

NEWSLETTER

数学史通讯

第 41 期

中国数学会数学史分会

中国科学技术史学会数学史专业委员会

网址: <http://www.hmath.net>

编者:张 红 (四川师范大学数学科学学院)

王 军 (四川师范大学数学科学学院)

2021 年 7 月

目 录

会议纪要.....	1
中国数学会数学教育分会正式成立/田刚院士兼任分会理事长.....	1
“新力量·新担当”第二届青年数学史学术研讨会成功举办/王思琛.....	3
萨日娜教授与上海交通大学图书馆副馆长就“上海交大数学史及科学史资料 库建设”等事宜开展座谈会/王思琛.....	13
上海交通大学数学史团队召开 2021 年春季学期工作组会议/王思琛.....	15
交流访问.....	16
萨日娜教授应邀参加“北大理科与中国现当代科技发展学术研讨会”并作报 告/王思琛.....	16
纪念专栏.....	18
中国数学会数学史分会（中国科学技术史学会数学史专业委员会）大事记.....	18
一位外国学者眼中的中国数学史学会 40 年——为庆祝中国数学史学会成立 40 周年而作/林力娜.....	22
我的中国数学史之旅/小林龙彦.....	28
《与改革开放同行——中国数学史事业 40 年》纪念文集编者的话/徐泽林.....	35
书讯书评.....	39
《梅文鼎全集》出版/韩琦.....	39
《怀尔德的数学文化研究》出版/刘鹏飞.....	40
《早期统计学家传略》出版/陶城霖.....	42
译著《伯恩哈德·黎曼论奠定几何学基础的假设》出版/陈惠勇.....	43
《九章算术译注》新版出版/郭金海.....	44
钱伟长著《我国历史上的科学发明》数学一章的阅读意见/钱宝琮.....	45
荣誉称号.....	50
林力娜（Karine Chemla）研究员连获两个数学史奖项/郑方磊.....	50
首届“张奠宙数学教育奖”在华东师大颁出/华东师范大学.....	51
期刊专辑	54
坐标概念的历史与椭圆方程的发展/张红，王军.....	54
HPM 视角下高三专题复习《平面及其基本性质》的教学与反思/钟萍.....	67

人才培养	78
中国科学院自然科学史研究所研究生毕业信息.....	78
河北师范大学 2021 年人才培养信息.....	78
内蒙古师范大学 2021 年人才培养信息.....	79
上海师范大学 2021 年人才培养信息.....	79
四川师范大学 2021 年人才培养信息.....	80
天津师范大学 2021 年人才培养信息.....	80
吉林师范大学 2021 年人才培养信息.....	80
上海交通大学 2021 研究生毕业信息.....	81
中山大学 2021 年人才培养信息.....	81
征稿启事	82
第 42 期《数学史通讯》征稿启事.....	82

会议纪要

中国数学会数学教育分会正式成立

田刚院士兼任分会理事长

经过近三年的筹备，2021年7月12日下午，值第十四届国际数学教育大会（ICME-14）在上海华东师范大学开幕之际，中国数学会在华东师大举行中国数学会数学教育分会成立仪式。中国数学会理事长田刚院士兼任中国数学会数学教育分会理事长，中国数学会数学史分会副理事长、北京师范大学数学科学学院曹一鸣教授担任中国数学会数学教育分会常务副理事长。



图1 中国数学会理事长田刚院士为曹一鸣教授颁发聘书

数学教育分会的设立，旨在团结全国数学教育理论和实践工作者，促进数学教育研究、数学课程和教学改革、数学教师专业发展以及国际学术交流，繁荣我国的数学教育事业，提高全民族的数学素养，为加强数学人才培养，弘扬中华民族的优秀数学文化传统而作出贡献。

分会主要工作内容包括：根据实际需要，开展各种形式的国内外学术交流活动，努力提高会员的学术水平；开展促进提高数学教育研究和教学水平的活动，

推动我国数学教育质量和整体水平的提升；开展数学教师专业发展的研究与数学教师教育工作；增进加强与国际数学教育同行的交流与合作，努力提高我国数学教育工作者的国际参与能力与国际学术地位；促进中小学教师与数学家联系与交流，加强与其他教育工作者的交流与协作。



图2 中国数学会数学教育分会成立仪式留影

机构成员名单：

理事长：田刚

常务副理事长：曹一鸣

副理事长(按姓氏笔画)：王长平 田立新 李继成 肖冬梅 何勇 范良火
韩相河

秘书长：范良火

常务理事(按姓氏笔画)：

马振卿 王长平 王光明 卢焱尧 田立新 田刚 巩馥洲 刘仲奎 刘贤宁 刘振成
李振权 李继成 李淑文 肖冬梅 何勇 张伟年 陈大岳 陈猛 苑立平 范良火
胡涛 黄文韬 曹一鸣 盛为民 彭双阶 韩松 韩相河 谢资清 额尔敦巴雅尔

数学教育分会筹备小组(按姓氏笔画)：

王长平 尤建功 吕长虹 李增沪 肖冬梅 陈大岳 范猛 郭军义 谈胜利 曹一鸣
程晋

“新力量·新担当”

第二届青年数学史学术研讨会成功举办

“三时已断黄梅雨，万里初来舶棹风”。2021年7月10日-11日，第二届青年数学史学术研讨会在上海交通大学闵行校区学术活动中心成功举办。



第二届青年数学史学术研讨会线下合影

第一届青年数学史会议于2020年7月举行，当时正值疫情防控的紧张时期，会议主要通过线上的方式举行。今年，疫情防控取得巨大的成功，大家的学术热情也空前高涨。上海交大数学史团队提出主办第二届青年数学史学术讨论会，得到了中国数学会数学史分会（中国科学技术史学会数学史专业委员会）和马克思主义学院的大力支持，也得到了学会青年学者的积极相应。

本届青年会由上海交通大学举办，更特殊意义是交大是吴文俊院士的母校，吴文俊院士对于中国数学史事业的发展做出过卓越贡献。吴文俊先生非常看重培养“数学史的新生力量”，寄予“下一代把这个任务（即丝路数学研究）担当起来”。这里的“新生力量”和“任务担当”，是1984年7月吴先生在北师大数学史讲习班致辞的原话。因而，本届研讨会的会议主题定为“新力量·新担当”，并特别增加了“青年数学史学者圆桌论坛”，请青年学者对中国数学史的未来发展畅抒己见，希望新一代数学史学者敢于承担新责任、肩负新使命、勇于新担当，

为推进中国数学史的研究事业做出新的贡献。

上海交通大学马克思主义学院吕鹏老师主持开幕式，马克思主义学院党委书记董玉山和中国数学会数学史分会理事长徐泽林教授分别致辞，上海交通大学纪志刚教授、萨日娜教授、史斌副教授，东华大学邓可卉教授、上海师范大学王幼军教授，来自中国科学院自然科学史研究所、河北师范大学、西北大学等数学史重镇的青年学者及博士生参加会议。内蒙古师范大学郭世荣教授、辽宁师范大学王青建教授、河北科技大学阎晨光教授等近 50 位学者在线参加会议。



上海交通大学马克思主义学院董玉山书记致辞

董玉山书记在开幕词中首先欢迎远道而来的各位青年学者，并强调青年学者们将是未来数学史研究的栋梁之才；同时指出现在广泛学习的“四史”也包含数学史，交大的知名校友——人民科学家吴文俊先生便是数学史的坚定支持者。此外，董玉山书记对数学史团队的语言优势给予肯定，赞扬数学史团队二十余年来培养了一大批专长于中西数学文化传播与交流的中坚力量，最后，董书记指出学院今后一定会大力支持青年数学史论坛的举办。

徐泽林教授在致辞中提到“新时代·新力量·新担当”，指出数学史的进一步研究和发展要靠年轻人，青年学者一定要有信心和斗志，努力承担起数学史学科发展的责任。



中国数学会数学史分会理事长徐泽林教授致辞

本次会议聚焦四个主题：（1）中国传统数学史研究；（2）沿丝绸之路数学知识与文化的传播与交流；（3）近现代数学史研究；（4）西方数学史研究。

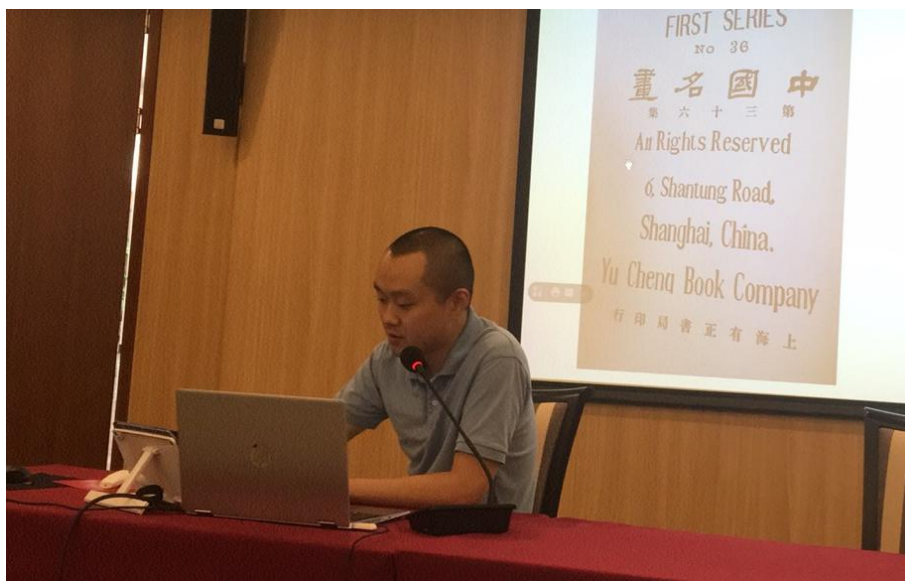
中国传统数学史研究方面，中山大学哲学系暨逻辑与认知研究所朱一文副教授首先作主题为《清中叶的算学与考据学》的报告，通过《数书九章》、《测圆海镜》版本史以及投壶问题这三个案例，探寻经学与算学之间的关联与互动。



朱一文副教授报告《清中叶的算学与考据学》

中国科学院自然科学史研究所助理研究员周霄汉作题为《明代珠算著作中的算盘图示研究：以〈盘珠算法〉为例》的报告，他从绘画作品中的算盘切题，探讨

珠算书中黑白算珠颜色代表的不同意义。



周霄汉助理研究员报告《明代珠算著作中的算盘图示研究：以〈盘珠算法〉为例》

内蒙古师范大学青年教师魏雪刚作题为《乾嘉时期中算家的“算理”思想与工作——以焦循〈加减乘除释〉为中心》的报告，他从个案入手，梳理了《加减乘除释》编纂与焦循思想转变的关系，讨论了《加减乘除释》的算理内涵、思想渊源及算理体系。



魏雪刚博士报告《乾嘉时期中算家的“算理”思想与工作——以焦循〈加减乘除释〉为中心》

沿丝绸之路数学知识与文化的传播与交流研究方面，中国科学院自然科学史研究所郭园园副研究员作题为《沿丝绸之路的中外数学交流》的报告，他梳理了从中世纪到宋元时期的伊斯兰数学概况与数学交流情况，报告引起了大家的兴趣与热烈讨论。



郭园园副研究员报告《沿丝绸之路的中外数学交流》

上海交通大学田春芝博士后作题为《帕乔利〈数学大全〉中的比与比例》的报告，她首先介绍了帕乔利对“比”和“比例”的认识，然后指出了有关“比”和“比例”的关系式，随后重点介绍了“比的分类树”和“比的分类图”，通过对比各个版本，提出有关比的传播的可能的新的传播路径。



田春芝博士后报告《帕乔利〈数学大全〉中的比与比例》

上海交通大学博士生潘钺的报告《〈比鲁尼印度志〉中的数理天文学探析》，通过探析《比鲁尼印度志》中的数理天文学内容，揭示出

比鲁尼对早期伊斯兰文献中的印度天文学知识所作的纠正和补充，同时反映出比鲁尼在阐释印度数理天文学时所制造的新误解。



潘钺博士报告《〈比鲁尼印度志〉中的数理天文学探析》

第一天的报告结束后，线上线下的数学史研究者相聚一起，进行圆桌讨论。讨论中大家各抒己见，有学者提出数学史研究不能局限于数学文献，要拓展视野，使用新视角、新方法，发掘新问题；近现代数学史学者提出近现代数学史研究的“三难”现状，即数学知识难、文献解读难、语言写作难，在克服“三难”之外，还要补充一些中国近现代数学家的重要工作；大家纷纷呼吁不同研究方向的数学史学者要团结起来，互相交流，彼此借鉴，共同进步；同时，要注重数学与其他学科如物理、哲学等的关联，进一步加强数学史的研究价值。此外，数学史学科虽小，但含金量很高，因此，作为数学史的研究人员，一定要有足够的自信！

第二天的报告主要聚焦近现代数学史研究和西方数学史研究。

近现代数学史研究方面，西北大学的于钟淼博士作题为《等分椭圆函数方程：从高斯到阿贝尔》的报告，他将阿贝尔的等分椭圆函数方程理论与高斯的分圆方程理论进行比较和分析，认识到阿贝尔的椭圆函数理论是如何在高斯路线图的影响下构建起来的。



于钟森博士报告《等分椭圆函数方程：从高斯到阿贝尔》

延安大学青年教师郭婵婵博士作题为《罗巴切夫斯基建立非欧几何的动机》的报告，她指出罗巴切夫斯基的非欧几何与拉普拉斯的天体力学关系密切：罗巴切夫斯基的非欧几何为拉普拉斯的力学理论提供了相应的空间背景；反之，拉普拉斯的力学理论为罗巴切夫斯基的非欧几何提供了实在的物理应用。



郭婵婵报告《罗巴切夫斯基建立非欧几何的动机》

河北师范大学刘献军副研究员作题为《巴拿赫代数的产生与发展》的报告，他梳理了二十世纪三十年代末，盖尔范德及其学派创立了“赋范环”一词，提出了极大理想等基本概念及系列定理，创造出震动数学界的“赋范环”理论的历史

进程。



刘献军副研究员报告《巴拿赫代数的产生与发展》

西方数学史研究方面，西北大学副教授杜宛娟作题为《从伽罗瓦理论到伽罗瓦理论：戴德金的贡献》的报告，她区分了我们现在所熟知的伽罗瓦理论与最初伽罗瓦提出的理论，着重分析了戴德金的贡献，将伽罗瓦群理解为域扩张的自同构群，勾勒出现代伽罗瓦基本定理。



杜宛娟副教授报告《从伽罗瓦理论到伽罗瓦理论：戴德金的贡献》

上海交通大学曹婧博博士后作题为《从“中西互证”到“破陈发新”——晚清数学家对不可公度量的认识》的报告，以顾观光、黄庆澄、吴在渊三代学者对《几何原本》不可公度量的递进认识为线索，反映了他们接受西方现代知识体系的深入程度，揭示了知识迁移过程中的复杂性以及知识传播路径的曲折和迂回。



曹婧博博士后报告《从“中西互证”到“破陈发新”——晚清数学家对不可公度量的认识》

自然科学史研究所助理研究员王晓斐作题为《典籍的阅读、翻译和应用——以拉格朗日的数学史研究为案例》的报告，她向我们展示了拉格朗日对数学史研究的兴趣，将拉格朗日在其分析学著作中数学史的应用和实践作为案例，揭示所有对古希腊数学的翻译和传播实践活动是其数学实践的一部分，也反映了古代典籍在推动微积分严格化中发挥的作用。



王晓斐助理研究员报告《典籍的阅读、翻译和应用——以拉格朗日的数学史研究为案例》

徐泽林、郭世荣、萨日娜、董杰、朱一文、吕鹏、阎晨光、王幼军、王涛和纪志刚等老师对报告做了点评。

为期两天的学术报告是青年数学史学者的一场学术盛宴。在闭幕式上，纪志刚教授作总结发言，他对报告人的积极准备表示肯定，指出参会报告主题思想明确，问题意识突出，可谓篇篇精彩，老师们的点评评价中肯，意见和建议颇有建设性。线上线下学者积极参与，反响甚好。同时，在回顾前辈学者的研究之路时，要意识到作为青年学者的我们正处在一个非常好的时代，在“新力量·新担当”的使命感召下，更应该抢抓机遇，勇立潮头，不断为数学史的发展贡献力量，最后他指出数学史研究之路漫长、曲折，要有足够的耐心和信心坚持走下去，并以“道阻且长，行则将至。行而不辍，未来可期”与大家共勉。徐泽林教授建议青年数学史会议能延续下去，争取每年举办一次，希望青年学者弘扬数学史分会团结奋斗的精神，承继前辈学者的优良传统，为推进中国数学史的研究事业作出新贡献。

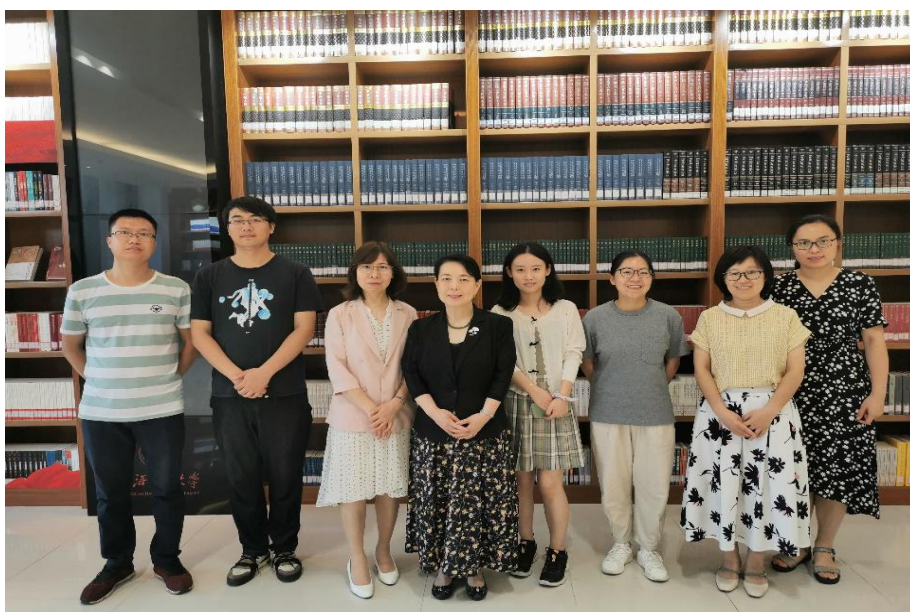


纪志刚教授作会议总结

（撰稿：王思琛，摄影：王浩霖）

萨日娜教授与上海交通大学图书馆副馆长就“上海交大 数学史及科学史资料库建设”等事宜开展座谈会

2021年7月6日下午，上海交通大学科学史与科学文化研究院萨日娜教授与图书馆负责人郭晶副馆长开展座谈会，资源建设部书记宋海艳、申雅琪、杨眉、张浩等图书馆老师和数学史方向学生王思琛、应成霞参与讨论。



座谈中，郭馆长首先邀请萨日娜教授参与上海交通大学日本科学协会赠书的图书选择，挑选适合学生学习研究的书目上架，让这些捐赠书发挥更大的价值；此外，郭馆长欢迎老师同学提出自己研究方向的需求，推荐荐购书目和资料库，尤其是数学史，乃至科学技术史等这些小众方向，以便更好地服务于老师同学的研究。应成霞反映学校西文数据库 Springer, JSTOR, Taylor&Francis 等购买的文献年限范围较短，希望可以延长至 20 世纪前期；王思琛建议增加古籍资料库的购买力度，可以对中国古代史有更深入的了解。

萨日娜老师表达了对图书馆工作服务的感谢与认可，指出交大作为理工科优势学校，有许多老科学家的事迹值得挖掘，正在指导的田春芝博士后也恰好准备着手交大数学学院院史的书写，希望可以与图书馆合作，进行交大老科学家事迹的研究与宣传。

另一方面，萨日娜老师咨询了国外学者赠书联络流程，希望能和图书馆建立

联系，共建科学史与数学史文库。几位日本数学史研究老教授希望能够将自己的毕生所藏赠送给中国，希望萨日娜教授能接收，让这些珍贵的数学史书籍能够传递下去，继续发挥作用。郭馆长对此表示欢迎，且申雅琪老师介绍了捐赠流程。

萨日娜教授同图书馆老师的座谈气氛融洽，大家畅所欲言，对数学史文献资料库的建设达成一致，也为日后数学史团队同图书馆的进一步交流合作奠定了基础。

撰稿：王思琛

上海交通大学科学史与科学文化研究院

上海交通大学数学史团队召开 2021 年春季学期工作组会议

2021 年 6 月 22 日上午，上海交通大学科学史与科学文化研究院数学史团队召开组会，对本学期的学习、研究情况进行汇报交流。纪志刚教授、萨日娜教授以及数学史方向的博士后、研究生参加了会议。会议由吕鹏老师主持。



博士后曹婧博对在站工作进行总结，她以“东西方比较视野下的欧几里得《原本》研究——以比林斯利《原本》为中心”为题展示了在站期间的科研成果。博士后王宏晨汇报了本学期的三项工作，分别为汉译《几何原本》‘借象之术’探源，《同文算指前编》翻译以及早期西方学者的中国数学史研究。田春芝主要汇报了博士后的工作计划，分别是《数学大全》中若干重要算法和数学思想的深入探究，探寻《数学大全》在丝绸之路数学知识交流与互鉴中的作用以及完成上海交通大学数学科学学院院史编纂。贾洪岩汇报了博士论文撰写进程和小论文的发表情况。关静潇汇报了博士论文《佛教医学人文思想与当代意义》的大体撰写思路。王思琛汇报了博士论文的选题“王文素与《算学宝鉴》”，梳理了现有文献中对《算学宝鉴》一书的研究情况，考虑了刊刻版本以及与明代其他算书对比的问题。应成霞报告了其硕士论文《数学史家的研究之路——以凯尼斯·梅奖得主为例》的主要内容。王浩霖交流了其论文的选题方向。

撰稿：王思琛

上海交通大学科学史与科学文化研究院

交流访问

萨日娜教授应邀参加

“北大理科与中国现当代科技发展学术研讨会”并作报告

夏木阴阴，碧水漾漾。6月26至27日，由北京大学科学技术与医学史系主办的“北大理科与中国现当代科技发展学术研讨会”在百年燕园隆重召开。会议大家云集，异彩纷呈。北京大学校长郝平、副校长黄如，北京大学科技医史系创系主任韩启德院士、北京国际数学研究中心主任田刚院士、物理学院院长高原宁院士等专家学者出席会议并作报告。旨在以科学史研究的专业视角回顾和探讨北大理科对于中国现当代科学发展的促进作用，并宣告“北大理科与中国现当代科技发展历程研究”项目正式启动。

我院萨日娜教授应邀参加本次会议，主持6月26日上午“北大理科学科史与机构史研究”分会场，并在“北大理科人物及学术思想研究”专题组做题为“冯祖荀与北大数学科的建设及发展研究”的报告。科学人物、学术成果及学术思想研究是北大理科史的一个重点讨论问题，同时也是会议的一个焦点问题，正如韩启德院士所说的那样，人创造了历史，历史研究的核心是人，研究人物及其思想是为了更好地弘扬与传承。





萨日娜讨论了冯祖荀与早期北大数学系的建设及发展, 弥补了学界对冯祖荀这位北大数学奠基者的研究空缺。冯祖荀, 字汉叔, 是北京大学首任系主任、著名数学家、数学教育家, 更是我国现代数学的开山鼻祖。萨日娜教授利用在日本东京大学和京都大学搜集到的一手资料, 修订国内学者对冯祖荀的错误记载, 并详细介绍其作为京师大学堂首批派遣留日学生赴东京大学预科班留学的经历, 探讨其在留学时期关心数学名词术语的规范化, 以及数学教科书的编译等活动的细节。又根据近年搜集到的最新资料介绍了冯祖荀的纯数学研究成果与建立数学会、培养大批优秀数学家的重要贡献。其报告受到北京大学数学科学学院陈大岳院长及与会者的高度评价。会后陈院长带领参观数学科学学院, 并热情介绍了北大数学教授墙和许宝禄铜像的建造过程。

撰稿: 王思琛

上海交通大学科学史与科学文化研究院

纪念专栏

中国数学会数学史分会

（中国科学技术史学会数学史专业委员会）大事记

本《大事记》的编写，遵循“尊重历史、大事突出、琐事不记、个人不记、客观表述、援引有据”的原则，选事范围以学会组织建设、管理、改革、学术活动内容为主。其中的数学史会议部分，只收录由数学史分会主办、协办的会议（根据会议通知），一些大学、研究机构主办的其他各类数学史会议都没有收录。数学史专业学位授权点建设虽不是数学史学会的工作，但对数学史学科发展、学会组织的壮大都有十分重要的作用，故一并收入。

由于资料来源收集不全，以及编辑者见识和水平所限，难免有不足之处，敬请批评指正，以便今后修改补充。

时间，地点	事件
1981年7月20-25日，辽宁师范大学	召开首届全国数学史会议，成立数学史学会。学会为二级学会，名称为“全国数学史学会”，同时隶属于中国数学会与中国科学技术史学会。第一届理事会推举严敦杰（1917~1988）研究员为理事长。
1981年11月	北京师范大学、杭州大学、内蒙古师范大学、辽宁师范大学被国务院学位委员会和国家教委批准为数学史专业硕士学位授权点；中国科学院自然科学史研究所被批准为博士学位授权点。
1984年7月15日-28日，哈尔滨	组织召开“数学史、数学方法论”讲习会。
1984年7月21日-8月17日，北京师范大学	组织举办“全国高等院校中外数学史讲习班”。
1985年8月28日-9月2日，内蒙古师范大学	第二届全国数学史学术年会召开。理事会换届，推举严敦杰研究员继续担任理事长。
1986年7月	西北大学获国务院学位委员会批准建立自然科学史（数学史）硕士学位授权点。
1986年7月11-22日，徐州师范大学	组织“《双九章》讲习班”暨高校数学史研究会筹委会。
1987年5月21-25日，北京师范大学	组织召开纪念秦九韶《数书九章》成书740周年国际学术研讨会。
1988年11月1-5日，合肥-宣城	组织召开纪念梅文鼎国际学术讨论会暨第三次全国数学史年会。理事会换届，推举严敦杰研究员继续担任理事长。
1990年10月	西北大学、北京师范大学、杭州大学、中国科学院系统科学研究所与数学研究所联合申请数学史专业博士学位授权点获国务院学位委员会和教育部学位办批准。
1991年6月21-25日，北京师范大学	组织召开《九章算术》暨刘徽学术思想国际学术研讨会。

1992年8月20-22日，北京香山	组织召开纪念李俨、钱宝琮诞辰100周年国际学术讨论会。
1993年9月， 安徽师范大学（芜湖和黄山）	组织召开地方科技史暨纪念程大位、梅文鼎、戴震、汪莱国际学术讨论会。
1993年10月11-15日， 中国科学院数学研究所	举办“中外联合数学史讨论班”。
1994年8月初	会员以无记名方式投票推荐第四届理事会候选人名单，起草《全国数学史学会章程（草案）》。
1994年8月27-30日，北京香山	组织召开第四届全国数学史学术年会。理事会换届，推举李文林研究员担任理事长。
1994年10月	通过《全国数学史学会章程》，确定学会正式名称为：中国数学会数学史分会（中国科学技术史学会数学史专业委员会）、编印半年刊《数学史通讯》。
1995年？月	数学史学会作为二级学会在民政部注册法人资格。
1996年1月17日，深圳	在第七届国际中国科学史会议中组织数学史分组会议。
1996年5月	天津师范大学被国务院学位委员会和国家教委批准为数学史专业硕士学位授权点。
1996年7月22-25日， 内蒙古师范大学	组织召开第三届汉字文化圈及其近邻地区数学史与数学教育国际学术研讨会。
1996年10月22-24日，承德	组织召开全国数学史学会第四届理事会第二次会议。
1997年秋季	国务院学位办公布学科调整，科学技术史属于理学类一级学科，不设二级学科，数学史是其一个研究方向。
1997年	向教育部提交给了“关于在综合性大学和师范院校的数学系开设数学史课的建议”。
1998年10月4-8日， 华中师范大学	组织召开“数学思想的传播与变革：比较研究”国际学术研讨会暨第五届全国数学史学术年会。推举郭书春研究员担任理事长。
1997年	数学史学会向国家自然科学基金委天元基金委提出设立数学史专项基金的申请。
1999年5月22-24日， 中国科学院数学研究所	中科院系统科学研究所召开数学和数学机械化研讨会中组织数学史分会会场。
2000年10月9-14日， 河北涿水祖冲之中学	组织召开纪念祖冲之逝世1500周年学术研讨会。
2000年10月18-21日，西安交通大学	组织召开20世纪数学传播与交流国际会议。
2000年11月1-3日，四川安岳	组织召开秦九韶学术研讨会暨秦九韶纪念馆落成典礼。
2002年8月9-13日， 天津师范大学	组织召开第五届汉字文化圈及近邻地区数学史与数学教育国际学术研讨会。
2002年8月14-18日，西北大学	组织召开2002年北京国际数学家大会的卫星会议——“数学史国际会议”暨第六届中国数学史学会年会。推举李文林研究员继续担任理事长（可隔届担任）。
2003年9月18-19日， 中国科学院数学研究所	组织召开吴文俊“丝路数学天文基金”学术委员会扩大会议。
2003年10月	河北师范大学数学与信息科学学院“网站空间”栏目开办“数学史论坛”设置会员申请登录系统。

2004年4月8-11日， 浙江湖州师范学院	组织召开秦九韶学术研讨会。
2005年5月1-4日，西北大学	组织召开第一届全国数学史与数学教育学术研讨会。
2005年7月28日 ，中国科学院数学研究所	第22届国际科学史大会中组织数学史专题会议。另外召开“沿着丝绸之路—古代与中世纪数学与天文交流”国际会议。
2006年3月17-19日，清华大学	组织召开首届东亚数学典籍学术研讨会。
2006年11月	内蒙古师范大学申请科学技术史专业博士学位授权点获国务院学位委员会和教育部学位办批准。
2006年10月	河北师范大学数学与信息科学学院购买服务器，注册“数学史通讯网站”，作为数学史分会网站正式开通。网站由刘献军博士义务维护。
2007年4月26-30日，河北师范大学	组织召开第二届全国数学史与数学教育学术研讨会暨第七届全国数学史学术年会。推举郭世荣教授担任理事长。
2007年10月11-15日，四川师范大学	组织召开纪念欧拉诞生300周年暨《几何原本》中译400周年国际学术研讨会。
2008年3月20-23日，天津师范大学	组织召开第三次东亚数学史研究学术研讨会。
2009年5月11-13日，北京	在中科院召开的数学机械化国际会议中组织数学史分会场。
2009年5月22-25日， 北京师范大学	组织召开第三届数学史与数学教育国际研讨会暨白尚恕教授文集首发式。
2010年8月7-10日， 内蒙古师范大学	组织召开第七届汉字文化圈及近邻地区数学史与数学教育国际学术研讨会
2010年8月11-17日，西北大学	组织召开首届近现代数学史国际会议。
2011年4月	河北师范大学被国务院学位委员会和国家教委批准为科学技术史专业硕士学位授权点。
2011年4月30日-5月4日， 华东师范大学	组织召开第四届数学史与数学教育国际研讨会暨第八届全国数学史学会学术年会。推举曲安京教授担任理事长。
2011年8月5日，网络会议	组织召开全国数学史学会第八届理事会第一次常务理事会第一次E-Meeting。
2011年10月30日-11月1日，海宁	组织召开纪念近代科学先驱李善兰诞辰二百周年学术研讨会。
2012年5月17-20日，西北大学	组织召开第二届近现代数学史国际会议。
2013年4月13-14日，海南师范大学	组织召开第五届全国数学史与数学教育学术研讨会。
2013年6月21-23日，山东邹平	组织召开纪念刘徽注《九章算术》1750周年国际学术研讨会。
2013年11月2-4日，宣城	组织召开纪念梅文鼎诞辰380周年国际学术研讨会。
2014年3月8-9日，清华大学	组织召开东亚数学典籍研讨会。
2014年3月10日，清华大学	组织召开清华简《算表》学术研讨会。
2014年9月20-25日， 西北大学主办，浙江科技学院承办	组织召开第三届近现代数学史与数学教育暨浙江近现代数学史国际会议。
2015年5月9日，华东师范大学	组织召开第四届上海数学史会议。
2015年10月9-12日，中山大学	组织召开第九届全国数学史学会年会暨第六届数学史与数学教育会议。选举纪志刚教授担任理事长。
2016年3月11-15日，三亚	组织召开东亚数学典籍研讨会。
2016年5月28-29日，东华大学	组织召开第五届上海数学史会议。
	召开中国数学会数学史分会第九届理事会第二次常务理事会，传达民政部、中国科协、中国数学会有关二级学会管理的文件精神。决定设

2016年5月28日, 东华大学	立“优秀青年数学史论文奖颁奖”。修订《工作条例》。根据民政部、中国科协要求, 二级学会不具有法人资格, 规范名称, 应该使用全称“中国数学会数学史分会”或“中国科学技术史学会数学史专业委员会”(以下简称“分会”), 不得称“全国数学史学会”或“中国数学史学会”。
2016年7月6日	分会开通微信公众号“观阴阳割裂总算数根源”。
2017年5月20-22日, 大连	组织召开第七届数学史与数学教育学术研讨会暨全国中小学“数学文化进课堂”优质课观摩会, “优秀青年数学史论文奖”颁奖(郭园园、王涛、朱一文的论文通过评审获“优秀青年数学史论文奖”二等奖)。此后根据中国科协相关文件精神, 二级学会不再举办奖励。
2017年8月21-25日, 西北大学, 四川师范大学	组织召开第四届近代数学史与数学教育国际会议。
2017年11月4-5日, 上海交通大学	组织召开纪念《几何原本》翻译410周年国际学术研讨会暨第六届上海数学史会议。
2017年12月16-17日, 北京	组织召开纪念严敦杰先生诞辰一百周年学术研讨会。
2018年10月27日, 清华大学	召开中国数学会数学史分会第九届理事会第三次常务理事会。
2018年10月27日, 清华大学	在中国科学技术史学会2018年度学术会议中组织数学史分会场。
2019年5月9-10日, 上海交大	在上海交通大学召开的纪念吴文俊院士诞辰一百周年暨数学科学与数学史国际学术研讨会中组织数学史分会场。
2019年5月10-12日, 上海交大	组织召开第十届中国数学会数学史分会学术年会暨第八届数学史与数学教育会议。推举徐泽林教授担任理事长。
2019年5月12日, 北京	在中科院数学与系统科学研究院召开的吴文俊学术思想国际研讨会——纪念吴文俊先生百年诞辰的活动中组织数学史分会场。
2019年6月20-23日, 大连	组织召开数学文化进课堂: 意义、路径与展望国际论坛。
2019年8月18-24日, 西北大学	组织召开第五届近现代数学史国际会议。
2019年10月10-13日, 河北大学	组织召开纪念祖冲之诞辰1590周年国际学术研讨会。
2019年10月25-28日, 中国科学技术大学	在中国科学技术史学会2019年度学术会议中组织数学史分会场。
2019年12月28日, 内蒙古师范大学	组织召开“回顾·展望·奋进——中国数学史研究新视野”研讨会。
2020年4月3日, 线上会议	召开中国数学会数学史分会第10届常务理事会第二次会议。因冠状病毒疫情影响采取线上视频会议。
2020年7月10日-7月17日, 线上会议	组织召开2020年青年数学史学术研讨会。因冠状病毒疫情影响采取线上视频会议。
2020年8月1日--12月30日	分会受中国科协委托, 参与遴选征集整理30位数学代表人物精神事迹素材的工作(国家科技传播中心内容建设专项)。20余位会员专家参与这项工作。
2020年11月13-15日, 北京科学技术大学	在中国科学技术史学会2020年度学术会议中组织数学史分会场。
2020年11月16日, 北京, 中国科学院自然科学史研究所	组织召开数学家精神与中国现代数学发展学术研讨会。
2021年7月10-11日, 上海, 上海交通大学马克思主义学院科学史与科学文化研究院	组织召开第二届青年数学史学术研讨会。

一位外国学者眼中的中国数学史学会 40 年

——为庆祝中国数学史学会成立 40 周年而作

林力娜

(法国国家研究中心-巴黎大学-科学·哲学·历史研究所)

来华数月之后，我就初次听闻中国数学史学会之名。如今四十年过去，我为成为这个团体的一员而感到自豪，并为受中国同行的盛情邀请而心怀感激¹。

回顾这段历史，我们可以估量学会四十年来经历的巨大变化，以及这些变化折射出来的在中国发生的更为广泛的变革。此即本文讲述的两个重点。

1981 年 4 月，我以学生身份被中国科学院自然科学史研究所接纳。特别感谢吴文俊院士的推荐，我在那里研习为我安排数学史课程。上课地点是我当时所住的北京邮电学院的房间，上课内容包括严敦杰、杜石然、梅荣照、郭书春、何绍庚各位研究员的讲座。在其中一次讲座中，郭书春研究员提及当年夏天将在大连召开一次会议，这是中国数学史学会的首届年会。然而，作为一个外国人，当时我是不被允许参加这个会议的。尽管如此，我的老师们还是很热心地把会议的论文带回来给我，这些论文依然保存在我的档案中。这些论文印在各种类型的纸上（有的很薄、有的很厚），且均为手写体。我不知道这些论文是如何打印的，但是可以确定的是，当时无人使用电脑，在以后的几年里历史学家的研究活动依然保持手写状态，带回来给我的会议论文是当时在中国如何进行研究的珍贵见证。实际上，我记得对我的同行来说，在八十年代乃至九十年代的头几年里，参加会议而不提交论文没有任何意义。

就我记忆所及，1981 年我在中国居留了七个月，期间尽管见到了更多的同行，但除了我的老师外，我无法和许多数学史学者进行真正的对话。我能够与之交流的学者中有吴文俊院士，以及像他一样在中国科学院数学研究所工作的两位历史学家——李文林研究员和袁向东研究员。此外北京师范大学距离邮电学院很近，郭书春研究员安排我与白尚恕教授会面。尽管我没有参加大连会议与许多同行进行科研交流，但中国数学史学会首次年会上提交的论文以及我与郭书春研究

¹ 我非常感谢徐泽林教授安排将本文翻译成中文。这让我很开心，因为我希望更多的同行知道我对他们的感激之情。

员有关这些论文的对话，对我日后的研究产生了重要影响。由此我有一种感觉，那就是许多中国同行正在积极研究《九章算术》及刘徽和李淳风的注释，获得了激动人心的新成果。所以当1981年郭书春研究员向我建议合作完成《九章算术》及其注释的法文译本时，在我看来这会是一项极为令人关注的尝试，我接受了这个建议。

接下来的数年里，我只能通过国际会议来结识来自中国的其他数学史学者。1982年，李倍始教授（Ulrich Libbrecht）在比利时鲁汶组织了首届中国科学史国际会议，除了前一年我在中国会面的同行之外，当时我还结识了李迪教授与沈康身教授。一年之后的1983年，何丙郁教授在香港组织了同一系列的第二届国际会议，会上我有幸见到了李继闵教授，和他进行了富有启发性的对话。紧接着，1984年8月，第三届中国科学史国际会议在北京友谊宾馆举行。这次会议最终给了中国与国外与会者更加广泛地彼此了解的机会。然而在1984年的中国，外国人与中国学者的交流仍有诸多限制。1984年6月以来，我在北京居住了五个月，和郭书春研究员开始合作撰著《九章算术》的校勘本和法文译本。然而当时没有获得特批的中国同行不能进入我居住的宾馆，我也不被允许和自然科学史研究所的同行共进午餐，我只被允许去专供外国人的餐厅。事情还是起了一点变化，我可以在研究所和郭书春研究员一起工作。这使得我可以与当时住在研究所的同行，比如刘钝研究员与王渝生研究员进行更为良好与广泛的个人交流与科研交流。



图1 左起：林力娜 李家明 郭书春（1981年6月，北京东总布胡同）

九十年代见证了这些领域的一个显著变化。1991年，由于和郭书春研究员合作项目的需要，我在自然科学史研究所度过了三个月。期间我能够和更为年轻的学者定期交流，比如韩琦教授，我甚至能参加他的博士论文答辩。在中国我可以更为自由地旅行，并且应李继闵教授之邀前往西安讲学。不幸的是，这是我最后一次见到他。这次旅行使我认识了李教授的研究生，其中有曲安京教授、纪志刚教授、王荣彬研究员。



图2 左起：王荣彬 纪志刚 李继闵 林力娜 曲安京 刘兴祥 王辉（1991年9月，西北大学）

此外，我能够以外国人的身份参加在中国召开的会议，甚至于和中国同行共享一间客房。在那之前，我从来不能参与我的同行的日常生活，对我来说这确实是个巨大的改变。这些会议使我结识了郭世荣教授与冯立昇教授。

在此之后，我首次亲身参加中国数学史学会年会是1998年在武汉华中师范大学召开的那一次。当时由于和郭书春研究员的合作，我又在中国居留了数周。会议期间我有幸被允许和田淼研究员共享一间客房。我依然记得那些日子，那是一段美妙的经历。1998年的这次会议是一次真正的国际会议。许多国外同行都来参会并且做了报告，包括Kirsti Andersen（科斯蒂·安德森）、Henk Bos（亨克·波斯），Marie-José Durand-Richard（玛丽·何塞·杜兰德·理查德），Catherine Jami（詹嘉玲）和Agathe Keller（阿格特·凯勒）。许多中国数学史同行能够参加这次会议，这给了我们意义重大的交流机会。特别是有许多年轻同行参会。我珍视这段回忆，因为这是我与这一领域的许多年轻同行自由交流的

开始。这些年来表明我们与中国同行关系改变的一个标志性事件发生在这次会议：武汉会议期间，我们能够庆祝李迪教授的寿辰。祝寿活动被组织成一次惊奇的派对。当李迪教授发觉这一“密谋”时，我依然记得他的喜悦。我们和寿星以及其他来自中国的同行一起度过了一个美妙轻松的夜晚。



图3 右起：李迪，郭书春，李文林，刘钝，莫德，任爱珍，田淼，徐泽林



图4 左起：Henk Bos, Kirsti Andersen, Li Di, KarineChemla, Joe Dauben

2015年，中国数学史学会年会在广州召开，幸运的是，期间我正在中国居留。我乐于参加这次会议，并见证这一领域在中国的成长：许多年轻人参会，议题领域扩展到数学教育以及数学史在其中的功用。我能够与年轻与会者交谈共度数小时，这段时光将会一直成为我在中国岁月的高光时刻。此外，见证年轻一代的同行加入学会令我欣喜万分。



图5 在第九届中国数学会数学史分会学术年会暨第六届数学史与数学教育会议上的合影
(2015. 10. 10, 中山大学)

2019年是吴文俊院士的百年诞辰，以此为契机，在上海交通大学举办了纪念会议。这次会议与中国数学会数学史分会第十届年会合办，纪志刚教授时任学会会长。没有吴院士在1980年的支持，我或许永远不会在1981年被允许以学生身份到中国游历并在自然科学史研究所学习。因此我自然而然向两个会议都提交了报告，以此表达我对吴院士以及所有使我受益良多的中国同行的感激之情。美妙的是，两个会议都在大学校园内组织，因为在参加会议的同时享受校园日常生活是莫大的喜悦。由于吴院士对数学史贡献的重要性和影响力，会议再一次广泛地国际化了。除了来自欧美的学者——比如 Jens Høyrup（简斯·休儒）和 Joe Dauben（周·道本），许多来自东亚的同行也参加了这两次会议。这又一次反映出近年来我所观察到的一个更广泛的趋势，即东亚各国之间学术交流日益频繁，这一学术共同体正在显现出更为团结的面貌。这一趋势还反映在郭世荣教授、冯立昇教授、萨日娜教授、特别是在2019年成为学会会长的同行即徐泽林教授的

工作中。我认为这对中国数学史而言是一次绝佳的机会，因为这也许是思考用汉字进行数学活动的最为确当的参照框架。而且这一更广阔的共同体或许会更好推动所有东亚国家的数学史研究，并对国际共同体产生更为深远的影响。

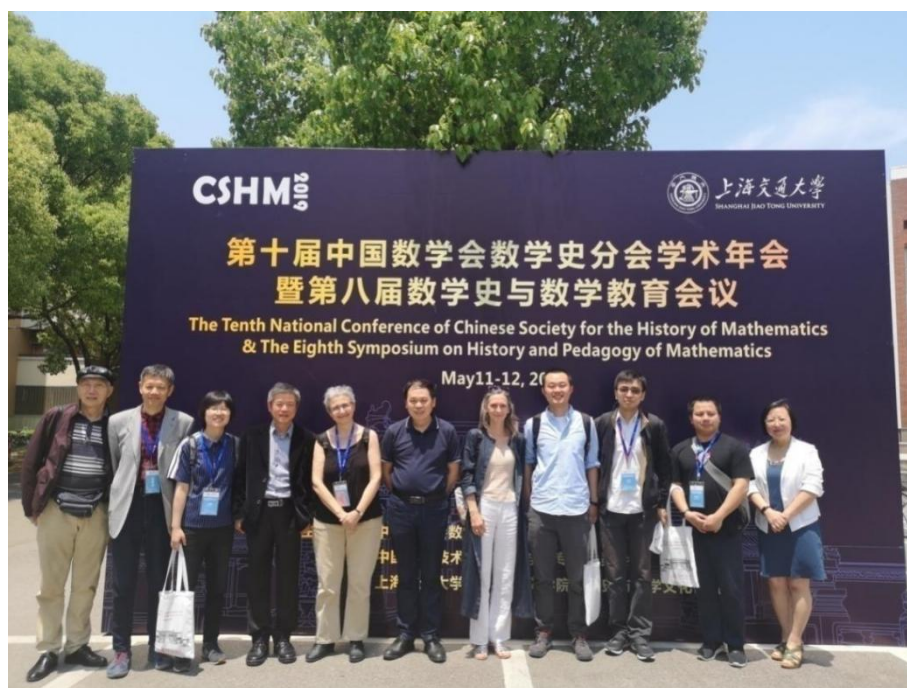


图4 在第十届中国数学会数学史分会学术年会暨第八届数学史与数学教育会议上的合影
左起：洪一新 钱永红 王晓斐 纪志刚 林力娜 徐泽林 白安雅 周霄汉 潘澍原 陈志辉 王幼军
(2019年5月11日，上海交通大学)

总而言之，在我看来，1981年以来，随着中国的变革范围日益广阔，中国数学史学会取得了巨大的进展。它无疑变得越来越国际化，许多年轻会员的加入使得这门学科在中国乃至东亚的未来大有希望。期待中国数学史学会日益融入世界数学史大家庭之中，并且以更加广阔的国际视野开展数学史研究。请允许我以此结束全文。

(王宏晨、田春芝翻译)

我的中国数学史之旅

小林龙彦

日本数学史学会会长

日本前桥工科大学名誉教授

中国内蒙古师范大学客座教授

中国天津师范大学客座教授

笔者的中国数学史之旅始于 1986 年 8 月作为群馬县和算研究会访华团的一员访问中国科学院自然科学史研究所。在当时召开的“中日数学史研讨会”上，笔者发表了题为“关于《规矩分等集》和《九章算术》的关系”的报告。在这个报告中指出，虽然找不到中国古代数学书《九章算术》在江户时代传到日本的历史根据，但在 18 世纪和算家万尾时春的《见立算规矩分等集》(1722)中，记载了用圆规和直尺把《九章算术》“勾股”章问题解决了的方法。中国自然科学史研究所所长席泽宗先生，以及杜石然、郭书春、刘钝、陈美东、陈久金等中国数学史、天文学史研究精英出席了讨论会。在研讨会后的午餐会上，我与翁士达、陈久金、郭书春先生坐在同一个圆桌上，亲切交谈。特别是在与郭先生的笔谈交流中得到启发，回国后发表了题为《关于古代律令注释书中的“缀术”》的小论文。

那个时期，笔者与盟友田中薰氏正在进行关孝和的研究。1982 年 12 月来日本的杜石然先生访问群馬县，在当时安排的恳谈会上，我和杜先生谈到“关的圆锥曲线”的研究时，他说道：“关孝和危险啊”。他所谓的“危险”，是指可能受到了西洋数学或汉译西洋历算书的影响的猜测。笔者一直对汉译西洋历算书颇感兴趣，发表过题为“《历算全书》对和算的影响”（《私学研修》85 号，1980 年）的小论文，这是以与杜石然先生的座谈为契机，开始加快推进了关孝和研究以及汉译西洋历法算书的研究。这样，刚提到的那篇小论文也就是认识到中国数学史研究的重要性之后才完成的。关于和算圆锥曲线研究，发表了题为“关孝和圆锥曲线的研究—特别是与《测量全义》的比较—”（《科学史研究》，第 II 期 24 卷，No. 155，1985 年）的研究成果。

1991 年 7 月，我应邀参加戴震研究国际学术研讨会，从东京成田机场抵达上海，从上海经陆路前往安徽屯溪。我清楚地记得，中国数学史研究重量级人物吴文俊先生和李文林先生也出席了这次会议。笔者在这次会议上讨论了近代日本

数学中汉译西洋历算书的学术影响和汉籍舶载问题。在这次会议上，访问了程大位的旧宅，还登上了名峰黄山，在那里度过了一夜，这些都令人难忘。另外，从黄山回来的路上，因暴雨下山时一时被困在索道上，这也成了令人怀念的回忆。

1987年8月，第一届汉字文化圈及近邻地区数学史和数学教育国际学术研讨会在群馬大学工学部(在群馬县桐生市)召开，第二届于1992年7月由中国内蒙古师范大学科学史研究所组织，主持会议的是该研究所所长李迪先生。在这次国际会议上，《算法统宗》发行400周年纪念会议以及中国少数民族科学技术史学术研讨会同时召开，参会的国内外研究人员众多，热闹非凡。在这次会议上，笔者第一次见到了李迪先生。从那以后，我经常去内蒙古师范大学，李先生经常邀请我在他家里吃饭，还允许我使用研究室，给了我多方面的恩惠。这些都成了我做学术和做人的宝贵财富。尤其是，在与李先生的交往中潜移默化地认识到，学术眼光应具备基于宏观和微观两方面的分析能力，毫无遗漏的文献检索和缜密的史料分析能力都是必要的。



图1 第3届汉字文化圈及近邻地区数学史与数学教育国际学术研讨会
(1996.7.23-25, 内蒙古师范大学, 前排中央为李迪先生)

1996年7月第3届研讨会也在内蒙古师范大学召开(见图片1)。通过这两次研讨会，与现今中国数学史研究的杰出代表罗见今、莫德、李兆华、郭世荣、冯立昇、韩琦、代钦等学者相识相交而感到自豪。另外，当时的硕士研究生乌云其其格和萨日娜(现上海交通大学教授)在会议间隙向我提出了关于日本数学史的

各种问题。她们对于近世日本数学史方面的丰富知识，让我们日本人都感到惊讶。可喜的是，目前萨日娜老师作为近代中日数学交流史的研究者，在国际上也得到了认可。



图2 内蒙古师范大学客座教授受聘纪念照
(正中间是道脇义正先生)

从这个时候开始，冯立昇先生频繁访日，也访问过我曾经工作过的前桥工科大学。以这种交流为契机，以为两国数学史研究的进一步发展和指导后生为目的，1998年6月，道脇义正先生和我一起被聘为内蒙古师范大学客座教授（见图片2）。笔者于2000年7月，又邂逅了当时在天津师范大学工作的徐泽林老师（现任职于上海东华大学），也受聘为天津师范大学客座教授。徐泽林是代表中国的近世日本数学史研究者，出版了多部和算史相关著作。在担任内蒙古师范大学客座教授后，被邀请参加了内蒙古师范大学的硕士论文评审会和北京中国科学院自然科学史研究所的博士论文评审会。在酒店房间里拼命阅读评审会前一天递交给我的论文的情形也记忆犹新。

关于后来的汉字文化圈及近邻地区数学史和数学教育国际学术研讨会，我想作为备忘录罗列一下。第4届于1999年8月在日本群马县前桥工科大学举办（组委员长是道脇义正）；第5届于2002年8月在中国天津师范大学举办（组委员长为李兆华）；第6届于2005年8月在日本东京大学（驹场校区，组织委员长佐佐木力，与这次会议同时举办了History of Mathematical Science: Portugal and East Asia III会议）；第7届于2010年8月由内蒙古师范大学主办（组委会主席

是郭世荣，见图片 3)；第 8 届希望在日本举办，但还未能实现。



图 3 第七届汉字文化圈及近邻地区数学史与数学教育国际学术研讨会
(2010. 8. 7-8, 内蒙古师范大学, 前排最左郭世荣老师)

在召开上述国际会议的同时，笔者等人还成立了小规模的中日数学史交流会，这就是“东亚数学史国际会议”（名称有时可随意使用，但宗旨是一贯的）。日本的森本光生（上智大学名誉教授）、小川東（四日市大学教授）、吉山青翔（四日市大学教授）及笔者，中国的郭世荣（内蒙古师范大学教授）、冯立昇（北京清华大学教授，现任内蒙古师范大学科学技术史研究院院长）、徐泽林以及纪志刚（上海交通大学教授）共同组织。从 2006 年 3 月清华大学（北京）举办的第 1 届会议开始，第 2 届于 2007 年 3 月在国际基督教大学（东京三鹰）召开，第 3 届于 2008 年 3 月在天津师范大学（天津）召开，第 4 届于 2009 年 3 月在四日市大学（爱知县明治村）召开，第 5 届于 2010 年 8 月在内蒙古师范大学（呼和浩特）召开，第 6 届于 2011 年 3 月在前桥工科大学（群馬县前桥市）召开，第 7 届于 2012 年 3 月在上海交通大学（上海，见图片 4）召开，第 8 届于 2013 年 3 月在京都大学（京都）召开，第 9 届于 2014 年 3 月在清华大学召开，第 10 届于 2015 年 3 月在四日市大学（三重县伊势志摩）召开，第 11 届于 2016 年 3 月由清华大学（海南三亚清华数学论坛）主办，第 12 届于 2016 年 3 月在京都市けいはんな・プラザ（Keihanna 广场）召开，第 13 届于 2017 年 9 月在内蒙古师范大学召开。这个交流会允许非成员自由参加，每个人都发表最新的研究成果，虽然是小型会议，但讨论却很热烈。



图4 第7届东亚数学史研究会
(2012.3, 上海交通大学, 后排左起第三位是纪志刚老师)

在这些会议上, 笔者专门讨论了从日本国立公文书馆内阁文库调查的《历算全书》雍正元年版与第二年版的比较研究、梅文鼎的在中国失传的测量术书和三角函数表、《历象考成》与《历象考成后编》中的球面三角法与椭圆法, 更进一步讨论了《西洋新法历书》《灵台仪象志》记载的远洋航海术、《灵台仪象志》中关于钟摆振动与物体坠落的研究及其对日本历算学者的影响等。从2015年的会议开始, 韩国的洪性士(西江大学教授)、洪英熙(淑明女子大学教授)、金英郁(高丽大学教授)加入了这个系列会议, 我们的会议发展成了日中韩的东亚数学史研讨会。特别是韩国数学史家的参与, 这对缺乏这个国家信息的我们来说, 无疑象是滋润肥沃大地的一滴智慧雨水。

2011年3月的会议成了参加者永久的记忆。前桥工科大学的会议在3月10日上午结束, 当天下午, 冯立昇、徐泽林、郭世荣、纪志刚、牛亚华、咏梅等老师们访问了栃木县足利市的鏝阿寺和足利学校, 并在该市的宾馆住了一晚, 第二天即11日换乘两毛线、东武线前往日光东照宫。但是, 在途中的下午2点46分, 发生了东北地区太平洋近海大地震(Mj8.4, Mw9.0), 不得不在鹿沼市下车。当天笔者虽然在家, 但不知道朋友们的安危, 正惶惶不可终日, 傍晚, 接到了到体育馆避难的冯老师的电话通知, 这才放下心来。12日早上, 我准备了两辆车去迎接朋友们, 车快到鹿沼市时, 冯老师来电话说: “电车开通了, 我们已经回

东京”。虽然这是一件幸运的事，但后来直到他们回中国，接连发生的事情令人如履薄冰。这次大地震一方面提醒经常海外出差的研究人员要有应急心理准备，是一个好的教训，但另一方面，东北地区经历 10 年后，至今依然处于复苏阶段，这一事实横亘在我们面前。

我想再介绍一个难忘的会议。那是 2000 年 10 月在西安的西安交通大学召开的数学史研究集会。这个研究集会是由李文林先生主办的，笔者也有机会探讨中国数学在日本数学史上的影响。我认为中国数学在日本的影响可分 4 个阶段：（1）古代日本对中国数学的摄取；（2）近世即将进入 16 世纪时期的《算学启蒙》和《算法统宗》的传入；（3）18 世纪以后汉译西洋历算书的影响；（4）即将进入明治时代时期接受的近代中国的数学。报告中对各时期的特征进行了概括性的论述。我的演讲结束后发言的是吴文俊先生。他评价并建议道：“内容非常有趣，希望能尽快写成论文发表。”得到著名学者的好评，对我来说是一种意外的喜悦，但遗憾的是，那个报告至今还没有成文。



图 5 20 世纪数学传播与交流国际会议
(2000 年 10 月 18-21 日，西安交通大学)

在中国老师们的建议和支援下，笔者于 2004 年 2 月向东京大学提交的博士学位论文《德川日本における漢訳西洋曆算書の受容》的中译本《德川日本对汉译西洋历算书的受容》（小林龙彦著，徐喜平、张丽升、董杰译，徐泽林校），

于 2017 年 1 月由上海交通大学出版社出版。希望这部译本的出版能够见证我与吴文俊先生的约定的实现，也希望九泉之下一直守护我的李迪先生也为这部著作的出版感到高兴。想到此不禁感慨万千！

日中数学交流的历史远远超过了 1000 多年，其印迹在茫茫大海的波涛中起伏不定。对于寻找知识宝藏的我们，就像大洋中寻求安居之处的船员一样。对于这样彷徨的船员来说，先人留下的智慧和成果就是海上灯塔，它的光芒就是航海的路标。我的中国数学史之旅，在先辈和朋友们的支持下，将不断向前延伸！

(2021 年 3 月 6 日記，萨日娜译)

《与改革开放同行——中国数学史事业 40 年》纪念文集

编者的话

中国数学史学术团体分别隶属于中国数学会和中国科学技术史学会，分别称为数学史分会和数学史专业委员会（以下简称“数学史学会”）。在纪念数学史分会成立 40 年之际，回顾数学史学会的发展历程，总结当代中国数学史学术成就，探索和展望未来中国数学史事业的发展趋向，明确中国数学史工作者时代责任和学术担当，是中国数学史界和数学教育界的共同关切，也是发展和繁荣中国数学史学术的一项重要课题。

中国数学史研究始于 20 世纪 20 年代，李俨（1892-1963）和钱宝琮（1892-1974）开创了我国数学史研究的伟大事业。如果以 1975 年吴文俊（1919-2017）院士发表的第一篇中国数学史研究论文为标志的话，那么 20 年代至 70 年代中期可概括为“李钱时代”，70 年代中后期至今可概括为“吴文俊时代”。对于这两个时代数学史研究的学术思想和方法，已有学者以“两种范式”、“两条道路”等概念加以概括¹，这方面的有关论述详见《论吴文俊的数学史业绩》²，这里不再赘述。从更广泛的数学史事业的角度来说，“吴文俊时代”反映的是改革开放之后的中国数学史事业，其中吴文俊先生个人的学术影响、率先垂范和鼎力支持起了很大作用，但也与中国实行改革开放、建设中国特色社会主义现代化国家的大环境密不可分。发展科学和教育、繁荣学术是实现国家现代化的基本国策，建立数学史学会与建设数学史学位点是改革开放后数学史学科建制化的重要成果，它们在新时期中国数学史事业发展中发挥了重要作用，故而本文集名之为《与改革开放同行——中国数学史事业 40 年》。

中国数学史学科在 1997 年学科调整之前，属于数学一级学科下的二级学科，调整后属于科学技术史一级学科（不设二级学科）下的一个研究方向。数学史的学术基础是数学与历史学，中国数学史事业的发展与数学、科学技术史事业的发展基本同步。1995 年中国数学会成立 60 年之际，李文林教授撰写了“数学史研究在中国”³，概述了数学史学科在中国的发展。2020 年，中国科学技术史学会理事长孙小淳教授撰写了“中国的科技史研究：写在中国科学技术史学会成立

¹ 曲安京.中国数学史研究范式的转换[J].中国科技史杂志, Vol.26, No.1 (2005): 50-58

² 纪志刚, 徐泽林编.论吴文俊的数学史业绩[C].上海交通大学出版社, 2019

³ 李文林.数学史研究在中国[A].杨乐, 李忠.中国数学会 60 年[C].湖南教育出版社, 2020: 184-191

40 周年之际”⁴，详细论述了科学技术史事业在中国的起步、建制以至走向国际化的发展历程与成就，虽然没有具体地叙述数学史学科，但基本上也反映了数学史学科在中国的发展状况。在数学史分会成立 40 周年之际，希望藉此文集引发学界对中国数学史学术今后发展的深入思考。

“时运交移，质文代变”，学术发展需要把握时代脉动。在国家处于积贫积弱、面对西方强势文化的“李钱时代”，数学史研究从个人自发研究逐渐走向学科建制，宣扬中华民族的科学文化成就，是数学史工作者的家国情怀和责任担当。以西方数学知识为参照的对中国传统数学文献的调查整理、知识认证的国故整理工作成为当时中国数学史研究的中心任务，老一辈学者发掘整理了中国文明中数学知识的宝藏，让世人认识了中国古代的数学智慧。诚然，前辈学者的工作奠定了中国数学史的学术基础，但也存在历史局限，那就是偏狭于中国古代数学，对世界数学史了解不足。伴随着改革开放的深化，在科学技术史（数学史）的学科建制过程中，建立了数学史学会组织，培养了一批数学史专门研究人才，造就了一支稳定的数学史研究队伍，推动了数学史学术发展。“吴文俊时代”的数学史学术在传承“李钱”传统的基础上有了更强的民族文化自信，对中国传统数学的特征有了更深刻的认识，并把研究视野开拓到世界数学史，在中国数学对世界数学发展的影响等方面建立了“中国话语”，呼应了计算机时代开始的机械化与算法化的现代数学潮流。对外开放与经济快速发展使中国的数学史学术更加国际化，数学史会员频繁参加和组织国际学术会议，在国际学术组织任职，担任国际学术期刊编委，在国外发表、出版论著日益增多，而且国外数学史理论和研究方法被引入，国外古代和近现代数学原典和历史研究文献被广泛利用，繁荣了我国的数学史学术研究。进入 21 世纪，国内开始关注并落实数学史在数学教育中的应用。

40 年来，数学史事业的发展还存在一些不足和缺憾。开拓性和原创性的学术研究亟待加强，对中国传统数学史的研究应寻求新的突破，对世界数学史的研究成果有待融入国际；大环境的功利主义评价机制导致数学史学科在高校不断萎缩，数学史专门人才逐渐减少；尽管前辈学者做了很多努力，但一直没能创办数学史专业杂志，影响了数学史研究成果的发表；HPM（数学史与数学教学）的研究和实践尚需增强数学史的专业性。

⁴ 孙小淳.中国的科技史研究：写在中国科学技术史学会成立 40 周年之际[J].中国科技史杂志，Vol.41, No.3（2020）：252-259

进入 21 世纪，中国的科学史学科面临着再建制的历史机遇，也带来一些体制上问题。2016 年以来，民政部、中国科协发文要求一级学会规范对二级学会的管理，并提出“政社分开”以激发社会组织的活力。目前二级学会会员会籍由一级学会统一管理，数学史分会会员在中国数学会和中国科学技术史学会两个一级学会注册的人数多寡失衡，给二级学会组织工作带来一些不便。但在中国数学会注册的大批数学教师同时选择了数学史研究方向（不一定参加数学史分会的活动），反映出数学史学术发展具有巨大潜力，如王元（1930-2021）院士、丘成桐先生等著名数学家加入数学史研究，有力推动了数学史的学术发展。相信在一级学会领导下，相信在数学史会员的共同努力下，数学史必将继续在提高全民数学文化素质、提高数学教育质量、启发数学创造等方面发挥应有的作用，中国数学史的事业必将迎来新的辉煌。

本文集内容由三部分构成。

第一部分是改革开放以来中国数学史学术研究和应用的成果（以会员的研究成果为主）进行总结，旨在回顾 40 年来中国数学史研究的学术成就，思考今后数学史学术研究的的方向和历史使命。

数学史研究涉及的学科领域极其广泛，其学理基础乃数学与历史学，但因具体的研究对象、研究目标的不同，会有不同的解读历史、诠释历史的语言和语境，数学史与哲学、社会学、教育学、语言学等其他学术有较深的关联，一项数学史研究成果往往涉及多个学科领域。数学史的应用就是传播数学文化，主要体现在两个方面，一是科普，二是与数学教育结合发挥其教育作用。进入 21 世纪，数学史学会大力推动这方面的工作，其成果反映在三个方面，一是数学史材料编入基础教育数学课程标准和教材，二是数学课堂中利用数学史材料进行有效教学，三是数学文化进课堂、进校园的活动。因此，对我国改革开放以来数学史研究和应用的成果进行分类是十分困难的事，而且 40 余年的研究成果浩繁芜杂。为方便起见，数学史研究成果部分采用习惯的断代史、国别区域史、专题史的分类方式，其中中国传统数学史包括先秦数学史、汉唐数学史、宋元数学史、明代数学史、清代数学史、历算史、少数民族数学史；中外数学交流史包括丝绸之路数学交流史、明清中西数学交流史、汉字文化圈数学交流史；世界数学史包括古代外国数学史、世界近现代数学史、中国近现代数学史。按照这样的分类约请相关专家分别撰写学术总结。很遗憾上述内容中有些领域研究成果的总结未能按时撰成，撰成的部分也难免有遗漏和偏颇，欢迎学界同行批评指正！

第二部分是数学史学会工作的回顾，包括学会大事记、历届理事会、具有法人资格时期的学会章程、不具法人资格后的中国数学会分支机构管理条例（中国科学技术史学会尚未制定分支机构管理条例）。

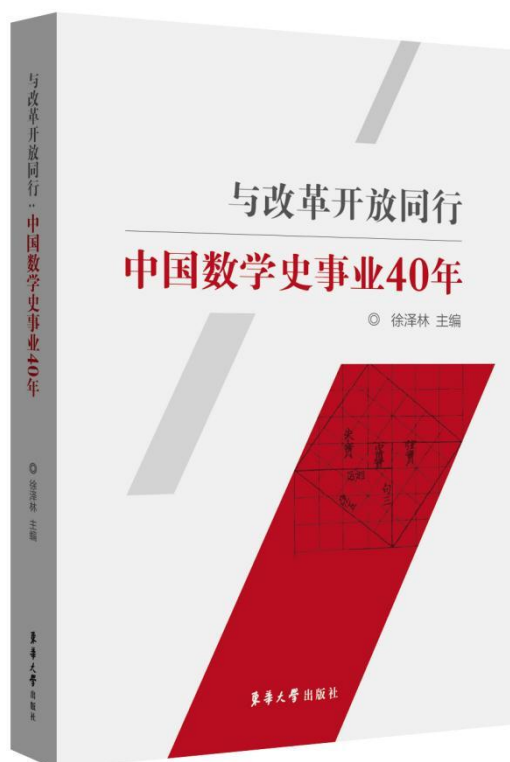
第三部分是会员及外国同行的回忆文章，包括曾经担任分会领导的前辈回忆对学会成立与发展的历程以及个人的亲身经历；长期与中国数学史学界保持学术交流和合作的国际著名学者的回忆；还有资深会员通过对自己从事数学史研究的心历感想。

2019年5月11日数学史分会第十届理事会成立之后，笔者与郭世荣、邓明立、邹大海、曹一鸣、高红成等同事商议，经常务理事会讨论决定在2021年第九届数学史与数学教育学术研讨会上一并召开数学史分会成立40周年纪念会，并编辑出版本文集。编辑出版工作得到数学史分会会员（特别是包含数学史方向的科学技术史学位点上的会员）的积极支持，他们提供相关材料并修订信息，撰稿专家予以鼎力襄助，按时完成文稿，保证本文集如期出版。

本文集得到东华大学人文学院学科建设经费的支持，东华大学出版社周德红总编给与大力协助，这里一并致以衷心感谢！

徐泽林

2021年5月24日



书讯书评

《梅文鼎全集》出版

梅文鼎是清初著名的数学家、天文学家，他上承明末传入的西方数学，下启乾嘉时期的历算研究，历算之学被誉为“国朝第一”，其著述等身，汇通中西，影响了有清一代数学的发展。由韩琦整理的《梅文鼎全集》是梅文鼎作品的全面整理和影印，入选“十二五”国家重点出版规划，获2018年度国家古籍整理出版专项经费资助，2020年由黄山书社出版，最近荣获2020年度全国优秀古籍图书奖。

全书共分八册，第一册包括导言、后记，并对梅文鼎的《历学疑问》《历学疑问补》《历学答问》《杂著》《中西算学通》《勿庵历算书目》以及其孙梅穀成的《赤水遗珍》《操缦卮言》进行了标点整理，其中《历学疑问》以康熙本为底本，参考了雍正兼济堂本、乾隆刊本和四库全书本，并简要作注。《中西算学通》《勿庵历算书目》主要依据清华大学所藏康熙刊本进行标点，前者个别缺字并据浙江图书馆所藏抄本作了订补。第二至第七册以上海图书馆所藏乾隆十年梅穀成承学堂刻本为底本影印，并附梅穀成《兼济堂历算书刊繆》乾隆刊本，为国内所仅见。第八册是《绩学堂文钞》《绩学堂诗钞》的标点整理，并简单出注；后附梅文鼎相关文献辑录，收录与梅氏著作相关的多篇序跋，也广为收录了清人诗文集梅文鼎史事、梅文鼎家族传记等资料，其中包括乾隆七年和光绪十七年《文峰梅氏宗谱》所收梅文鼎之父亲、兄弟以及梅以燕、梅穀成等传记资料，可增加对梅氏家族的了解。这些资料的全面整理，为进一步了解梅文鼎的生平、学术和交友，有重要的参考价值。最后附有梅文鼎年谱，在李俨先生原编年谱的基础上，依据新发现的史料做了增订。

整理时系统参考了中国国家图书馆、中国科学院自然科学史研究所李俨图书馆、清华大学图书馆、北京大学图书馆、复旦大学图书馆、浙江图书馆、湖北图书馆、美国国会图书馆、牛津大学图书馆所藏梅文鼎著作的康熙刊本、魏荔彤编兼济堂刻《梅勿庵历算全书》雍正元年刊本及日本内阁文库藏雍正二年刊本，以及稀见的梅氏著作的乾隆刊本。此书的出版将为清代科学史研究提供重要的基础文献，对清代学术史研究也将起到积极的推动作用。

韩琦于2021年2月从中国科学院大学调至浙江大学人文学院历史学系。

《怀尔德的数学文化研究》出版

吉林师范大学数学学院刘鹏飞、徐乃楠博士，中国科学院自然科学研究所王涛博士，共同编著的《怀尔德的数学文化研究》一书已于2021年3月由清华大学出版社出版发行。本书的中图CIP数据核字2020第228056号，ISBN号：978-7-302-56882-7，定价69元。

中国科学院数学与系统科学研究院李文林教授为本书倾情作序。中国科学院院士、北京师范大学——香港浸会大学联合国际学院校长汤涛教授，国际科学史研究院院士、西北大学科学史高等研究院院长曲安京教授，中国数学会数学史分会（中国科学技术史学会数学史专业委员会）理事长、东华大学徐泽林教授，全国数学教育研究会理事长、北京师范大学曹一鸣教授，为本书热情撰写了荐读语。

美国著名数学家雷蒙德·路易斯·怀尔德(Raymond Louis Wilder, 1896-1982)作为美国著名的拓扑学家，曾任美国国家科学院(NAS)院士、美国数学会(AMS)主席、美国数学协会(MAA)主席，同时他也是数学文化研究领域的先驱者之一。他把文化人类学的研究方法应用到对数学的历史思考中，毕生致力于把数学描绘成一个“不断进化的文化体系”。怀尔德的数学文化研究对美国数学界、教育界有着重要的影响，对我国数学界、数学史界、数学教育界的数学文化兴起与传播也有着深远的影响。

本书中详细介绍了数学文化研究领域诞生的历史背景，怀尔德的数学研究、数学教育研究、数学基础研究、数学进化论研究和数学文化研究，以期对我国的数学文化研究、数学教育研究带来有益的启示和借鉴。本书可作为数学专业、数学教育专业、科学技术史专业学生和教师的参考书，也可作为社会公众了解数学文化的科普读物。全书目录如下：

绪论 数学文化研究的历史背景

第一章 怀尔德的生平概述

一、出身与家庭

二、求学与工作

三、老师与学生

四、职位与荣誉

五、回忆与反思

六、女儿与怀特

第二章 怀尔德的数学研究

一、拓扑学的贡献

二、数学研究思想

第三章 怀尔德的数学教育研究

- 一、数学教育创新的必要性
- 二、数学课程中的数学史

第四章 怀尔德的数学基础研究

- 一、证明的本质
- 二、公理的作用

第五章 怀尔德的数学进化论研究

- 一、数的进化
- 二、几何的进化
- 三、纯粹数学的进化
- 四、数学进化的动力

第六章 怀尔德的数学文化研究

- 一、数学的生物起源
- 三、数学的文化背景
- 五、数学作为一种文化体系
- 七、数学的人文主义

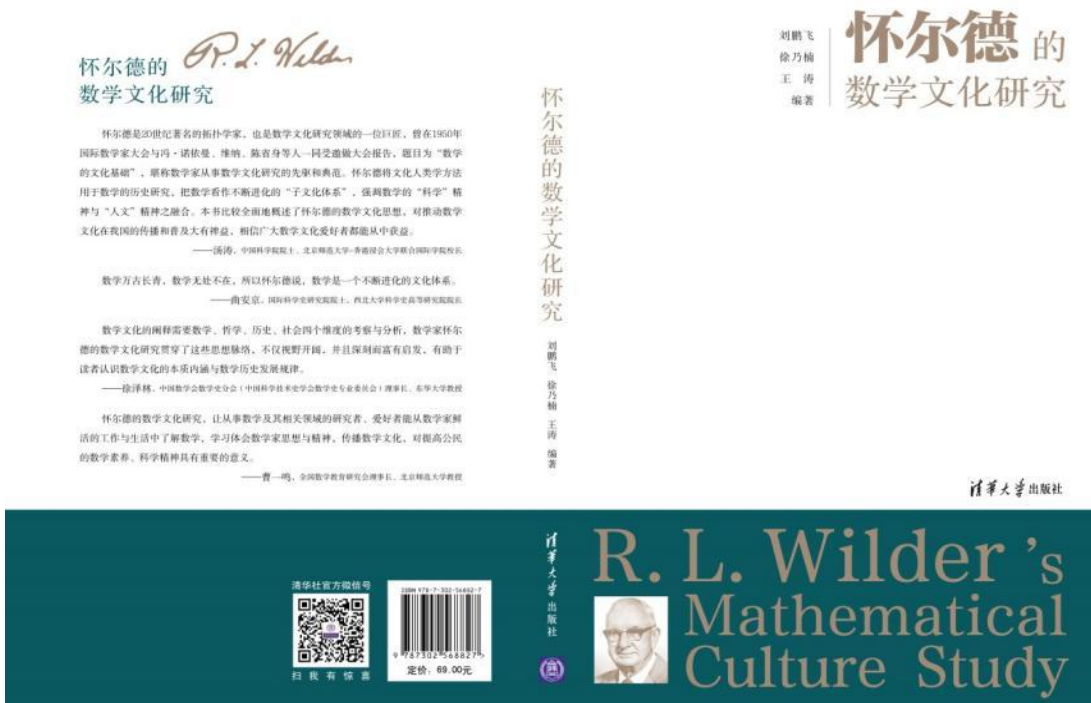
三、大学数学教师的教学指南

- 三、直觉的作用
- 四、历史的评述

- 五、数学进化的规律
- 六、数学进化的奇异性
- 七、数学的进化论

- 二、数学的文化基础
- 四、数学作为一种文化现象
- 六、数学的角色与地位

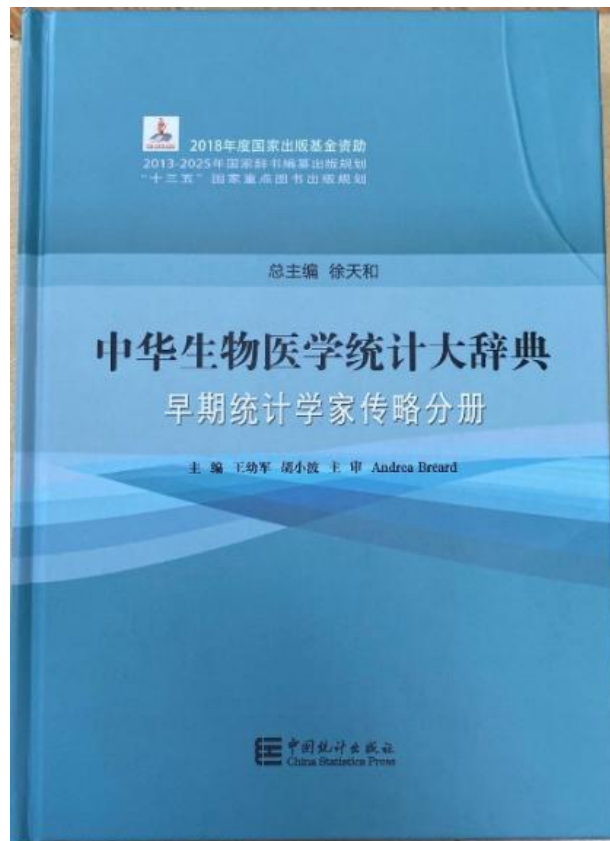
附录 怀尔德著述目录



(供稿人：吉林师范大学 刘鹏飞)

《早期统计学家传略》出版

王幼军、胡小波主编的《早期统计学家传略》系《中华生物医学统计大辞典》系列（徐天和主编）的一个分册，于2020年12月由中国统计出版社出版。该书收录了在统计学的产生和奠基阶段（主要从17-19世纪）对统计学做出重大贡献的三十一位西方统计学家的传记，每个传记的内容主要包括三个部分：人物生平、其概率与统计学著述、概率和统计学成果综述或思想评述。该书的副主编为祁爱琴、曹婧博、高飞，主审为白安雅教授（Andrea Bréard）。



（上海师范大学 陶虢霖 供稿）

译著《伯恩哈德·黎曼论奠定几何学基础的假设》出版

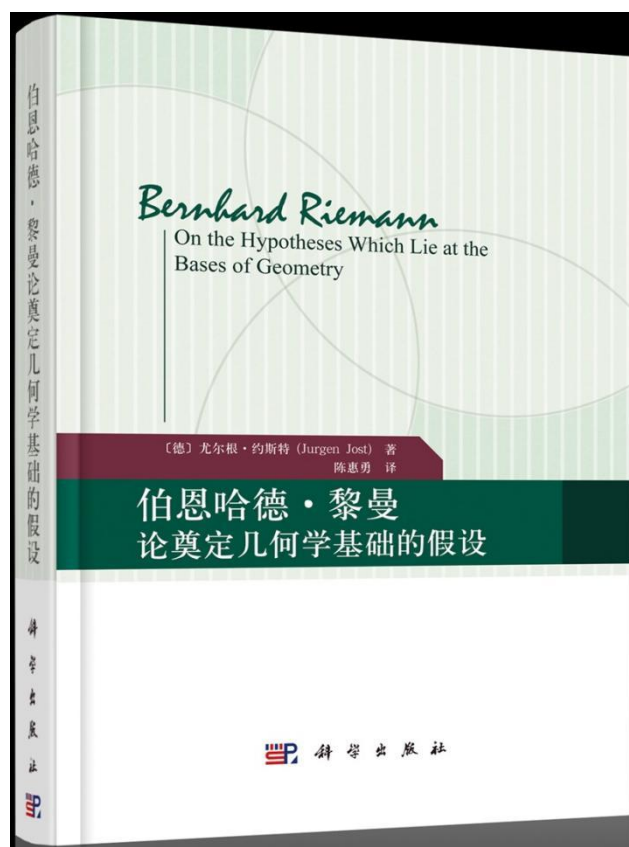
陈惠勇

(江西师范大学 数学与统计学院 江西 南昌 330022)

德国数学家 Jürgen Jost 的著作“Bernhard Riemann On the Hypotheses Which Lie at the Bases of Geometry”，以一个微分几何学家的独特视角，将黎曼几何学思想置于更为宽广的背景——哲学、物理学以及几何学——加以考察，并将黎曼的推理置于他的追随者基于他的开创性思想所获得的更普遍和更系统的视角进行研究。作者遵循西方数学史家所主张的数学史研究方法论之“接受史”研究范式，考察了从亚里斯多德到牛顿的物理学中的空间观念、康德的空间哲学、以及非欧几何学发展的历史，同时还从现代数学的观点对黎曼关于几何学基础的假设文本中所涉及的现代数学概念予以阐释，探究黎曼几何学与现代数学和理论物理的深刻联系。

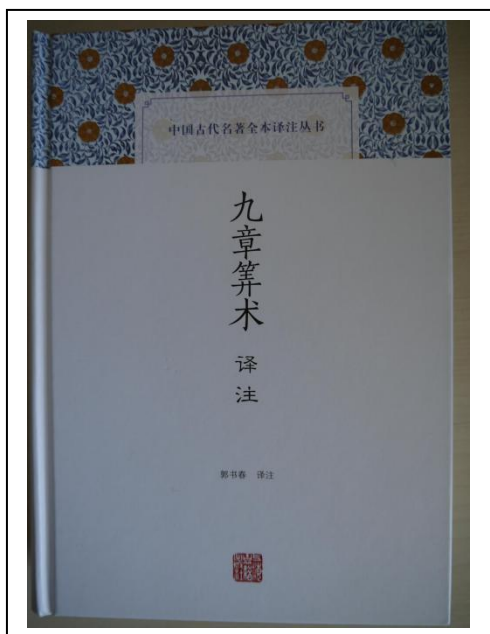
本书可供数学与应用数学专业本科生、研究生、数学教师 and 研究人员使用，对于欲了解黎曼几何学思想及其相关领域历史的读者来说是一部极具价值的文献。

本书由陈惠勇译，科学出版社（2021年3月，第一版）出版发行。



《九章算术译注》新版出版

2021年5月，中国科学院自然科学史研究所研究员郭书春译注《九章算术译注》新版，由上海古籍出版社收入《中国古代名著全本译注丛书》出版。该书主体是2020年11月该社出版的《中国古代科技名著译注丛书》中的《九章算术译注》（修订本）；郭书春应社要求重写了“前言”。该书第一版于2009年12月出版，受到读者欢迎，几个月内即脱销，该社便于2010年4月重印。后又于2013年5月，2014年10月，2015年7月，2017年2月，2018年8月几次重印。在准备《九章算术新校》（中国科学技术大学出版社，2014，2020）时，郭书春校雠了四库全书文津阁本《九章算术》，发现其过去对四库本《九章算术》的认识有偏颇，应该修订《九章算术译注》。但当时因忙于《中华大典·数学典》和《郭书春数学史自选集》的编纂，无暇顾及。2018年，这两者先后出版，他随即告知出版社，请暂停重印《九章算术译注》，准备修订。修订工作于2018年年初开始，10月完成。2020年10月又进一步加工，11月份出版。其中最大的修订是：将由聚珍版与四库文渊阁本对校得到戴震辑录本改为以四库文津阁本为底本以聚珍版和四库文渊阁本参校得到戴震辑录本，此为后四卷及刘徽序的底本及前五卷的主要参校本。上海古籍出版社考虑到《九章算术译注》“出版十余年来，受到了读者的广泛喜爱”，“为方便更多读者了解、学习中国古代数学知识”，特将其收入《中国古代名著全本译注丛书》，与读者见面。



（郭金海供稿）

钱伟长著《我国历史上的科学发明》数学一章的阅读意见

钱宝琮

钱伟长先生所著《我国历史上的科学发明》一书于 1953 年 8 月由中国青年出版社出版。当时正值抗美援朝后期，国家一方面无私援助朝鲜，一方面开展大规模建设。为了鼓舞国人士气，尤其是青年一代的自尊与自信，钱伟长以祖国历史上大量科学发明和创造的事实，编写出版宣传爱国主义的青年通俗科普读物，大受欢迎。新书发行不到一年，销售很好。出版社印刷四次，印数超过 10 万册。为了对外宣传，外文出版社拟将该书译成英文出版，于 1954 年 1 月专门致函时任浙江大学数学教授钱宝琮先生，附上赠书，请他审阅，“希（特别是数学一章）提出具体意见”。虽然英文版《我国历史上的科学发明》一书未见发行，而钱宝琮应约撰写的《钱伟长著〈我国历史上的科学发明〉数学一章的阅读意见》却成为他留给后人一段中外数学史研究的珍贵史料。现将新发现的钱宝琮遗稿发表于《数学史通讯》，以飨读者。

钱永红 谨识于 2021 年 7 月 10 日

这章只用四千多字写下了祖国数学的发展历史，表扬古代数学家的光辉成就，真是一篇不容易写好的文章。如果一定要吹毛求疵，那末，后面的几条阅读意见，可以提供参考。特请作者回信指教。

一) 20 页第 9 行“他们已经运用了单分数、多元一次联立方程式、等差级数等代数问题，和‘径一周三’的圆周率、‘直角三角形的勾股方等于弦方’等几何问题”。几个单分数在一起不过在《九章算术·少广章》里偶一见到，不能算中国数学的特色。倒是分数算法和各种比例发展得相当完善，是应该提出的。所以拟改写成：“他们已经运用了分数算法、各种比例方法、双假借法和多元一次联立方程式解法等。掌握了平面积和立体面积的计算公式、开平方术和开立方术、勾股弦定理等几何问题。”

二) 21 页第 8 行“像方田、梯形田、斜方形田、圆田、半圆形田、弧田、环形田的面积计算”似应改作：“像长方形田、梯形田、三角形田、圆田、弓形田、环形田等的面积 计算”。

三) 21 页第 10 行“有二元一次的整数解法”一句应删去。因为《粟米章》里的“其率”和“反其率”二术是很难当作二元一次式解释的。

四) 21 页第 17 行“《盈不足章》处理了各种二元一次联立方程式的问题”。用盈不足术处理的问题包含一切算术难题，不应以二元一次联立方程式问题为限。这种解题方法后来传到亚拉伯，被称为契丹算法。又传到欧洲，被称为双假借法，转译作叠借互微。苏联教科书中称它弦位法。请参考《科学》十卷第六期我的《〈九章算术〉盈不足术流传欧洲考》。因此，这段应改写作：“《盈不足章》提出了弦位法（双假借法）解决各种算术难题”。

五) 21 页第 17 行“《方程章》处理了各种三元一次和四元一次联立一次方程式问题”。应改作“《方程章》处理了二元、四元和五元的联立一次方程式问题”。

六) 23 页第 11 行“他用几何方法，求得了圆球体积和直径的正确关系”。祖暅推算球体积的方法非常巧妙。它的算法建筑在“幂势既同，则积不容异”的理论上。这个理论和西洋人所谓“卡瓦列里定理”是一致的。所以关于祖暅的创作，我们应该说：“他天才地提出了一个和卡瓦列里定理（公元 1635 年）相同的定理，并依据它的定理推算球的体积”。

七) 24 页第 9 行“此后王孝通的《缉古算经》也提起了三次方程的正根解法”。王孝通的不朽杰作原名是《缉古算术》。在那本书里，没有三次方程式怎样解法，只是在用题示的数据立出一个三次方程式之后，他说解决它可以找到所求的答案。所以，我们应该说：“此后王孝通的《缉古算术》（约公元 620 年）里，许多体积问题和勾股问题，都是要三次方程式的正根来解出的”。

八) 24 页第 10 行至第 13 行。李俨《中国算学史》说《议古根源》是一部约公元 1080 年的书，是没有史料根据的。贾宪是楚衍弟子，一定是十一世纪里的数学家。刘益的年代大概是贾宪之后。据我的主观意见，这一段文字拟改作：“到十一世纪中，贾宪的《（黄帝）九章算法细草》指出开平方和开立方在九章原术之外，另有增乘开方法。这个方法和现在代数教科书里所谓和涅法（编者注：Horner）的步骤基本相同。到刘益的《议古根源》（年代不详）、秦九韶的《数书九章》（公元 1247 年）和李冶的《测圆海镜》（公元 1248 年）问世，增乘开方成为求数字方程式正根的标准方法”。

25 页第 1 行“他们比刘益、贾宪晚了约八百年”，刘益二字应删去。

九) 26 页第 7 行到第 13 行。这一段无关重要，似乎可以删去。查周密在淳祐中曾任乌程令，宋末不仕，所以是十三世纪中人。

十) 26 页第 14 行“这种算法，在后来天文学里常常应用”。晋以后的天文家求上元积年都用剩余定理推算。元授时历术不用积年，不需要这种算法。因此，

我们应该说：“此种算法，从晋初到宋末的天文家常常应用”。

十一) 27 页第 5 行“和《算学启蒙》(公元 1299 年)关于级数论等理论”。
应该改

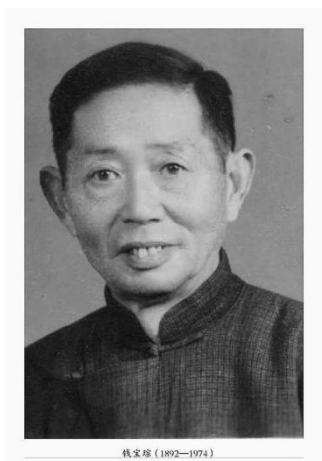
写作：“和朱世杰《四元玉鉴》(公元 1303 年)关于高阶算术级数的求和法”。

十二) 27 页第 6 行“都密切联系着作堤、作坝、造桥建筑等重要的实际问题”。应该写作：“都联系着人民经济、天文历法和土木建筑等重要实际问题”。

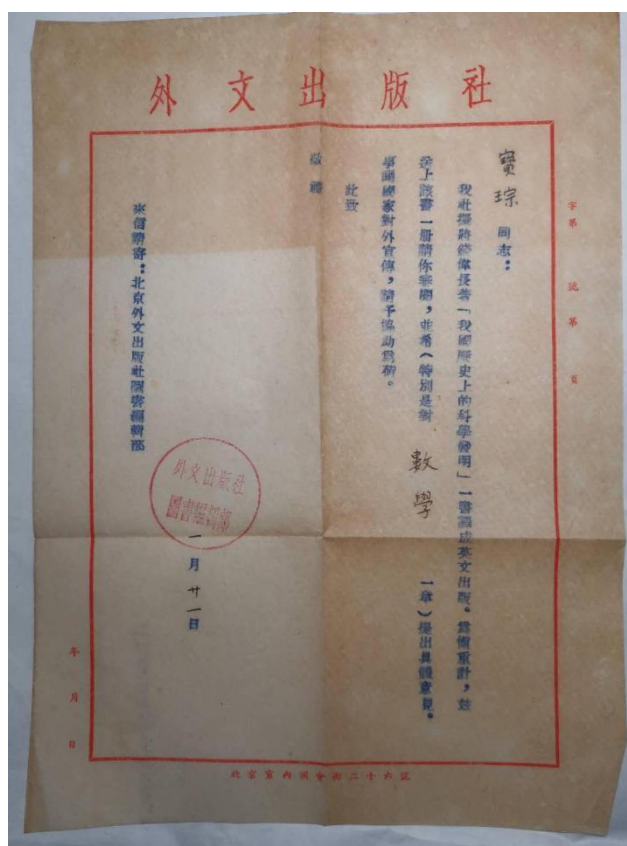
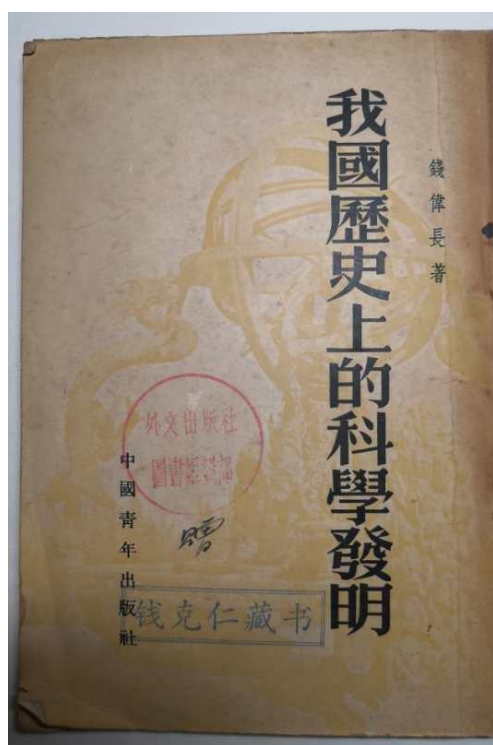
还有在天文和历法一章里，30 页第 4 行到第 9 行，讲到元朝的授时历法一段话，据我的偏见总以为不太妥当。元朝的授时历法为王恂、郭守敬等的集体创作。除了因袭宋金旧历法之外，“所考正者凡七事”、“所创法凡五事”都不受当时传入的回回历法的影响。札马鲁丁的《万年历》没有译成汉文，元朝的天文学家无从知道他的内容。所以说“郭守敬的历法……集古今中外之中外之大成”是很少根据的。授时历法每年有 365.3425 天是王恂、郭守敬等采用南宋杨忠辅统天历法(公元 1199 年)的岁实，当然和回回历法毫无关系。

作者简介：

钱宝琮(1892-1974)，字琢如，浙江嘉兴人，中国著名数学教育家、数学史家，中国科学史，特别是中国数学史、天文学史研究领域的开拓者和奠基人之一。



钱宝琮(1892-1974)



荣誉称号

林力娜（Karine Chemla）研究员连获两个数学史奖项

中国数学史界的老朋友，法国国家研究中心（CNRS）林力娜（Karine Chemla）研究员分别于 2020 年和 2021 年获得两项国际数学史奖项。

林力娜研究员于 2020 年获得欧洲数学会 Otto Neugebauer 奖。欧洲数学会每四年在欧洲数学大会开幕式颁发该学会设立的三个奖项（EMS 奖 10 名，授予 35 岁以下的数学家；Felix Klein 奖 1 名，授予 38 岁以下解决重大产业难题的数学家或群体；Otto Neugebauer 奖 1 名，授予数学史家）。其中 Otto Neugebauer 奖的获得者应“在数学史领域作出具有高度原创性和影响力的工作，这些工作增强了我们对任何时期和任何地区数学发展或特定数学学科的理解”。

林力娜研究员于 2021 年获得伦敦数学会（LMS）和英国数学史学会（BSHM）联合颁发的 Hirst 奖。该奖设立于 2015 年，面向全球数学史家，已颁发两次（2015，2018），2021 年是第一次由伦敦数学会和英国数学史学会联合颁发 Hirst 奖。该奖目前正在征集下一届获奖者提名，拟于 2023 年颁发。

（由郑方磊根据以上两个奖项的官方网页采编）

首届“张奠宙数学教育奖”在华东师大颁出

第 14 届国际数学教育大会期间、以我国已故著名数学教育家、华东师大教授张奠宙命名的“张奠宙数学教育奖”首届颁奖仪式在华东师大举行北京师范大学数学科学学院，郭玉峰教授成为首位获奖人



▲ 首届“张奠宙数学教育奖”获奖者：郭玉峰教授

华东师大党委书记梅兵与第 14 届国际数学教育大会主席王建磐出席颁奖仪式，并共同为获奖人颁发荣誉证书和奖励金。仪式由张奠宙数学教育奖基金管理委员会委员会长、华东师大亚洲数学教育中心主任范良火教授主持。来自全国各地的高校教师、数学教育研究生等近百人共同在现场见证。

据张奠宙数学教育奖基金管理委员会委员秘书长、华东师大数学科学学院党委书记贾挚介绍，张奠宙数学教育奖是为铭记张奠宙先生一生为中国数学教育研究和发展所作出的杰出贡献，弘扬张奠宙先生的精神，推动我国数学教育事业的进步而设立，用于奖励在数学教育领域取得公认的杰出研究成果的优秀学者，每两年评选一次。

“数学属于我们每一个人，让我们都亲近数学、热爱数学、支持数学、发展数学。”

——张奠宙

张奠宙数学教育奖的奖金来源是华东师范大学教育发展基金会的有关专项基金，目前暂定受奖范围为中国（含港澳台）50 周岁及以下的、在数学教育领域取得杰出研究成果并已产生一定影响的学者。

按照张奠宙数学教育奖章程，获奖者首先须经由张奠宙数学教育奖提名委员会提名，然后经张奠宙数学教育奖评审委员会最终审查确认。这两个委员会由来自全国多所大学及科研机构的著名数学和数学教育学者组成，任期均为 4 年。

评奖主要从获奖者在科研方面的创新性、学术价值或实践价值、对学科建设的贡献、研究方法、学界或社会的评价等几个方面考量。

本届评奖过程中，提名委员会 9 位专家召开了三次会议，最终通过无记名投票方式产生了三名提名候选人名单。评审委员会 7 位专家于 2021 年 4 月 27 日召开线上视频会议，通过无记名投票方式从所有提名候选人中选出 1 位获奖者。获奖者将授予获奖荣誉证书和总额为 10 万元的奖金，并将应邀在亚洲数学教育中心两年一度的学术会议上作全体报告。



▲ 华东师大党委书记梅兵为郭玉峰颁发荣誉证书



▲ 第 14 届国际数学教育大会主席王建磐为郭玉峰颁发奖励金

首届“张奠宙数学教育奖”的获奖人郭玉峰现任北京师范大学数学科学学院教授、数学课程与教学论方向博士生导师。兼职包括中国数学会基础教育工作委员会副主任，2021 年 ICME-14 国际组织委员会成员，全国数学教育研究会理事，统计教育学会常务理事，《数学教育学报》编委、《中国数学教育》执行编委等。在国内外重要期刊发表学术论文多篇。郭玉峰也是人民教育出版社高中数学教材分册主编，并参与了北京师范大学出版社、湖南教育出版社初中数学教材的编写；出版专著 1 部，合著本科生教材 1 部，中职数学教材分册主编 1 部，合著或参编著作多部。

在获奖感言中，郭玉峰回忆了与张奠宙教授交流学习的往事，感谢了从事数学教育研究二十余年来给予她帮助的良好师友，并为线上线下与会者带来学术报告《数学教育研究：关注数学内容的整体性、联系性和本质》。

（来源于华东师范大学）

期刊专辑

坐标概念的历史与椭圆方程的发展

张红 王军

平面解析几何主要以圆锥曲线为中心内容,英国 C. Smith (1844-1916) 的 *Conic Sections* 本意为圆锥曲线,日本原滨吉将之译为解析几何学¹,清末顾澄也译为解析几何学²。椭圆又是圆锥曲线的重要组成部分。从历史上看,圆锥曲线在教科书中有两种编排顺序:椭圆到双曲线再到抛物线,及抛物线到椭圆再到双曲线。清末民国时期,两种顺序均出现在我国的解析几何教科书中,但以后者为主。商务印书馆、中华书局等自编或翻译的多种教科书,其中圆锥曲线的编排顺序就是抛物线到椭圆再到双曲线。1949 年以后人教版的高中教科书圆锥曲线的编排顺序采用前者,即椭圆到双曲线再到抛物线,并且教科书采用椭圆的第一定义,以此推导出椭圆的标准方程。本文以古希腊、中世纪、近现代为时间轴,讨论坐标雏形到坐标体系的完善过程,及椭圆定义从原始定义、第二定义、到第一定义的发展过程。在此基础上,分析了椭圆方程从文词叙述、符号引入到现代标准形式的演变过程。

1. 坐标概念的起源与发展

“坐标系”是近代解析几何形成的基本要素。坐标概念经历了古希腊到近现代直至 18 世纪的漫长发展过程,在圆锥曲线的研究中,一直都扮演着重要角色。

1.1. 坐标概念的雏形

坐标概念的雏形产生于古希腊以前,至于确切的开始,历史学家们持有不同的意见³。至少,坐标思想可以上溯到古埃及时期。埃及人采用划分地面区域的办法⁴,已经蕴含坐标概念的萌芽。希腊的希帕霍斯(Hipparchus, 公元前 180~125)也曾用经度和纬度表示恒星在天球上的位置。古希腊学者一般采用圆锥曲

¹ (日)原滨吉.解析几何学讲义[M].东京:金刺芳流堂,1909:1.

² (英)Smith 原著,顾澄译补.高等教育解析几何学.第一册[M],北京:北京作新社发行.1907:3.

³ Ruth M Tapper.coordinates in the history of mathematics[J]. Peoria:school science and mathematics.1929 (7): 738—744.

⁴ 梁宗巨.世界数学史·下册 [M].沈阳:辽宁教育出版社.2005:141.

线的直径、切线等表达坐标轴的概念。阿基米德(Archimedes, 约公元前 287~212) 曾用直径和切线表述椭圆的性质, 阿波罗尼奥斯(Apollonius, 约公元前 262~公元前 170) 的《圆锥曲线论》中, 相当于现在的“纵坐标”通常指的是直径末端的切线⁵。阿波罗尼奥斯甚至引用了两条正交直线⁶, 实际上已经意味了“坐标系”思想的萌芽。罗马时期的实际生活中, 就出现了直角坐标和斜坐标的混合使用。罗马人在城市设计中, 将罗马的城镇分布在两个轴线上。相比古希腊时期无意识地使用坐标, 罗马时期实际上是有意识的运用了坐标思想⁷。

1.2. 坐标概念的形成

从古希腊到中世纪, 坐标概念取得了显著的进展。十四世纪, 法国数学家奥雷姆(Oresme, 1320~1382) 不仅将经度和纬度分别对应纵坐标和横坐标, 并用系统化的术语和部分广义的形式开始定义直角坐标系⁸。他所陈述的坐标几何, 标志了从天文、地理坐标到近代坐标几何学的抽象和过渡, 他的坐标思想对现代坐标的建立迈出了决定性的一步。奥雷姆的《论质量与运动的结构》(约 1350) 等书在 1482——1515 年间重印了多次, 影响了文艺复兴以后包括笛卡儿在内的学者, 在这个意义上, 奥雷姆可以称为解析几何的先驱。在奥雷姆之后, 法国数学家笛卡儿(Descartes, 1596~1650) 和费马(Pierre de Fermat, 1601~1665) 受韦达(Viète, 1540~1603) 等学者代数符号体系的影响, 将坐标法系统运用于几何中, 开启了符号体系下几何问题代数化和代数问题几何化的两个途径, 实现了曲线和方程的一一对应, 创立了解析几何学, 笛卡儿和费马也被称为解析几何的创始人。

虽然“坐标”的雏形在古埃及时期就已有之, 但是, “坐标”(coordinata) 这一名词, 直到 1692 年才由德国数学家莱布尼兹(Leibniz, 1646~1716) 首先创用⁹。“纵坐标”在 1694 年为莱布尼兹所正式使用, 而“横坐标”到 18 世纪

⁵ Ruth M Tapper.coordinates in the history of mathematics[J]. Peoria:school science and mathematics.1929 (7) : 738—744.

⁶ 梁宗巨.世界数学史简编 [M].沈阳: 辽宁人民出版社.1980:202.

⁷ Ruth M Tapper.coordinates in the history of mathematics[J]. Peoria:school science and mathematics.1929 (7) : 738—744

⁸ Ruth M Tapper.coordinates in the history of mathematics[J]. Peoria:school science and mathematics.1929 (7) : 738—744

⁹ Ruth M Tapper.coordinates in the history of mathematics[J]. Peoria:school science and mathematics.1929 (7) : 738.

才由法国数学家沃尔夫(Christian von Wolf, 1679~1754)等人引入¹⁰。

2. 古希腊椭圆方程的肇始

圆锥曲线的研究, 始于古希腊三大几何问题中的倍立方问题¹¹, 希腊时期著名数学家均有所涉猎和建树, 并影响到近代解析几何的创立。

2.1. 椭圆的原始定义

公元前4世纪, 古希腊学者蒙爱启马斯(Meneachinus, 约公元前375~325)发明了圆锥曲线¹², 他是系统研究圆锥曲线的第一人¹³。据盖米诺斯(Geminus, 约公元前70)记载, 古希腊数学家是用旋转直角三角形(围绕一条直角边)来产生圆锥面, 不动的直角边叫做轴, 斜边叫做母线¹⁴。这样旋转而成的圆锥就是直圆锥。蒙爱启马斯用垂直于直圆锥一条母线的平面, 分别去截顶角为直角、锐角和钝角的直圆锥, 得到了三种不同的圆锥截线。其中截锐角圆锥所得的截线称为“锐角圆锥截线”, 这种截线就是现在的“椭圆”。“锐角圆锥截线”是最早对椭圆的称谓, 这就是椭圆视为圆锥截线的原始定义的由来。

希波克拉底(Hippocrates 公元前460年前后活动于雅典)把倍立方问题归结为在线段 a 和 $2a$ 之间插入两个等比中项 x, y 的问题¹⁵。用现代符号语言表述, 即是蒙爱启马斯认识到, $a : x = x : y = y : 2a$ 与 $x^2 = ay$ 或 $y^2 = 2ax$ 以及 $xy = 2a^2$ 相当, 由此导致圆锥曲线的探讨。但是, 由上述比例式无法导出椭圆。希腊天文学家、数学家和地理学家埃拉托色尼(Eratosthenes, 约公元前276~195)认为, 蒙爱启马斯的三类曲线, 实际上只有两类圆锥曲线, 即抛物线($x^2 = ay$ 或 $y^2 = 2ax$)和等轴双曲线($xy = 2a^2$)。

尽管蒙爱启马斯没有用到椭圆, 但在圆锥曲线中, 椭圆应该是最早被发现的¹⁶。希腊人很早就知道, 圆柱或圆锥被平行于底面的平面截得的截线是圆。平面不平行于底面时的截线自然也就引起希腊人的注意。希思(T. Heath, 1860~1941)

¹⁰ 梁宗巨.世界数学通史简编 [M].沈阳: 辽宁人民出版社.1980:201.

¹¹ 白尚恕, 圆锥曲线小史[J].数学通报.1964(4): 36-41;

¹² F.cajori,曹丹文译.初等算学史[M].上海: 商务印书馆.1925: 55.

¹³ 梁宗巨.世界数学史简编 [M].沈阳: 辽宁人民出版社.1980:109

¹⁴ Apollonius, 朱恩宽等译.圆锥曲线(V-VII) [M].西安: 陕西科学技术出版社.2011: 3.

¹⁵ 梁宗巨.世界数学史简编 [M].沈阳: 辽宁人民出版社.1980:109—110.

¹⁶ 汪晓勤.韩祥临.中学数学中的数学史[M].北京: 科学出版社.2002: 172

认为：蒙爱启马斯完全可以用同样的方法获得椭圆的性质¹⁷。对椭圆的起源，卡茨（VICTOR J.KATZ）还有一种推测，圆锥曲线看上去就像太阳做周日圆周运动时晷影的运动路径，这路径本身是落在以日晷的头端为顶点的对顶圆锥的底面上¹⁸。这里的周日运动应该是指太阳的视运动。古人并不知道地球自转一周形成昼夜，而把昼夜循环看作是太阳的圆周运动。按这种想法，投影所成的平面就是截平面。进一步会注意到，从平面外一点看圆的形状就像是一椭圆。

2.2. 椭圆的第二定义

与欧几里得同时代的亚里士塔欧（Aristaeus, 约公元前 370~275），著有《立体轨迹》5 卷，已失传。根据帕普斯（Pappus, 约 290~350）记载，这是一部关于圆锥曲线的论著。之所以使用“立体轨迹”而不是“圆锥曲线”，原因是当时把“圆锥曲线”视为“轨迹”，而命名为“立体”轨迹，在于该轨迹是从立体图形产生的¹⁹。

希腊数学黄金时代的三大代表人物欧几里得（Euclid, 约公元前 330~275）、阿基米得和阿波罗尼奥斯，都在总结前人成果的基础上，推进了圆锥曲线的研究。欧几里得的著作除广为流传的《几何原本》之外，还有《圆锥曲线论》4 卷，《面轨迹》2 卷，只是后两部均已失传。据希思研究，欧几里得曾在《面轨迹》中不加证明地给出圆锥曲线如下的重要命题：到定点与到定直线的距离之比的点的轨迹是圆锥曲线²⁰。用现代语言来解释，当这个“比”介于 0 到 1 之间时，形成的轨迹就是椭圆。它就是今天利用焦点—准线性性质刻画的椭圆第二定义。该定点在阿波罗尼奥斯《圆锥曲线论》中，称为“由贴合产生的点”，“焦点”这一术语，最早是德国天文学家开普勒（Johannes Kepler, 1571~1630）在 1604 年创用²¹，而“准线”一词，则是之后由荷兰数学家让·德·维特（J. D. Witt, 1623~1672）创用的²²。这一命题由希腊后期数学家帕普斯得以证明。相比而言，亚里士塔欧对圆锥曲线的工作更专业和更具原创性，而欧几里得主要是对圆锥曲线的汇编和

¹⁷ Heath T.A History of Greek Mathematics (II) [M]. London:Oxford university press.1921: 110.

¹⁸ VICTOR J.kATZ,李文林等译.数学史通论[M].北京：高等教育出版社.1980：92.

¹⁹ Heath T.A History of Greek Mathematics (II) [M]. London:Oxford university press.1921: 116—118.

²⁰ 汪晓勤,韩祥临.中学数学中的数学史[M].北京：科学出版社.2002:174

²¹ VICTOR J.kATZ,李文林等译.数学史通论[M].北京：高等教育出版社.1980：93

²² 汪晓勤.椭圆第一定义是如何诞生的？[J].中学数学月刊.2017（6）：30.

对内容的重新排列²³。

阿基米德早年曾在亚历山大跟随欧几里得的门徒学习，他曾引用欧几里得《面轨迹》中的一些零散的命题²⁴，并且阿基米德有关圆锥截线的研究也保留了下来。欧几里得和阿基米德仍然沿用蒙爱启马斯对圆锥曲线的名称（如“椭圆”称为“锐角圆锥截线”），阿基米德给出了圆锥曲线中椭圆的直径这个名称（即现在椭圆的长轴）²⁵，证明了如下的椭圆性质：

椭圆中心 O 与切点 P 的连线平分所有平行于切线的弦（如图 1），

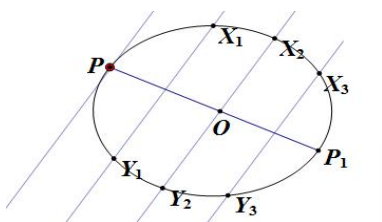


图 1

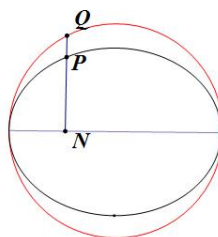


图 2

设 P 是椭圆上一点， PN 垂直于直径， N 为垂足，延长 NP 交辅助圆于 Q ，则 $QN:PN$ 为常数（如图 2）等。由此可以看出，阿基米德已经有了用直径或与之相交的切线表述椭圆性质的意识。

另外，阿基米德在他的《劈锥曲面体与旋转椭圆体》中表明，任一椭圆都可看作圆锥的截线，该圆锥不一定是直圆锥，其顶点的选择有很大的任意性²⁶。因此，阿基米德可能把直圆锥扩充到了斜圆锥，从而获得圆锥曲线的一些性质，但未给出证明²⁷。

2.3. 对顶锥的创用与坐标制思想的萌芽

阿波罗尼奥斯是古希腊圆锥曲线研究集大成者。他编写的《圆锥曲线论》共有 8 卷，只有前 7 卷保存下来。根据帕普斯记载，阿波罗尼奥斯编写的《圆锥曲

²³ Heath T.A History of Greek Mathematics (II) [M]. London:Oxford university press.1921: 116—117.

²⁴ 杜石然.孔国平.世界数学史[M].长春：吉林教育出版社.2009: :72.

²⁵ Heath T.A History of Greek Mathematics (II) [M]. London:Oxford university press.1921: 122.

²⁶ Archimedes.Heath T (编).朱恩宽等译.阿基米德全集[M].西安：陕西科学技术出版社.2011: 5.

²⁷ Heath T.A History of Greek Mathematics (II) [M]. London:Oxford university press.1921: 122-123.

线论》前4卷是以欧几里得的《圆锥曲线论》4卷为基础的²⁸。这可能与阿波罗尼奥斯很小的时候就去亚历山大和欧几里得的继任者一起学习有关。

阿波罗尼奥斯构造了对顶锥，第一次从同一个对顶锥(直圆锥或斜圆锥)出发，采用三个不同位置的平面，得到三种不同的圆锥截线²⁹。阿波罗尼奥斯和蒙爱启马斯关于圆锥曲线的定义本质上是一样的，都是用平面去截圆锥而得的曲线。但是，由于对顶锥的构造，使得阿波罗尼奥斯第一个发现双曲线是有心曲线，并且有两支，也得到了与蒙爱启马斯一样的圆锥曲线的基本性质。他的《圆锥曲线论》是古希腊继欧几里得《几何原本》之后又一部经典著作。由于蒙爱启马斯时期圆锥曲线名称不再适用，这一时期出现了新的术语。如用希腊语“*ἔλλειψις* (有亏的)”来命名椭圆，最先为阿波罗尼奥斯所创用，当希腊学术传入欧洲时，这个名称翻译为拉丁文“*Ellipse*”，17世纪以后传入中国时，有的学者翻译为“亏曲线”，后来根据形状译为椭圆³⁰。

阿波罗尼奥斯采用平面截斜圆锥得到了椭圆，用几何方法给出椭圆的基本性质，用符号语言描述：

如图3,设椭圆直径 DE 上的任意一点 M ,过 M 作 TF 平行线与截线交于 L ,再过 E 作 DE 的垂线

$$EH, \text{ 使得 } EH \text{ 满足 } \frac{BK \cdot KC}{AK^2} = \frac{EH}{ED}$$

阿波罗尼奥斯把直径 (ED) 上的线段 (EM) 叫做横线，对应的半弦 (ML) 叫做纵线，线段 (EH) 叫做截线的竖直边,对应参量 p 是一个常数，就是现在的椭圆通径。

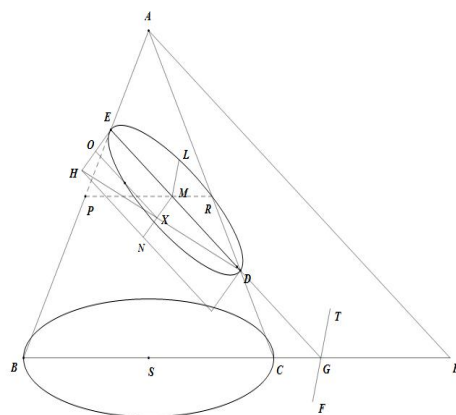


图3

对以一个顶点为原点，长轴为横轴的椭圆性质描述如下³¹：

以横线 $(EM, EM$ 在直径上)为一边做矩形 $(EMXO)$ ，“贴合”到竖直边 (EH)

²⁸ Heath T.A History of Greek Mathematics (II) [M]. London:Oxford university press.1921: 119.

²⁹ 李文林.数学史概论[M].北京：高等教育出版社.2011,59.

³⁰ 梁宗巨.世界数学史·上册 [M].沈阳：辽宁教育出版社.2005:385.

³¹ Archimedes, Heath T (编).朱恩宽 (译).圆锥曲线论 (I—IV 卷) [M].西安：陕西科学技术出版社，2018：6-8.

上去，使其面积等于纵线（ ML , L 在椭圆上）上正方形（ ML^2 ），且矩形（ $EMXO$ ）比横线（ EM ）和竖直边（ EH ）所夹的矩形（ $EMNH$ ），缺少一个与横截直径（ ED ）和竖直边（ EH ）所交的矩形相似的矩形（ $OXNH$ ）。在这里，纵线上正方形的矩形另一边 EO 小于竖直边 EH 。

其含义就是：椭圆其上任一点纵坐标组成的正方形小于与之对应的横坐标及通径组成的矩形。

阿波罗尼奥斯在圆锥上使用相交的横线（ EM ）和纵线（ EL ），利用线段生成的矩形和正方形的面积刻画椭圆性质，实际上建立了只有正数的斜坐标系，已经含有坐标制的基本思想。

阿波罗尼奥斯对椭圆的轨迹进行了描述，表示为现代符号语言为：设

$ED = d$ ， $EH = p$ ，设 $\frac{BK \cdot KC}{AK^2} = \frac{EH}{ED}$ ，再设 $EM = x$ ， $ML = y$ ，则

$\frac{M^2L}{EM \cdot MD} = \frac{BK \cdot KC}{AK^2}$ 可以写成： $y^2 = px - \frac{p}{d}x^2$ （其中 d 和 p 分别代表着椭圆的直径和通径）。

虽然阿波罗尼奥斯没有创用符号，更没有使用方程，但其实已有了用文词叙述的椭圆形式。

阿波罗尼奥斯还发现亚里斯塔欧、欧几里得等学者熟知但并未完整解决的三、四线轨迹问题。他完整地解决三线轨迹问题，而三、四线轨迹问题也成为了从希腊后期直到 17 世纪数学家如帕普斯、笛卡儿、费马等所讨论的热点。帕普斯对三、四线轨迹问题做了进一步的研究，并明确地指出了“三线轨迹”和“四线轨迹”为圆锥曲线，“五线及以上轨迹”不再是人们已经知道的圆锥曲线，而是属于“线轨迹”³²

阿波罗尼奥斯如此深奥的内容完全是用文字表达的，没有使用符号和公式，命题叙述冗长，但他建立了相对完美的圆锥曲线理论，他的工作直到 17 世纪笛卡儿之前一直无人能够超越。

3. 近代椭圆方程的发展

解析几何的基本思想就是借助坐标系建立点与实数对的一一对应，以及曲线与方程的一一对应。解析几何的创立，为微积分的诞生搭建了舞台，近代数学因

³² Bos.Henk J.M. Descartes' solution of Pappus' problem.sources and studies in the History of Mathematics and Physical Sciences[M].Springer-Verlag New York Inc.2001: 315-317.

此而进入快速发展时期。

3.1. 解析几何的开端

1607年，笛卡儿在《更好地指导推理和寻求科学真理的方法论》一书附录《几何》中，从四线轨迹出发，通过比例关系推出了椭圆方程³³。笛卡儿受韦达等学者代数符号体系的影响，率先将代数符号引入到坐标当中，其推导椭圆方程过程如下：

如图4，设 AB 、 AD 、 EF 、 GH 是给定的四条直线，已知 $CB \cdot CF = CD \cdot CH$ （四线轨迹的性质），求 C 的轨迹

笛卡儿取 AB 为横轴， A 为原点，设 $AB = x$ ， $BC = y$ ，可得如下的比例
 $AB:BR = z:b, CR:CD = z:c, AK = k,$

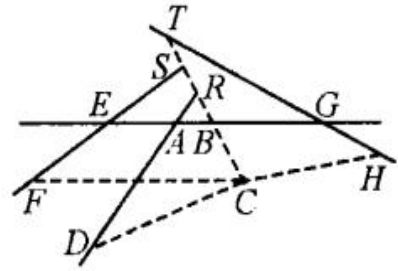


图4

$BE:BS = z:d, CS:CF = z:e, AG = l, BG:BT = z:f$ ，其中 b, c, d, e, f, l, k, z 为常数。

通过比例的相关计算得：

$$BC = y, CF = \frac{ezy + def + dex}{z^2}, CD = \frac{cyz + bcx}{z^2}, CH = \frac{gzy + fgl - fgx}{z^2}$$

再将上述式子代入 $CB \cdot CF = CD \cdot CH$ 中，可推导出一个代数形式的轨迹方程：

$$y = m - \frac{n}{2}x + \sqrt{m^2 + ox - \frac{p}{m}x^2}$$
，可验证，该四线轨迹是椭圆。

同一时期，法国数学家费马在《平面与立体轨迹引论》中，从椭圆的基本性质出发，采用韦达等学者的代数符号，推导证明了表示椭圆的方程，其过程大致如下³⁴：

如图5，设 $OA = OA' = b$ ， $ON = x, PN = y$ ， PN 垂直 OA （注： PN 和 OA 可垂直也可不垂直，而费马一般采用的是垂直），则 $A'N = b + x, AN = b - x$ 。

³³ Smith.E.D&Martha L.The geometry of Rene ' Descartes[M]. New York: Dover Publications.Inc.1954: 59—63.

³⁴ Struck.D. J. A Source Book in Mathematics. 1200-1800[M].Princeton: Princeton University Press.1986: 148-150.

由椭圆的基本性质， $\frac{PN^2}{A'N \cdot AN} = \frac{q^2}{p^2}$

令 $\frac{q^2}{p^2} = k$ ，则得 $\frac{y^2}{(b+x)(b-x)} = k$ ，化简就可以得

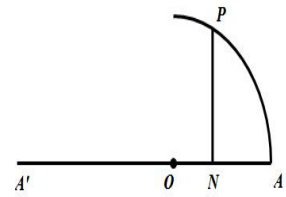


图 5

到椭圆的方程： $b^2 - x^2 = ky^2 (k > 0, k \neq 1)$ 。

笛卡儿在推导椭圆方程过程中，采用的是斜坐标系思想。坐标系只有一条坐标轴（横轴），用于度量第二个未知量 Y 的线段，并没有明确说明是纵轴，它与横轴也不一定垂直，但在双曲线推导过程中，笛卡儿采用的是直角坐标系³⁵。而费马在推导椭圆方程过程中，更多地采用直角坐标系。笛卡儿和费马对于坐标的认识还局限为正数。

符号化是迈向现代数学的关键一步。笛卡儿和费马在坐标描述中引进现代符号，建立斜坐标系或直角坐标系，利用一对线段长 x 和 y 确定点的位置，求得椭圆的轨迹方程。在正数情况下，一对线段长和一对实数对是可以相互确定的，所以，一对线段长 x 和 y 确定点的位置就相当于用实数对 (X, Y) 确定点的位置。另外，笛卡儿用坐标概念把方程看为平面曲线，再以曲线图解代数方程；费马用韦达的符号研究二次方程，既把圆锥曲线看为圆锥的平截线，也看为平面轨迹，同时又看为二次方程的图象。这已经含有用实数对确定点的位置，曲线与方程对应的解析几何的基本思想。由此，笛卡儿和费马也因此被称为解析几何的创始人。

3.2. 椭圆方程的第一定义

英国数学家沃利斯 (J. Wallis. 1616~1703) 是解析几何学早期最重要的人物之一，他将笛卡儿和费马的解析几何思想系统地应用到圆锥曲线的研究中，并意识到了这种思想的重要性³⁶。如果说笛卡儿使几何问题代数化成为了一种可能，而沃利斯把它变成了一种更普遍的事实。笛卡儿从四线轨迹出发，把圆锥曲线用代数方程来表达。与笛卡儿不同的是，沃利斯是强调用代数方程来表达圆锥曲线，并由这些代数方程推出圆锥曲线的性质等。沃利斯“以新方法论圆锥曲线”(1655)一文中，没有用圆锥截线和运动概念定义圆锥曲线，而是第一次用二次方程定义

³⁵ Ruth M Tapper. coordinates in the history of mathematics[J]. Peoria: school science and mathematics. 1929 (7) : 742—743.

³⁶ Boyer. C. B. History of Analytic Geometry[M]. New York: Scripta Mathematica. 1956: 110-114.

圆锥曲线:当平面图形具有 $e^2 = ld - \frac{l}{t}d^2$ (e, d, l, t 分别为纵坐标、横坐标、椭圆的通径和直径) 特点时就称为椭圆。沃利斯第一次摆脱了过去视椭圆为圆锥面截线的看法, 使得椭圆逐渐脱离了其产生的原始背景。

荷兰数学家让·德·威特在其《曲线基础》(1646, 该书被誉为历史上第一部解析几何教材) 中给出了两类椭圆方程的标准形式³⁷:

$$\frac{ly^2}{g} = f^2 - x^2, \quad \frac{lx^2}{g} = f^2 - y^2$$

但未发现方程中常数 f 、 l/g 代表的几何意义, 并总结出任何有两个变量的二次方程都可以化为标准形式的其中一个。

让·德·威特还证明了命题:平面上到两定点距离之和等于常数的动点轨迹为椭圆, 即椭圆的第一定义。以此为基础, 后来的数学家用不同的方法推导出了椭圆的方程。

3.3. 椭圆标准方程的形成

法国数学家居西尼(Guisnee, 16? ~1718)第一次使用了直角坐标系, 在《代数在几何中的应用》(1705)中, 以椭圆的中心和左顶点为坐标原点, 均建立了直角坐标系, 用 a, b 来表示有心曲线的长、短半轴, 在圆锥上利用几何法推导出了椭圆的方程³⁸。

法国数学家洛必达(L. Hospital, 1661~1704)在《圆锥曲线分析》(去世后整理出版, 1720)³⁹中, 利用椭圆的第一定义, 引入参数, 利用两点间的距离公式, 推导出了椭圆的方程, 在推导过程中还引入了焦半径。同时, 他把椭圆方程的推导放在了平面上, 以椭圆中心为原点建立直角坐标系, 将两种椭圆方程的形式进行了转化(长轴和短轴为已知条件的椭圆方程、长轴和通径为已知条件的椭圆方程)。

英国数学家斯蒂尔(R. Steel)在其《圆锥曲线论》(1745)中, 在平面上仍然采用椭圆的第一定义, 采用余弦定理方法推导出了椭圆方程⁴⁰。

³⁷ Boyer. C. B. History of Analytic Geometry[M]. New York:Scripta Mathematica.1956: 114-117.

³⁸ Guisnee. N. Application de l'Algebre à la Geometrie[M]. J. Bourdot et J. Quillau. 1705: 71-72.

³⁹ L'Hospital. M.de. Traité Analytique des Sections Coniques[M].Paris: Montalant.1720: 22-25.

⁴⁰ Steell. R. A Treatise of Conic Sections[M]. London: St John's Gate. 1745: 16-18.

在居西尼、洛必达和斯蒂尔的关于椭圆方程的推导中，和笛卡儿和费马一样，均采用 x, y 对应线段，只使用单一坐标轴（横轴 X 轴），也没有使用纵横负坐标。沃利斯是有意识地引进负向横坐标的第一人⁴¹。而英国数学家牛顿（Newton, 1642~1727）在他的《自然哲学的数学原理》（光学篇）（1687）

中，进一步运用了纵向负坐标⁴²。虽然欧拉（Leonhard Euler, 1707~1783）等人偶然也用过 Y 轴，但是瑞士数学家克拉美（Gabriel Cramer, 1704-1752）在《代数曲线分析引论》（1750）中才正式引入纵轴 Y 轴⁴³。

英国数学家赖特（J. M. F. Wright）在《圆锥曲线与其他曲线的代数体系》（1836）中，在平面内采用椭圆的第一定义，他运用直角坐标系，用实数对表示坐标位置，标准地使用了横纵向的正负坐标，利用“平方差法”推导出了现在的椭圆标准方程形式⁴⁴。

如图 6，设椭圆的中心为 O ，左右、上下顶点分别 A, B, C, D ，左右焦点为 S, H ， $|AB| = 2a$ ，焦距 $|SH| = 2E$ 。

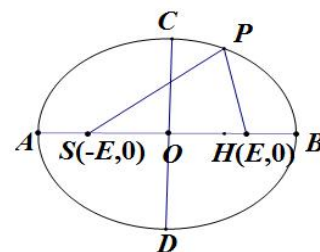


图 6

$$\text{由 } SP + PH = 2a$$

$$\text{又 } SP^2 = SM^2 + PM^2 = (E + x)^2 + y^2 \quad \text{①}$$

$$HP^2 = HM^2 + PM^2 = (E - x)^2 + y^2 \quad \text{②}$$

$$\text{①}-\text{②} \text{ 得 } SP^2 - HP^2 = 4Ex = (SP + PH)(SP - PH) = 2a(2SP - 2a)$$

$$\text{得 } SP = \frac{Ex}{a} + a$$

$$\text{所以 } SP^2 = \frac{E^2}{a^2}x^2 + 2Ex + a^2 = E^2 - 2Ex + x^2 + y^2$$

$$\text{得 } x^2\left(1 - \frac{E^2}{a^2}\right) + y^2 = a^2 - E^2 = b^2 \text{ (令 } a^2 - E^2 = b^2)$$

⁴¹ Boyer.C. B. History of Analytic Geometry[M]. New York:Scripta Mathematica.1956: 110-114.

⁴² 白尚恕，圆锥曲线小史[J].数学通报.1964（4）：36-41.

⁴³ 梁宗巨.世界数学史简编 [M].沈阳：辽宁人民出版社.1980:201.

⁴⁴ Wright.J. M. F. An Algebraic System of Conic Sections & other curves[M]. London: Black & Armstrong, 1836: 94-99.

$$\text{得 } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

至此，坐标体系已经基本完成，能够标准地建立直角坐标系，并用实数对表示坐标位置，标准地使用横向和纵向的正负坐标，推导圆锥曲线的方程和性质。在此基础上，椭圆方程也完成了文词叙述到符号表达的现代标准形式的演变过程。

18 世纪，瑞士数学家欧拉建立了完备的圆锥曲线理论。他在《分析引论》（1748）中，系统地建立了直角坐标、斜坐标及极坐标的概念，给出了坐标的变换公式和转轴公式。19 世纪中叶，各种坐标制的建立，又把圆锥曲线的理论推进了一步。19 世纪末，受分析学的影响，圆锥曲线在理论发展上达到高峰，在实际应用中也得到了充分利用。

圆锥曲线学在明末第一次输入中国，与当时的历法书籍有关⁴⁵。清中叶第二次输入，比较有影响的是李善兰和伟烈亚力合译的《代微积拾级》（1859），书名中的“代”，指的就是“解析几何”。谢洪赉，潘慎文翻译的《代形合参》（1893），是中国第一本全面、系统介绍西方解析几何学的教科书，其内容包括平面与立体解析几何。清末废科举兴学堂后，解析几何成为新学的必修科目⁴⁶⁻⁴⁷。解析几何首先进入大学课堂，如 1907 年两江师范学堂就开设了解析几何课程⁴⁸，1922 年才开始全面进入中学数学教科书。之后，圆锥曲线得到了广泛地流传。民国时期商务印书馆、中华书局等出版了更多的自编或翻译的解析几何教科书。直至今日，以圆锥曲线为主要内容的解析几何，仍然是高中数学的必修科目，其方程和坐标的历史，体现了解析几何的基本思想，具有丰富的教育价值。

参考文献

- 1 Ruth M Tapper.coordinates in the history of mathematics[J]. Peoria:school science and mathematics.1929（7）:738-744.
- 2 梁宗巨.世界数学史•下册 [M].沈阳：辽宁教育出版社.2005.

⁴⁵ 白尚恕.圆锥曲线小史[J].数学通报.1964（4）：36-41.

⁴⁶ 钦定学堂章程.1902.

⁴⁷ 奏定等学堂章程.1904.

⁴⁸ 苏云峰.三（两）江师范学堂南京大学的前身>1903-1911[M].南京大学出版社.2002：45.

- 3 梁宗巨.世界数学史简编 [M].沈阳: 辽宁人民出版社.1980.
- 4 F.cajori,曹丹文译.初等算学史[M].上海: 商务印书馆.1925.
- 5 Apollonious.朱恩宽等译.圆锥曲线 (V-VII) [M].西安: 陕西科学技术出版社.2011.
- 6 白尚恕.圆锥曲线小史[J].数学通报.1964 (4) :36-41
- 7 汪晓勤.《中学数学中的数学史》 [M].北京: 科学出版社.2002.
- 8 Heath T.A History of Greek Mathematics[M]. London:Oxford university press.1921.
- 9 VICTOR J.kATZ.李文林等译.数学史通论[M].北京: 高等教育出版社.1980.
- 10 汪晓勤.椭圆第一定义是如何诞生的? [J].中学数学月刊.2017 (6) : 28-31.
- 11 李文林.数学史概论[M].北京: 高等教育出版社.2011.
- 12 杜石然.孔国平.世界数学史[M].长春: 吉林教育出版社.2009.
- 13 Bos, Henk J.M. Sources and studies in the History of Mathematics and Physical Sciences[M]. Springer-Verlag New York Inc.2001
- 14 Smith.E.D &Martha L. The geometry of Rene' Descartes[M]. New York: Dover Publications.Inc.1954.
- 15 Struck.D.J. A Source Book in Mathematics.1200-1800[M].Princeton: Princeton University Press. 1986.
- 16 Boyer.C. B. History of Analytic Geometry[M]. New York: Scripta Mathematica.1956.
- 17 Guisnee.N. Application de l' Algebre à la Geometrie. J. Bourdot et J. Quillau[M].Source gallica.bnf.fr / Bibliothèque nationale de France.1705.
- 18 L'Hospital.M.de. Traité Analytique des Sections Coniques[M].Paris: Montalant.1720
- 19 Steell. R. A Treatise of Conic Sections[M]. London: St John's Gate. 1745.
- 20 Wright. J. M. F. An Algebraic System of Conic Sections &other curves[M]. London: Black & Amstrong, 1836.

HPM 视角下高三专题复习《平面及其基本性质》

的教学与反思

201821 上海交通大学附属中学嘉定分校 钟萍

摘要：在高三一轮《立体几何》专题复习课《平面的基本性质》中融入平面概念的三个历史阶段，首先融入古希腊时期哲学家巴门尼德、欧几里得、德国数学家克雷尔、法国数学家傅里叶、匈牙利数学家波尔约等对平面的定义，引导学生水到渠成地概述出平面的特征。其次基于希尔伯特的公理化体系，剖析 3 个公理及其推论。最后以若干点、线、面位置关系的典型问题为载体，学生主动探究，锻炼了空间想象能力、提高了逻辑推理能力和数学表达能力。

关键词：HPM，平面，专题复习

1 教学背景

平面以一个空间中的基本元素——点、直线、平面之一介绍给学生，是高中数学最常见的教学方式。这其实也有其理论支撑，即 19 世纪数学家希尔伯特的几何公理系统，他没有给出定义，而是由形成的公理系统定义了点、线、面的位置关系，人们广泛接受并遵循此公理系统。但教学中简单带过平面的概念会带来一些问题：学生在多大程度上理解这些基本概念？学生能理解这些基本概念背后的数学思想吗？再者，公理化系统是一门学科发展到一定程度后经人们系统化整理后的结果和形式化的产物，正如荷兰数学教育家弗赖登塔尔（Hans Freudenthal, 1905-1990）所说：“没有一种数学思想，以它被发现时的那个样子发表出来，一个问题被解决后，相应地也发展成一种形式化的技巧，结果火热的思考变成了冰冷的美丽。”将平面概念作为教学的出发点直接告知学生，就会剥夺学生展开火热思考的机会，而只感受到数学冰冷的美丽。

而有关实证研究表明处于现代教育和不同文化背景下的我国高中生对于平面的许多认识具有历史相似性，正如弗赖登塔尔的论断：“年轻的学习者重蹈人类的学习过程，尽管方式改变了。”那么数学家曾经在认识平面过程中所存在的不足以及产生的各种困惑，学生也会出现类似的现象，这就给我们今天的平面教学以若干启示。基于此，笔者在高三数学一轮复习《平面及其基本性质》时，基于历史相似性进行教学设计、实践与反思。

2 平面概念的历史及其运用

2.1 历史上数学家关于平面的概念

历史上数学家对平面概念的认识经历了一个漫长的过程,其发展大致可以分为三个阶段:

2.1.1 直观描述性定义(古希腊时期)

公元前5世纪的古希腊哲学家巴门尼德(Parmenides)就对平面作过刻画,他认为:平面就是一个二维对象,是直的表面.到了公元前3世纪的欧几里得(Euclid,前3世纪),则将平面定义为“与其上的直线一样平放着的面”.公元1世纪的古希腊数学家海伦(Heron,月公元1世纪)给出了平面的新定义:“平面是具有以下性质的面,它向四周无限延伸,平面上的直线都与之相合,且若一条直线上有两点与之相合,则整条直线在任意位置与之相合.”显然,古希腊时期的数学家都注意到了平面“直”的特征,然后用“直”去刻画平面.

2.1.2 动态构造性定义(17世纪—19世纪初)

17世纪的德国数学家莱布尼茨(G. W. Leibniz, 1646-1710)对平面给出了一个定义:“平面是具有下列性质的面,通过其上任意两点的直线完全包含在该面上.”实际上比较一下就发现这个定义与海伦的定义是完全等价的.法国数学家傅里叶(B. J. Fourier, 1768-1830)也给出了平面的构造性定义:“平面由经过直线上一点且与直线垂直的所有直线构成的”,但由于“垂直”这个概念先于平面给出,使人们有所怀疑.

在19世纪初,又有许多数学家对平面概念给出了自己的定义.比如德国数学家克雷尔(A. L. Crelle, 1780-1855)这样定义:“平面是包含所有通过空间中一个定点并与另一条直线垂直的直线的面”.而高斯(C. F. Gauss, 1777-1855)把平面定义为:“过一个定点,且垂直于一条直线的所有直线构成的面”.W·波尔约(W. Bolyai, 1775-1856)将平面定义为:“一条直线绕着另一条与之垂直的直线旋转而成的面”.

上述数学家给出的平面概念都是从构造角度来定义的,可分成两大类:一类是像莱布尼兹那样利用对称来构造平面,另一类如傅里叶,利用互相垂直或平移或旋转来构造平面.

2.1.3 公理化体系（19 世纪中期-20 世纪）

19 世纪中期之后，在前面数学家关于平面概念构造性定义基础上又开始像包含形式的定义。如意大利数学家皮亚诺(G. Peano, 1858-1932)对平面用不同寻常的方式来定义：给出三个不共线的三点，我们称之为平面 ABC，这一平面包含所有连接点 A 和直线 BC 上的点，点 B 和直线 AC 上的点，点 C 和直线 AB 上的点。而希尔伯特(D. Hilbert, 1862-1943)受到数学抽象化和公理化趋势的影响，对平面没有进行定义，而是把它作为一个原始的概念，就好像点和直线一样。于是公理就这般扮演了定义的角色，公理可决定原始概念之间的联系，概念的意义只有在公理中得到体现，这样任何衍生的概念都可由这些原始的概念得到。希尔伯特对平面概念进行公理化思想处理后，不仅被大部分数学家接受，同时也被数学教育界所接受，从而在教材中开始出现了“平面”作为原始概念不加定义。比如纽科姆(Newcomb, 1835-1909)在《几何学基础》中就不再定义平面，而是用“像静止的水面、光滑的地板”等描述性的语言来表示，然后直接给出 3 个公理。

由此可见，历史上对平面概念的认知也是从低到高逐渐发展起来的，期间也经历了许多认识上的缺陷才慢慢完善的。

2.2 平面史料的运用

在高三一轮复习《平面的基本性质》之前进行调查问卷，在分析学生对平面认识现状的基础上，从他们的认识出发，基于历史相似性原理进行重构式教学。结合平面概念的三个历史阶段，课堂中融入古希腊时期哲学家巴门尼德、古希腊数学家欧几里得、海伦、德国数学家克雷尔、法国数学家傅里叶、匈牙利数学家波尔约等对平面的定义，引导学生水到渠成地概述出平面的特征。之后基于希尔伯特的公理化体系，剖析 3 个公理及其推论，并在理解的基础上讨论点、线、面的位置关系，提高学生空间想象能力、逻辑推理能力和数学表达能力。

3 教学设计与实施

3.1 教学分析

本专题《平面及其基本性质》是高三数学一轮复习课，从复习课前的调查问卷答题情况分析，学生虽然在高二已经学习了立体几何整个章节，能大致想象平面是什么，但还有许多疑问。比如，平面是如何从现实生活中逐渐抽象而来的？为什么可以把平面画成三角形、平行四边形或者其他平面几何图形？为什么可以

将 3 个公理及其推论看成是平面的基本性质？由于 3 个公理及其推论的抽象性，学生完全融入到自己的认知结构中去，需要一定的训练。首先要实现文字语言、符号语言和图形语言的顺利转换；其次要能判断空间中的点、线、面的位置关系并能用洗练的语言加以描述；再次，学生面对如何证明点共线、线共点或者点、线共面问题显得束手无策，似乎能想象其几何关系，但推理起来却说不清道不明。这表明学生对 3 个公理及其推论理解不到位，空间想象能力、逻辑推理能力和数学语言的表达能力比较欠缺。为了充分发挥高三专题复习课的作用，笔者基于历史相似性原理设计了这节课，在教学内容的选择上既注重平面概念的理解、几何与集合语言的落实，又注意选择适切的问题锻炼学生的空间想象能力、逻辑推理能力和数学表达能力。基于此，明确了本节课的教学目标和教学重难点。

教学目标

- 1、巩固和理解平面的概念，会用文字语言、集合语言和图形语言表示平面，表示空间点、直线和平面的关系；
- 2、经历了运用平面的基本性质判断和推理空间点、线、面的位置关系的过程，理解并能运用平面及其基本性质进行逻辑推理；
- 3、经历直观感知、心理运算等过程 逐步归纳出平面的基本性质并学习数学家的思维，提高自身认知水平，形成数学核心素养。

教学重点 平面的基本性质——三个公理及其推论

教学难点 运用平面基本性质推理和论证

4.2 教学过程

4.2.1 探寻发生过程，促进概念理解

师 在几何中最基本的概念非平面莫属了，提到平面，同学们在生活中会联想到哪些事务或对象？与我们高二学习的空间立体几何中的平面有何不同？

生 1 比如书面、平坦的桌面、玻璃面等。

师 很形象。再比如一碧万顷的海平面，想象一下它的“平”和无限延展的气势，令人震撼！这与古希腊哲学家巴门尼德对平面的认识非常类似，巴门尼德就将平面定义为一个二维对象：它是直的表面。

生 2 数学上的平面和我们生活中的平面是有所不同的，它经过了数学抽象。

师 如何抽象？课前我们也做了问卷，关于什么是平面以及怎么描述平面的

概念作了书面解答. 同学们的描述用“丰富多彩”来形容都不为过(大家哈哈大笑). 能用合适的语言来描述什么是平面吗?

生3 平面是平的, 可以无限延展且无厚薄的几何图形.

师 描述得不错, 但总会有种模糊的感觉, 且不确定平面是否一定存在啊. 怎么得到平面的平或者体现这个“平”? (大家就是这么默认的啊? 这一追究起来, 教室一下子陷入了沉默, 颇为虐心!)

师 问卷中倒是有同学说用一条线段将另外一条直线垂直撑起来, 然后旋转一周, 就能体现所得平面的“平”和“无限延展”. 这个想法与高斯以及匈牙利数学家的波尔约不谋而合, 在座的同学都是了不起的数学家啊! 但说得再明白点, 这其实是构造平面的一种方式, 这个想法可贵之处是借助直线的旋转来构造平面. 那么同学们可否尝试借助于直线的特征来描述平面的特征呢?

生4 可以借助于我们熟悉的直线来类比叙述, 直线是“直得不能再直, 长得不能再长, 细得不能再细”的几何图形. 与此相应的, 平面则是“平得不能再平, 宽得不能再宽, 薄得不能再薄”的几何图形.

师 这个类比和概括非常了不起! 历史上也有许多数学家这样构造平面, 但显然还是缺乏逻辑上的严密性. 经过不断的研究, 19世纪德国数学家希尔伯特认为平面和集合一样是一个最原始的概念就是一个基本的元素, 无法给出定义, 可以用三个基本性质来刻画它, 同时又给出了三个公理及其三个推论来描述, 实现了人类对平面比较全面而科学的认识.

师 请同学们回忆并叙述平面基本性质的三个公理.(若学生用自然语言叙述不规范, 教师及时纠正.)

【设计意图】从学生的日常生活和切身感受出发, 结合他们的学习经验, 感受平面的概念,

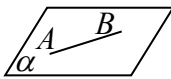
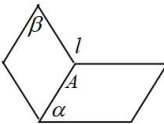
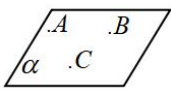
探寻和体验平面概念来之不易的发展过程, 体会数学家们笃学践行, 科学求真的务实精神.

4.2.2 激发学生讨论, 活跃课堂气氛

师 德国数学家希尔伯特在其《几何基础》中将平面作为不加定义的概念, 用这三个公理来描述平面的基本性质. 请同学们思考, 这三个公理怎么用集合语言和图形语言表达? 其推理模式是什么? 有什么作用? (学生充分讨论与交流,

梳理平面的基本性质，如表 1.)

表 1 平面的基本性质

文字语言	符号语言	图形语言	应用
公理 1 如果一条直线的两点在一个平面内，那么这条直线上的所有点都在这个平面内.	$\left. \begin{array}{l} A, B \in l \\ A \in \alpha \\ B \in \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow l \subset \alpha$		①判定直线在平面内; ②判定点在平面内.
公理 2 如果两个平面有一个公共点，那么它们有且仅有一条经过该公共点的公共直线.	若 $A \in \alpha, A \in \beta$ ，则存在唯一的一条直线 l 满足 $\alpha \cap \beta = l$ 且 $A \in l$.		①确定两相交平面的交线位置; ②判定点在直线上.
公理 3 经过不在同一条直线上的三点确定一个平面.	A, B, C 不共线，则可确定一个平面.		①确定平面; ②证明两个平面重合; ③判定点共面和直线共面.

师 公理 3 可以用来确定一个平面，除此以外我们还可以得到它的 3 个推论，大家能用刚才的方法表述三个推论吗？（课堂上调动学生自主性，积极交流讨论。）

为了更透彻理解平面的基本性质并能探讨空间中的位置关系，请同学们展开想象的翅膀，积极讨论以下问题：

问题 1：两个平面相交可以把空间分成 4 个部分，那么三个平面相交，可以把空间分成几个部分？

生 5 根据三个平面的位置关系，可分三种情况讨论，

①三个平面互相平行，可把空间分成四个部分；

②三个平面分别相交于同一条直线，则把空间分成六个部分；

③三个平面两两相交于不同的直线，又根据三条交线的位置关系，分成两种情况讨论，

当三条交线互相平行时，三个平面把空间分成 7 个部分；当三条交线相交于同一个点时，把空间分成 8 个部分.

师 非常好！能否将这 4 中情况的空间图形画出来？请大家课后用尺和铅笔认真画图，并一起交流。

问题 2 将下列符号语言转化为图形语言：① $A \in \alpha, B \in \beta, A \in l, B \in l$ ；

② $a \subset \alpha, b \subset \beta, a \parallel c, b \cap c = P, \alpha \cap \beta = c$ 。

师 今天大家要掌握的一大本领是能顺畅地进行文字语言、符号语言和图形语言之间的翻译与转换，还要有好的空间想象能力。一般来说我们往往要先考虑平面，再考虑点和直线。

生 6 ① 图有两种情况： α 与 β 平行(如图 1-1) 和 α 与 β 相交(如图 1-2) 两种情况，

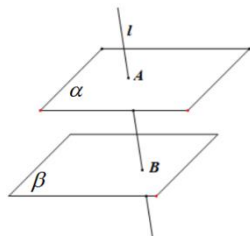


图 1-1

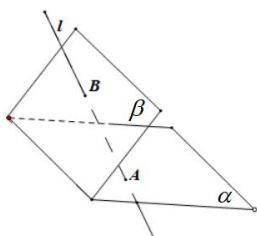


图 1-2

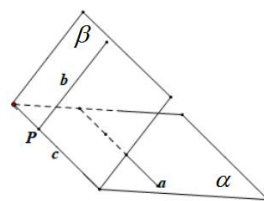


图 2

生 7 ②图如图 2 所示。

师 这两位同学画得比较好的地方是平面用平行四边形来刻画，通过调节边的方向来表达平面不同的延展方向，但也有不足的地方，如直线延伸到平行四边形外面了，注意实线与虚线的结合，被挡住的部分不画或者画虚线。

问题 3 若 $\alpha \cap \beta = l, A, B \in \alpha, C \in \beta$ ，试画出平面 ABC 与平面 α, β 的交线。

师 平面 ABC 与平面 α 的交线即为直线 AB ，非常容易，因此这道题的关键就是画出平面 ABC 与平面 β 的交线，怎么画？

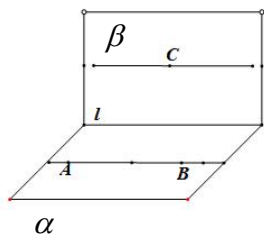


图 3-1

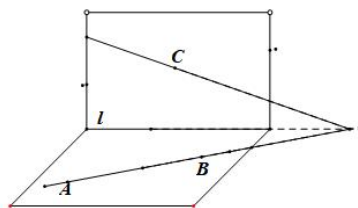


图 3-2

生 8 平面 ABC 与平面 β 的相交情况取决于直线 AB 与平面 α, β 的交线 l 的位

置关系，(1)当 $AB \parallel l$ 时（图 3-1），平面 ABC 与平面 β 的交线即为过点 C 且与直线 l 平行

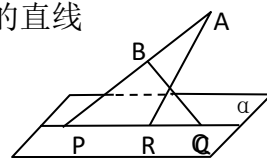
(2)当 $AB \cap l = P$ 时（图 3-2），平面 ABC 与平面 β 的交线即为直线 CP 。

【设计意图】 引导学生用三种语言——文字语言、符号语言，图形语言表达平面及其基本性质，为活跃课堂气氛，提高学生课堂参与度，激发学生大胆思考并积极讨论问题 1、2、3，展开空间想象的翅膀，课堂氛围激起了浪潮。为了让学生切身感受到 3 个公理的重要作用，再加上 3 个公理和推论学生理解起来比较抽象，因此设计具体的问题 2 和 3，一是鼓励学生用形象的思维思考三维空间中的点、线、面位置关系，二是实现三种语言的互相转换。

4.2.3 经历数学证明，发展理性思维

师 我们能否善于运用 3 个公理及其推论分析点、线、面的位置关系？能否在大中见小，比如平面中的点与线？又以小见大、以少见多，比如两点确定一条直线、三点确定一个平面？能否在空间与平面之间游刃有余地“降维”、“升维”分析问题？能否用洗练的集合语言规范叙述？为了让同学们得到充分地锻炼，请认真分析以下问题。

问题 4 如图 4， $\triangle ABC$ 在平面 α 外，它的三条边所在的直线 AB 、 BC 、 CA 分别交平面 α 于 P 、 Q 、 R 点。



求证：三点 P 、 Q 、 R 共线。

图 4

师 三点共线问题怎么分析？

生 9 可以先由其中两点确定一条直线，然后说明第三点在这条直线上。或者通过其他条件确定一条直线，再说明这三点都在这条直线上。

生 10 设平面 $ABC \cap \alpha = l$ ，由于 $P \in AB \cap \alpha$ ，即 $P \in$ 平面 $ABC \cap \alpha = l$ ，即点 P 在直线 l 上。

同理可证点 Q 、 R 在直线 l 上。故 P 、 Q 、 R 共线，共线于直线 l 。

问题 5 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，对角线 A_1C 与平面 BDC_1 交于 O ， AC 、 BD 交于点 M 。求证：点 C_1 、 O 、 M 共线。

师 这是在正方体中讨论点、线、面的位置关系，关键在于要在三维的空间关系和二维平面内的点、线关系之间自如切换。

生 11 如图 5 所示, $A_1A // CC_1 \Rightarrow$ 其确定平面 A_1C
 $AB \cap CD = M \Rightarrow$ 面 $BC_1D \cap$ 面 $A_1C = MC_1$
 直线 $A_1C \cap$ 面 $BC_1D = O$ }
 $\Rightarrow O$ 在面 A_1C 与平面 BC_1D 的交线 C_1M 上
 $\therefore C_1, O, M$ 三点共线.

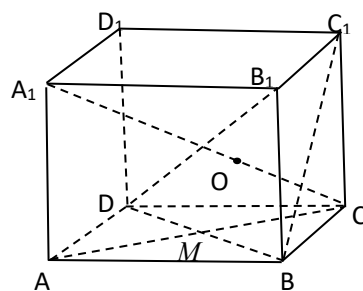


图 5

【设计意图】 希尔伯特的几何公理体系下, 学生应用 3 个公理及其推论证明多点共线(面)、多线共面或多线共点问题, 学生历经了抽象的“数学证明”, 进行了理性的“演绎推理”, 有了严谨逻辑推理的意识, 养成会“说理”的良好习惯, 发展了理性思维.

4.2.4 锻炼逻辑思维, 铸就理性精神

师 经过前面的画图练习, 同学们充分锻炼了空间想象能力, 实现了自然语言、几何语言与图形语言的转换, 为促进逻辑思维能力的提升, 请同学们分析以下问题.

问题 6 在棱长为 4 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别是 A_1B_1, CC_1 的中点, 设过 D, M, N 三点的平面与 B_1C_1 交于 P , 求 $PM + PN$ 的值.

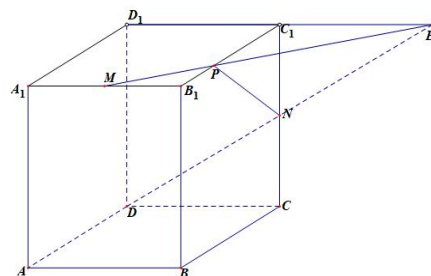


图 6

生 12 如图 6, 延长 DN , D_1C_1 交于 E , 连接 ME 交 B_1C_1 于 P , N 为 CC_1 的中点, 从而 $EC_1 = CD$, 又 M 为 A_1B_1 的中点, 所以 $EC_1 = 2MB_1 \Rightarrow C_1P : B_1P = 2 : 1$, 所以 $C_1P = \frac{8}{3}, B_1P = \frac{4}{3}$,

$$\begin{aligned} \therefore PM + PN &= \sqrt{MB_1^2 + PB_1^2} + \sqrt{PC_1^2 + C_1N^2} \\ &= \sqrt{2^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{8}{3}\right)^2 + 2^2} = \frac{10 + 2\sqrt{13}}{3} \end{aligned}$$

问题 7 在棱长为 10 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, P 为左侧面 ADD_1A_1 上一点, 已知点 P 到 A_1D_1 的距离为 3, P 到 AA_1 的距离为 2, 则过点 P 且与 A_1C 平行的直线相交的面是()

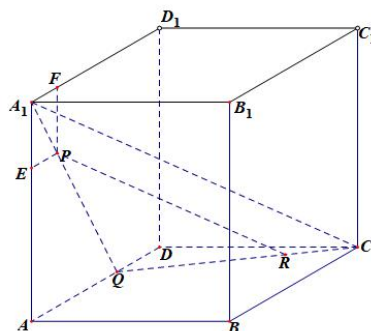


图 7

- A. 面 AA_1B_1B B. 面 BB_1C_1C
 B. 面 CC_1D_1D D. 面 $ABCD$

师 正方体中找到与之相交的表面的关键点是什么？

生 13 关键是根据公理 2，找到平面 A_1PC 与正方体表面的交线。如图 7，由点 P 到 A_1D_1 的距离为 3， P 到 AA_1 的距离为 2，可得 P 在 $\triangle AA_1D$ 内，过 P 作 $PE \parallel A_1D_1$ ， $PF \parallel A_1A$ ，且 $PE \cap AA_1 = E$ ， $PF \cap A_1D_1 = F$ ，在平面 ADD_1A_1 中，连接 A_1P 并延长交 AD 于 Q ，连接 CQ ，故 $EP \parallel AQ$ ，则 $\frac{EP}{AQ} = \frac{A_1E}{A_1A} = \frac{3}{10} = \frac{2}{AQ} \Rightarrow AQ = \frac{20}{3} < 10$ ，故点 Q 在线段 AD 上，得线段 QC 在四边形 $ABCD$ 内，过 P 作 $PR \parallel A_1C$ 交 QC 于 R ，显然点 R 在四边形 $ABCD$ 内，即过点 P 且与 A_1C 平行的直线相交的面是 $ABCD$ 。

【设计意图】以熟悉的正方体为载体，以经验直观为基础，以三大公理为依据，锻炼学生在空间中运用平面的基本性质解决实际问题的能力，促进学生空间想象能力与逻辑思维能力的提升。

4.2.5 课堂小结，提炼升华

首先，在数学文化方面，教师引导学生体会平面概念经历的漫长发展历程，我们对于平面的认识与历史上数学家是相似的，同学们“鉴于往事，有资于学习”，哪怕从一个最朴实的数学概念，都应该充分体会并吸收前人思考与研究的智慧。

其次，与同学们一起总结了空间中平面的概念、表示和基本性质，尤其是三个公理及其推论的应用价值；梳理点、线、面的位置关系，并透析自然语言、集合语言与图形语言之间的互相转换。

最后，通过本课题的学习，我们要认识到平面的抽象性，同时体会从直线到平面研究的类比思想方法。

5 教学反思

本专题选择了高三复习阶段容易被一笔带过的概念“平面”，在充分融入数学知识的历史内涵与逻辑思维的基础上进行教学设计与实施，该案例的数学史价值主要体现在：

(1) 重构式融入了平面概念发展的三个阶段：古希腊哲学家巴门尼德、古希腊数学家欧几里得、海伦、德国数学家克雷尔、法国数学家傅里叶、匈牙利数学家波尔约等，学生的认识体现了历史相似性。在此基础上水到渠成地抽象出平面的特征，又进一步提炼出希尔伯特的三大公理以及推论的体系，改变以往学生

“被告知”的生硬为经历这一水到渠成的生成过程，以史为鉴道法自然，历史与逻辑紧密联系，丝丝入扣，体现了“知识之谐”。

(2) 基于学生对直线的认识，引导学生类比探究，发挥学生主人翁的地位，主动思考平面的基本性质，并运用其性质解决相关的点、线、面的位置关系问题，充分锻炼空间想象能力和逻辑推理能力，体现了“探究之乐”。

(3) 学生通过自身对平面的认识，对比历史上数学家的认识，同时利用平面基本性质解决相关的数学问题——总是以一种有趣而有望激发思考的方式呈现在学生眼前，唤醒学生的心灵，启迪其智慧。本主题教学既创造机会让学生体验思考和研究的快乐，又培养学生的学习自信心，体现了“德育之效”。

参考文献

- [1] 沈中宇,汪晓勤. 平面概念:基于相似性,重构数学史[J]. 教育研究与评论, 2016, 10:46-50.
- [2] 蒲淑萍,汪晓勤. 弗赖登塔尔的 HPM 思想及其教学启示[J]. 数学教育学报, 2011. 20(6): 20-24.
- [3] 徐章韬. 基于数学史的平面概念的教学案设计[J]. 数学通讯, 2009(2).
- [4] Zorbala K, Tzanakis C. The concept of the plane in geometry: elements of the historical evolution inherent in modern views [J]. Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education, 2004, 3(1-2):37-61.
- [5] 汪晓勤, 韩祥临. 中学数学中的数学史 [M]. 北京, 科学出版社, 2002.
- [6] New comb S. Elements of Geometry[M]. New York: Henry Holt & Co, 1884.

作者: 钟萍
单位: 交大附中嘉定分校
邮编: 201821
电话: 18930867927



坚 持

选择固然很重要

但坚持是很难的事，你的选择，做或不做

人才培养

中国科学院自然科学史研究所研究生毕业信息

中国科学院自然科学史研究所 2021 届科学技术史专业数学史方向有 1 名博士研究生和 1 名硕士研究生毕业，均于 2021 年 5 月 24 日通过学位论文答辩。信息如下：博士研究生曲兆华，学位论文题目《周述学的数学工作研究》，导师为邹大海研究员，答辩委员会由郭书春（主席）、冯立昇、高红成、郭金海、田淼组成；硕士研究生曾汇，学位论文题目《江泽涵与拓扑学在中国的传播和发展》，导师为郭金海研究员，答辩委员会由郭书春（主席）、冯立昇、高红成、田淼、邹大海组成。

（中国科学院 郭金海 供稿）

河北师范大学 2021 年人才培养信息

2021 年 5 月 13 日，河北师范大学研究生张文君通过硕士学位论文答辩，获得硕士学位，张文君论文题目：伊戈尔·佐洛塔廖夫的代数数论思想研究，指导教师：王淑红教授。

毕业去向：邯郸市育华中学

（河北师范大学 苏洋 供稿）

内蒙古师范大学 2021 年人才培养信息

2021 年 5 月，内蒙古师范大学博士研究生王鑫义通过学位论文答辩，获得博士学位，硕士研究生李方方、哈斯塔娜通过学位论文答辩，获得硕士学位，

王鑫义论文题目：晚清算家对割圆级数的改进研究(1840-1873)，导师：郭世荣教授；

李方方论文题目：刘彝程的数学工作，导师：郭世荣教授；

哈斯塔娜论文题目：齐鲁大学王锡恩的科学工作研究，导师：郭世荣教授。

(内蒙古师范大学 魏雪刚 供稿)

上海师范大学 2021 年人才培养信息

2021 年 5 月 19 日，上海师范大学哲学系研究生高飞通过博士学位论文答辩，获得博士学位，高飞论文题目：布丰道德算术思想研究，指导教师：王幼军教授；

2021 年 5 月 12 日，上海师范大学哲学系研究生李品保、赵娅丽通过硕士学位论文答辩，获得硕士学位，李品保论文题目：德莫弗概率思想研究——以《机会的学说》为中心，指导教师：王幼军教授；

赵娅丽论文题目：约翰·阿布兹诺特统计思想研究——以 1710 年文本为例，指导教师：王幼军教授。

(上海师范大学 陶琥霖 供稿)

四川师范大学 2021 年人才培养信息

2021 年 5 月，四川师范大学数学科学学院研究生饶大平、徐思迪通过硕士学位论文答辩，获得硕士学位，

饶大平论文题目：查理斯密代数学版本及内容的比较研究，指导教师：张红教授；

徐思迪论文题目：民国时期 1912-1940 大学入学数学试题研究，指导教师：张红教授。

（四川师范大学 王军 供稿）

天津师范大学 2021 年人才培养信息

2021 年 5 月，天津师范大学科技史专业（数学）2 位硕士研究生通过毕业答辩，学生姓名及其论文题目如下：

王怡晨论文题目：黄启明《微积通论》研究，指导教师：高红成教授；

李佳豫论文题目：晚清微积分教科书《最新微积教科书》研究，指导教师：高红成教授。

（天津师范大学 高红成 供稿）

吉林师范大学 2021 年人才培养信息

2021 年 5 月，吉林师范大学基础数学专业数学史方向研究生王露研通过学位论文答辩，获得理学硕士学位，论文题目：威廉·斯坦利·杰文斯的数学思想史研究，指导教师：刘鹏飞教授

（吉林师范大学 刘鹏飞 供稿）

上海交通大学 2021 年研究生毕业信息

2021 年 5 月 20 日，上海交通大学科学史与科学文化研究院数学史专业的田春芝通过博士论文答辩，论文题目为：帕乔利《数学大全》之研究，指导教师为纪志刚教授。

毕业去向：进入上海交通大学科学技术史博士后流动站，合作导师为萨日娜教授。

工作信息

2021 年 6 月 30 日，上海交通大学科学史与科学文化研究院数学史专业曹婧博博士后通过答辩顺利出站，合作导师为萨日娜教授。

就业方向：进入中国科学技术大学科技史与科技考古系

毕业升学信息

萨日娜教授的硕士研究生梁铭心 2021 年 9 月转入博士生学习阶段，博士研究生指导教师萨日娜教授。

（上海交通大学 王思琛 供稿）

中山大学 2021 年人才培养信息

2021 年 5 月，中山大学硕士生刘庆隆通过学位论文答辩，获得哲学硕士学位，刘庆隆论文题目：十二平均律的数学基础——以近代数学的发展为主导，指导教师：朱一文副教授。

刘庆隆将在中山大学继续攻读博士学位。

（中山大学 陈思宇 供稿）

征稿启事

第 42 期《数学史通讯》征稿启事

《数学史通讯》第 42 期将由河北师范大学王淑红老师负责编辑，欢迎大家踊跃投稿！

王淑红老师的联系方式：

地址：河北省石家庄市南二环东路 20 号河北师范大学数学科学学院

邮编：050024

Email: zyfwsh@sina.com

手机：13930143668