乃以官種減租五千一百二十石減官種租二萬五千六百餘二萬四百八十石為合催次以私種

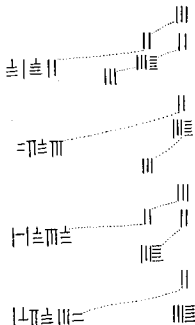
減租五千五百九十四石四斗減私種租一萬三千
九百八十六石餘八千三百九十一石六斗亦是合
催租乃以二等合催租分列之先以每歲三分之一
以予一減分母三得二乃以一及二皆為子各乘各
催租其官種者一分租得二萬四百八十石二分租
得四萬九百六十石其私種者一分租得八千三百
九十一石六斗二分租得一萬六千七百八十三石
二斗並為實此四實並如母三而一其官種一分折

得六千八百二十六石六斗六升零三分升之二及
二分正色穀得一萬三千六百五十三石三斗三升
三分升之一其私種一分折色得二千七百九十七
石二斗二分正色穀得五千五百九十四石四斗次
置官私種各一分折色數各二位乃用夏折四分大
六分小對乘之通係四位乃並四六得一十分約之
是並退一位其官種四分大麥者置折穀六千八百
二十六石六斗六升三分升之二通分內子得二萬

四百八十列二位頭位以四分之得八千一百九十二石為大麥實下位以六分之得一萬二千二百八十八石為小麥實次置私種折穀二千七百九十七石二斗列二位頭位以四分之得一千一百一十八石八斗八升為大麥率下位以六分之得一千六百七十八石三斗二升為小麥率其圖如後

次列折色每大麥三石折小麥二石小麥二石折穀三石五斗為諸率與大小麥實率四數如雁翅列之

其六分折小麥勿置大麥折率有母者列母



官種者先以大麥率三乘小麥率二得六又乘穀實
八千一百九十二石得四萬九千一百二十五石為
大麥實乃以小麥率二乘穀率三石五斗得七石又
乘母得二十一石為法除實得二千三百四十石五
斗七升七分升之一為官種折大麥數仍以母三約
本實八千一百九十二石得二千七百三十石六斗
六升三分升之二為所折上得大麥穀數次以小麥
折二乘穀實一萬二千二百八十八石得二萬四千

五百七十六石為小麥實乃以穀率三石五斗乘母
三得十石五斗為法除實得二千三百四十石五斗
七升七分升之一為官種折小麥穀仍以母三約本
實一萬二千二百八十八石得四千九十六石為所
折上得小麥穀數私種者先以大麥三乘小麥率二
得六又乘穀數一千一百一十八石八斗八升得六
千七百一十三石二斗八升為實乃以小麥率二乘
穀率三石五斗得七石為法除之得九百五十九石

四升為私種折大麥數次以小麥率二乘穀率一千
六百七十八石三斗二升得三千三百五十六石六
斗四升為實以穀率三石五斗為法除之得九百五
十九石四升為私種穀折小麥數次以官種四分大
麥二千三百四十石五斗七升七分升之一併私種
四分大麥九百五十九石四升得三千二百九十九
石六斗一升七分升之一為成年夏折大麥數次以
官種六分小麥二千三百四十石五斗七分七分升

之一併私種六分小麥九百五十九石四升得三千二百九十九石六斗一升七分升之一為成年夏折小麥數次以官種二分正色穀一萬三千六百五十三石三斗三升三分升之一併私種正色穀五千五百九十四石四斗得一萬九千二百四十七石七斗三升三分升之一合閭

戶稅均寬

閭州郡寬恤近將某縣下三等稅戶秋料餘欠錢米已

與蠲放共錢一千三百五十五貫七百六文米五千二百七十二石一斗九升某本縣下三等物力計三萬七千六百五十八貫五百文今來官員陳述本縣多有樂輸無欠之戶今蒙蠲放稅尾似反寬濶頑輸之戶於理未均遂議將樂輸三等戶於明年兩稅與照昨來體例減免契勘得三等無欠戶物力二十二萬八百一十五貫三百二十一文欲知每百文合減免錢米及共減各幾何

答曰每物力一百文放錢三文六分放米一升四
合明年兩稅放免錢七千九百四十九貫三
百五十一文五公五釐六毫米三萬九百一
十四石一斗四升四合九勺四抄

術曰以粟米衰分求之置原物力為法除原放錢米
得每百文物力所放錢米率以各率乘今來物力各
得錢米為明年兩稅合放數

算曰以原物力三萬七千六百五十八貫五百文為

法先除原放錢一千三百五十五貫七百六文定法
百文上得一文為商除得三文六分為物力百文所
放錢率次除原放米五千二百七十二石一斗九升
得一升四合為物力百文所放米率以今三等戶物
力二十二萬八千一十五貫三百二十一文徧乘所
放錢米二率得錢七千九百四十九貫三百五十一
文五分五釐六毫得米三萬九百一十四石一斗四
升四合九勺四抄為明年兩稅合放數

米穀粒分

問開倉受納有甲戶米一千五百三十四石到庫驗得
米內夾穀乃於樣內取米一掬數計二百五十四粒
內有穀二十八顆凡粒米率每勺三百令欲知米內
雜穀多少以折米數料貴及粒各幾何

答曰米一千三百六十四石八斗九升七合六勺
一百二十七分勺之四十八穀一百六十九
石一斗二合三勺一百二十七分勺之七十

九合折米八十四石五斗五升一合一勺
一百二十七分勺之一百三 原米折米共
計四十三億四千八百三十四萬六千四百
五十六粒

術曰以粟米求之衰分入之置樣米粒數為法以常
穀顆數減之餘與穀為列衰可約約之以共米乘列
衰為各實實如法而一各得米數穀數置穀數以粟
率折之為穀所折米次以勺率遍乘米數折米得粒

數

草曰置一捻樣粒數二百五十四為法以帶穀二十
八顆為穀衷以減法餘二百二十六為米衷此二衷
與法皆可約束等得二俱以約之法得一百二十七
米衷得一百一十三穀衷得一十四以米米一千五
百三十四石通乘二衷得一十七萬三千三百四十
二石為米實得二萬一千四百七十六石為穀實皆
如法一百二十七而一米得一千三百六十四石八

斗九升七合六勺一百二十七分勺之四十八穀得
一百六十九石一斗二合三勺一百二十七分勺之
七十九以粟率五十折之得八十四石五斗五升一
合一勺一百二十七分勺之一百三為穀折納米數
併二米得一千四百四十九石四斗四升八合八勺
一百二十七分勺之二十四先通分納子一十八萬
四千八十石以勺率三百粒乘之得五千五百二十
二億四千萬粒為實以母一百二十七除之得四十

十億四千八百三十四萬六千四百五十六粒不盡
八十八黍之合問



數學九章卷五下

欽定四庫全書

子部

數學九章卷六下

詳校官欽天監博士員古之雄

案臺郎臣倪廷梅履勘

總校官候補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

膳錄監生臣張龍圻

欽定四庫全書

數學九章卷六上

宋 秦九韶 撰

錢穀

課糴

問差人五路和糴據浙西平江府石價三十五貫文一百三十五合至鎮江水腳錢每石九百文安吉州石價二十九貫五百文一百一十合至鎮江水腳錢每石一貫二百文江西隆興府石價二十八貫一百文

一百一十五合至建康水脚錢每石一貫七百文吉
州石價二十五貫八百五十文一百二十合至建康
水脚錢每石二貫九百文湖南潭州石價二十七貫
三百文一百一十八合至鄂州水脚錢每石一貫七

百文

按草中係二貫
一百文此此說

其錢並十七界官會其米並用

文思院斛交量紐數欲皆以官斛計石錢相比貴賤

幾何

文思院斛每
斗八十三合

答曰文思院斛石錢安吉州二十三貫一百六十

四丈一十一分文之六平江府二十二貫七
十一文二十七分文之二十三隆興府二十
一貫五百七丈二十三分文之一十九漳州
二十貫六百七十九丈五十九分文之四十
九按三十九
說四十九吉州一十九貫八百八十五丈
十二分文之五

術曰以粟米互換求之置石價併水脚乘石數又乘
官斗合數為實各如本州合數而一各得官斛石錢

以課貴賤

草曰置安吉州石價二十九貫五百文平江石價三十五貫文隆興石價二十八貫一百文吉州石價二十五貫八百五十文漳州石價二十七貫三百文列右行次置水脚安吉一貫二百文平江九百文隆興一貫七百文吉州二貫九百文漳州二貫一百文列左行各對本州石價以兩行數併之得數安吉三十三貫七百文平江三十五貫九百隆興二十九貫八百

潭州二十九貫四百吉州二十八貫七百五十仍於
右行次以文思院官斗八十三合通乘之安吉州得
二千五百四十八貫一百文平江府得二千九百七
十九貫七百文江西隆興得二千四百七十三貫四
百文湖南潭州得二千四百四十貫二百文江南吉
州得二千三百八十六貫二百五十文各為實於右
得次列安吉斗一百一十合平江斗一百三十五合
隆興斗一百一十五合潭州斗一百一十八合吉州

斗一百二十合於左行為法以對除右行之實安吉
得二十三貫一百六十四文一十一分之二六平江得
二十三貫七十一文二十七分之二十三除興得
二十一貫五百七文二十三分之一十九漳州得
二十貫六百七十九文五十九分之二十九接三十九
說四十九吉州得一十九貫八百八十五文一十二分之二
之五相課石價其安吉州最貴平江次之隆興又次
之漳州又次之吉州最賤

折解輕齋

間有甲乙丙丁四郡各合起上供銀絹甲郡銀三千二百兩每兩二貫二百文足絹六萬四十匹每匹二貫文足去京一千里每擔一里傭錢六文足其時舊會每買五十四文足乙郡銀二千七百兩每兩二貫三百文足絹四萬九千二百匹每匹二貫四百二十文足云京九百八十里每擔一里傭錢四文二分足舊會價五十九文足丙郡銀四千兩每兩新會九貫三

百文絹七萬三千六百匹每匹新會一十貫三百文
去京二千里每擔一里傭錢八十文舊會丁郡銀二
千六百兩每兩五十一貫文舊會絹三萬二千三十
五匹每匹五十八貫文舊會去京一千五百里每擔
一里傭錢一百文舊會諸郡銀每五百兩絹每六十
匹新會每五千貫為擔欲並折新會均作三限起解
求各郡每限及本色原理折解實用寬餘傭錢各新
會幾何

按此題貫數分三項其一足數每千文為一貫
其一舊會數如甲以五十四文為一貫乙以五
十九文為一貫是也其一新會數為舊會數之
五倍如甲以二百七十文為一貫乙以二百九
十五文為一貫是也四郡或言足數或言舊會
數新會數並折新會數傭錢原以銀五百兩或
絹六十匹各為一擔今皆折新會數以五千貫
為一擔故有寬餘錢數題語多未詳而併為一

據勾尤混略為分析而銜草之意大概可見矣

答曰甲郡合解五十萬一百四十八貫一百四十

八文初限一十六萬六千七百一十六貫四

十九文次限一十六萬六千七百一十六貫

四十九文末限一十六萬六千七百一十六

貫五十文儲錢原理二萬三千八百四十五

貫九百二十五文二十七分文之二十五實

用二十二百二十二貫八百七十七文二十

七分文之二十一寬餘二萬一千六百二十
三貫四十八文二十七分文之四

乙郡合解四十二萬四千六百五十七貫六
百二十七文初限一十四萬一千五百五十
二貫五百四十二文初限一十四萬一千五
百五十二貫五百四十二文未限一十四萬
一千五百五十二貫五百四十三文備錢原
理一萬一千五百一十六貫四百二十八文

五十九分文之二十八實用一千一百八十

五貫一十文二百九十五分文之五寬餘一

萬三百三十一貫四百一十八文五十九分

文之二十七

按實用分子五十證為五寬
餘分子一十八證為二十七

丙郡合解七十九萬五千二百八十貫文初

限二十六萬五千九十三貫三百三十三文

次限二十六萬五千九十三貫三百三十三

文末限二十六萬五千九十三貫三百三十

四文傭錢原理三萬九千五百九貫三百三十三文三分文之一實用五千八十九貫七百九十二文寬餘三萬四千四百一十九貫五百四十一文三分文之一

丁郡合解三十九萬八千一百二十六貫文初限一十三萬二千七百八貫六百六十六文次限一十三萬二千七百八貫六百六十六文末限一十三萬二千七百八貫六百六十六

十八文 傭錢原理一萬四千一百七十三

貫五百文實用二千三百八十八貫七百五

十六文寬餘一萬一千七百八十四貫七百

四十四文

按傭錢原理六千說為四千寬餘三千說為一千

術曰以均輸求之置各郡銀絹乘各價併之歸足原
展足為舊會次以五約舊會為新會各得合解錢以
限數除之得每限錢不盡併歸末限次置里數乘每
里傭價為率以率乘原銀及原絹各為傭實以每擔

銀絹率各為法實如法而一不滿者亦為擔併之為
 原理傭錢次以率乘合解錢為實乃以錢物每擔率
 為法實如法而一各得實用傭錢以減原理傭錢餘
 為寬餘傭錢合問

數圖

三 ⁰⁰	甲銀兩	銀價足	絹匹	傭錢足	寬會陌
二 ⁰⁰					
丁三 ⁰⁰⁰					
二 ⁰⁰⁰					
一 ⁰⁰⁰					
				丁	
				三	

乙部銀兩

二丁〇〇

銀價足文

二〇〇〇

銅匹

〇〇〇〇

銅價足文

二〇〇〇

里

三〇〇〇

備錢舊會

三〇〇〇

舊會陌

三〇〇〇

丙部銀兩

三〇〇〇

銀價新會文

三〇〇〇

銅匹

二〇〇〇

銅價新會文

二〇〇〇

里

二〇〇〇

備錢舊會

三〇〇〇

丁部銀兩

二丁〇〇

銀價舊會文

二〇〇〇

銅匹

二〇〇〇

銅價舊會文

二〇〇〇

里

一〇〇〇

備錢舊會

一〇〇〇

草曰置各郡銀絹乘各價甲郡銀三千二百兩乙郡銀二千七百兩郡銀四千兩丁郡銀二千六百兩貫於右行甲郡銀兩價二貫二百足乙郡銀兩價二貫三百足丙郡銀兩價九貫三百新會丁郡銀兩價五十一貫舊會於左行對乘之甲得七千四十貫足乙得六千二百一十貫足丙得三萬七千二百貫新會丁得十三萬二千六百貫舊會又列置各郡絹甲六萬四千匹乙四萬九千二百匹丙七萬三千六百匹

丁三萬二千三十五匹於右行各郡絹匹價甲二貫
足乙二貫四百二十足丙新會十貫三百丁五十八
貫舊會於左行亦對乘之甲得一十二萬八千貫足
乙得一十一萬九千六十四貫足丙得七十五萬八
千八十貫新會丁得一百八十五萬八千三十貫舊
會乃併各郡銀絹價甲共一十三萬五千四十貫足
乙共一十二萬五千二百七十四貫足丙共七十九
萬五千二百八十貫新會丁共一百九十九萬六百

三十貫舊會甲以舊會價五十四文展足錢得二百五十萬七百四十貫七百四十文乙以舊會價五十九文展足錢得二百一十二萬三千二百八十八貫一百三十六文丙係新會丁係舊會令甲乙丁俱以五除之皆為新會甲得五十萬一百四十八貫一百四十八文乙得四十二萬四千六百五十七貫六百二十七文丙得七十九萬五千二百八十貫文丁得三十九萬八千一百二十六貫各為合解錢以限數

三除之甲得一十六萬六千七百一十六貫四十九文為初限次限數不盡一文增入次限數內共得一十六萬六千七百一十六貫五十文為末限數乙得一十四萬一千五百五十二貫五百四十二文為初限次限數不盡一文增入得一十四萬一千五百五十二貫五百四十三文為末限數丙得二十六萬五千九十三貫三百三十四文增入得二十六萬五千九十三貫三百三十四文

為未限數丁舊一十三萬二千七百八貫六百六十
六文為初限次限數不盡二文增入得一十三萬二
千七百八貫六百六十八文為未限數各以里數乘
傭錢各為率置甲郡一千里乙郡九百八十里丙郡
二千里丁郡一千五百里於右行次置甲郡傭錢六
文足乙郡傭錢四文二分足丙郡傭錢八文舊會
丁郡傭錢一百舊會於左行與右行對乘之甲得率
六置足乙得率四貫一百一十六足丙得率一百六

十貫舊丁得率一百五十貫舊於右行以率乘原銀
數各為傭實次置甲原銀三千二百兩乙銀二千七
百兩銀四千丁銀二千六百兩於左行與右行對乘
之甲得一萬九千二百貫乙得一萬一千一百一十
三貫二百文丙得六十四萬貫舊丁得三十九萬貫
舊皆銀傭置於右行次置甲乙丙丁每擔率銀五
百兩為法遍除左行甲得三十八貫四百足乙得二
十二貫二百二十六文四分足丙得一千二百八十

賈舊丁得七百八十貫舊為各郡銀傭錢列實寄別
行次置甲原絹六萬四千匹乙絹四萬九千二百匹
丙絹七萬三千六百匹丁絹三萬二千三十五匹為
左行與右行各率對乘之甲得三十八萬四千貫足
乙得二十萬二千五百七貫二百足丙得一千一百
七十七萬六千貫舊丁得四百八十萬五千二百五
十貫各為絹傭實次以四郡每擔絹率六十匹為法
除之甲得六千四百貫足乙得三千三百七十五貫

一百二十足丙得一十九萬六千二百六十六貫六
百六十六文三分文之二舊丁得八萬八十七貫五
百舊為各郡緡傭錢併入寄別行甲得六千四百三
十八貫四百足乙得三千三百九十七貫三百四十
六文四分足丙得一十九萬七千五百四十六貫六
百六十六文三分文之二舊丁得八萬八百六十七
貫五百舊列右行其甲舊會價五十四文五因之得
二百七十文足乙舊會價五十九文亦五因之得二

百九十五文丙以五丁亦以五於左行以對約右行
皆為新會甲得二萬三千八百四十五貫九百二十
五文二十七分文之二十五乙得一萬一千五百一
十六貫四百二十八文五十九分文之二十八丙得
三萬九千五百九貫三百三十三文三分文之一丁
得一萬六千一百七十三貫五百文並新會係四郡
原傭價錢次以原四郡率對乘四郡合解新會各為
實其甲率六貫足乘甲合解錢五十萬一百四十八

貫一百四十八文得三十億八十八萬八千八百八十貫其乙率四貫一百一十六足乘乙合解錢四十二萬四千六百五十七貫六百二十七文得一十七億四千七百八十九萬七百九十二貫七百三十二文足其丙率一百六十貫舊乘丙合解錢七十九萬五千二百八十貫得一千二百七十二億四千四百八十萬貫舊其丁率一百五十貫舊乘丁合解錢三十九萬八千一百二十六貫得五百九十七億一千

八百九十萬貫舊各為實乃以每擔率五千貫為法
而一甲得六百貫一百七十七文足不盡三千八百
八十貫文乙得三百四十九貫五百七十八文足不
盡七百九十二貫七百三十二文丙得二萬五千四
百四十八貫九百六十文舊會丁得一萬一千九百
四十三貫七百八十文舊會為各郡實用甲以二百
七十文約乙以二百九十五文約丙丁皆五約為新
會甲二千二百二十二貫八百七十七文不盡二百

一十文乙一千一百八十五貫一十文不盡五百丙
五千八十九貫七百九十二文丁二千三百八十八
貫七百五十六文各減原理甲餘二萬一千六百二
十三貫四十八文乙餘一萬三百三十一貫四百一
十八文丙餘三萬四千四百一十九貫五百四十一
文丁餘一萬一按二千七百八十四貫七百四十四
文合問

π○|||○○○

二||○○ 三||○○

π二|○○○○

二|||○○ 二π○○

三π二○○○○○

三|||○○ 三○○○

|三||上○○○○○

三|○○○ 二π○○

得四郎銀
價為寄行

兩行對乘

$$| = \text{III} \circ \circ \circ \circ \circ$$


1-IIIOT III OOO



II III • III••••

TETOO

—III≡III◦|||◦◦◦◦

|||

||| 10 |||

得四郡絹償
併前寄行

兩行亦對乘

一三〇〇〇〇〇〇

二〇〇〇〇〇〇〇

一三〇〇〇〇〇〇

二〇〇〇〇〇〇〇

一三〇〇〇〇〇〇

二〇〇〇〇〇〇〇

一三〇〇〇〇〇〇

二〇〇〇〇〇〇〇

二 |||| ○○ ± ||| ○ π ≡ ○

≡ |||| ○ ||| ○ ○ ○ ○

≡ |||

二 ||| = π ≡ | ≡ T

≡ |||| = π ≡ ○ ○ ○

≡ |||

π ≡ |||| = π ○ ○ ○ ○

π ≡ |||| = π ○ ○ ○ ○

一 π ≡ ± || ○ ○ ○ ○

一 π ≡ ± || ○ ○ ○ ○

| 上 下 上 | 上 〇 三 三

|

| 三 | 三 | 三 三 三 三

|

| 上 三 〇 三 三 | 三 三

|

| 三 上 〇 上 下 下

||

三 〇 〇 一 三 上 三 三

三 三 三 上 三 上 下 三

三 三 三 三 〇 〇 〇 〇

三 三 三 一 上 〇 〇 〇

得三限錢

四郡合解
新會各以
三限約之

≡||○○ ⊥○○○

⊥ —○○○

≡⊥○○ ≡|—⊥

|||≡ |||≡○

≡○○○ —⊥○○○○

≡○ 二○○○

≡⊥○○ —|||○○○○

—○○ —|||○○○

兩
行
對
乘

兩
行
對
乘

三三三〇〇

二二二二三

一二三〇〇〇

三三三〇〇〇

銀備錢
寄別行

一三三〇〇〇〇

一三三〇〇

二三〇〇〇〇〇

三三〇〇〇〇〇〇

三三〇〇
銀兩

|||≡|||○○○○○○○

┐≡○○○ ⊥○○○

||=||≡○±||○○

|||≡||○○ ≡|┐┐

|┐ ┐±┐○○○○○○○

┐≡┐○○ ┐┐○○○

≡┐○||||=|||○○○○○

||=○≡||| ┐|||○○○○○

⊥○

兩
行
對
乘

III ± IIII ○ ○

┐ ≡ ○ ○ ○ ○ ○

II = II = ┐ ≡

III ≡ II ≡ | = ○

| = III ○ ○ ○ ○

| ≡ ┐ = ┐ ⊥ ┐ ⊥ ┐

II

III

± III ○ ○ ○ ○

± ○ ○ III ± IIII ○ ○

銀
鑄
錢

兩
行
併
之

銅
鑄
錢

||±。 丁三||±||。。

||±|| ||±||±||丁三

|||| ||±||±||丁丁
||

|||| ±。±丁±|||。

右行

左行除

右行

左行

今欲變右行足錢舊會皆為新會故以五通乘
甲陌五十四得二百七十二乙陌五十九得二百
九十五

||||○○-|||≡|≡||

|||=|||⊥|||≡⊥=||

⊥≡||||=|||○○○○

||≡||-||⊥○○○

皆係新會
合解錢

=||≡|||≡|||=|||

≡|||

=||

一|≡|⊥|||=||

=||

≡||

≡||≡○○≡||≡||

||

-⊥-||≡|||○○

併新會
原備

三〇〇〇三三三三三〇〇〇

上〇〇〇

一三三三三〇三三三三三三三三三

三三一丁

一三三三三三三三三三三三三三三三三

一丁〇〇〇〇

三三三三一三三三三三三三三三三三三

一三三三〇〇〇〇

三三三三三三三三三三三三三三三三三

兩行對乘

上。○○。| ± π

三 ||| ± ||| ± π || || ± π ±。○○。

二 ||| ± ||| ± π ±。 ± π = π ± ||

一 ± ||| ± π ±。

其甲乙
有不盡
者不滿
擔不計
傭錢所
得各約
為新舊

|| 土。 上。 〇。 〇。 | 土 卅

|| 土 卅 卅 三 卅 土 卅 卅 土 卅

卅 二 卅 卅 土 卅 上。 〇

卅 一 | 土 卅 三 卅 土。 〇

左行

左行除右行

右行

二二三三三三三三三三三三

二二三

二二三

一三三三三三三三三三三三

二二三

三三三

三三三三三三三三三三三三

一

三

一三三一三三三三三三三

原理新會備錢

二二三三三三三三三三三三

二二三

二二三

一三三三三三三三三三三三

三三三

三三三

三三三三三三三三三三三三

二二三三三三三三三三三三

兩行相減

實用新會備錢

二 | 上 || 三 ° 三 卅
||
= 卅
| ° 三 || 一 || 一 卅
= 卅
三 ||
三 || 三 | 三 || 三 |
|
一 | 三 卅 三 卅 三 ||

寬餘備錢

按右數實用備錢內第二層乙條下子數卅。訖卅
原理備錢內末層丁條左第二數下訖卅寬餘
備錢內第二層乙條下子數卅訖卅末層丁條

左第二數川說一餘數俱合

數學九章卷六上

欽定四庫全書

數學九章卷六下

宋 秦九韶 撰

錢穀

就直推原

問房廊數內一戶日納一百五十六文八分足為準指
揮未曾經減者減三分已曾經減三分者減二分已
曾經減二分者更減二分今本戶累經減者欲知原
額房錢幾何

答曰原額三百五十文

術曰以裏分求之列一十分兩行各三位列減分對減右行以餘者相乘為法以左行原列相乘得納錢為實實如法而一得原額錢

草曰列一十三位於左行又列一十分三位於右行其右上減去初減三分右中減去次減二分右下減去更減二分右行餘七八八以相乘得四百四十八為法乃以左行三位一十分相乘得一千為乘率以

乘見日納錢一百五十六文八分得一百五十六貫
 八百大為實實如法而一得三百五十文為本戶原
 額戶錢

減
 三分

一〇
 分

一〇
 分

減
 二分

一〇
 分

一〇
 分

減
 二分

一〇
 分

一〇
 分

右行

左行

二

三

二

右行相乘為法

一 ○

一 ○

一 ○

左行相乘為法

三

法

三

三

三

三

乘率

三

以因率乘為納文

三

見納文

一

三

得原額○文

三三

實○○文

一三三三三

三三三六

推求本息

問三庫息例萬貫以上一釐千貫以上二釐五毫百貫
以上三釐甲庫本四十九萬三千八百貫乙庫本三
十七萬三百貫丙庫本二十四萬六千八百貫今三

庫共約到息錢二萬五千六百四十四貫二百文其
典率甲反雖差乙方雖差丙蕪蕪差欲知原典三例
本息各幾何

按此即哀分題也其差有反雖方雖蕪蕪之名
蓋以一二三遞減如立雖為反雖以一四九平
方遞加為方雖以一三六三數遞加為蕪蕪是
必古有其名也至以各差求各本則因各本原
依各差入之也

答曰甲庫共納息九千五十三貫大一釐息二千四百六十九貫大二釐半息四千一百一十五貫大三釐息二千四百六十九貫大

乙庫共納息一萬五十一貫大一釐息二百六十四貫五百文二釐半息二千六百四十五貫大三釐息七千一百四十一貫五百文丙庫共納息六千五百四十貫二百文一釐息二百四十六貫八百文二釐半息一千八

百五十一貫文三釐息四千四百四十二貫四百文
衍曰置諸庫諸色之差照釐率為三行縱併之為約
率橫命之為乘率以約率各約自庫之本各得以遍
乘未併乘率然後各以釐率橫乘之次以縱併之為
各庫共息

草曰置甲庫反錐差自下置三二一於右行次置乙
庫方錐差自上置一四九於中行次置丙庫蕤蔴差
自上置一三六於左行各為三庫上中下三等乘率

乃縱併甲差三二一得六為甲約率縱併乙差一四九得一十四為乙約率縱併丙差一三六得一十為丙約率直命九位數各為上中下乘率乃先以約率各約自庫之本乃以甲約率六約甲本四十九萬三千八百貫得八萬二千三百貫為甲得次以乙約率一十四約乙本三十七萬三百貫得二萬六千四百五十貫為乙得次以丙約率一十約丙本二十四萬六千八百貫得二萬四千六百八十貫為丙得以各

得乘未併乘率其甲所得八萬二千三百貫乘反錐
乘率三二一得二十四萬六千九百貫為上率得一
十六萬四千六百貫為中率得八萬二千三百貫為
下率其乙所得二萬六千四百五十貫以乘方錐差
一四九得二萬六千四百五十貫為上率得一十萬
五千八百貫為中率得二十三萬八千五十貫為下
率其丙所得二萬四千六百八十貫以乘簇簇差一
三六得二萬四千六百八十貫以乘簇簇七萬四千

四十貫為中率得一十四萬八千八十貫為下率然

後各以息釐數乘各庫三乘

此是變
文為庫

其中以一釐乘

上率二十四萬六千九百貫得二千四百六十九貫

為上息以二釐五毫乘中率一十六萬四千六百貫

得四千一百一十五貫為中息以三釐乘下率八萬

二千三百貫得二千四百六十九貫為下息併上中

下三息得九千五十三貫文為甲庫共息其乙庫以

一釐乘上率二萬六千四百五十貫得二百六十四

貫五百文為上息以二釐五毫乘中率一十萬五千
八百貫得二千六百四十五貫為中息以三釐乘下
率二十三萬八千五十貫得七千一百四十一貫五
百為下息併上中下三息得一萬五十一貫文為乙
庫共息其丙庫以一釐乘上率二萬四千六百八十
貫得二百四十六貫八百為上息以二釐五毫乘中
率七萬四千四十貫得一千八百五十一貫為中息
以三釐乘下率一十四萬八千八十貫得四千四百

四十二貫四百文為下息併上中下三息得六千五百四十貫二百文為丙庫共息併三庫共息得二萬五千六百四十四貫二百文為總息

甲庫反雖差

乘率

乘率

併此行得六

乙庫反雖差

乘率

又

併此行得十四

丁庫反雖差

乘率

下

併此行得十

上

中

下

甲約率

乙約率

丙約率

甲得文

二丁三三〇〇〇〇

乙得文

三三三〇〇〇〇

甲得文

三三〇〇〇〇〇

乙得文

三三三〇〇〇〇

甲約丁

乙約丁

下除中得上

下除中得上

三

二

一

||≡丁≡○○○○

||≡丁≡○○○○○

≡||≡○○○○○

一○

||≡T×○○○○○

|||

|⊥|||⊥○○○○○

|||

≡T×|||○○○○

≡||≡○○○○○

一

三

丁

二丁三三三三三三

一三三三三三三三

二三三三三三三三

二三三三三三三三

一 三三三三三三三三三三

二 三三三三三三三三三三

三 三三三三三三三三三三

四 三三三三三三三三三三

五 三三三三三三三三三三

六 三三三三三三三三三三

一 二 丁 三 四 五 六 七 八 九 十

一 二 三 四 五 六 七 八 九 十

一 二 三 四 五 六 七 八 九 十

一 二 三 四 五 六 七 八 九 十

一 二 三 四 五 六 七 八 九 十

一 二 三 四 五 六 七 八 九 十

一 二 三 四 五 六 七 八 九 十

一 二 三 四 五 六 七 八 九 十 〇 〇 〇 〇

二 下 三 四 五 六 〇 〇

一 二 三 四 五 六 七 八 九 十 〇 〇 〇 〇

一 二 三 四 五 六 〇 〇 〇

一 二 三 四 五 六 〇 〇

一 二 三 四 五 六 七 八 九 十 〇 〇 〇 〇

一 〇 〇 一 〇 〇 一 〇 〇 一 〇 〇

丙上息

二 三 上 三 〇 〇

中息

一 三 三 一 〇 〇

下息

三 三 三 二 三 〇

丙共息

丁 三 三 〇 〇

文

甲上息

三 〇 三 三 〇 〇

文

乙共息

一 〇 〇 三 一 〇 〇

文

丙共息

丁 〇 三 〇 〇

文

併此三項共息

得問題總數

易牒知原

換舊本此問
無題今增入

問出度牒差八營運每三道易鹽一十三袋鹽二袋易
布八十四尺布一十五尺易絹三尺半絹六尺易銀
七兩二錢今起到銀九千一百七十二兩八錢欲知
原闕度牒道數幾何

答曰度牒一百八十道

衍曰以粟米互乘易法求之列各數以本色相對如
鴈翅以多一事者相乘為實以少一事者相乘為法

除之

上五事相乘為實

度
三

一 三
鹽

一 三
布

丁
三

三 一 丁 二 三
銀

下四事相乘

草曰先以度牒三道乘鹽二袋得六以乘布一十五
得九十文乘絹六尺得五百四十乃乘銀九萬一千
七百二十八錢得四千九百五十三萬三千一百二
十錢為實次以鹽一十三袋乘布八十四得一千九
十二以乘絹三尺五分得三千八百二十二乃乘銀
七兩二錢得二十七萬五千一百八十四錢為法除
實得一百八十道為原闕度牒

粟米交易

按舊本此問
無題今增

問菽三升易小麥二升小麥一升五合易油麻八合油
麻一升二合易粳米一升八合今將菽一十四石四
斗欲易油麻又將小麥二十一石六斗欲易粳米問
各幾何

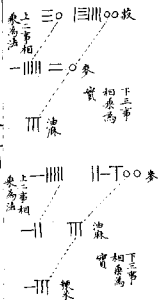
答曰油麻五石一斗二升 粳米一十七石二斗
八升

術曰以粟米換易求之置原易率本色對列如鴈翅
以多一事者相乘為實以少一事者相乘為法除之

各得或問數不干其率者不置

草曰置四色六數列六位率如鴈翅皆化為合先將
菽一十四石四斗化作一萬四千四百合乃對前二
句率數四位如鴈翅至欲稷止共五事為上圖
次將小麥二十一石六斗化為二萬一千六百合乃
對後兩句率四位鴈翅至欲稷止共五事為下圖
下圖其上圖以菽一萬四千四百合乘麥二十得二
十八萬八千又乘油麻八合得二百三十萬四千合

為油麻實次以穀三十合乘麥一十五合得四百五十合為法除之得五千一百二十合展為五石一斗二升為油麻具下圖以小麥二萬一千六百合乘油麻八合得一十七萬二千八百合又乘粳米一十八合得三百一十一萬四百合為粳米實以小麥一以五合乘油麻一十二合得一百八十合為法除之得一萬七千二百八十展作一十七石二斗八升為粳米



計米易麵

按舊本此問
無題今增

問庫率穀七石出米三石糯米一斗易小麥一斗七

升小麥五升踏麴二斤四兩麴一百一十斤醞糯米

一石三斗今有糲穀一千七百五十九石三斗八升
欲出穀做米易麥踏麴還自醞餘穀之米須令適足
各合幾何

答曰共穀一千七百五十九石三斗八升出穀九
百二十四石得米三百九十六石易麥六百
七十三石二斗踏麴三萬二百九十四斤餘
穀八百三十五石三斗八升醞米三百五十
八石二升

衍曰以粟米換易求之置諸率隨本色對列如屬起
有分者通之異類者變之以頭位者進求之以下位
退乘之得合數有對者相乘之無對者直命之為諸
率併上下無對者為法率諸率可約者又約之以今有物偏乘
諸率不乘法率各為實諸實並如法而一各得其已變者
復互易乘除之即得所求

草曰置糯穀七出米三於右行上副兩位次置糯米
一斗麥一斗七升於副行副中兩位次置小麥五升

踏麥二斤四兩於次行中次兩位次置麥一百一十
觔醞米一石三斗於左行次下兩位隨本色對列如
鴈翅訖乃驗次行二斤四兩是四分斤之一以母四
通次行兩位以子一內次行次位具中位得二次位
得九又驗左行下位是糯米是異類於糯米合變為
糯穀乃以問中首句率穀七米三變之以七因米一
石三斗得九石一斗於左下為穀却以米三因麴一
百一十斤為三百三十斤麴於左行得變圖數以左

行三百三十乘次行二得六百六十次以六百六十
乘副行一十得六千六百次以六千六百乘右上七
得四萬六千二百各於原位却以右行副位三因副
行一斗七升得五斗一升又以五斗一升乘次行九
得四百五十九又以四百五十九乘左下九十一得
四萬一千七百六十九列為合圖數乃驗合圖四行
其副中次三位有對以對相乘合之其右上左下無
對者直命之皆為率列右行上得四萬六千二百為

出糶穀率副位得一萬九千八百為得糶米率中得
三萬三千六百六十為易得麥率次得一萬五千一
百四十七為踏到麴率下得四萬一千七百六十九
為餘下糶穀率併上下率共得八萬七千九百六十九
為法率今六率共求等得一約之只得原率為率
國始用今有穀一千七百五十九石三斗八升皆化
為升徧乘五率不乘法率得八十一億二千八百三
十三萬五千六百升為出穀實得三十四億八千三

百五十七萬二千四百升為糯米實得五十九億二千二百七萬三千八十升為易麥實得二十六億六千四百九十三萬二千八百八十六為踏麴實得七十三億四千八百七十五萬四千三百二十二升為餘穀實具五實皆如法八萬七千九百六十九而一得九百二十四石為出穀得三百九十六石為做到糯米得六百七十三石二斗為易到小麥得三萬二百九十四斤為踏到麴得八百三十五石三斗八升

為餘下穀今將餘下穀變為米乃以乘率三因餘穀
 八百三十五石三斗八升得二千五百六石一斗四
 升為實以糶穀率七為法除之得三百五十八石二
 升為醞米



合圖

☰☷☰☷

☰☷☰☷ ☰☷

☰☷☰☷ ☰☷

☰☷ ☰☷☰☷

☰☷☰☷

四層相對
有者來之

率圖

☰☷☰☷ 出率

☰☷☰☷ 來率

☰☷☰☷ 參率

☰☷☰☷ 麤率

☰☷☰☷ 餘率

☰☷☰☷ 四數以問數各
併後五實
乘上五率

按衍中互乘進乘退乘對乘皆通分法也張邱
建云學者不患乘除之為難而患通分之為難
此衍曲盡其妙今各釋於後

第一圖互乘以右上穀七乘左下米一十三得
九十一應以右下米三除之方得穀數今不除
便如得穀數又以米三乘之矣故以米三乘麴
一十一得三十三與穀數九十一相當仍同於
麴一十一與米一十三相當也

第二圖左進來自下而上右退來自上而下左四位連乘至殺應以右上三位連乘之數除之得踏麴三十三所用殺數今不除為寄右上三位連乘之數為分母右四位連乘至殺即如麴三十三所醞殺數同寄右上三位連乘之數為分母也併之即如踏麴用殺麴所醞殺總數同寄右上三位連乘之分也

第三圖對乘左下一位麴數以前寄分母右上

三位連乘之數乘之即同寄一分母也左下二位相乘應以右上第三位除之得踏麴所用麥數不除為寄右上第三位麴數又以右上二位相乘之數乘之是應用麥數內同寄右上三位連乘之分母也左下三位連乘應以右中二位相乘之數除之得易麥應用米數不除為寄右中二位相乘之數又以右上第一位米數乘之是應用米數內同寄右上三位連乘之分母也

右總殺出殺餘殺易米易參踏麴六數皆同寄
一分母則用以乘除求得數即與本數無異故
以題中總殺數乘寄分母各數以寄分母總數
除之即得所求各數也

再此術不獨法之巧即圖式布置亦皆皆具精
義熟玩之可以得其往來變通之故原第三合
圖仍斜排為上圖第四率圖即各寄寄母數直
列為下圖今合圖改為正圖列於右各得寄母

數並列於左

實回運費

間有江西水運米一十二萬三千四百石原係鎮江交卸計水程二千一百三十里每石水腳錢一貫二百文今截上件米就池州安頓池州至鎮江八百八十里欲收回不該水腳錢幾何

答曰收回錢六萬二千一百七十八貫五百九十一文

衍曰以粟米互易求之置池州至鎮江里數乘水腳

錢得數又乘運米為實以原至鎮江水程為法除實得收回錢

草曰置池州至鎮江八百八十里乘每石水脚錢一貫二百得一千五十六貫文又乘運米一十二萬三千四百石得一億三千三十一萬四百貫文為實以原至鎮江水程二千一百三十里為法除實得六萬一千一百七十八貫五百九十一文為收回錢

三合均價

按舊本此問無題今增

問庫有三色金共五千兩內八分金一千二百五十兩
兩價四百貫文七分五釐金一千六百兩兩價三百
七十五貫文八分五釐金二千一百五十兩兩價四
百二十五貫文並欲煉為足色每兩工食藥炭錢三貫文
耗金九百七十二兩五錢欲知色分及兩價各幾何
答曰色十分

兩價五百三貫七百二十四文五百三十七
分文之二百一十二

術曰以方田及粟米求之置共數以耗減之餘為法
以三色分數各乘兩數併之為色分實以三色價數
各乘兩數為寄以工藥價乘共金併寄共為價實二
實皆如法而一即各得

草曰置共金五千兩減耗九百七十二兩五錢外餘
四千二十七兩五錢為法次置一千二百五十兩乘
八分得一萬分於上置一千六百兩以七分五釐乘
之得一萬二千分加上置二千一百五十兩乘八分

五釐得一萬八千二百七十五分又加上共得四萬
二百七十五分為分實次置一千二百五十兩乘四
百貫得五十萬貫為寄次置一千六百兩乘價三百
七十五貫得六十萬貫加寄次置二千一百五十兩
乘價四百二十五貫得九十一萬三千七百五十貫
又加寄次置共金五千兩乘工藥錢三貫得一萬五
千貫又加寄共得二百二萬八千七百五十貫為實
實二實並如法四千二十七兩五錢而一得其色一

十分其價每兩得五百三貫七百二十四文不盡一
 貫五百九十與法求等得七十五俱約之為五百三
 十七文之二百一十二

共金。

耗三三

法三三

中減上得

。

二兩

二兩

下法

。

上

。

上三三

中三三

下三三

自りこふん
事六下

上分
八分金〇兩
下
三分

〇 〇 〇
二 三

中來下得上

上分
得
〇分
七分半〇金兩

| 〇 〇 〇
| 二 〇 〇
一 下 〇

二三
分

次來下得
副併上

上分

|| = ○ ○ ○

得

| ≡ || ± ||| 分

八分半 ○ 金兩

二 | ≡

||| ≡ 分

次乘下得
剔以併上

色分實 分

||| ○ || ± |||

寄 ○ 文 八分金 ○ 兩

一 || ≡

○ 次分價

≡ ○ ○ ○ ○

次乘下得剔

奇。文。

得。文。

七分半。

金。

。文七分價。

|||| ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

丁 ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

一丁 ○

三 π 三 ○ ○

次乘下得

副併上

寄

一 | ○○○○○○○○

得

||||| ○○○○

文

分半

二 | |||

金兩

大八分半價

○ ○ ○
次乘下得

||| 副併上

|||

寄

二 ○ 二 ||| ||| ○○○○

得

一 ||| ○ ○ ○ ○ ○ ○

文

共金

||| ○ ○

二乘錢文

○ ○
次乘下得

||| 副併上

色寶分價寶。

大

法

金

色分而價

大

大

法

三

。

一

三

。

二

三

。

一

三

。

二

三

。

一

三

。

三

。

一

三

。

二

三

。

一

三

。

二

三

。

一

三

。

三

。

一

三

。

二

三

。

一

三

。

二

三

。

一

三

。

三

。

一

三

。

二

三

。

一

三

。

二

三

。

一

三

。

三

。

一

三

。

二

三

。

一

三

。

二

三

。

一

三

。

三

。

一

三

。

二

三

。

一

三

。

二

三

。

一

三

。

三

。

一

三

。

二

三

。

一

三

。

二

三

。

一

三

。

其色實餘盡得一十分為金色其價除得五百三貫
七百二十四文為十分金每兩價不盡一貫五百九
十文與法求等得七半俱以約之為五百三十七分
大之二百一十二



數學九章卷六下

欽定四庫全書

子部

數學九章卷七上

詳校官欽天監博士臣古之雄

靈臺郎臣倪廷梅校勘

總校官候補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

膳錄監生臣張龍圻

欽定四庫全書

數學九章卷七上

宋 秦九韶 撰

營建

計作清臺

間初築清臺一所正高一十二丈上廣五丈表七丈
下廣一十五丈表一十七丈其表當東西廣當南
北秋程人日行六十里里法三百六十步鑽土鍤
土每工各二百尺築土每工九十尺每擔土壤一

尺三寸往來一百六十步內四十步上下棚道築
高至少半其棚道三當平道五至中半三當七至
太半二當五踟躕之間十加一載輪之間二十步
定一逐今甲乙丙三縣差夫甲縣附郭稅力一十
三萬三千八百六十六乙縣去臺所一百二十里
稅力二十三萬七千九百八十四丙縣去臺所一
百八十里稅力三十一萬二千三百五十四俱以
道里遠近稅力多少均科之臺下鋪石脚七層先

用甃砌臺身次用甃疊砌轉道周圍五帶並濶六尺須令南北二平道東西三峻道相間始自臺之艮隅於東外道向南順升由巽隅以西左轉週迴厯北復東再升東裏道至巽隅乃登臺頂其東裏道艮隅與北平道兩隅及西道乾隅之高皆以強半其西道坤隅與南道兩隅東外道巽隅之高皆以五分之二峻道每級履高六寸其東裏道級數取弱半東外道級數取五分之二西道級數取強

半石長五尺濶二尺厚五寸甃長一尺二寸濶六寸厚二寸五分欲知土積定一逐步每工人到土及總用功各縣起夫甃石峻平道高長級數踏蹤各幾何

答曰土積一百五十四萬尺 定一逐步

一十八分步之五

按此條起共十條數皆誤

每工人

到土一百四十尺七百二十一分尺之一

百四十八 總用工四萬五千六百八十

六工 甲縣差一萬七千一百三十二工

乙縣差一萬五千二百二十九工 丙縣

差一萬三千三百二十五工 石四千三

百一十七片 甃一百一十四萬二千二

十四片 東裏道峻良隅高九丈巽隅高

一十一丈九尺四寸級五十踏踏蹤二尺

二寸九分 東外道峻良隅高六寸巽隅

高四丈八尺級八十踏踏蹤二尺一寸五

分 西峻道坤隅高四丈八尺乾隅高九丈級七十階踏蹤二尺一寸四分寸之九南平道高四丈八尺北平道九丈

按右答數中惟第一條土積未二條南北平道高三數無誤餘數俱有誤處其所以不合之故具詳草後

術曰以商功求之均輸入之倍臺上裏加下裏乘上廣為寄倍下裏加上裏乘下廣併寄乘高為土率如

六而一得堅積以築工尺為法除堅積得築工以寧
率乘堅積為實以堅率乘鎔鋏工尺半之為鋏法除
實得鎔鋏共工以壤率因堅積如堅率而一為壤積
求負土者先列全分及等至高諸母子以母互乘諸
子為寄左行以諸母相乘為寄母次列棚道全分及
所當鮮母行子以鮮母互乘行子為左行以鮮母相
乘以乘寄得數又以列位乘之為總母以左右兩行
諸子對乘之併之為總子其總母求等約之為定母

子以定子乘棚道為次以定母乘平道加次又以點蹶
之數身下加之又以載輪步乘定母併次為統數以定
母除統得定一返步亦為列土法

有分程
通為法

置程里通步

乘擔土尺有步母則又以步母乘之為到實實如法而
一得每工人到土亦為壤法以除壤積得負土工併前
鍤築二工為總用工以各縣日程數約稅力各得力率
副併為科法以共用工乘未併者各為科實實如法而
一各得縣夫求軌者倍轉道潤過加臺上下廣袤變名

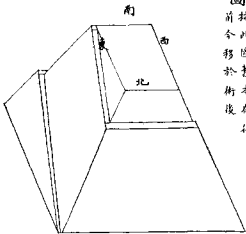
上下濶長以輓厚加臺高為臺直次列輓石長濶厚各相乘為輓石積法通廣袤如法乃倍上長加下長乘上濶為寄次倍下長加上長乘濶併寄共乘直得數減土率除如六而一為泛置南北道高子各乘臺高為實如各母而一得五道諸隅高以北道高減臺餘為上停高以南道高減北道高餘為中停高命南道高為下停高以履寸除諸高得級數以上長減下長餘半之為勾以勾乘南道高為實如臺高而一得底率以底率減下

長餘為底股以外道級數約底股得外道踏蹤又以底
率減底股餘為中股以勾乘中俾高為實如臺高而一
得中率以中率減中股餘為上股以西道級除上股得
西道踏蹤以勾乘上俾高為實如臺高而一得中率以
中率減中股餘為上股以西道級除上股得西道踏蹤
以勾乘上俾高為實如臺高而一得上率以上率併中
率共減上股餘為實如裏道級而一得裏道踏蹤次以
道濶併下長為補以南北道高併臺高乘補為需次上

廣減下廣餘為址以址乘南道高為實以臺高除之得
數減下廣餘為南道長以南長併下廣乘南道高加需
又以址乘北道高為實以臺高除之得數減下廣餘為
北道長以北道長併下廣乘北道高又加需共乘半道
濶得數併泛為共率以基腳層數乘石版厚為基高次
倍道濶併下濶乘下長為基率次以下廣乘下袤減基
率餘乘基高為石率以石率減共率餘為軌率以軌積
法除軌率得軌數以石級積法除石率得石版數

臺圖

前此國舊本在街
今移於街後



草曰倍上袤七丈得一十四加下袤一十七丈得三十四丈加上袤七丈得四十一乘下廣一十五丈得六百一十五併竇得七百七十乘高一十二丈得九千二百四十丈為土率以六除率一千五百四十丈以千尺通之按舊本誤為十八通之今改正為一百五十四萬尺堅積以築工九十尺除之得一萬七千一百一十一工九分工之一為築工次以穿率四因堅積得六百一十六萬尺為實以堅率三因饒缺工二百尺得六百

尺為法除實得一萬二百六十六工三分工之二為
 穿工次以壤率五因堅積得七百七十萬尺為壤積
 以三為母具圖如後

土積圖

土率
 ○ 丈
 三 二 三

堅積
 ○ ○ ○ ○ 尺
 三 三 三 三

壤積
 ○ ○ ○ ○ 尺
 二 二 二 二

壤母 三

土工圖

築上

| 上 | 一 | 子 |

母 卅

| 〇 || 上 下 穿下

子 ||

母 |||

求負土者先列全分一分之一

此按法自誤

及築至高少

半係三分之一中半係二分之一大半係三分之二

作兩行

築高分母圖

|| 太半母 || 中半母 || 少半母 | 全分母

上子 副子 次子 下子

乃以右行母互乘左行子左上得一十二副位得九
次得六下得一十八乃變右行名為寄子以諸母相
乘得一十八為寄母具圖如後

寄母

一 Ⅲ

Ⅲ

丁

一 Ⅲ

次以棚道全分及所當鮮母行子三當五及三當七
并二當五

||

|||

|||

—
余分

鮮母

右行

||||

||

||||

—
衍子

左行

上

割

次

下

乃以右行鮮母互乘左行衍子上得四十五割得四
十二次得三十下得一十八為右行以鮮母相乘得
一十八乃對寄左圖列之

三三

三

一三

解母

三〇

一三

行子

右行

一

三

一三

寄母

下

一三

寄子

左行

乃以左右兩行母子對乘之上得五百四十副得三

百七十八次得一百八十下得三百二十四母得三

百二十四

三三三
乘母

上

三三三

副

三三三

次

三三三

下

三三三

今以平分術入之併四子得一千四百二十二為總
予以列位四乘乘母三百二十四得一千二百九十
六為總母

|| 總子

二

|||

一

丁

≡

||

一

總母

|||

±

定子

丁

±

定母

乃以總母子求等得一十八俱約之總子得七十九為定

子總母得七十二為定母以定子七十九乘棚道四十步

得三千一百六十於次以棚道四十步減往來一百六十

步餘一百二十為平道以乘定七十二得八千六百四十

加次共得一萬一千八百又以跣蹠十加一放身下加一得一萬二千九百八十仍於次又以載二十步乘定母七十二得一千四百四十併次得一萬四千四百二十為統數以定母七十二除統數得二百步不盡約為一十八分步之五為定一逐步乃復通分內子得三千六百五為到法乃置程里六十以三百六十通之得二萬一千六百步乘擔上一尺三寸得二萬八千八十又以到母一十八乘之得五十萬五千四百四十尺為到實實如法除得一百四十

尺不盡七百四十與法求等得五約之為七百二十一分尺之
一百四十八為到土復通分內子得一十萬一千八十八又以
壤母三因得三十萬二千二百六十四尺為壤法次以到土
母七百二十一乘壤積七百七十萬尺得五十五億五千
一百七十萬尺為壤實實如法而一得一萬八千三
百六十二不盡一十四萬九千二百一十六與法求等
得三十二俱約之為一萬八千三百六十二九千四百
七十七分工之四千六百六十三為擔土工

通今圖	$\begin{array}{c} \text{攝工} \\ \text{上} \end{array}$ $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{上} \end{array}$ $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{上} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{穿工} \\ \text{上} \end{array}$ $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{上} \end{array}$ $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{上} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{攝工} \\ \text{上} \end{array}$ $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{上} \end{array}$ $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{上} \end{array}$
	子	子	子
母	母	母	母

攝平	$\begin{array}{c} \text{穿平} \\ \text{上} \end{array}$ $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{上} \end{array}$ $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{上} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{攝平} \\ \text{上} \end{array}$ $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{上} \end{array}$ $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{上} \end{array}$
	母	母

攝平	$\begin{array}{c} \text{穿平} \\ \text{上} \end{array}$ $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{上} \end{array}$ $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{上} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{攝平} \\ \text{上} \end{array}$ $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{上} \end{array}$ $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{上} \end{array}$
就母圖	就上母	

次列前土工圖築一萬七千一百一十一工九分工之一及穿工一萬二百六十六工三分工之二各通分內子築率得一十五萬四千穿率得三萬八百擔率一億七千三百四十九萬六千二百五按術當以通率圖諸母互乘諸率令驗擔母九千四百七十七可用築母九約亦可用穿母三約故從省以築母九約擔母九千四百七十七得一千五十三為築率乘數又以穿母三約擔母九千四百七十七得三千一百五十九為穿率乘數各以乘數乘本率名曰就母圖乃以九千四百七十七變名曰就母

先以築率一十五萬四千乘乘數一千五十三得一億六千二百一十六萬二千為築分次以穿率三萬八百乘乘率三千一百五十九得九千七百二十九萬七千二百為穿分就以擔率一億七千三百四十九萬六百二十五為擔分併三分共得四億三千二百九十四萬九千八百二十五為總工分實以就母九千四百七十七除之得四萬九千六百八十五工九千四百七十七分工之三千八十為總用功具圖如後

總用工

||||

子

○

就

下

總

全

|||| ||| 丁 三

三 ○ 三

三 ||| 二

|||| ||| ||| ||| ||| ||| |||

置各縣日程約稅力得力率副併為科法工置甲縣

力一十三萬三千八百六十六以一日程為之只得

此為甲率又置乙縣力二十三萬七千九百八十四

以二日約得一十一萬八千九百九十二為乙率又

置丙縣力三十一萬二千三百五十四以三日約得

一十萬四千一百一十八為丙率

甲力

一 川 三 卅 上 丁

一

乙力

二 川 上 卅 上 卅

日 卅

丙力

三 二 川 三 卅

日 卅

甲率

一 川 三 卅 上 丁

乙率

一 上 卅 上 卅

丙率

一 〇 三 上 卅

乃以總分四億三千二百九十四萬九千八百二十
五遍乘三縣定率為各實以就母九千四百七十七
乘併率二十四為科法甲得三十八億九千六百五
十四萬八千四百二十五乙得三十四億六千三百
五十九萬八千六百丙得三十億三千六十四萬八
千七百七十五各為實法得二十二萬七千四百四
十八為科法除各實具圖如後

甲寅

三三三丁三三三三三三三三三三

乙寅

三三三三三三三三三三三三三三三三

丙寅

三三三三三三三三三三三三三三三三

科法

三三三三三三三三三三三三三三三三

乃以科法除各實甲得一萬七千一百三十一工不

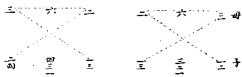
盡一十三萬六千七百三十七為甲縣工乙得一萬

五千二百二十八不盡二萬四百五十六為乙縣工
丙得一萬三千三百二十四不盡一十三萬一千六
百二十三為丙縣工諸縣不盡皆輦為一工甲合科
一萬七千一百三十二工乙合科一萬五千二百二
十九工丙合科一萬三千三百二十五工

按此以上所求擔土定一逐數誤其到土工數
及總用工數三縣合科工數皆誤蓋題言築臺
至少半至中半至大半當自平地至三分之一三

分之一至二分之一二分之一至三分之一三分之一至二分之一二至三
分之二至三至四共四段其分數自下而上逐層
數應取兩分數之較草中所列諸分子下設一
數上即列三分數其段數既不確又即用各分
子全數故求得棚道七十二僅當平道七十九
與題中所言二當五三當七當五之數顯然不
合矣今推步改正於後

法先求分子較以三之一為第一段分數以三



之一與二之一分母對乘得六分母互乘
分子三之一得六之二二之得六之三
減餘六之一得第二段分數以二之一與
三之二分母對乘得六分母互乘分子二
之一得三三之二得四相減餘六之一
為第三段分數以三之二與全臺
三分之三相減餘三之一為第四段
分數然後列四段母數於右子數於左



1. **Introduction**



Figure 1: Schematic representation of the experimental design. The figure shows five panels (a-e) illustrating the sequence of events in the experiment. Panel (a) shows a subject in a car with a camera. Panel (b) shows a subject in a car with a camera. Panel (c) shows a subject in a car with a camera. Panel (d) shows a subject in a car with a camera. Panel (e) shows a subject in a car with a camera.

三當五為第二段三當七為第三段

二當五為第四段以棚道數為分母以平

道數為分子分母連乘又互乘分子得

一十八為總分母第一段得一十八第

二段得三十第三段得四十二第四段得四十

五為各分子求等數得三編約之總母得六分

子第一段得六第二段得十第三段得一十四

第四段得一十五次列前後兩分母分子

2	2
2	2

各對乘得總母三十六分子第一段得一十
二第二段得一十第三段得一十四第四段
得三十併諸子得六十六為總子又求等得
六各約之得定母六為棚道數定子一十一
為平道數此即合全臺數總計凡棚道六當
平道一十一也乃以定子一十一乘棚道四
十步得四百四十步為次以棚道四十步減
一百六十步餘一百二十步為平道以定母

六乘之得七百二十步加次共得一千一百六十步以跬隔加一於身得一千二百七十六步又以載輪二十步乘定母六得一百二十步又加次共得一千三百九十六步為統數以定母六除之得二百三十二步又三分步之二為定一逐步乃復通分內子得六百九十八為到法乃置程里六十以三百六十步通之得二萬一千六百步乘上一尺三寸

得二萬八千零八十尺以到法分母三乘之
得八萬四千二百四十尺為到實以到法除
之得一百二十尺不盡四百八十約之為三
百四十九分尺之二百四十舊名到土復到
土復者一工每日所擔之堅土數也通分內
子得四萬二千一百二十以壤母三因之得
一十二萬六千一百六十尺為壤法次以到
土復母乘壤積七百七十萬尺得二十六億

八千七百三十萬又為壤實實如法而一得
二萬一千二百六十七工不盡一千八百八
十約之得三千一百五十九分工之四十七
為擔土工次列築工穿工擔工三數及分母
分子互乘以齊之

— — — — —

— 400 —

一〇二六六

三〇八〇〇

二 一 二 六 七 摺五

三一九四

六七一八五五〇〇 禧康

四八六四四 總工

五〇四 不運子

一五四〇〇〇 禁車

三五一 乘車

五四〇五四〇〇分

五〇八〇〇 穿車

〇五五 乘車

三二四三二四〇〇分

七一八二五〇〇 搭分

三一五九 司母

一五三六六八九〇〇 總分

列三工數各通分內子得築率一十五萬四千
穿率三萬零八百擔率六千七百一十八萬二
千五百驗擔母數築穿二母數皆可度盡用就
母法以築母除擔母得三百五十一為築束率
以穿母除擔母得一千零五十三為穿束率各
以束率乘本率得築分五千四百零五萬四千
穿分三千二百四十三萬二千四百擔率六千
七百一十萬二千五百即為擔分同以擔分

母為總分母乃併三分數得一億五千三百六十六萬八千九百分為實以總分母為法除之得四萬八千六百四十四工不盡二千五百零四約之不變即命為三千一百五十九分二之二千五百零四為總用工數次置三縣力役以里數遠近通之先以乙丙二里數求等得六十各約之乙得二丙得三以乙二偏乘甲丙以丙三偏乘甲乙得甲率八十萬零三千一百六十九

乙率七十一萬三千九百五十二丙率六十二萬四千七百零八三率求等得八萬九千二百四十四徧約之甲得乙得八丙得七各為率併率得二十四乃以工總分一億五千三百六十六萬八千九百分乘三縣各率得甲實一十三億八千三百零二萬零一百乙實一十二億二千九百三十五萬一千二百丙實一十億零七千五百六十八萬二千三百以就母三千

一百五十九乘併率二十四得七萬五千八百
一十六為科法除各實不盡者各進一工得甲
縣合科一萬八千二百四十二工乙縣合科一
萬六千二百一十五工丙縣合科一萬四千一
百八十九工

求軌者倍轉道並濶六尺得一大二尺遍加臺上下
廣袤變各為上下濶長以軌厚六寸加臺高

上廣 三寸

臺高

一 寸

上長 二寸

下廣 三寸

下長 一寸

上潤

三寸

臺高

一寸

上長 三寸

下潤

二寸

下長 二寸

先以輓長一尺二寸濶六寸厚二寸五分相乘之得
 一百八十寸為輓積法次列石版長五尺濶二尺厚
 五寸相乘得五千寸為石積法具圖如後

甄長一

甄濶下

甄厚三

甄法三

石長三

石濶二

石厚四

石法三

驗得諸法皆寸乃以變各圖上下長濶直按術求率

倍上長八百二十寸得一千六百四十寸加下長一

千八百二十寸得三千四百六十乘上濶六百二十

得二百一十四萬五千二百為寄次倍下長一千八

百二十得三千六百四十加上長八百二十得四千
四百六十乘下濶一千六百二十得七百二十二萬
五千二百併寄得九百三十七萬四百乘臺直一千
二百六寸得一百一十三億七十萬二千四百寸仍
為寄乃驗土積圖土率九千二百四十丈以一百萬
寸通之得九十二億四千萬寸以減寄餘二十億六
千七十萬二千四百寸如六而一得三億四千三百
四十五萬四百寸為泛

次置南道高五分之二北道高強半係四分之三及
臺原高一千二百寸具圖如後

○○ 泛

||| 南道高世

||| 北道高世

|| 子

||| 子

○○ 原臺
高

|| 一

乃以南道高子二乘原臺高得二千四百寸為南寔
以南道高子三乘原臺高得三千六百寸為北寔各

如本母而一得四百八十寸約為四丈八尺為南道
兩隅又為東外道巽隅高又為西道坤隅高所得九
百寸約為九丈為北道兩隅高又為西道乾隅高又
為東裏道艮隅高具圖如後

南道高

○

東外道巽隅高

西道坤隅高

十二

三

○

西道乾隅高

東裏道艮隅高

○

三

以北道高九丈減臺高一十二丈餘三丈為上停高
 以南道高四丈八尺減北道高九丈餘四丈二尺為
 中停高命南道高四丈八尺為下停高

○上停高

|||○

○中停高

|||二

○下停高

|||三

丁度板寸

東裏道板

○
|||

西道板

○
||

東外道板

○
||

三俾高皆如履級寸而一得五十為東裏道級數得
七十為西道級數得八十為東外道級數次以上長
八百二十寸減下長一千八百二十寸餘一千寸以
半之得五百寸為勾以乘南道高四百八十寸得二
十四萬寸為實如臺高一千二百寸而一半之按上下長
較已半得數又半之誤得一百寸為底率以率減下長一千八
百二十餘一千七百二十寸為底股以外道級八十
約之得二尺一寸五分為外道踏蹤又以底率一百

寸減底股一千七百二十寸餘一千六百二十寸為
中股乃以勾五百寸乘中脩高四大二尺得二十一
萬寸為實如臺高一千二百寸而一得一百七十五
寸為中率以中率減中股一千六百二十寸餘一千
四百四十五寸為上股以西道級七十除上股一千
四百四十五寸得二尺一寸四分寸之九為西道路
股又以勾五百寸乘上脩高三百寸得一十五萬寸
為實如臺高一千二百寸而一得一百二十五寸為

上率併中率一百七十五寸得三百減上股一千四百四十五寸餘一千一百四十五寸為實如裏道級五十而一得二尺二寸九分為裏道踏縱各得具圖以見如後

東外道踏縱

西道踏縱

東裏道踏縱

三

三

三

三

一

尺

二

尺

子

母

二

二

尺

次以道濶六尺併下長一千八百二十寸得一千八百八十寸為補以南北道高併臺高共得二千五百

八十寸乘補得四百八十五萬四百寸為需

按此二數不合

其法太疎故也

次以上廣五百寸減下廣一千五百寸餘一

千寸為址乘南道高四百八十寸得四十八萬寸為實以臺高一千二百寸除之得四百寸為減率以減下廣一千五百寸餘一千一百寸為南道長併下廣一千五百寸得二千六百乘南道高四百八十寸得

一百二十四萬八千寸加需又以址一千寸乘北道
高九百寸得九十萬寸為實亦如臺高一千二百而
一得七百五十以減下廣一千五百寸餘七百五十
寸為北道長併下廣一千五百得二千二百五十寸
乘北道九百寸得二百二萬五千寸又加需共得八
百一十二萬三千四百以半道濶三尺乘之得二億
四千三百七十萬二千寸併泛三億四千三百四十
五萬四百得五億八千七百一十五萬二千四百寸

為共率次以基脚七層乘石版厚五寸得三十五寸
為基高次倍道濶得一百二十併下濶一千六百二
十寸得一千七百四十乘下長一千八百二十得二
百一十六萬六千八百為基率次以下廣一千五百
寸乘下表一千七百寸得二百五十五萬減基率餘
六十一萬六千八百寸乘基高三十五寸得二千一
百五十八萬八千寸為石率以石率減共率餘五億
六千五百五十六萬四千四百寸為甃率以甃積法

一百八十寸除之得一

批按三

一百一十四萬二千二十

四片九分片之四乃以石積法五千寸除石率二千一百五十八萬八千寸得四千三百一十七片為石版不盡三十寸棄之不輦合問

按右草自求甃砌臺身積至級數皆無誤求踏蹤數有誤至求補數需數其法更多未合如題內云先用甃砌臺身次用甃砌轉道周圍五帶並濶六尺南北二平道東西三峻道如自臺下

民隅南升至巽西折行至坤北升至乾東折行
至艮復南升至巽乃登臺頂是南北二平道至
臺址皆如一面平堆形西峻道至臺址東裏峻
道至臺址皆上如一面三角斜堆下如一面平
堆形東外峻道至臺址如一面三角斜堆形法
當按各形取積草中取二平道皆如法至取峻
道乃以道濶併下長為補以南北道高臺高三
數併乘之為需然後以半道濶乘之為積其意

殊不可解然以數考之有差至三之一者又臺
身外四面甃砌各加六尺轉道東面加二層
三面各加一層是臺基長一十九丈四尺濶一
十八丈草中以下濶為一千七百四十寸差少
六尺下長仍用一千八百二十寸差少一丈二
尺皆踈漏之誤今自求踏蹤至末皆另步之
法以臺上長減下長餘一千寸半之得五百寸
為勾率以乘南道高四百八十寸得二十四萬

寸為竇如臺高一千二百寸而一得二百寸為
底率以減下長得一千六百二十寸為底股以
外道級八十約之得二尺零二分半為東外道
踏蹤又以底率減底股餘一千四百二十寸為
中底以勾率五百乘中俾高四百二十寸得二
十一萬寸如臺高寸而一得一百七十五寸為
中率以減中底餘一千二百四十五寸為中股
以西道級七十約之得一尺七寸七分又七分

分之六為西道踏蹤以中率減中股餘一千零七十寸為上底以勾率五百乘上停高三百寸得一十五萬寸如臺高而一得一百二十五寸為上率以減上底餘九百四十五寸為上股以裏道五十約之得一尺八寸九分為裏道踏蹤次以道濶加下長與下停高相乘得九十萬二千四百寸為倍東外峻道三角形立面中底與中停高相乘得五十九萬六千四百寸為倍上下

外濶相減餘一千寸以北道高乘之得九十萬
以臺高寸數除之得七百五十寸以減北下外
濶得九百九十寸為北道上濶與北下外濶相
加以北道乘之得二百四十五萬七千寸為倍
北道至臺址平堆形立面併倍二面數得三百
九十九萬三千寸又併前五數之共數得九百
九十六萬九千寸以半道濶三十寸乘之得二
億九千九百零七萬寸為共道峻道積又併前

砌臺身積三億四千三百四十五萬零四百寸
得總積六億四千二百五十二萬零四百寸為
共率次二因道濶與下長相加得一千九百四
十寸與南道下外濶一千八百寸相乘得三百
四十九萬二千寸又以原下廣一千五百寸下
袤一千七百寸相乘得二百五十五萬寸以減
外長濶相乘餘九十四萬二千寸以石基三十
五寸乘之得三千二百九十七萬寸為西峻道

上三角形立面中底下底併與下停高相乘得
一百五十五萬五千二百寸為倍西峻道下平
堆形立面上底上停高相乘得三十二萬一千
寸為倍東裏道上三角形立面上底下底併與
中停高下停高併相乘得二百六十萬零一千
寸為倍東裏道下平堆形立面併五數共得五
百九十七萬六千寸比舊草所用需數大一百
一十二萬五千六百寸次求南北平道立面先

以上下濶俱加三道濶得上外濶八百寸下外
濶一千八百寸上下外濶相減餘一千寸以南
道高乘之得四十八萬寸以臺高寸除之得四
百寸為減率以減下外濶得一千四百寸為南
道上濶與下外濶相併以南道高乘之得一百
五十三萬六千寸為倍南道至臺址平堆形立
面又以上下濶各加倍道濶得北上外濶七百
四十寸北下外濶一千七百四十寸北石率以

石率減共率餘六億零九百五十五萬零四百
寸為甃率以甃長濶厚連乘得一百八十寸為
甃法以石長濶厚連乘得五千寸為石法以甃
法除甃率得三百三十八萬六千三百九十一
片九分片之一為共用甃數以石法除石率得
六千五百九十四片為共用石數

堂隍程築

間有營造地基長二十一丈濶一十七丈先令七人築

堅三丈計功二日今涓吉立木有日欲限三日築了
每日合收杵手幾何

答曰日收五百五十五工三分工之一

衍曰以長乘濶又乘原日原人為實以限日乘築丈
數為法除之得人夫

草曰以長二十一丈乘濶一十七丈得三百五十七
丈又乘原二日得七百一十四又乘原七人得四千
九百九十八為工實以限三日乘原築三丈得九為

法除實得五百五十五工不盡三與法俱三約之為
三分工之一為日收五百五十五工三分工之一合
問

砌甃計積

間有交到六門甃一十五垛每垛高五尺濶八尺長一
丈其甃每片長八寸濶四寸厚一寸欲砌地面使用
堂屋三間各深三丈共濶五丈二尺書院六間各深
一丈五尺各濶一丈二尺後閣四間各深一丈三尺

內二間濶一丈次二間濶一丈五尺亭子地面之長
濶幾何

答曰見有一十八萬七千五百片今用一萬六千
四百六片四分片之一外餘一十七萬一千
九十三片四分片之三

術曰以少廣求之置各地面深濶相乘以間數若所
數乘之共為實執長濶相乘為執平法除得今用執
數次以執乘高長濶相乘為實却以執法乘厚得數

為輒積法除之得每垛輒數次以槩數乘之得見有
輒以減今用輒得餘輒

草曰置堂濶五丈二尺乘深三丈得一十五萬六千
寸於上又置書院深一丈五尺乘濶一丈二尺得一
萬八千寸又以六間乘之得一十萬八千寸加上共
得二十六萬四千寸併上又置後閣濶一丈併濶一
丈五尺得二丈五尺又以各二間乘之得五百寸以
乘各深一丈三尺得六萬五千寸加上得三十二萬

九千寸併上次置亭基一丈四尺自乘得一萬九千六百寸以一十所乘之得一十九萬六千寸又併上共得五十二萬五千寸為實以輒長八寸乘濶四寸得三十二寸為輒平法除之得一萬六千四百六片四分片之一為共用輒次置每垛高五尺乘濶八尺得四千寸又乘長一丈得四十萬寸為每垛實却以輒平法三十二寸乘厚一寸只得三十二寸為輒積法除之得一萬二千五百片又以十五垛乘之得一

十八萬七千五百片為見有甄內減今用甄餘有一
十七萬一千九十三片四分片之三為外餘无數合
問



數學九章卷七上

欽定四庫全書

子部

數學九章卷七下

詳校官欽天監博士臣張尚烈

臺臺郎臣倪廷梅履勘

總校官候補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

膳錄監生臣張龍圻

欽定四庫全書

數學九章卷七下

宋 秦九韶 撰

營建

計定城寨

問郡寨一城圍長一千五百一十丈外築羊馬牆開壕
長與城同城身高三丈面闊三丈下闊七丈五尺羊
馬牆高一丈面闊五尺下闊一丈開壕面闊三十丈
下闊二十五丈女頭鵲臺共高五尺五寸共闊三尺

六寸共長一丈鵲臺長一丈高五寸闊五尺四寸座
子長一丈高二尺二寸五分闊三尺六寸肩子高一
尺二寸五分闊三尺六寸長八尺四寸帽子高一尺
五寸闊三尺六寸長六尺六寸箭窻三眼各闊六寸
長七寸五分外眼比內眼斜低三寸取土用穿四堅
三為率週迴石版鋪城脚三層每片長五尺闊二尺
厚五寸通身用甃包砌下一丈九幅

按九幅即九層

中一丈

七幅上一丈五幅甃每片長一尺二寸闊六寸厚二

寸五分護嶮牆高三尺闊一尺二寸

按此句贊蓋下既論幅則不用

闊下當云每幅之闊為甌之長數

下脚高一尺五寸鋪甌三幅上一

尺五寸鋪甌二幅每長一丈用木物料永定柱二十

條長三丈五尺徑一尺每條栽埋工七分串鑿工三

分爬頭拽後木共八十條長二丈徑七寸每條作工

三分串鑿工二分擣子木二百條長一丈徑三寸每

條作工二分搬扛工二分維樞二千個每個長一尺

方一寸每個工七毫維索二千條長一丈徑五分每

條工九毫石版一十片匠一工搬一工每片灰一十
觔搬灰十觔用一工甃匠每工砌七百片石灰每甃
一觔蘆蓆一百五十領青茅五百束絲竿筊竹五十
條篙子水竹一十把每把二尺圍鑊手鋸手擔土杵
手每工各六十尺火頭一名受六十工部押壕寨一
名管一百二十工每工日支新會一百文米二升五
合欲知城牆堅積壕積壕深共用水竹樵索甃石灰
蘆茅人工錢米數各幾何

按題意掘土為壕以築城城身及羊馬牆身共積即壕身積語中未詳羊馬牆及壕周遠城外當長于城周題中未載距城尺數城牆用甃包砌當計三面題中只計一面皆屬疎漏護險牆應以甃長為闕題中復言闕之尺數柱木繩橛等徑方長短術草不用其數題中亦皆闕載未免冗繁然古商功之略猶可見焉故于草中就其所問之意而改正之

答曰城積二千三百七十八萬二千五百尺堅積
牆積一百一十三萬二千五百尺堅積

壕積三千三百二十二萬尺穿積 壕深八
丈 永定柱三萬二百條每條長三丈五尺
徑一尺 爬頭拽後木一十二萬八百條每
條長二丈徑七寸 搏子木三十萬二千條
每條長一丈徑三寸 絛輟子三百二萬個每
個長一尺方一寸 絛索三百二萬條每條

長一丈徑五分 蘆蓆二十二萬六千五百

領 青茅七十五萬五千束每束六尺圍

筴竹七萬五千五百竿 水竹一萬五千一

百把每把二寸圍 石版一萬五千一百片

城甃一千二百八十三萬三千四百九十

片 石灰一千二百九十八萬四千四百九

十觔 用工二百萬三千七百七十工 新

會二十萬三百七十七貫文 支米五萬九

十四石二斗五升

按右答數石版城甃石灰三數俱誤餘數亦多

偶合具詳草後

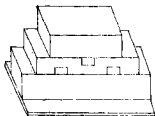
術曰以商功求之置城及牆上下廣各併之乘高進位半之各得每丈積率併之為共率先以每功尺除之又以諸色工各數乘之為土功丈率次置柱木椽索乘其母條段功得各共功次置城方一丈自之乘用甃總幅數為實以甃長乘原為則法除實得城身用甃次置鵠壹座子肩

子帽子各高闊長相乘為寄併之于上決箭窻眼高依差寸
求斜深虛積減寄餘為女頭甃實以則法乘甃闊為甃積法除
之得女頭臺用磚又置護險牆高以丈乘而半之又乘上下
幅共數為實以磚闊厚相乘為法除之得護險牆用甃併
三項用甃為都實以每功片為法除之得甃匠功以每丈用
石段數求石匠工以搬每丈石求搬石工以片用灰數乘都
甃得甃用灰以每丈石版數乘片用灰得石用灰併之為
甃石共灰以每工搬灰數除之得搬灰工併諸作工為實以

火頭壕寨每管人數各為法除之得各數又併之為都工然後以城圍通長偏乘諸項每丈率積灰各工料得共數

女頭圍

按舊圖在衙前其尺數多未合今改正移于此



草曰置城上廣三丈併

下廣七丈五尺得一十

丈五尺乘高三丈得三

千一百五十尺進位

按即

十尺得三萬一千五百

尺半之得一萬五千七百五十尺為每丈城積率置
羊馬牆闊五尺併下闊一丈得一十五尺乘高一丈
得一百五十尺進位得一千五百尺以半之得七百
五十尺為羊馬牆每丈積率併城牆二率得一萬六
千五百尺為共率以為實以鑿鉞擔工杵手各六十
尺為法除實得二百七十五工以四色因之得一千
一百工為鑿鉞擔土杵手工置永定柱二十條乘每
條栽埋工七分得一十四工又乘串鑿工三分得六

工計二十工為永定柱工置爬頭拽後木八十條乘
作工三分得二十四工又乘串鑿工二分得一十六
工計四十工為爬頭拽後木工置搏子木二百條乘
作工二分得四十工又乘搬扛工二分得四十工計
八十工為搏子木工置絛搬二千箇乘作工七毫得
一十四工絛索二千條乘作工九毫得一十八工計
三十二工為搬索共工乃以城牆女頭甃積求甃匠
工置城身方一丈自乘一百尺于上次置下九幅中

七幅上五幅併之得二十一幅乘上得二千一百尺

甃長有寸以寸通之為二十一萬寸為實

按此係誤應減去三

層石脚積餘為甃實方合

以甃長一十二寸乘厚二寸五分得三

十寸為則法

按則法即甃立長而數茲論幅數則不用求積也

除實得七千

片為城身甃數又置鵲臺高五寸乘闊五尺四寸得

二百七十寸又乘長一丈得二萬七千寸寄上又置

座子高二尺二寸五分乘闊三尺六寸得八百一十

寸又乘長一丈得八萬一千寸加寄又置肩子高一

又二寸五分乘闊三尺六寸得四百五十寸又乘長
八尺四寸得三萬七千八百寸又加寄又置帽子高
一尺五寸乘闊三尺六寸又乘長六尺六寸得三萬
五千六百四十寸又加寄共得一十八萬一千四百
四十寸共為寄其箭窻內外眼雖差三寸于斜深虛
積將盈補虧與直深等以窻闊六寸乘長七寸五分
得四十五寸又乘座闊三尺六寸得一千六百二十
寸為窻積

按箭眼三當三因
之此用一眼數誤

以減寄餘一十七萬九

千八百二十寸為實置甃則法三十寸乘甃闊六寸
得一百八十寸為甃則法除實得九百九十九片為
女頭鵲臺共甃又置護險牆高三尺乘每丈得三千
寸以牆法當半折之得一千五百寸又乘上下五幅
得七千五百寸為實次以甃厚二寸五分乘闊六寸
得一十五寸為甃法除實得五百片為護險牆甃次
併三項甃八千四百九十九片為每丈用甃都實以
每工七百片為法除實得一十二工七百分工之九

十九為甎工每丈用石版十片

按此條誤應用計一十六片二分

工搬石十片計一工甎每片用灰一觔命都甎即甎

用灰之數又置每丈用石版一十片每片用灰一十

觔相乘之得一百觔為石版用灰併甎用灰八千四

百九十九得八千五百九十九觔為甎石用灰數為

實以每工搬一千觔為法除之得八工一千分工之

四百九十九為搬灰工并石匠搬石二工通前列土

工一千一百定柱工二十爬頭拽後木工四十搏子

木工八十槓索工三十二甌工一十二工七百分工

之九十九

按此數誤

搬灰八工千分工之四百九十九

按此

數石匠搬石共二工

按此數誤

併諸作工餘分不同者合

分術入之共得一千二百九十四工七千分工之一

千四百八十九

按甌工差多一工石工差少一工故相併之工數無差分子則差少四千

八百五十二分

通分內子得一百二十九萬五千四百八十

九為衆工實置火頭每管六十人分母乘之得六萬

為法

按數誤分母七千乘六十應得四十二萬

除都工實得火頭二十一

人六萬分之三萬五千四百八十九壕寨每部一百
二十人就倍火頭法六萬為十二萬亦除眾工實得
壕寨十人十萬分之九萬五千四百八十九列兩餘
分及前諸作工餘七千分之一千四百八十九三項
以合分術入之得一工不盡五十萬四十億分之三
十萬二千三百六十九億四十萬分求等又約之為
八十四萬分之五十萬三千九百四十九分乃又併
之共得一千三百二十六工其餘分大約百分中之

五十九在半以上收為一工共定得一千三百二十

七工

按此數
偶合

為每丈都工然後以城通長徧乘乘諸

項置城長一千五百一十丈乘城率一萬五千七百

五十尺得二千三百七十八萬二千五百尺為城堅

積又以城長乘牆率七百五十尺得一百一十三萬

二千五百尺為牆堅積併城牆二積得二千四百九

十一萬五千尺又以墟率四因之得九千九百六十

六萬尺為實以堅率三約得三千三百二十二萬尺

為壕積以為實以壕闊三十丈併下闊二十五丈得
五十五丈以半之得二百七十五尺乘壕長一千五
百一十丈得四十一萬五千二百五十尺為壕法除
實得八丈為壕深求工料共數如術以城通長偏乘
丈率工永定柱爬頭拽後木搏子木橛子木絰索蘆
簾篁竹水竹青茅城甃石版石灰各得以共工乘日
支錢米得共錢米更不立章

按草中法數有不合者逐條改正如左

一題言城脚週迴鋪石版三層通身用甃包砌
應于先求得一丈自乘幅數再乘之二十一
萬寸數內減去三層石脚之一萬三千五百
寸餘一十九萬六千五百寸為甃實以甃則
三十寸除之得六千五百五十觔為甃數草
中即以全積為甃實故得數差多四百五十
片

一女頭鵲臺全積一十八萬一千四百四十寸

一箭窗虛積一千六百二十寸三眼應三因
之得四千八百六十寸以減全積餘一十七
萬六千五百八十寸為實以一甎積一百八
十寸除之得九百八十一片為甎數草中只
減一眼虛積故得數差多一十八片

一併城牆鵲臺護險牆三甎數得共用甎八千
零三十一片草中差多四百六十八片

一題言城脚鋪石版三層應以甎闊六寸乘九

幅得五十四寸以一丈乘之得五千四百寸
三因之得一萬六千二百寸為實以石之長
闊相乘得一千寸為法除之得一十六片二
分草中並無求法但云每丈用石版十片差
少六片二分

一石每片用灰十觔甃每片用灰一觔每丈石
用灰一百六十二觔甃用灰八千零三十一
觔二共用灰八千一百九十三觔草中石用

灰差少六十二觔用灰差多四百六十八觔二共用灰差多四百零六觔

一石十片二工輒七百片一工灰十觔一工每丈應用石工三工二分四釐輒工一十一工七百分工之三百三十一灰工八工千分工之一百九十三併之又併土工一千一百工定柱工二十工爬頭木工四十工搏子木工八十工樞索工三十二工共得一千二百九

十四工七千分之六千三百四十一草中分
子為一千四百八十九差少四千八百五十
二分

一求大頭工應以共工分母通工數內子為實
以分母通所受六十人為法除實得火頭二
十一工又一十四萬分工之八萬一千四百
四十七草中誤以千分通之故分母子數不
合求壕寨應仍用前實以分母七千通所管

一百二十人為法除實得壕寨十工又二十八萬分之二十二萬一千四百四十七草中
同前誤分母子數不合

一前共工火頭壕寨三分數通而併之得二工
又二十八萬分之七萬七千九百八十一然
後總併之得一千三百二十七工又二十八
萬分工之七萬七千九百八十一其分子不
及分母十之三乘之即以一千三百二十七

工為定數草中分子僅進一工餘數及十之六又進一工故所得定工數亦同

一共用石版二萬四千四百六十二觔答數內差少九千三百六十二觔

一共用輓一千二百一十二萬六千八百一十觔答數內差多七萬零六百六十八觔

一共用灰一千二百三十七萬一千四百三十觔答數內差多六十一萬三千六十觔

右十餘條皆依舊草正其舛訛至立法之疎密未暇論也

樓槽功料

間築城合蓋樓槽六十處每處一十間護險高四尺長三丈厚隨軌長卧牛木一十一條長一丈六尺徑一尺一寸搭腦木一十一條長二丈徑一尺看壕柱一十一條長一丈六尺徑一尺二寸副壕柱一十一條長一丈五尺徑一尺二寸掛甲柱一十一條長一丈

三尺徑一尺一寸虎蹲柱一十一條長七尺五寸徑
一尺仰艚板木四十五條長一丈徑一尺二寸平面
板木三十五條長一丈徑一尺二寸串掛枋木七十
三條長五尺徑一尺仰板四八板結砌三層計六十
片每片用灰半觔共用紙觔一百觔牆板長一尺二
寸闊六寸厚二寸半中板瓦七千五百片一尺釘八
箇八寸釘二百七十箇五寸釘一百箇四寸釘五十
箇丁環二十箇用工三百九十六人欲知共用工料

各幾何

按護險溝每軌一片
用反一肋題內缺

答曰卧牛木六百六十條

搭腦木六百六十條

看壕柱六百六十條

副壕柱六百六十條

挂甲柱六百六十條

虎蹲柱六百六十

條 串挂枋四千三百八十條 仰板木二

千七百條 平板木二千一百條 城軌四

萬八千片 四八軌三十六萬片 石灰二

十萬八千觔 紙觔六千觔 中板瓦四十

五萬片 丁環一千二百箇 一尺釘四百
八十箇 八寸釘一萬六千二百箇 五寸
釘六千箇 四寸釘三千箇 用工二萬三
千七百六十人

術曰以商功求之置牆高乘長得寸為實以輒闊乘
厚為法除之得用輒及用灰以處數並乘諸工料得
總用工料

草曰置牆高四尺通為四十寸置長三丈通為三百

寸相乘得一萬二千寸為實以甃闊六寸乘厚二寸五分得一十五寸為法除之得八百片為牆甃又為灰并四八甃灰三千觔共灰三千八百觔乃以六十處偏乘總用工料卧牛木搭腦木看壞柱副壞柱挂中柱虎蹲柱仰板木平板木串挂枋木四八甃城甃石灰紙觔中板瓦一尺釘八寸釘五寸釘四寸釘釘環工數各項總數在前

計造石壩

問創石壩一座長三十丈水深四丈二尺令而闊三丈
石版每片長五尺闊二尺厚五寸用灰一十觔每層
高二尺差闊一尺石匠每工九片搬扛五片用工四
人搬灰兼用每工一百一十觔火頭每名管六十人
部押每名管一百二十人所用石須依原段不許鑿
動欲知壩下闊及用石并灰共工各幾何

答曰壩下闊五丈 石版一十萬八千片 石灰
一百萬八千觔 用夫一十萬三千五百二

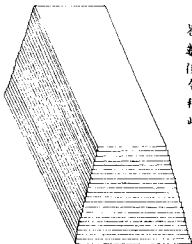
十八工十一分工之八

術曰以商功求之招法入之置層高尺數乘面闊及長為初率次以差闊尺數乘高又乘長為次率却以石版長闊厚相乘為法以除二率各得石版為上積及次積置深以層高尺數約之得層數對二積列之一行各添一撥天地數各以累乘對約之得乘率以對上次積併之為石版以每觔用灰乘石為灰數以匠工片數約版得石匠以撥夫數乘石版為實以扛片數為法除之得人數以撥用灰數

除灰得人數併諸工以火頭管數約之為火頭半之為部

押石壩圖

按此圖舊本在
答數後今移此



草曰置層高二尺而闊三丈相乘得六十尺又乘長三十又得一萬八千尺為初率次以差闊一尺乘高二尺又乘長三十丈得六百尺為次率却以石版長五尺闊二尺厚五寸相乘得五尺為法以除二率得三千六百片為初積一百二十片為次積列右行置深四丈二尺以每層二尺約之得二十一層乘初積三千六百片得七萬五千六百片子上次置二十一層減一餘二十以乘二十一層得四百二十半之得

二百一十乘次積一百二十觔得二萬五千二百
片加入上共得一十萬八百片為石版數次置二
十一層減去一餘二十以差闊一尺乘之得二丈
併上闊三丈共得五丈為下闊之數又置石一十
萬八百片以每工九約得一萬一千二百置石版
數以搬扛四人乘之得四十萬三千二百為實以
五片為法除之得八萬六百四十工又置石版數
以每片用反一十觔乘之得一百萬八千觔為反

實以每人摠用一百一十觔約之得九千一百六十三工一十一分工之七為灰工手上又併石版工一萬一千二百及併搬扛工八萬六千四百工加上共得一十萬一千三工一十一分工之七通分內子得一百一十一萬一千四十為實置火頭每名管六十工以乘分母一十一得六百六十為法除實得一千六百八十三工不盡二百六十與法約之為三十三分工之一十三為火頭工數半之

得八百四十一工三十三分工之二十三為部押壕
寨數今衆工下十一分工之七以母十一除火頭分
母三十三得三以三因衆工下母子為一十萬一千
三工三十分工之二十一併三項母子得一十
萬三千五百二十九工分子五十七滿母三十
三收一工餘二十四與母各三約為十一分工
之八為共用一十萬三千五百二十八工十一分工
之八

||

≡○

⊥○

|||○○

|⊥○○○

|

||

|||○○

⊥○○

||||

||

○ |||

二

一

三 丁 〇 〇

一 三 〇 〇 〇

三

二

一 〇

丁 〇 〇

二

三 三 三 三

III = 0

II

II - 0

I = 0

= I

=

= I

I

II III T 0 0

III T 0 0

= I

三〇

三〇

三三〇〇

一〇〇三〇〇

二〇

三三〇〇

三

二〇

一〇〇三〇〇

一〇〇〇

一

一〇〇三〇〇

三

三〇三〇〇

三

三〇三〇

一〇

三〇三〇〇

一〇〇三〇〇

一〇

三〇三〇

三〇

一〇

三三 | 上三

三

一

一 | 一〇〇

三〇上三〇

一〇一〇〇 |||

三

一

一 | 一〇 |||

上〇

一

一丁三

一

三

一丁三

一三

一丁三

丁

一丁三

丁

丁

二

一〇一〇〇 III
II
-I

-T ± III
- III
≡ III

III ≡ I
= III
≡ III

一〇三 III = III
= III
III

III ≡ I

III = 〇

- III = 〇

≡ 〇

III ≡ I

= III

≡ III

築埂均功

問曰縣共興築圩埂長三十六里半甲縣出二千七百
八十人乙縣出一千九百九十人丙縣出一千六百
三十人丁縣出一千三百二十人其甲縣先差到一
千五百四十四丙縣先差到九百六十五夫欲知各
合賦役埂長幾何

里法三百六十步

築曰甲先到人築二千六百二十八步

計七里一百八步

丙先到人築一千六百四十二步半

計四里二百二

步
半

術曰以商功求之置里通步作尺為積率併諸縣人數為均法法與率可約者約之以科率各乘先到人為實皆法而一各得先築里步為先賦埂長續到人合賦功準此求之

草曰置三十六里五分以里法三百六十步通之得一萬三千一百四十步又以步五尺乘之得六萬五千七百尺為長率併甲乙丙丁縣四縣合科人得七

千七百二十為均法合法與率可求等得二十以約之率得三千二百八十五法得三百八十六以長率三千二百八十五尺乘甲縣先到人一千五百四十人得五百七萬二千四十人為甲實實如法三百八十六而一得一萬三千一百四十尺以步五尺約之得二千六百二十八步為甲縣先到人所築積步又以長率三千二百八十五乘丙縣先到人九百六十五人得三百一十七萬二千五百尺為丙實實如法

三百八十六而一得八千二百一十二尺五寸以步
法五尺約之得一千六百四十二步半為兩縣先到
人所築步

計浚河渠

開開通運河就土築堤令面廣六丈底廣四丈上流深
八尺下流深一丈六尺長四十八里其堤下廣二丈
四尺上廣一丈八尺與河等未知高以墟四堅三為
率秋程入功每名自開運築墟堅共積常六十尺築

堤至半為棚道取土上下工減五分之一限一月畢
欲知河積及堤積尺共用工并日役工數及堤高各
幾何

答曰河積六千二百二十萬八千尺 堤積四千
六百六十五萬六千尺 堤高二丈一尺七
分尺之三 共用工二十四萬四千九百四
十四 日役工八千一百六十四五分工之

四

按共用工日用工二數俱誤若以其工分工積則每工各得四百四十四尺餘其不合明矣辨詳草後

術曰以商功求之併河上下廣于上併河上下流深乘之又以長乘為實以四為法除得河積以堅率乘河積為實以壩率為法除得堤積併堤上下廣乘堤長半之為法除堤積得堤高併河堤二積以棚道母半之副置以棚道減工子乘之以棚道減工母除之

得數以併其副共為寄以子減母餘乘常尺為增
子以母乘常尺為增分併增分增子乘寄倍為用
工實以增分乘增子又乘限月日為法除實得用人
工數

算曰置河上廣六丈併底廣四丈通之折半得五十
尺于上又置河上流深八尺併下流深一丈六尺併
之折半得一十二尺以乘上數得六百尺為次置長
四十八里以尺里法二千一百六十通之得一十萬

三千六百八十尺得堤河長以乘次得六千二百二十萬八千尺為河積以堅率三因河積得一億八千六百六十二萬四千尺為實以穿率四為法除之得四千六百六十五萬六千尺為堤積置上廣一丈八尺下廣二丈四尺併之為四十二尺以乘堤長一十萬三千六百八十尺得四百三十五萬四千五百六十尺以半之得二百一十七萬七千二百八十尺為法除堤積得二十一尺為堤高不盡九十三萬三千

一百二十與法求等得三十一萬一千四十俱約之
為七分尺之三次置河積六千二百二十萬八十尺
併堤積四千六百六十五萬六千尺得一億八百八
十六萬四千尺以棚道築至半是二除之得五千四
百四十三萬二千尺副之先以減工之子一按此以下法皆

誤乘之只得此數為實乃後以減工母五為法除之
得一千八十八萬六千四百尺併副五千四百四十
三萬二千尺共得六千五百三十一萬八千四百尺

為寄以折減工五分之一以子一減母五餘四以乘
常尺六十得二百四十尺為增子以母五乘常尺六
十得三百尺為增分以二增併之得五百四十乘寄
得三百五十二億七千一百九十三萬六千尺以半
之得一百七十億三千五百九十六萬八千尺為用
工實按此下又有脫誤得八千一百六十四為每日人工數
不盡一百七十二萬八千與法求等四十三萬二千
俱約之為五分工之四得每日用工八千一百六十

四工五分工之四復通分內子得四萬七百二十四
以三十日乘之得一百二十二萬一千七百二十為
寔仍以母五約之得二十四萬四千三百四十四工
為共用工合問

按草中求堤積至密至捷誠數家之要法也至
減工子母乘除而下則法與數皆有誤焉蓋題
言棚道減工五分之一是棚道為平道四分之
五也四為分母五為分子應以分子五乘上下

積五千四百四十三萬二千尺得二億七千二百一十六萬尺以分母四乘副半積得二億一千七百七十二萬八千尺併之得四億八千九百八十八萬八千尺為實以分母四乘常尺六十得二百四十尺為法除實得二百零四萬一千二百工為共工數以一月三十日除之得六萬八千零四十工為每日工數或置分子五乘上半積之得數于上又併分子母得九乘常尺

六十得五百四十尺乘上數得一千四百六十
九億六千六百四十萬尺為實以分母四乘六
十尺得二百四十尺為增母以分子五乘六十
尺得三百尺為增子增母子相乘得七萬二千
尺為法除實得共工數亦與前同此特不用副
半積數然不若前法之省草中以五為分母以
一為分子母子既以顛倒而又以餘分為分子
後雖易一為四而母子之名未正故其中累乘

累除之數漫無可據而所差甚遠也

園田先計

間有草蕩一所廣三里縱一百一十八里夏日水深二尺五寸與溪面等平溪闊一十三丈流長一百三十五里入湖冬日水深一尺欲起此時開裡成田于蕩中順縱開大港一條磬折通溪順廣開小港二十四條其深同其小港闊比大港六分之一大港深比大港面三分之一大小港底各不及面一尺取土為埂

高一丈上廣六尺下廣一丈二尺蕩縱當溪其岸高
廣倍其埂數上下流各立斗門一所須令田內止容
水八寸遇餘水復溪入湖里法三百六十步步法五
尺欲知田積埂土積大小港底面深闊冬夏積水田
港容水過水溪面泛高幾何

按題意掘土為港即以其土四邊為埂當溪者
高闊倍之餘三邊等語皆未詳

答曰田積一千八百六十六頃八畝二十四步

埤土積九百六十五億五千二百萬立方寸

大港面闊六丈一尺七寸 底闊六丈七

寸 深六尺八寸 小港面闊一丈二寸六

分寸之五 底闊九尺二寸六分寸之五

深六尺八寸 夏積水二萬八千六百七十

四億立方寸 冬積水一萬一千四百六十

九億六千萬立方寸 田容水九千七十二

億六千九百一十二萬立方寸 港容水九

百六十五億五千二百萬立方寸

港上者在田內

邊出水一萬八千六百三十五億七千八百八十八萬立方寸溪面泛高一尺三寸一十三萬一千六百二十五分寸之一萬四千四百一十一

按題言大港深比大港面三分之一答數中大港面六丈一尺七寸深六尺八寸是九之一不足而非三之一矣此數與題不合以下俱誤

[illegible]

草曰先通步法為五十寸通三百六十步得一萬八千寸為里法以里法通蕩廣三里得五萬四千為廣率又通蕩縱一百一十八里得二百一十二萬四千為縱率以縱併廣率得二百一十七萬八千為和以縱率乘廣率得一千一百四十六億九千六百萬為寄三因縱率二百一十二萬四千得六百三十七萬二千于上倍和二百一十七萬八千得四百三十五萬六千加上得一千七十二萬八千為段次以埂上

廣六尺併下廣一丈二尺得一十八尺乘半埂高五十寸得九千寸又乘畧一千七十二萬八千得九百六十五億五千二百萬為土積亦為港容水以港闊母六因土積得五千七百九十三億一千二百萬為實以闊子一乘小港二十四條又乘廣率五萬四千得一百二十九萬六千為泛以闊母六因縱率二百一十二萬四千得一千二百七十四萬四千併泛得一千四百四萬為隅開平方

按大港闊六分差一尺小港闊一分差一尺故

此法不
免有差得二百三寸不盡七百三十七萬六千四百

收為所得一寸乃得二百四寸為堦以深子一乘之

以深母三除得六尺八寸為大小港等深次以深母

三因堦二百四寸得六百一十二寸為實如深子一

而一得六丈一尺二寸為中以不及一尺半之得五

寸加中得六丈一尺七寸

按如此則不
成分數矣

為大港面闊

如母六而一得一丈二寸六分寸之五為小港面以

不及一尺各減大小港面得六丈七寸為大港底得

九尺二寸六分寸之五為小港底次以埂下廣一丈
二尺乘段一千七十二萬八千寸得一十二億八千
七百三十六萬為址以大港面六丈一尺七寸乘隅
一千四百四萬得八十六億六千二百六十八萬為
實以闊母六除之得一十四億四千三百七十八萬
為港平以併址一千二億八千七百三十六萬得二
十七億三千一百一十四萬減寄一千一百四十六
億九千六百萬餘一千一百一十九億六千四百八

十六萬為田積寸以步法五十寸自乘得二千五百
除積寸得四千四百七十八萬五千九百四十四步
為田積步以畝法二百四十步約之得一千八百六
十六頃八畝不盡二十四步為田積以址一十二億
八千七百三十六萬減寄一千一百四十六億九千
六百萬餘一千一百三十四億八百六十四萬乘令
容水八寸得九千七十二億六千九百一十二萬為
田容水次以夏水深二尺五寸乘寄一千一百四十

六億九千六百萬得二萬八千六百七十四億寸為
夏積水次以冬水深一尺乘寄得一萬一千四百六
十九億六千萬寸為冬積水乃以田容水九千七十
二億六千九百一十二萬併港容水九百六十五億
五千二百萬得一萬三千八百一十二萬
減夏積水二萬八千六百七十四億寸餘一萬八千
六百三十五億七千八百八十八萬為遏出水當以
八節乘之歲日三百六十除之為實今從省先以八

節約歲月三百六十得四十五為率次以里法一萬
八千寸通流長一百三十五里得二百四十三萬又
乘溪闊一十三丈得三十一億五千九百萬以乘除
率四十五得一千四百二十一億五千五百萬為法
除遏出水一萬八千六百三十五億七千八百八十
八萬得一尺三寸為溪面泛高不盡一百五十五億
六千三百八十八萬與法一千四百二十一億五千
五百萬求等得一百八萬俱以約之為一十三萬一

千六百二十五分寸之一萬四千四百一十一為泛
高寸下分母之數合問

按草中自求大小港闊深以後既與題問不合
且法多疎漏今以立天元一術推明求大小港
闊深之法于後至田積水積等不過累積體積
相較初無深義可無論也

法立天元一為一分六因之得六元為大港闊
減十寸得六元少十寸為大港底闊併之得十

二元少十寸以半深一元乘之得十二平方少
十元以縱率因之得二千五百四十八萬八千
平方少二千一百二十四萬元又以天元一為
小港闊減十寸得一元少十分為小港底闊併
之得二元少十寸以半深一元因之得二平方
少十元以二十四廣率因之得二百五十九萬
二千平方少一千二百九十六萬元併二數得
二千八百零八萬平方少三千四百二十萬元

與土埂共積等而邊各以一萬除之得二十八
百零八平方少三千四百二十元與九百六十
五萬五千二百寸等三數又求等得三十六偏
約之得七十八平方少九十五元與二十六萬
八千二百寸等乃以寸數為實以元數為縱以
方數為隅開帶縱平方得方邊為一分數五尺
九寸二五〇五
三二九即小港闊減一尺得四尺九寸
二五〇五
三二九為小港底闊六因一分數得三丈五

尺五寸

五三〇一
九七三

為大港闊減一尺得三丈四

尺五寸

五〇三一
九七三

為大港底闊二因一分數得

一丈一尺八寸

五〇一〇
六五八

為同深以此轉求共

港容水數乃與其土埂原積數相合



數學九章卷七下

欽定四庫全書

子部

數學九章卷八

上下

詳校官欽天監博士臣古之雄

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官候補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

謄錄監生臣張龍圻

欽定四庫全書

數學九章卷八上

宋 秦九韶 撰

軍旅

計立方營

問一軍三將將三十三隊隊一百二十五人遇暮立營
人占立地方八尺須令隊間容隊師居中央欲知營
方幾何

答曰方營一百七十一丈 隊方九丈

術曰以少廣求之置人占方冪乘每隊人為隊實以

一為隅開平方所得為隊方圖

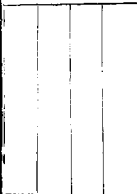
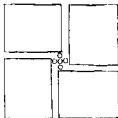
式開不盡
實為全盡

次置隊數

乘將數又四因之增三為定以二為從隅開平方得

率以乘隊方面為營方面

開不盡
為全數



按舊圖各隊四眼內每人作一小圖為識今去
之總圖內各隊仍畫四眼今只以一小方為一
隊舊總圖太大難於檢閱今收入半頁內

又按總圖內係百隊算內只有九十九隊圖中
應虛一隊舊本未詳

草曰置人占八尺自乘得六十四尺為人占方竊以
乘每隊一百二十五人得八千尺為寔以一為隅開
平方步法常起一位今隅起一度至寔之百下約寔

置商八十尺以商八生隅一得八十為方乃命上
商除寔訖實餘一千六百次以商生隅入方得一百
六十畢方一退隅再退之復於上商之次續商九尺
乃以續商九生隅一入方得一百六十九乃命續商
除寔訖得八十九尺不盡七十九尺就為九十九尺得
隊方面次置三十三隊乘三將得九十九又四因得
三百九十六增三得三百九十九為寔以二為從方
一為從隅開平方步法以從方進一位至寔之下隅

隅超一位至寔之百下乃約寔置商一十生隅一入
方得一十二乃命上商除寔訖餘二百七十九又以
商一十生隅入方得二十二畢方一退隅再退之續
于寔上商九隊以續商九生隅入方得三十一乃命
續商除寔適盡得一十九乘隊方面九十得一千七
百十尺展為營方一百七十一丈合問

三

三

三

1 0

1 0 0

111

1

1 0

1 0 0 0

111

1

1 0

1 0 0 0

0

1

1 0

1 0 0 0

0

1

1 111

1 1111

1 0 0 0

Too

Age Group	A	B	C	D	E
18-24	45%	15%	10%	15%	15%
25-34	55%	20%	10%	10%	5%
35-44	40%	25%	15%	15%	5%
45-54	35%	30%	20%	10%	5%
55-64	30%	35%	25%	10%	0%
65+	25%	40%	30%	5%	0%

T O O



Figure 1 consists of two parts. Part (a) illustrates the task sequence for a single subject, showing a timeline from 0 to 10 seconds. It includes a fixation cross, a stimulus presentation phase, and a response phase. Part (b) shows the overall experimental design, indicating that 10 subjects participated in the study, each performing the task sequence shown in (a).

FOO



GFR (ml/min/1.73 m²)	Control (%)	Hemodialysis (%)	Peritoneal dialysis (%)
>60	~95	~95	~95
30-60	~5	~5	~5
15-30	~0	~5	~5
<15	~0	~0	~10

一 ○

|| 上 ||

|| 二 ||

一 ○

|| 上 ||

|| 二 ||

|

一 ○

|| 上 ||

|| 二 ||

|

○

|| 上 ||

|| 二 ||

|

上

|| 上 ||

|| 上 ||

丁

|| 上 ||

一 𠄎	一 𠄎	一 𠄎	一 𠄎	一 ○
○	𠄎 𠄎	𠄎 𠄎	𠄎 𠄎	𠄎 𠄎
三	三	二	二	二

一 卅

卅。

卅。

卅

方變銳陣

問步兵五軍軍一萬二千五百人作方陣人立地方八尺欲變為前後銳陣陣後闊令多原方面半倍陣間仍容騎路五丈以上順銳形出入求方陣面銳陣長及前後銳陣各布兵幾何

答曰方面二百丈 方面布兵二百五十人 銳

後廣二百丈 銳廣列共三百六十二人

銳通正長三百丈 騎路二條各闊五丈三

尺 內銳陣廣一百四十五丈六尺列一百

八十二人長一百四十五丈六尺計布兵一

萬六千六百五十三人 外銳兩廣各七十

二丈列九十人計布兵四萬五千八百四十

七人

按銳陣數惟內銳數合外銳通廣丈數及布兵

數皆不合詳見草後

術曰以少廣求之置兵開平方得方面人數

開不盡方為補

隊

以人立尺數乘之為原方面置原方面以欲多數

加之為鏡後闊亦為通長倍馬路減之餘為實以人

立尺約為闊布兵不盡半歸馬路以四約闊布兵得

外鏡一邊人倍一邊人併不歸為內鏡長闊人數副

置減一餘乘其副得數半之為內鏡布兵以減總兵

餘為外鏡布兵

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	十三	十四	十五	十六	十七	十八	十九	二十	二十一	二十二	二十三	二十四	二十五	二十六	二十七	二十八	二十九	三十	三十一	三十二	三十三	三十四	三十五	三十六	三十七	三十八	三十九	四十	四十一	四十二	四十三	四十四	四十五	四十六	四十七	四十八	四十九	五十	五十一	五十二	五十三	五十四	五十五	五十六	五十七	五十八	五十九	六十	六十一	六十二	六十三	六十四	六十五	六十六	六十七	六十八	六十九	七十	七十一	七十二	七十三	七十四	七十五	七十六	七十七	七十八	七十九	八十	八十一	八十二	八十三	八十四	八十五	八十六	八十七	八十八	八十九	九十	九十一	九十二	九十三	九十四	九十五	九十六	九十七	九十八	九十九	一百
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----



計立六萬二千五百人銳後廣通長各三百丈內銳
立一萬六千六百五十三人外銳立四萬五千八百

四十七人

按舊圖尺不細且在
題後今改正移于此

草曰置一軍一萬二千五百以五軍因之得總兵六
萬二千五百人為寔開平方得二百五十人以人立
八尺乘之得方面二百丈置二百丈加半倍一百丈
得三百丈為銳陣後開亦為銳陣道長先倍騎路五
丈得一十丈以減後闊三百丈餘二百九十丈為首

以人立八尺約之得三百六十二為銳後闊布兵不
盡四尺以半之得二尺筆歸騎路作五丈二尺以四
約銳後闊布兵三百六十二人得九十人為外銳一
邊人倍一邊九十得一百八十併不盡二人共得一
百八十二人為內銳廣布兵數亦為長布兵副置加
一得一百八十三乘副一百八十二得三萬三千三
百六以半之得一萬六千六百五十三人為內銳陣
布兵以減總兵六萬二千五百餘四萬五千八百四

十七人為外銳兵

按草中以內銳陣兵數減前方陣兵數餘為外
銳陣兵數非是蓋無以知兩總數為相等也試
以數明之依東箭法以總闊求得總三角數七
萬零五百以銳闊求得內三角數一萬六千六
百五十三又以每人八尺除兩騎路濶十丈零
四尺得一十三人與內銳闊相加得闊二百求
得內外間三角數二萬零一百置總三角數減

內外間三角數加內三角數得六萬七千零五十三與前方陣兵數相較多四千五百五十三安得謂之等乎今另設步法于後

法設騎路之闊當二十人先以總三角數與前方陣數相減得今多八千人乃倍騎路闊人數得四十人為截騎路上小三角之闊求得小三角數八百二十以減今多數餘七千一百八十為定以四十為法除之得一百七十九人為內

銳闕餘二十人依術內不盡者為補隊兵次置
總闕減去內闕餘一百九十六人再減併騎闕
四十人餘一百五十六人半之得七十八人為
外後闕是內銳闕長皆為一百七十九人外銳
長為三百七十五人後兩闕共一百五十六人
騎路闕二十人乃以內銳闕求得內三角數一
萬六千一百一十人以內闕併兩騎闕得二百
一十九人為闕求得內外間三角數二萬四千

零九十人未置總三角數內減去內外間三角
 數餘四萬六千四百一十人加內三角數得六
 萬二千五百二十人再減補隊兵二十人得六
 萬二千五百人與方陣總兵原數脗合



○ ○	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○
○ ○	○ ○	○ ○	○ ○	○ ○
○	○	○	○	○

三○○○

一○

三○○○

三

三三○

三

二○○○

一○○○

三三○

○○○○

三三

一

三三○

三三○○

三三

一

三三○

三三○○

三三○

一

䷊ ䷋	䷊ ䷋	䷊ ䷋	䷊ ䷋	䷊ ䷋
䷊ ䷋	䷊ ䷋	䷊ ䷋	䷊ ䷋	䷊ ䷋
䷊ ䷋	䷊ ䷋	䷊ ䷋	䷊ ䷋	䷊ ䷋
䷊ ䷋	䷊ ䷋	䷊ ䷋	䷊ ䷋	䷊ ䷋

一四三三

一四三三

一四三三

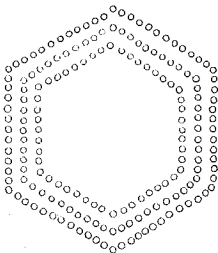
圓營數布

問周制一軍敍布圓營九重每卒立圓邊六尺重間相去比立尺數倍之于內縮差兵四分之一出奇不可縮營示弱須令仍用原營布滿餘兵欲知原營內外周及立人數並出奇後每卒數立尺數外周人數各幾何

答曰周制一軍一萬二千五百人出奇三千一
百二十五人 原內周八百四丈立一千三
百四十人原外周八百六十一丈六尺立一
千四百三十六人 出奇後原外周立一千
八十九人原內周立一千一十六人內外周
人立七尺九寸一分

術曰以商功求之置重數減一餘為段以段乘圓差
為裒以裒乘重數為率求圓周以率減兵餘如重數

而一得內周人數不滿為餘兵以人立圓邊乘內周
人得內周尺倍辰乘圓邊為泛以泛併內周尺得外
周尺為實如圓邊而一得外周人求出竒後以率加
存兵如重數而一得外周人不滿為餘兵以外周人
約原外周尺得後立尺以後立尺約原內周得內周
人



按求圖陣草中用圖束法圖束實六等邊形非
圓形也蓋圓形重數相距等則弧邊上相距不
等弧邊上相距等則重數相距不等惟圖束可
並取相等故用其法至次陣減人數不減營周
尺數則各重周上相距不能相等故草中又以
尺數求內周人數然未免與圖束逐層相差數
不合亦僅取其大畧也又舊用二圖各點為圖
周九重今用一圖點為六等邊形三重惟取易

見則二圖九重其理一也

草曰置九重減一餘八為段以乘圖東差六得四十

八為裏

按圖東每會差不今內外重數相距倍於人立相距則每會差一十二為倍差亦法重數

或一與半差相乘為裏今倍差幾即與左數相乘為裏也九重得四百三十二為

率

三三

一

三三

下

三三

三三

三三

求原周以率四百三十二減周制一軍一萬二千五百餘一萬二千六十八為實如重數九而一得一千三百四十人為內周人數不滿八人為餘兵

一三三。	三三三
三	三三。
三	三三
	三

次以人立圓邊六尺乘內周人一千三百四十得八

千四十尺收作八百四丈為內周尺數

十

丁

十

十

倍衰四十八得九十六乘圓邊六尺得五百七十六尺為泛

十

丁

十

以泛五百七十六尺併內周八千四十尺得八千六

百一十六尺為外周尺

三十一

三〇三〇

三十一

以外周尺八千六百一十六為實如圓邊六尺而一
得一千四百三十六人為外周人數

三十一

三十一

一

求出奇後以奇母四約一萬二千五百得三千一百

一〇三三

丁

三

次以原外周八千六百一十六尺為實以外周人一千八十九約之得七尺九寸一分不盡二尺一分與法求等得三俱約之為分下三百六十三分之六十七

〇

三丁丁

一〇三三

III

III

III

III

III

III

III

置原內周八千四十尺為實以後立尺七尺九寸一
分約之得一千一十六為內周人數不盡三尺四寸
四分為寬地

○

III

III

一〇丁

|||

本術所求內外周之人數既定不拘奇出奇入皆以
六人為重差或累差加減各得諸重圓數或併九重
人課總軍存兵

計布圓陣

問步卒二千六百人為圓陣人立圓九尺形如車輪無
麗布陣陣重間倍人立圓邊尺數須合內徑七十二

大圖法用周三徑一之率欲知陣重幾數及內外周
通徑並所立人數各幾何

答曰內周二百一十六丈立二百四十人 外周

三百二丈四尺立三百三十六人 通徑一

百丈八尺陣計九重

不盡
八人

術曰以商功求之以圓率因內徑為內周以人立尺
約之為內周人數乃以圓求差率為隅次置內周人
減隅餘約從方列兵數為寬闊平方得重數不盡為

餘兵置重數減一餘四因又乘圓邊尺數併內徑共
為通徑以圓率因通徑得外周

按舊本有圖前題同今刪去

三

二 。

二 。

三 。

二 。

三

三 。

三 。

下

三				○
			=T○○	=T○○
三		三	三	三
T=○		T	T	T

〇〇〇〇〇〇

〇〇〇〇〇〇

〇〇〇〇〇〇

〇〇〇〇〇〇

草曰以圓率三因內徑七十二丈得二千一百六十尺為內周以圓邊九尺約內周得二百四十為內周人數乃以圓束差六為從隅次置內周二百四十人減隅餘二百三十四為從方列兵二千六百為寔開平方步法從方進一位隅法超一位今方隅皆不可超進乃于寔約商置九重以商生隅六得五十四增入從方內共得二百八十八乃命上商九重除寔訖

定餘八人為餘兵副置九重減一餘八以四因之按

九

重八間徑兩端應二因之間倍于立步又應二因之今合為四因得三十二又乘圓

邊九尺得二百八十八尺併內徑七百二十尺得一千八尺為通徑又以圓率三因通徑得三千二十四尺為外周次以圓邊九尺為法除外周尺數得三百三十六人為外周人數合問

按圓束環積有內周求重數法置積為定圓束差半之為從隅又以半差減內周餘為從方開平

方得重數此圓束環積每層為倍差故即以圓束差為從隅減內周為從方也又按周三徑一正與六邊形相合故人數尺俱無奇零也

數學九章卷八上

欽定四庫全書

數學九章卷八下

宋 秦九韶 撰

軍旅

軍器功程

問今欲造弓刀各一萬副箭一百萬隻據工程七人九
日造弓八張八人六日造刀五副三人二日造箭一
百五十隻作院見管弓作二百人刀作五百四十人
箭作二百七十六人欲知畢日幾何

答曰造弓一萬張三百九十三日四分日之三

造刀一萬副一百七十七日九分日之七

造箭一百萬隻一百四十四日二百七分日

之一百八十二

換六十九分之六十四說
二百七分之一百八十二

術曰以粟米求之互換入之置各功程原人率於右
行置原日數於中行置欲求數為左行以三行對之
為各實列右行置原物數於中行置見管人為左行
以左行乘中行各為法以對除右行各得日數

草曰置原造弓七人造刀八人造箭三人於右行次
 置造弓九日造刀六日造箭二日列中行又置於造
 弓一萬欲造刀一萬欲造箭一百萬列左行以三行
 對乘

原造弓

卅人

原造刀卅

人

原造箭卅人右行

原造弓

卅日

原造刀

丁

日

原造箭卅日中行

原造弓

○○○○

乘

欲造刀

○○○○

副

欲造箭

○○○○○○

隻左行

上得六十三萬中得四十八萬下得六百萬各為寔

弓寔○日

刀寔

日

箭寔

日

上|||○○○

三|||○○○

丁○○○○○

寄石行

次列原造弓八張刀五副箭一百五十隻放中入列
見管弓作二百人刀作五百四十人箭作二百七十
六人於左行

原邊了 三張

原邊刀 三利

原邊箭 三〇 雙中行

見邊了 人

見邊刀 〇 人

見邊箭 下 人

||

|||

||

左行

以兩行對乘之上得一千六百中得二千七百下得四萬一千四百各為法

上

中

下

一 下 〇 〇

二 下 〇 〇

||| 一 ||| 〇 〇

各為法

先以上法一千六百除寄右行弓日實六十三萬日
 得三百九十三日為造弓一萬張日數

夏白

造弓畢

|||

不盡

||| 000000

法

||| 000000

不盡一千二百與法求等得四百俱約之為四分日
 之三

造刀日

||| 三 |||

||| 子

||| 廿

火以中得二千七百除寄右行刀日實四十八萬日
得一百七十七日為造刀一萬副日數

造刀單

| 二 ||

刀日度

不五

= | 〇〇 三 || 〇〇〇〇

法
= || 〇〇 = || 〇〇

不盡二千一百與法求等得三百俱約之為九分日
之七

應分

二

子

二

母

三

一

次以下法四萬 百除寄右行箭日實六百萬日

得一百四十四日為造箭一百萬隻日數

箭日實

T ○○○○○○

III—III ○○

法

商

||| |||

不盡

||| ||| ○○

||| ||| ○○

不盡三萬六千四百日與法四萬一千四百求等得二百

俱以約之得二百七分日之一百八十二為造箭日分

合問

按不盡數三萬八千四百設為三萬六千四百分母六十九就二百零七分日六十四就一百八十二

造箭日

||| |||

||| |||

子

||| |||

母

計造軍衣

問庫有布綿絮三色計料欲製軍衣其布六人八尺少一百六十尺七人九尺剩五百六十尺其綿八人一百五兩剩一萬六千五百兩九人一百七十兩剩一萬四千四百兩其絮四人一十三斤少六千八百四斤五人一十四斤適足欲知軍士及布綿絮各幾何

答曰兵士一萬五千一百二十人 布二萬疋

綿三十萬兩 絮四萬二千三百二十六斤

術曰以盈拙求之置人數於左右之中置所給物各於其上置盈拙各於其下令維乘之先以人數互數乘其所給率相減餘為法次以人數相乘為寄後以盈拙互乘其上未減者是謂未乘驗其下係一盈一拙以上下皆併之為物其上併之實其下併之乘寄為兵寔如法而一各得驗其係兩盈或兩拙者以上下皆相減之其上減之餘為物寔其下減之餘乘寄為兵寔二寔皆如法而一各得驗其或一盈一足或

一拙一足者其適足乃以空互乘其上未減者去之
只以所用盈拙數互乘其上為物寔以盈或拙一數
乘寄為兵寔皆如法而一各得

求布草曰置布於六人左中八疋於左拙上一百六
十四疋於左下置七人於右中九疋於右上盈百五
六十於布下先以左右之中六七互乘左右之上訖
左上得五十五右上得五十四以相減之餘二為法
次以左右中六七相乘得四十二為寄於中次以左

下虧一百六十乘右上未減五十四得八十六百四十又以下下盈五百六十乘左上未減五十六得三萬一千三百六十驗得左右之下係一盈一朒當併之以三萬一千三百六十併右上八千六百四十得四萬為布實次以下朒一百六十併左下盈五百六十得七百二十乘寄四十二得三萬二百四十為兵實二實皆如法二而一得二萬疋為布得一萬五千一百二十為兵

求布圖

布 𠄎 𠄎

𠄎 人

盈

𠄎 上。

𠄎

右行

右中乘左上

布 𠄎 𠄎

𠄎 人

𠄎

上。

左行

左中乘右上

𠄎 𠄎

𠄎 人

盈

𠄎 上。

上對減之

𠄎 𠄎

𠄎 人

𠄎

上。

未減

䷋ 足

法

䷋ 人

通

䷋ 上。

右行

右下乘左上

未減

䷋ 足

通

䷋ 上。

左行

左下乘右上

䷋ 上。 ䷋ 上。 ䷋ 上。

寄

䷋ 人

通

䷋ 上。

右行

兩行併之

通

䷋ 上。

左行

|||○○○○

寄
三||
人

||二○

中乘下得後

|||○○○○

兵
|||○|三

||
法

下除上及中

||○○○○

反

兵
||三|二○
人

○

答數

求綿草曰置八人於左中綿一百五十兩於左上餘一萬六千五百兩於左下次置九人於右中一百七十兩於右上餘一萬四千四百兩於右下以左右中八九五乘各上訖左上得一千三百五十右上得一千三百六十相減餘一十為法次以中八九相乘得七萬二為寄於中次以左下一萬六千五百乘右上一千三百六萬得二千二百四十四萬却以右下一萬四千四百乘左上一千三百五十得一千九百四

十四萬驗其下係兩盈當相減之其右上餘三百萬
 為綿實其左右之下亦相減之餘二千一百乘寄七
 十二得二十五萬一千二百為兵實二實皆如法一
 十而一綿得三十萬兩兵得一萬五千一百二十人

求綿圖

上。

綿兩

三

餘綿

目三。

兩

右行

右中乘左上

三。

綿兩

三

餘綿

目三。

左行

左中乘右上



 兩



 兩



 兩



 兩

上對減
 中對乘



 兩



 兩



 兩



 兩

右下乘左上
 左下乘右上



 兩

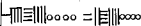


 兩

端實



寄
上||
人



雨

雨

寄
上||
人



雨

左行



雨

右行

下中為復中

上下對減

廣實

|| ○○○○○○
兩

兵實

||| 人

一○法

下除上中

三○○○○○

兵
二○人

|||

求絮草曰置四人於左中一十三觔於左上少六千

八百四觔於左下又置五人於右中一十四觔於右

上適足為空於右下以左右之中四五互乘其上訖

左上得六十五右上得五六利減餘九為法以中

四五相乘得二十為寄於中先以左下六千八百四
五乘右上五十六得三十八萬一千四百二十却以
右適足之空乘左上六十五亦為空乃去之只以右
上三十八萬一千二十四觔為絮實只以左下六千
八百四乘寄二千人得一十三萬六千八十為其實
二實皆如法九而一具絮得四萬二千三百三十六
觔其兵得一萬五千一百二十人合問

求絮圖

策



人

遠定。

空

右行

右中乘左上

策



人

少



左行

左中乘右上



人

空

上對減



人



下

中對乘

法

未減

未減

寄

二

人

定

空



左下乘右上為後

實右下空乘左為無乃去

策實

三||一。二||

奇

二。人

少

上||一。||

以下乘中為集

策實

二||一。二||

人

策實

一||上。三。人

||法

以下除上中

策

||||下

兵

||二。人

答數

已上布綿絮三項求人兵數皆同今仍於各國立算
求之以合本術

先計軍程

問一軍三將三十隊隊七十五人每將分左右倣作九
行爬頭拽行每日六十里明日路狹以軍拽行至晚
欲知先宿程里數幾何

答曰六里二百四十步

術曰以馬輪求之置行數為法以單數一行乘日

程為寔寔如法兩一得宿程里步

草曰置行數九為法以單像數一行用乘六十里為
寔寔如法而一得六十不盡六里以里法三百六十
步通之得二千一百六十步又為寔仍如法九而一
得二百四十步為六里二百四十步宿程

按此草易見舊有算式今刪

移運均勞

分郡縣
仰科均

問今起夫移運縣餉於某郡交納合起一萬二千夫甲

州有三縣上縣力五十七萬三千二百五十九貫五
百文至輸所九百二十五里中縣力五十萬四千九
百八十三貫七百八十文至輸所六百五十二里下
縣力四十九萬八千七百六十貫九百五十文至輸
所四百六十五里乙軍倚郭一縣五鄉仁鄉力一百
二萬八千三百七十一貫九百八十文至輸所七百
六里義鄉力一

六百文

至輸所七百九十五里禮鄉力一十萬八千四百六

十三貫五十文至輸所七百九十里智鄉力八萬四千千二百三十六貫二百八十五文至輸所七百十九里信鄉力九千三百四十五貫一百六十六文至輸所八百四里欲知以物力多寡道里遠近均運之令費勞等各合科夫幾何

答曰甲州上縣差二千四百三十夫中縣差三千三十七夫下縣差四千二百六夫 乙軍郭縣仁鄉七百一十三夫義鄉五百八十九夫

禮鄉五百三十八夫智鄉四百四十一夫信鄉

四十六夫

術曰以均輸求之置各縣及鄉力皆如里而一不盡者約之復通分內子互乘之或就毋還退之各得變力可約約之為定力副併為法以合起夫編乘未併定力各得為實並如前法而一各得夫其餘分輩之草曰置甲州三縣及乙軍五鄉物力里數作八行列之具圖于後

禮卿
|。卩≡丁≡。≡。○
大

卩≡。○
大

一卩≡卩≡卩

力
○

一卩≡丁≡卩≡卩

禮

一卩≡卩≡丁≡卩

定力

義卿
一卩≡卩≡丁。○
大

卩≡卩

一卩≡卩≡

力
○

一卩≡卩≡。○

義

一卩≡卩≡卩。○

定力

信卿

三三三三三 | 上。文

三三三三三

里

| 一 丁 = |||

母 子 | 力

|。三。三。三。上。。

信

二 | 上 | 三 |||

定力

智卿

三 ||| = ||| + ||| 文

三三三三三

里

一 = ||| 上 |||

力

一。三 ||| ||| ||| |||

智

||。三 一 三 三 |||

定力

置上縣力五十七萬三千二百五十九貫五百文如
九百二十五里而一得力六十一萬九千七百四十
置中縣五十萬四千九百八十三貫七百八十文如
六百五十二里而一得力七十七萬四千五百一十
五置下縣四千九萬八千七百六十貫九百五十如
四百六十五里而一得力一百七萬二千六百四不
盡九十文與法求等得十五約之得三十一分之二
置仁鄉一十二萬八千三百七十一貫九百八十如

七百里而一得力一十八萬一千八百三十置義鄉
鄉一十一萬九千四百七十二貫六百文如七百九
十五里而一得力一十五萬二百八十置禮鄉一十
萬八千四百六十三貫五十文如七百九十而一得
力一十三萬七千二百九十五置智鄉八萬四千二
百三十六貫二百八十五文如七百四十九里而一
得力一十一萬二千六百四十五置信鄉九千三百
四十五貫一百六十文如八百四里而一得力一萬

一千二百六十三不盡二百六十八文與法求等得
二百六十八約為三分之一其下縣信鄉二處帶母
子者各以母互徧乘八處所得畢二處各內本子上
得五千七百六十三萬五千八百二十中得七千二
百二萬九千八百九十五下得九千九百七十五萬
二千一百九十仁得一千六百九十一萬一百九十
義得一千三百九十七萬六千四十禮得一千二百
七十六萬八千四百三十五智得一千四十五萬九

千二百四十五信得一百八萬九百七十已上為三
鄉五縣變力率可約者復求等約之求得五故俱以
五約之上得一千一百五十二萬七千一百六十四
中得一千一百四十萬五千九百七十九下得一
千九百九十五萬四百三十八仁得三十八萬二千
五十八檢三十八
就五十八義得二百七十九萬五千二百八
禮得二百五十五萬三千六百七十八智得二百九
萬一千八百四十九信得二十一萬六千一百九十

四已上並為定力副併八處定力得五千六百九十

二萬二千五百七十七為法

按法多二十仁
定力多二十故也

以合起

一萬二千夫遍乘定力訖上得一千三百八十三億二

千五百九十六萬八千為實中得一千七百二十八

億七千一百四十七萬八千為中實下得二千三百

九十四億五百二十五萬六千為下實

按

得四百五

億八千四百六十九萬六千

按多二十四萬
力多二十故也

為仁

實義得三百三十五億四千二百四十九萬六千為義

寔禮得三百六億四千四百二十萬萬四千為禮寔
智得三百五十一億二百一十八萬八千為智寔信
得二十五億九千四百三十二萬八千為信寔已上
八寔皆如前法而一餘分輩之各得夫數合

均敷徭役

問軍戎差坐烽擺鋪切慮差徭不均今諸軍共合差一
千二百六十人契勘諸軍見管前軍六千一百七十
人右軍四千九百三十六人中軍七千四百四人左

軍三千七百二人後軍二千四六十八人各軍合差幾何

答曰前軍差三百一十五人 右軍差二百五十

二人 中軍差三百七十八人 軍差一

百八十九人 後軍差一百二十六人

衍曰以均輸求之置各軍見管人驗可求約等以約之為衰副併為法以共合差數乘列表各為寔寔如法而一各得

草曰置諸軍見管求等得一千二百三十四俱以約
見管前軍得五右軍得四中軍得六左軍得三後軍
二列為各衰副併諸衰得二十為法以共差一千得
二百六十人乘諸衰前軍得六千三百右軍得五千
四十中軍得七千五百六十左軍得三千七百八十
後軍得二千五百二十各為定皆如法二十而一前
軍合差三百一十五人右軍合差二百五十二人中
軍合差三百七十二人左軍合差一百八十九人後

軍合差一百二十六人

先官人。

丁右軍 卅 中軍 卅

左軍

卅

後軍

上

三

。

。

上

|

卅

卅

卅

卅

求等

上

三

上

三

二

○前軍

丁右軍

卅 中軍

卅 左軍

卅

後軍

卅

等數

上

三

。

。

上

三

|

卅

卅

卅

卅

卅

上

三

上

三

二

一

䷋

前爻

䷋

右爻

䷋

中爻

䷋

左爻

䷋

䷋

䷋

䷋

䷋

䷋

一 ䷋ 〇 二 〇

法

䷋ 〇 〇

前爻

䷋ 〇 ䷋

右爻

䷋ ䷋ ䷋

中爻

䷋ ䷋ ䷋

左爻

䷋ ䷋ ䷋

後爻

䷋

䷋

䷋

䷋

䷋

二 〇

法

前軍 右軍 中軍 左軍 後軍

一 三 上 三 二

三 二 三 一 一 合差人



數學九章卷八下

欽定四庫全書

子部

數學九章卷九

上
下

詳校官欽天監禮部古之雄

靈臺即倪廷梅覆勘

總校官候補中允臣王燕緒

校對官編修臣孫希旦

謄錄監生臣張龍所

欽定四庫全書

數學九章卷九上

宋 秦九韶 撰

市易

積木計餘

問原管杉木一尖梁偶不記數從上取用至中間見存
九條為面問原木及見存各幾何

答曰原木一百五十三條 見存木一百一十七

條

術曰商功求之堆積入之倍中面副置減一以乘其

副得數半之為原木副置上層減一以乘其副得數

半之用減原木餘為見存

其非中一層數者各以自地上至而層數立數求之

草曰倍中面九條得一十八副置減一餘一十七以

乘副一十八得三百六條以半之得一百五十三條

為原木之數副置中面九條減一餘八以乘副九得

七十二以半之得三十六以減原木一百五十三餘

一百一十七條為見存木數合問

按此即一面平堆形中層為九上下必各有八層共十七層即原尖堆形上八層即用過尖堆形其義甚明舊餘木圖今刪

竹園蘆束

問受給場交收竹二千三百七十四把內筴竹一千一百五十一把每把外圍三十六竿水竹一千二百二十三把每把外圍四十二竿蘆三千六十五束每束圓五尺其蘆原樣五尺五寸今納到園小合準原蘆

幾束及水筴竹各幾何

答曰筴竹一十四萬六千一百七十七竿水竹二

十萬六千六百八十七竿合準原蘆二千五

百三十三束

一百二十一
分束之七

術曰以方田及圓率求之置原束差併竹外圍竹數
以乘外圍又乘把數為竹實倍圓束差為竹法除之
各得二竹數皆以把數為心加入各得竹條數置蘆
圍尺數自乘以乘蘆束為蘆實以蘆原尺數自乘為

蘆法除實得所準蘆束數

草曰置圍束差六併筴竹外圍三十六竿得四十二
竿以乘外圍三十六竿得一千五百一十二竿又乘
筴竹一千一百五十一把得一百七十四萬三百一
十二竿為筴竹實倍圍束差六得一十二為竹法除
實得一十四萬五千二十六竿以把數一千一百五
十一併之得一十四萬六千一百七十七竿為筴竹
又置原差六併水竹外圍四十二竿得四十八竿以

乘水外圍四十二竿得二千一十六竿又乘水竹一千二百二十三把得二百四十六萬五千五百六十八竿為水竹實亦以竹法一十二除之得二十萬五千四百六十四竿以水竹把數一千二百二十三併之得二十萬六千六百八十七竿為水竹數次置蘆圍五尺通為五十寸以自乘得二千五百寸又乘蘆束數三千六十五得七百六十六萬二千五百寸為蘆實以原樣蘆圍五尺五寸亦通為五十五寸以自

東得三千二十五寸為蘆法除實得二千五百三十
三束不盡一百七十五寸與法求等得二十五俱以
約之得一百二十一分束之七為蘆二千五百三十
三束一百二十一分束之七合間

寄倉知總

按舊本此同
無題今增

間和糴米運借倉權頓計五十廩每廩濶一丈五尺深
三丈米高一丈二尺又借寺屋四十間內二十五間濶
一丈二尺深二丈五尺米高一丈內一十五間各濶

一丈三尺深三丈米高一丈二尺欲知寺屋及倉容
米共計幾何

答曰共計米一十六萬六千八十石 倉五十廩
米一十萬八千石 寺屋四十間米五萬八
千八十石

衍曰商功求之置廩并屋深濶米高相乘併之為實
如斛法而一

草曰先以廩深三丈通為三十尺乘濶十五尺得四

百五十尺又乘高一十二尺得五千四百尺以乘五十廩得二十七萬尺為實以斛法二尺五寸除之得一十萬八千石為倉五十廩共容米次置寺屋深二十五尺乘濶一十二尺得三百尺乘米高一十尺得三千尺以二十五間乘之得七萬五千尺於上次置深三十尺乘濶一十三尺得三百九十尺又乘米高十十二尺得四千六百八十尺以乘一十五間得七萬二百尺加上共得一十四萬五千二百尺以斛法

二尺五寸除之得五萬八千八十石為寺屋四十間
共容米以併廩米共得一十六萬六千八十石為共
和糴到米

方圓同積

按舊本此句
無題今增

間有圓園米二十五箇內有大圓一十二箇上徑一丈
下徑九尺高一丈二尺小圓一十三箇上徑九尺下
徑八尺高一丈今出租斗一隻口方九寸六分底方
七寸正深四寸並裏明準尺令準數造五斗方斛及

圓斛各二隻須令二斛口徑正深大小不同各得多
少及圓積米幾何

答曰方斛一隻口方六寸四分底方一尺二寸深
一尺五寸九分二厘又一隻口方一尺底方
一尺二寸深一尺一寸四分五厘 圓斛一
隻口徑一尺二寸七分底徑一尺二寸深一
尺二寸一分四厘又一隻口徑一尺三寸底
徑一尺二寸深一尺一寸八分五厘圓米

計八千六十七石四升七合四勺一抄八撮按
共園米數誤應得二千零一十六石七斗六升
一合八勺五抄草內少一四歸故差多三倍

術曰以高功及少廣求之置出斗上下方相乘之又
各自乘併之乘深又以五斗乘之為積于上求方斛
先自如意立數為斛深又如意立數為底方置深為
從隅以底方乘隅為從方又以底乘從方為減率以
減上積餘為實開連枝平方得方斛口方不盡以所

得數為基增損求之以口底方相乘又各自求併之
為法除前上積得深餘分收棄之求圓斛置四數以
因前積為寄如意立數為斛深別如意立數為底徑
以三因深為從隅以底徑乘隅為從方以底徑乘從
方為減率以減寄餘為實開連板平方得口徑不盡
以所得數為基如意求差以口底徑相乘又各自乘
併之為法除寄得深餘分收棄之求圓米置各因上
徑下徑相乘又各自乘併之乘高又乘圓數所得之

數為積

國有大
小以類

併之為共積如四而一為實以斛求

之得米

草曰置出租斗口方凡寸六分與底方七寸相乘得
六十七寸二分於上又於口方凡寸六分自乘之得
九十二寸一分六厘加上又以底方七寸自乘得四
十九寸又加上共得二百八寸三分六厘乘深四寸
得八百三十三寸四分四厘又以五斗乘之得四千
一百六十七寸二分為三段斛積于上求方斛如意

立一尺六寸為斛深又加意立一尺二寸為斛底以
深一十六寸為從隅以底一十二寸乘隅得一百九
十二寸為從方又以底一十二寸乘從方一百九十
二寸得二千三百四寸為減率以減上積四千一百
六十七寸二分餘一千八百六十三寸二分為實開
連枝平方得六寸三分五厘為基其積不及一寸一
分六厘係有虧數其基數為米可用湏合損益
基數今並作六寸四分為口方以原立一尺二寸為

底方以口方乘底方得七十六寸八分以上又以口
方六寸四分自乘得四十寸九分六厘又以底方十
二寸自乘得一百四十四寸併以上共得二百六
十一寸七分六厘為法以除前積四千一百六十七
寸二分得一尺五寸九分二厘為方斛深其積不及
一厘九毫二絲收為閏又累增至一十寸為口方仍
以一十二寸為底方乃以口方一十寸乘底方一十
二寸得一百二十寸於上又口方自乘得一百寸

加上又以底方自乘得一百四十四寸又加上共得
三百六十四寸為法亦除前實積四千一百六十七
寸二分得一十一寸四分五厘為方斛深其積不及
六分收為閏此是求出兩等斛數在人擇而用之求
圓斛置四數以因前積四千一百六十七寸二分得
一萬六千六百六十八寸八分為寄如意立一尺二
寸為圓斛深又如意立一尺為底徑以三因深得三
十六寸為從隅以底一十寸乘隅得三百六十寸為

從方又以底一十寸乘從方得三千六百寸為減率
以減寄一萬六千六百六十八寸八分餘一萬三千
六十八寸八分為實開連枝平方得一尺四寸七分
為基其實不及二寸四分四厘收為閏次以原立底
徑一尺併基一尺四寸七分得二尺四寸七分以減
七分為差以餘三尺四寸以半之得一尺二寸為底
徑以差七分併底徑得一尺二寸七分為口徑始以
口徑一尺二寸七分乘底徑一尺二寸得一百五十

二寸四分於上次以口徑自乘得一百六十一寸二分九厘加上又以底徑自乘得一百四十四寸又加上共得四百五十七寸六分九厘以三因之得一千三百七十三寸七厘為法除前寄一萬六千六百六十八寸八分得一尺二寸一分四厘為圓斛正深其實不及二毫六絲九忽八微收為閏又以基一尺四寸七分增三分得一尺五寸併底徑一尺得二尺五寸減一寸為差餘二尺四寸以半之得一尺二寸為

底徑以差一寸併底徑一尺二寸得一尺三寸為口
徑始以口徑一十三寸乘底徑一尺二寸得一百五
十六寸於上又以口徑一十三寸自乘得一百六十
九寸加上又以底徑一十二寸自乘得一百四十四
寸又加上共得四百六十九寸以三因之得一千四
百七寸為法除前寄一萬六千六百六十八寸八分
得一尺一寸八分四厘七毫為圓斛深寄餘七厘一
毫却收深七毫作一厘通得一尺一寸八分五厘為

圓斛深此是求出兩等圓斛在人擇而用之 求圓
米置大圓上徑一丈通為百寸乘下徑九十寸得九
千於上又以上徑自乘得一萬寸加上又以下徑九
十寸自乘得八千一百寸加上共得二萬七千一百
寸乘高一百二十寸得三百二十五萬二千寸又乘
大圓一十二個得三千九百二萬四千寸為寄次置
小圓上徑九十寸下徑八十寸相乘得七千二百寸
於次又上徑自乘得八千一百寸加次又下徑自乘

得六千四百寸加次共得二萬一千七百寸又乘高
一百寸得二百一十七萬寸又乘小圓一十三箇得
二千八百二十一萬寸併寄共得六千七百二十三
萬四千寸為實
按應四邱為實草中遺漏故得數誤 倍前斛積四千一
百六十七寸二分為法除之得八千六十七石四升
七合四勺一抄四撮

按求方斛積法以上下徑相乘又各自乘併而
以深再乘三除之得積求徑深法三因積有

二徑以二徑相乘各自乘數併而除之得深有
一深一徑以深除積得數內減徑自來餘為實
徑為縱開帶縱平方得又一徑或徑自乘深再
乘減積除為實以深為縱隅深徑相乘為縱方
開連枝平方得又一徑草中求斗積不加三除
為三倍斗積五因之為三倍斛積故設正深底
徑二數開連枝平方以求口徑既得口徑復設
二徑數以求正深也求圓斛徑即如求圓外切

方蓮當以方圓率變圓積為方積故四因前
積而以三因正深代三除也求圓圓米尺積先
用方解求積法次變方為圓方解法用三除變
圓法用三因四除合之則三因四除合之則三
除並可省惟以四除之即得圓圓積術中詳言
之而草中步算遺漏四除故得數誤為四倍也

出斗

摩方

正深

口方

上

三寸

二寸

三寸

出斗為率


$$\perp \pi_j =$$

$$\frac{1}{\pi} \pi = 1$$

4

三、

創刊

上 一 丁



Π

F

12

TITLE



中東下得上

次東下得劇

得正

54



★ ★ ★

劉以偉

1 ䷋ ䷋ ䷋ 上
併

4



下



Age Group	Male (%)	Female (%)
18-24	~45	~55
25-34	~40	~60
35-44	~25	~35
45-54	~15	~25
55-64	~10	~15
65+	~5	~10



上精副傳次

次乘下得解



10



Age Group	Percentage of Respondents
18-24	~10%
25-34	~25%
35-44	~40%
45-54	~55%
55-64	~70%
65+	~85%



知悉可也

科学

附錄



Figure 1 is a schematic diagram of the experimental setup. It shows a subject sitting at a table, viewing a video screen. A camera is positioned above the screen. A light source is positioned to the left of the screen. A scale bar is shown at the bottom left.

[illegible]

— 知 音 在 此 數

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{4}$$

11

1

減積
 $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{二} \parallel \text{〇} \parallel \text{三} \parallel \end{array}$
 寸
 方
 $\begin{array}{c} \text{一} \parallel \end{array}$
 寸

減
 $\begin{array}{c} \text{一} \parallel \text{三} \parallel \end{array}$
 尺
 方

下
 $\begin{array}{c} \text{一} \parallel \end{array}$

副乘次得上之
 減積數

實
 $\begin{array}{c} \text{一} \parallel \text{二} \parallel \text{三} \parallel \end{array}$

方
 $\begin{array}{c} \text{一} \parallel \text{三} \parallel \end{array}$

尺
 $\begin{array}{c} \text{一} \parallel \end{array}$

方隅皆不可超
 進乃約實置商
 六寸

實
 $\begin{array}{c} \text{一} \parallel \text{二} \parallel \text{三} \parallel \end{array}$

方
 $\begin{array}{c} \text{一} \parallel \text{三} \parallel \end{array}$

尺
 $\begin{array}{c} \text{一} \parallel \end{array}$

方
 $\begin{array}{c} \text{一} \parallel \end{array}$

約實至首商六
 寸生隅入方

商寸
一

實
一 三 一 三 二

方
三 三 三

隅
一

以方命商賚實

商寸
一

實
三 三 三 二

方
三 三 三

隅
一

方
以商生隅入

商寸
一

實
三 三 三 二

方
三 三 三

隅
一

方
退隅再退

專
丁三

實
三三三二

方
三三三

隅
一丁

約實積角三分
以積角生隅八分

專
丁三

實
三三三二

方
三三三

隅
一丁

以方命積角餘
實

專
丁三

寸
一三三丁

寸
三三三

隅
一丁

以積角又生隅八
方

高
丁三

實
一三三丁

方
三三三丁

隅
一丁

方一退隅再退

高
丁三

實
一三三丁

方
三三三丁

隅
一丁

約實又續高五
原

高
丁三三

實
一三三丁

方
三三三丁

隅
一丁

以續高生偶八
方

上 土 丁 三

副基 丁 三

次基 丁 三 基

基 丁 三 三 三 三

基 厚 三 三 三 三

原基 丁 三 一 二

基 丁 三 三 三 三

基 一 三 三 三 丁 一 丁

基 三 三 三 三 三 三

基 一 丁 三

實 以續商命才餘

造野盡無厘又
蓋重為分基末
底得使工

副次基自末得
下上下下相併得
後圖上數

一 二 三 四 五

底方

一 二 三 四 五

次

一 二

下

一 二

底方自來得底
方累併上為法

實寸

一 二 三 四 五

法

一 二 三 四 五

得寸

一 二 三 四 五

方口

一 二 三

一 二 三

方累加

實如法除之得
泛深

自底數變至此除得
一尺五寸八分二厘
為深尚在如意數十
六寸以下故累加口方
入次

一 牙寸。

一 牙寸。

一 牙寸。

一 底牙寸。

累加得口方自來
得便圖上方來底
方得便圖制

寸
一 〇 〇

寸
一 二 〇 制

底
一 二 次

底
一 二 下

上併制得後圖制
底自來得便圖上

三 三 上

二 二 制

法
三 三 上 次

上併制得次為法

一寸 一 三 三 三

三 一 上 實 二

三 上 三 法

一寸 深 一 三 三 三 三

一寸 一 三 三 三

兩等解深

一寸 一 三 三 三 才解一夏

一寸 一 三 三 三 二

一寸 一 三 三

答數

以法除前解積圖
內實得高為解深

方解又夏

方寸口。

深寸

三三三三

底方寸

一

答數

求圓解

圓數

三三

有移寸

三三三三

奇寸

一三三三三

圓數乘前積為奇

常用

圓率

三三

如意

深寸

一

如意

底徑

一。

寸

圓率乘如意深數為從隅

從偶

三下

一。底

從偶乘如意
底數為從方

從方寸

三上

一。底

從方乘底為
減積

減積

三下

寸平

一上 三上 三上 圓寄

以減積損圓
奇得寸實

實寸 一三〇三

三〇從方寸

三丁從隅

進退開除得

商寸 一三三

實 三三三
不及 三三三

方 三三三

隅 三三

蓋不及以就商為基

厚基 一三三

底徑 一〇

底和上 二三三

意 〇三

厚併底為和如意差減和得餘

餘寸

二

半法

底徑

一

寸

美上

半餘為底徑

差併底徑為

口徑

上

三

寸

底徑

一

口徑

二

寸

口底相乘得上

上

三

寸

口徑

三

寸

口徑

二

口徑

二

口徑自乘得

口口口口口口

上得後上

上
三三三三
寸

一三三三
寸

一三三三

一三三三

底得自乘得
底幕底幕併
上得後

上
三三三三
寸

三三三三

一三三三

三三三三

國壽
三三三三
寸

一三三三

法除實得商

商

|||
寸

餘實

○ ||||| ||| |||
寸

法

||| ||| ||| |||
寸

法連續商

商

|||
寸

餘實

○ ||||| ||| |||
寸

不及

○ ||| ||| |||
寸

法

||| ||| ||| |||
寸

實不及收就
錯商四為解
深

斛深

|||
寸

基

||| |||
寸

意

○ |||
寸

徑

|||
寸

如意蓋分八
基為徑

差

|

寸

和

=|||

寸

底徑

-|

寸

口徑

-|||

寸

底徑併口徑

為和如意立

差損和得餘

餘

=|||

寸

半法

|

得中

-||

寸

差

|

寸

半餘得中以

差併中為口

徑

上

|三

寸

口徑

-|||

寸

底徑

-||

寸

口底相求得

上

上 寸
三二四
併上 寸
一四 寸
一四 寸
一四 寸

口徑自來得
併加工

上 寸
三二四
併上 寸
一四 寸
一四 寸
一四 寸

底徑自來得
併又加工

併得 寸
三二四
併上 寸
一四 寸
一四 寸

三因得數為
法

角寸
一|三|||上

寸
收。。。三

圓斛深
一|三|||
寸

深
收餘毫得斛

角寸
一|三|||上

餘
。°°°
寸

法
|三。上

餘釐棄之

圓徑寸
|上|上||上

法寸
一|||。°°

以法除圓寄
相商

圓解一復

一 〇 〇

一 〇 〇

一 〇 〇

一 〇 〇

底徑寸

一 〇 〇

答數

圓解一復

一 〇 〇

一 〇 〇

一 〇 〇

底徑寸

一 〇 〇

底徑寸

答數

圓寸

一 〇 〇

圓寸

一 〇 〇

上下徑相乘
得後上

上得寸
 圓得寸
 $||\equiv||\circ\circ$
 $|= \circ$

次得寸
 $||\equiv||\equiv||\equiv||\circ\circ\circ$
 $-||$ 圓數

上乘圓高得
 得次次乘圓
 數後後得

寸
 下徑得
 $||\equiv\circ\circ\circ$
 $\equiv||\circ\circ$

下徑寸
 $\equiv\circ$
 下徑寸
 $\equiv\circ$

下徑自乘為
 徑累併上得
 後上

寸
 下徑得
 $\equiv\circ\circ\circ$
 $| \circ\circ\circ$

下徑寸
 $| \circ\circ$
 上徑寸
 $| \circ\circ$

上徑自乘為
 徑累併上得
 得上

奇寸

三 四 三 〇 〇

三 〇 上得寸

三 〇 下得寸

小圖上徑
相東得後上

上寸

上 二 〇 〇

副得寸

上 一 〇

上徑寸

上 三 〇

寸

上徑寸

上 三 〇

寸

上徑自東得
副以副併上
得後上

寸

三 三 〇 〇

副得寸

上 三 〇 〇

寸

下得寸

上 二 〇

下得寸

上 二 〇

下徑自東得
副併上得後
上

○ 田舎

III = 10000 拾

11-1100

1. $\Pi = \Pi_1 \cup \Pi_2 \cup \dots \cup \Pi_n$

三三〇三〇〇〇

1005

THE LINE

T H E I N T E R N A T I O N A L

次
11-110000

三十一 寸

法餘實得圖

上併寄為實
二因斛為法

以上乘副得次
次乘下得後上

大小字五
圓米粟數

商

三〇一四〇四四四四一

不及
寸

〇〇〇〇四四四四二

三三三三三三三

其商即圓米
方圓四斛皆
同得此數

數學九章卷九上

欽定四庫全書

數學九章卷九下

宋 秦九韶 撰

市易

推求典本

問典庫今年二月二十九日有人取解一號主家聽得
當事共算本息一百六十貫八百三十二文稱係前
歲頭臘月半解去月息二分二釐欲知原本幾何

答曰本一百二十貫文

術曰以粟米求之置積日乘息分數增三百為法以三百乘共錢為寔寔如法而一得本

草曰置前年頭臘月半係四十五日并去年三百六十又加今年五十九日共得四百六十四日為積日乘息二分二釐得一百二十丈八釐增三百丈得四百二丈八釐為法以三百丈乘共錢一百六十貫八百三十二丈得四萬八千二百四十九貫六百丈為寔如法而一得一百二十貫丈為原本

按題意謂前年十一月半典錢去年未取今年
二月二十九日取去按日計利共合本息錢一
十六千八百三十二文月息每千二十二文問
本錢若干法當以積日乘息二十二文以三十
日除之得一千文之共息加一千文為一千文
之本息共數然後置今本息共數以一千乘之
一千之本息共數除之即得今本錢數草中以
十文為本以二分二厘為息不以三十除之為

共息而以三十乘十文得三百為本其理一也

一 四

三 〇

三 上 〇

三 〇

二 四

四 上 四

〇 二 四

一 〇 四 四

四 〇 〇

四 〇 四 四

三 〇 〇

一 上 〇 四 三 四

三 四 四 四 一 〇 〇

四 〇 四 〇 四 四

○ ○ ○

☳☳☳☳☳☳☳☳☳☳

☳ ○ ☳ ○ ☳

○ ○

☳☳☳☳☳☳☳☳☳☳

☳ ○ ☳ ○ ☳

○○○○○

○○○○○

☳☵=☵☳☳☳☳☳

☳☵=☵☳☳☳☳☳

☳○=○☳☳

☳○=○☳☳

— ○ ○ ○ ○ ○

Ⅲ ⅢⅢ— 7 ○ ○

≡ ○ = ○ ≡

— ○ ○ ○ ○ ○

≡ Ⅲ = ⅢⅢ ≡ 7 ○ ○

≡ ○ = ○ ≡

—||○○○○

○○○○○○

≡ ○ = ○ ≡

—||○○○○

≡|||—T○○

≡ ○ = ○ ≡

推知糴數

問和糴三百萬貫求石數聞每石牙錢三十文糴場量
米折支牙人所得每石出牽錢八百牙人量米四石
六斗八合折與牽頭欲知米數石價牙錢米牽錢各
幾何

按題意買米共用錢三十億每石牙錢三十文
共牙錢折米給之共折米每石牽錢八百文共
牽錢牙人又折米四石六斗零八合給之求各

數

答曰糴到米一十二萬石 石價二十五貫文

牙錢三千六百貫文 折米一百四十四石

牽錢一百一十五貫二百文

術曰以高功求之率變入之置糴本牙錢牽錢相乘
為定以牽米為隅開連枝立方得石價以價除本得
糴到米以牙錢乘米得總牙錢以價除之得牙米以
牽錢乘牙米得共牽錢

草曰置糴本三百萬貫乘牙錢三十文得九千萬貫

文乘牽錢八百文得七百二十億萬貫

按七百二十億貫萬字誤

後餘寔內萬字同此為價寔置牽米四石六斗八合於寔數零

文之下為立方從隅起步法常超二位每超一度

商進之今隅凡超四度當於寔上約定首商二十貫

乃以商生隅超四石六斗八合得九十二貫一百六

十文乃以為應又以商生應得一百八十四萬三千

二百貫為方乃以方命上商二十貫除寔訖寔餘三

百五十一億三千六百萬貫復以商生隅四石六斗八合八釐得一百八十四貫三百二十文又以商生廉加入方內得五百五十二萬九千六百貫為方法復以商又生隅四石六斗八合加入廉得二百七十六貫四百八十文為廉法其方法一退廉法二退從隅三退乃於首商之次約定續商五貫以續商生隅四石六斗八合八釐得二百九十九貫五百二十文又以續商生廉入方得七百二萬七千二百貫乃命

續商五貫除寔造盡所得二十五貫為每石米價以
為法以糴本三百萬貫為寔寔如法而一得一十二
萬石為糴到米數以米數乘牙錢三十得三千六百
貫為牙錢以石價二十五貫除牙錢三千六百貫文
得一百四十四石為糴場量米折牙錢以牽錢八百
乘牙米一百四十四石得一百一十五貫二百文為
牽頭得牙人所與牽錢之數以石價二十五貫丈約
牽錢一百一十五貫二百文得四石六斗八合為牽

米折錢合問

按此術之意以立天元一解之法立天元一為
米每石之價以折牽米四石六斗零八合乘之
得四元^{六八}。為共牽錢應以每石牽錢八百除
之寄分母代除得八百分元之四分^{六八}。為共
折給牙人米數又以天元一乘之得八百分平
方之四分^{六八}。為共牙錢應以每石牙錢三十
除之寄分母代除得三十分又八百分平方之

四分^八。為共米數又以天元一乘之得三十
分又八百分立方之四分^八。為共米價與三
百萬貫相等兩邊各以三十乘之又以八百乘
之得四立方^八。與七百二十億貫等以立方
數除兩邊得一立方與一百五十六億二千五
百萬貫等置貫數為寔開立方得二十五貫為
米每石價數草中不除開連枝立方為除之不
能盡者便於用也

上||○○○○○○○○○○○○○○○○

三○○○○○○○○○○○○○○

○

三○

○

三○○○○○○○○○○○○○○

三||上○三

三○○○

○ ○

±||○○○○○○○○○○○○○○○○

○

○

||||±○±

○

±||○○○○○○○○○○○○○○○○

○

○

≡丁○Ⅲ

○○○

△||○○○○○○○○○○○○○○

○

≡丁○Ⅲ

○○○○

△||○○○○○○○○○○○○○○

○

○

Ⅲ上○△

||○○○○

≡||○○○○○○○○○○○○

○

||| = | ⊥ ○

||| ⊥ ○ ≡

||○○○○

≡||○○○○○○○○○○○○

○

○

||| ⊥ ○ ≡

||○○○○

三|||一|||上○○○○○○○○

一|||三|||=○○○○○

|||=|上○

|||上○三

||○○○○

三|||○○○○○○○○○○○○

一|||三|||=○○○○○

|||=|上○

|||上○三

||○○○○

≡|||一||上○○○○○○○○○○

一||≡||二○○○○○

一||≡||二○

||上○

||○○○○

≡|||一||上○○○○○○○○○○

≡|||一||上○○○○○

一||≡||二○

||上○

4
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
101
102
103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
119
120
121
122
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
156
157
158
159
160
161
162
163
164
165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177
178
179
180
181
182
183
184
185
186
187
188
189
190
191
192
193
194
195
196
197
198
199
200
201
202
203
204
205
206
207
208
209
210
211
212
213
214
215
216
217
218
219
220
221
222
223
224
225
226
227
228
229
230
231
232
233
234
235
236
237
238
239
240
241
242
243
244
245
246
247
248
249
250
251
252
253
254
255
256
257
258
259
260
261
262
263
264
265
266
267
268
269
270
271
272
273
274
275
276
277
278
279
280
281
282
283
284
285
286
287
288
289
290
291
292
293
294
295
296
297
298
299
300
301
302
303
304
305
306
307
308
309
310
311
312
313
314
315
316
317
318
319
320
321
322
323
324
325
326
327
328
329
330
331
332
333
334
335
336
337
338
339
340
341
342
343
344
345
346
347
348
349
350
351
352
353
354
355
356
357
358
359
360
361
362
363
364
365
366
367
368
369
370
371
372
373
374
375
376
377
378
379
380
381
382
383
384
385
386
387
388
389
390
391
392
393
394
395
396
397
398
399
400
401
402
403
404
405
406
407
408
409
410
411
412
413
414
415
416
417
418
419
420
421
422
423
424
425
426
427
428
429
430
431
432
433
434
435
436
437
438
439
440
441
442
443
444
445
446
447
448
449
450
451
452
453
454
455
456
457
458
459
460
461
462
463
464
465
466
467
468
469
470
471
472
473
474
475
476
477
478
479
480
481
482
483
484
485
486
487
488
489
490
491
492
493
494
495
496
497
498
499
500
501
502
503
504
505
506
507
508
509
510
511
512
513
514
515
516
517
518
519
520
521
522
523
524
525
526
527
528
529
530
531
532
533
534
535
536
537
538
539
540
541
542
543
544
545
546
547
548
549
550
551
552
553
554
555
556
557
558
559
560
561
562
563
564
565
566
567
568
569
570
571
572
573
574
575
576
577
578
579
580
581
582
583
584
585
586
587
588
589
590
591
592
593
594
595
596
597
598
599
600
601
602
603
604
605
606
607
608
609
610
611
612
613
614
615
616
617
618
619
620
621
622
623
624
625
626
627
628
629
630
631
632
633
634
635
636
637
638
639
640
641
642
643
644
645
646
647
648
649
650
651
652
653
654
655
656
657
658
659
660
661
662
663
664
665
666
667
668
669
670
671
672
673
674
675
676
677
678
679
680
681
682
683
684
685
686
687
688
689
690
691
692
693
694
695
696
697
698
699
700
701
702
703
704
705
706
707
708
709
710
711
712
713
714
715
716
717
718
719
720
721
722
723
724
725
726
727
728
729
730
731
732
733
734
735
736
737
738
739
740
741
742
743
744
745
746
747
748
749
750
751
752
753
754
755
756
757
758
759
760
761
762
763
764
765
766
767
768
769
770
771
772
773
774
775
776
777
778
779
780
781
782
783
784
785
786
787
788
789
790
791
792
793
794
795
796
797
798
799
800
801
802
803
804
805
806
807
808
809
810
811
812
813
814
815
816
817
818
819
820
821
822
823
824
825
826
827
828
829
830
831
832
833
834
835
836
837
838
839
840
841
842
843
844
845
846
847
848
849
850
851
852
853
854
855
856
857
858
859
860
861
862
863
864
865
866
867
868
869
870
871
872
873
874
875
876
877
878
879
880
881
882
883
884
885
886
887
888
889
890
891
892
893
894
895
896
897
898
899
900
901
902
903
904
905
906
907
908
909
910
911
912
913
914
915
916
917
918
919
920
921
922
923
924
925
926
927
928
929
930
931
932
933
934
935
936
937
938
939
940
941
942
943
944
945
946
947
948
949
950
951
952
953
954
955
956
957
958
959
960
961
962
963
964
965
966
967
968
969
970
971
972
973
974
975
976
977
978
979
980
981
982
983
984
985
986
987
988
989
990
991
992
993
994
995
996
997
998
999
1000

||○○○○

||○○○○

≡|||—|||⊥○○○○○○○○○○

≡|||—|||⊥○○○○○○○○○○

|||≡|||⊥○○○○

≡|||⊥○○○○

≡⊥|||⊥○

≡⊥|||⊥○

≡⊥○|||

|||⊥○≡

||三○○○

三||一||一○○○○○○○○○

||||三||三T○○○○○

=||三||三=○

三T○三

||三○○○

三||一||一○○○○○○○○○

||||三||三T○○○○○

=||一||三=○

三T○||

易經卷之九
下

||≡○○○

≡|||—|||⊥○○○○○○○○

π≡±||○○○○○

=ππ≡|||=○

≡T○π

≡○○○○○○○○○

||≡○○○

—||○○○○

≡○



累收庫本

問有庫本錢五十萬貫月息六厘半今令掌事每月帶本約息共還一十萬欲知幾何月而納足并未復畸錢多少

答曰本息納足共七箇月末後一月畸錢二萬四千七百六貫二百七十九文三分四厘八毫四絲六忽七微七沙三莽一輕二清五烟

術曰以盈朒變法求之置原本以息數退位乘歸本

位每出共納累得月數以末後不及數為足月錢數
草曰置本五十萬貫以六釐五毫乘之入共本內得
五十三萬二千五百貫文內減初月一十萬餘四十
三萬二千五百貫文又以六釐五毫乘之餘本內得
四十六萬六百一十二貫五百文又減次月一十萬
貫餘三十六萬六百一十二貫五百文又以六釐五
毫乘之入餘本內得三十八萬四千五十二貫三百
一十二文五分又減第三月錢一十萬貫文餘二十

八萬四千五十二貫三百一十二文五分又以六釐五毫乘之得三十萬二千五百一十五貫七百一十二文八分一釐二毫五絲內減第四月錢一十萬貫餘二十萬二千五百一十五貫七百一十二文二分一釐二毫五絲又以六釐五毫乘之入餘本內得二十一萬五千六百七十九貫二百三十四文一分四釐五毫三絲一忽二微五塵內減第五月錢一十萬貫餘一十一萬五千六百七十九貫二百三十四文

一分四釐五毫三絲一忽二微五塵又以六釐五毫
乘之入餘本內得一十二萬三千一百九十八貫三
百八十四文三分六釐四毫七絲五忽七微八塵一
沙二渺五莽減第六月錢一十萬貫餘二萬三千一
百九十八貫三百八十四文三分六釐四毫七絲五
忽七微八塵一沙二渺五莽又以六釐五毫乘之入
餘本內得二萬四千七百六貫二百七十九文三分
四釐八毫四絲六忽七微無塵七沙無渺三莽一輕

二清五烟為第七月納足本息畸錢

均貨推本

問海舶赴務抽畢除納主家貨物外有沉香五千八十

八兩胡椒一萬四百三十包

包四
十箱

象牙二百一十二

合

以大小為合
船兩俱等

係甲乙丙丁四人合本博列緣昨來

湊本互有假借甲分到官供稱甲本金二百兩鹽四

袋鈔一十道乙本銀八百兩鹽三袋鈔八十八道丙

本銀一千六百七十兩度蝶一十五道丁本度蝶五

十二道金五十八兩八銖已上共估值四十二萬四千貫甲借乙鈔乙借丙銀丙借丁度牒丁借甲金今合撥各借物歸原主名下為率均分上件貨物欲知金銀袋鹽度牒原價及四人各合得香椒牙幾何

按題意謂甲金乙鹽丙銀丁牒原本不同互借為同本買得香椒牙三色今有互借各物及同本貫數求原本以分所買之物蓋方程而廉衰分之法也甲乙二條內鹽鈔二色寔即一色先

言鹽袋數乃一鈔之數以鈔數乘之始為鹽數
是鈔數既贅又不明言其故皆故為隱晦也

答曰甲金每兩四百八十貫文本一十二萬四十
貫文 合得沉香一千四百八十八兩胡椒
三千五十包一十一觔五兩五十三分兩之
七象牙六十二合

乙鹽每袋二百五十貫文本七萬六千貫文
合得沉香九百一十二兩胡椒一千八百

六十九包二十一觔二兩五十三分兩之六
象牙三十八合

丙銀每兩五十貫文本一十二萬三千五百
貫文 合得沉香一千四百八十二兩胡椒
三千三十七包三十九觔五兩五十三分兩
之二十三象牙六十一合四分合之三

丁度牒每道一千五百貫文本一十萬五百
貫文 合得沉香一千二百六兩胡椒二千

四百七十二包八觔三兩五十三分兩之十
七象牙五十合分合之一

術曰以方程求之裏分入之正負入之置共錢以人
數約之得數列入人數各為行積次置諸色各物數
為段子對本色有分者通之可約者約之為定率以
第一行為右以第二行為副以第三行為次第四行
為左每以下位互遍乘之每驗其積以少減多如同
名相減異名相加正無人負之負無人正之如同名

相加異名相減正無人正之負無人負之得一段為
法以餘積為定除之各得諸價以諸價列右行以各
物數列左行以兩行對乘各得本率以諸色求等約
之得列衰併諸衰為總法以列衰遍乘各物諸數各
為定諸寔並如總法而一各得其物除不盡者以觔
兩通而除之或又分母命之

草曰置估值四十二萬四千貫以四人約之得一十
萬六千貫為各積以人數列四位次置甲金二百兩

於右上以四袋乘鈔一十道得四十袋

按此條以四袋為一鈔相

乘為鹽數是二色此為一色不如即用鹽為正

於右副為右行次置乙鈔

八十八道以三袋乘之得鹽二百六十四袋

按此條以三袋

為一鈔

及銀八百兩為副行次置丙銀一千六百七十

兩度牒一十五道為次行次置丁度牒五十二道金

五十八兩八銖為左行驗得首圖左行上段金帶八

銖是三分兩之一乃以分母遍乘左行諸數只以分

子一內入左上金內其左積得三十一萬八千貫左

金得一百七十五兩左度牒得一百五十六道為次
 圖驗次圖四行皆可求等右行求得四十約之副行
 求得八約之次行求得五約之左行求得一約之各
 得數為定

率圖



10T 0 0 三三 三 0 0 三	10T 0 0 0 0 -T ± 0 -三	10T 0 0 0 三 ± 三 三 0 0 0
三-三 0 0 1 ± 三 0 0 三T	10T 0 0 0 0 -T ± 0 -三	10T 0 0 0 三 ± 三 三 0 0 0

定率圖右積得二千六百五十貫金五兩鹽一袋副
積得一萬三千二百五十貫鹽三十三袋銀一百兩
次積得二萬一千二百貫銀三百三十四兩度牒三
道左積得三十一萬八千貫金一百七十五兩度牒
一百五十六道乃以定圖次行度牒三因左行左積
得九十五萬四千貫金五百二十五兩度牒四百六
十八道次以定圖左下度牒一百五十六乘次行積
得三百三十萬七千二百貫銀五萬二千一百四兩

按此下落度碟四
百六十八道八字

定率圖

二	上	三	三
		三	一
			〇
			〇

一	三	二	三	三
			三	
			一	〇
			〇	〇
				〇

二	一	二	〇
			〇
			〇
三	三	三	三
			三

維圖

二	上	三	三
		三	一
			〇
			〇

一	三	二	三	三
			三	
			一	〇
			〇	〇
				〇

三	三	三	二	〇
				〇
				〇
三	三	三	三	三
				三

一三〇〇

一三〇〇

〇

〇

一三〇〇

一三〇〇

一三〇〇

〇

〇

一三〇〇

乃驗維圖左及次行之下度牒等當相減之以積為
端當以左之少積減次之多積按術曰同名相減其
次行之金空而左行之金五百二十五兩有為正次
空為無按術曰正無人負之即以左行之金正加入
次行金位為負名成音圖仍置定圖左行諸數乃驗
音圖次行積得二百三十五萬三千二百貫正金五

卷九下

百二十五兩負銀五萬二千一百四兩為正餘三行

皆正

音圖

駁圖

上 三
三
一
○
○

上 三
三
一
○
○

三
三
一
○
○

三
三
一
○
○

$\begin{array}{c} \text{III}-\text{III} \circ \circ \\ \text{I} \text{I} \text{I} \text{I} \\ \circ \\ \circ \\ \text{I} \text{I} \text{I} \text{I} \end{array}$	$\begin{array}{c} =\text{III} \text{I} \text{I} = \circ \\ \text{I} \text{I} \text{I} = \text{I} \text{I} \text{I} \\ \circ \\ \text{I} \text{I} \text{I} = \circ \text{I} \text{I} \text{I} \\ \circ \end{array}$
--	--

$\begin{array}{c} \text{III}-\text{III} \circ \circ \\ \text{I} \text{I} \text{I} \text{I} \\ \circ \\ \circ \\ \text{I} \text{I} \text{I} \text{I} \end{array}$	$\begin{array}{c} =\text{III} \text{I} \text{I} = \circ \\ \text{I} \text{I} \text{I} = \text{I} \text{I} \text{I} \\ \circ \\ \text{I} \text{I} \text{I} = \circ \text{I} \text{I} \text{I} \\ \circ \end{array}$
--	--

今驗音次行之負金當以右行之正金補之而其數不等先以右金五約次金五百二十五得一百五以乘音圖右行畢其右積得二十七萬八千二百五十貫金二百五十五兩正鹽一百五發正其副次左三

行如音圖故乃成爻圖今視爻圖右行之金正與次行之金負適等即用右行直加次行按術以同名相加乃以右之金正減其次之金負為空按術以異名相減之其次鱸空為無人按術以正無人正之乃以爻圖右積二十七萬八千二百五十貫加次積二百三十五萬三千二百貫內得二百六十三萬一千四百五十貫其次金空次鹽一百五袋正次銀五萬二千一百四兩正仍置定圖右行數而成政圖

政圖

||上|||

|||

|

○

○

-|||=|||

○

≡|||

|○○

○

≡≡≡|||

○

|○○|||

|||=|○○|||

○

||-|||○○

|±|||

○

○

-|||丁

卜圖

||上|||

|||

|

○

○

||上|||±≡

○

|上|||≡

≡|||○○

○

||上|||≡|||≡

○

-≡|||

≡±≡|||

○

||-|||○○

|±|||

○

○

-|||丁

今視政圖從者乃擇其諸行本色可求等首金可鹽
亦可蓋金多鹽少乃以政圖副次兩行鹽數三十三
與一百五求等得三故以三約三十三得一十一以
乘次行又以三約一百五得三十五以乘副行畢其
副積得四十六萬三千七百五十貫鹽一千一百五
十五袋銀三千五百兩次積二千八百九十四萬五
千九百五十貫鹽一千一百五十五袋銀五十七萬
三千一百四十四兩皆正列成卜圖

京圖

三十一

三十一

一

〇

〇

三十一

〇

三十一

一〇

〇

三十一

〇

〇

三十一

〇

三十一

三十一

〇

〇

三十一

及視上圖副行積少次行積多即以副行求減次行
皆是同名相減之既畢仍置定圖副行數其次行乃
得積二千八百四十八萬二千二百貫銀得五十六
萬九千六百四十四兩列為宮圖驗宮圖次行下只
有銀五十六萬九千六百四十四兩獨一數以為法
以次積二千八百四十八萬二千二百貫為寔寔如
法而一得五十貫為銀一兩價而成千圖

千圖

三十一

三十一

一

〇

〇

三十一

〇

三十一

〇〇

〇

三十一

〇

〇

一

〇

三十一

三十一

〇

〇

三十一

乃以千圖副行銀一百兩來兩價五十貫得五千貫
以減千圖副行之積一萬三千二百五十貫訖副積
餘八千二百五十貫其下鹽得三十三袋銀空而成

曜圖

曜圖

支圖

二上 11111

11111

1

○

○

二上 11111

11111

1

○

○

三三三三

○

三三

○

○

二三三

○

一

○

○

三三三

○

○

一

○

三三三

○

○

一

○

三三一三三

一三三三

○

○

一三三三

三三一三三

一三三三

○

○

一三三三

乃以暇圖副行之積八千二百五十貫為鹽寔以其

下鹽三十三袋為法除之得二百五十貫為鹽一袋

價而成支圖乃以支圖右行鹽一袋徧乘副行畢其
副積只得二百五十貫次以副行直減右行畢右積
餘二千四百貫金五兩鹽空而成閏圖乃以閏圖
右積二千四百貫為寔金五兩為法除之得四百八
十貫為金一兩價成定圖次以左金一百七十五兩
徧乘右行直減左行訖左積得二十三萬四千貫度
牒一百五十六道左金空而成定圖

閏圖

定圖

三三〇〇

一三三三

〇

〇

一三三三

三三〇〇

〇

〇

〇

一三三三

三三三

〇

〇

一

〇

三三三

〇

〇

一

〇

二二三

〇

一

〇

〇

二二三

〇

一

〇

〇

二二三〇

三三三

〇

〇

〇

三三三

一

〇

〇

〇

今驗定圖左積二十三萬四千貫為寔以左下度牒一百五十六道為法除之得一千五百貫為度牒一道價而成終圖既得金銀每兩鈔鹽每袋度牒每各色之價次列甲乙丙丁四人乘之

終圖

三 三 〇 〇 〇 〇

一

〇

〇

〇

二|||○○○○

○

—

○

○

||||○○○○

○

○

—

○

|||○○○○

○

○

○

—

後以首圖右金二百兩併左金五十八兩八銖得二百五十八兩以八銖為三分兩之一通分內子得七

百七十五於左甲其右價四百八十貫乃以左甲毋
三約之為一百六十貫於左甲次以右鹽四千袋併
副鹽二百六十四袋得三百四袋於左乙以鹽價二
百五十貫於右乙次以副銀八百兩併銀一千六百
七十兩得二千四百七十兩於左丙以銀價五十貫
於右丙又以次行度牒一十五道併左度牒五十二
道得六十七道於左丁以度牒價一千五百貫於右
丁兩行對乘之

一丁

二四四

四四

三三〇

二二二四

三〇三三

二四二〇

上二

以右甲一百六十乘左甲七百七十五兩得一十二萬四千貫為甲原本以右乙二百五十貫乘左乙三百四貫得七萬六千貫為乙原本以右丙五十貫乘左丙二千四百七十兩得一十二萬三千五百貫為

丙原本以右丁一千五百貫乘左丁六十七道得一
十萬五百貫為丁原本列四人各得原本求等得五
百貫皆以五百貫為法除之甲行二百四十八乙得
一百五十二丙得二百四十七丁得二百一各為列
裏於右行併右行列裏得八百四十八為總法次置
博到沉香五千八十八兩遍乘列裏各為沉香寔次
置胡椒一萬四百三十包亦遍乘列裏為椒寔次置
象牙四百二十四條以大小各半之得二百一十二

十八兩乙得沉香九百一十二兩丙得沉香一千四百八十二兩丁得沉香一千二百六兩

三 二 二 一 三 三 三
三 三 三 三 三 三 三
二 一 二 二 一 三 三

甲得二百五十八萬六千六百四十乙得一百五十八萬五千三百六十丙得二百五十七萬六千二百一十丁得二百九萬六千四百三十各為椒寔以總法八百四十八除之甲得三千五十包不盡二百四

十包以包率四十觔乘之得九千六百觔又以法除
之得一十一觔不盡二百七十二觔以十六兩通之
得四千三百五十二兩又以法除之得五兩不盡一百一十二求
等得一十六約之得五十三分兩之七約甲得椒三千五
十包一十一觔五兩五十三分兩之七乙得一千八百六十
九包不盡四百四十八包以四十觔乘之得一萬七千九
百二十又用法除之得二十一觔不盡一百一十二觔以十
六兩通之得一千七百九十二兩又以法除得二兩不盡

九十六兩求等得十六約之得五十三分兩之六為
乙合得椒一千八百六十九包二十一觔二兩五十
三分兩之六兩得三千三十七包不盡八百三十四以
四十觔通之得三萬三千三百六十觔又以法除之得
三十九觔不盡二百八十八以十六兩通之得四千六
百八兩又以法除之得五兩不盡三百六十八兩求
等得十六約之得五十三分兩之二十三為丙合得椒
三千三十七包三十九觔五兩五十三分兩之二十

三丁得二千四百七十二包不盡一百七十四以四
 十觔通之得六千九百六十觔又以法除之得八觔
 不盡一百七十六以十六兩通之得二千八百一十
 六又以法除之得三兩不盡二百七十二求等得十
 六約之得五十三分兩之一十七為丁合得椒二千
 四百七十二包八觔三兩五十三分兩之一十七

三 三 三

一 三 二

三 二

二 〇 一

二 二

三 三 三

甲得五萬二千五百七十六合乙得三萬二千二百
二十四合丙得五萬二千三百六十四合丁得四萬
二千六百一十二合各為牙寔皆以總法八百四十
八除之甲合得牙六十二合乙合得牙三十八合丙
合得牙六十一合不盡六百三十六求等得二百一
十二約之得四分合之三丁合得牙五十合不盡二
百十二求等得二百一十二約之得四分合之一

按此條於方程正負之用通分乘除之變多所

發明步算雖繁寔有條而不紊也

推求物價

問推貨務三次支物準錢各一百四十七萬貫文先撥
沉香三千五百裏瑤瑁二千二百觔乳香三百七十
五套次撥沉香二千九百七十裏瑤瑁二千一百三
十觔乳香三千五十六套四分套之一後撥沉香三
千二百裏瑤瑁一千五百觔乳香三千七百五十套
欲求沉香瑤瑁裏觔套各價幾何

答曰沉香每裏三百貫文 乳香每套六十四貫

文 瑤瑁每斤一百八十貫文

術曰以方程求之正負入之列積及物數於下布行數各對本色有分者通之可約者約之為定率積列數每以下項互偏乘之每視其積以少減多其下物數各隨積正負之類如同名相減異名相加正無人負之負無人正之其如同名相加異名相減正無人正之負無人負之使其下項物數得一數者為法其積為寔寔如法

而一所得不計通損或益諸積各得法定除之餘做此
草曰置準錢一百四十七萬貫為三次撥錢為三行
積數次置先撥沉香三千五百裏瑤瑁二千二百觔
乳香三百七十五觔為右行物數又列次撥沉香二
千九百七十裏瑤瑁二千一百三十觔乳香三千五
十六套四分套之一為中行物次列沉香三千二百
裏瑤瑁一千五百觔乳香三千七百五十套為左
行之物各以本色相對列之

率圖

一三三三〇〇〇	一三三三〇〇〇	一三三三〇〇〇
三三〇〇	二三三〇	三三三〇〇
一三三〇〇	二二三〇	二二〇〇
三三三〇	三〇三丁	三三三三

一三三三〇〇〇	三三三三〇〇〇	一三三三〇〇〇
三三〇〇	一三三〇	三三三〇〇
一三三〇〇	三三三二〇	二二〇〇
三三三〇	一三三三三	三三三三

二三三三〇	三三三〇〇	三三三〇
上三三	三三三	一三〇
三〇	三三上三	三三
三三三	三三一三三	一三三

定率圖

其中行乳香有四分套之一便以母四通中行諸數
只內子一入乳香段內積得五百八十八萬貫沉香
得一萬一千八百八十裏瑤瑁得八千五百二十觔
乳香得一萬二千二百二十五套 以右行求等得
二十五俱約之積得五萬八千八百貫沉香得一百
四十裏瑤瑁得八十八觔乳香得一十五套以中行
求等得一十五約之積得三十九萬二千貫沉香得
七百九十二裏瑤瑁得五百六十八觔乳香得八百

一十五套以左行求等得五約之積得二萬九千四百貫沉香得六十四裏瑤瑁得三十觔乳香得七十五套列為定率圖三行副置求之今先欲去定圖下位乳香套數一十五與左下七十五互乘左右兩行右積得四百四十一萬貫沉香一萬五百裏瑤瑁得六千六百觔乳香得一千一百二十五套左積得四十四萬一千貫沉香得九百六十一裏瑤瑁得四百五十觔乳香得一千一百二十五套驗左積少右積

多當以左行直減右行畢仍置定圖左行數

維圖

按以上三圖名舊本未載今依前題補之以便檢閱

三三三三〇〇〇〇
 一〇三三三〇〇〇
 上丁〇〇〇
 一十二三三三

三三三三〇〇〇〇
 三三三三〇〇〇〇
 上三三〇〇〇
 〇〇〇〇

三三三三〇〇〇〇
 三三三三〇〇〇〇
 上三三〇〇〇
 〇〇〇〇

三三三三〇〇〇〇
 三三三三〇〇〇〇
 三三三三〇〇〇〇
 三三三三〇〇〇〇

三三三三〇〇〇〇
 三三三三〇〇〇〇
 三三三三〇〇〇〇
 三三三三〇〇〇〇

三三三三〇〇〇〇
 三三三三〇〇〇〇
 三三三三〇〇〇〇
 三三三三〇〇〇〇

三三三三〇〇〇〇
 三三三三〇〇〇〇
 三三三三〇〇〇〇
 三三三三〇〇〇〇

三三三三〇〇〇〇
 三三三三〇〇〇〇
 三三三三〇〇〇〇
 三三三三〇〇〇〇

三三三三〇〇〇〇
 三三三三〇〇〇〇
 三三三三〇〇〇〇
 三三三三〇〇〇〇

右積得三百九十六萬九千貫沉香得九千五百四十裏瑤瑁得六千一百五十觔次驗中左兩行各有下位段又以左下七十五互乘中行乃以中行下八百一十五互乘左行畢中積得二千九百四十萬貫沉香得五萬九千四百裏瑤瑁得四萬二千六百觔乳香得六萬一千一百二十五套左積得二千三百九十六萬一千貫沉香得五萬二千一百六十觔瑤瑁得二萬四千四百五十觔乳香得六萬一千一百

二十五套驗左積少中積多以左行同名直減中行
畢仍置定圖左行數

卜圖

宮圖

三三三三〇〇	三三三三〇〇
上三〇	三三三〇
三三〇	上三〇
〇	〇

三三三三〇	三三三〇
三三三	三三三
一三三三	三〇三三
〇	〇

三三三三〇	三三三三〇
三三三三〇	三三三三〇
三三三三〇	三三三三〇
〇	〇

三
上三
三〇
三三

三〇
上三
三〇
三三

三〇
上三
三〇
三三

中積得五百四十三萬九千貫沉香得七千二百四十
十裏璚瑁得一萬八千一百五十觔今驗右中兩行
數多又求約之其右行求得三十約之右積得一十
三萬二千三百貫沉香得三百一十八裏璚瑁得二
百五觔中行求得一十約之中積得五十四萬三千
九百貫沉香得七百二十四裏璚瑁得一千八百一

一十五觔今又欲去中左行之璚瑁乃以中行璚瑁
一千八百一十五互乘右行右積得二億四千一十
二萬四千五百貫沉香得五十七萬七千一百七十
裏璚瑁得三十七萬二千七十五套以卜右璚瑁二
百五觔互乘中行中積一億一千一百四十九萬九
千五百貫沉香得一十四萬八千四百二十裏璚瑁
得三十七萬二千七十五觔今驗宮右積多中積少
乃以中行直減右行畢仍置卜圖中行數

[illegible]

夫

今驗千圖右行段數只有沉香四十二萬八千七百

五十裏以為法以右積一億二千八百六十二萬
五千貫為寔寔如法而一得三百貫為沉香一裏價
便以中行沉香七百二十四乘三百貫得二十一萬
七千二百貫減中行五十四萬三千九百貫餘三十
二萬六千七百貫為中積便減去中行沉香段之數
次以左上沉香六十四乘三百貫得一萬九千二百
貫減左積二萬九千四百貫餘一萬二百貫為左積
便減左上沉香裏數去之今驗支圖中行其下只有

璚瑁一千八百一十五觔以為法中積三十二萬六千七百貫為寔寔如法而一得二百八十貫為璚瑁價

閏圖

按此圖舊本亦未載名今補

三〇
一〇
〇〇

三〇
一〇
〇〇

一卅
〇
一〇

一卅
〇
一〇

一〇二〇
〇
三〇
三卅

三三〇
〇
〇
三卅

今驗閏圖左行有璣瑁三十觔以乘價一百八十貫
 得五千四百貫減左積一萬二百貫餘四千八百貫
 為左積其下只有乳香七十五套以為法以積四千
 八百貫為寔寔如法而一得六十四貫為乳香套價
 此題並係俱正補草



算學九章卷九下