

4

科学史全集

第四卷

辽宁教育出版社

4

李俨 钱宝琮

科学史全集

第四卷

辽宁教育出版社

算經十書

續寶壽長壽

算徑十書

錢寶琮校點

錢寶琮詩詞

蘇步青題



编者说明

钱宝琮先生对《算经十书》的校点,主要是抗日战争时期在大西南完成的,1963年由中华书局出版。《算经十书》包括《周髀算经》、《九章算术》、《海岛算经》、《孙子算经》、《张丘建算经》、《五曹算经》、《五经算术》、《缉古算经》、附录《数术记遗》、《夏侯阳算经》,是自汉至唐中国传统数学奠基时期现传数学著作的总集,经过一千多年的传抄、翻印,出现若干舛误。清戴震的几个校勘本一直被奉为圭臬。钱宝琮在肯定戴震工作贡献的同时,指出他师心妄改及漏校之处不少,首次打破了一百多年来对戴震校勘工作的迷信。他纠正了戴震大量错校,校勘了若干漏校,同时指出,微波榭本并非刻本上所说为影刻宋本,而是戴震校本,是他的最大贡献。这次依中华书局版排印,原为繁体竖排,改为简体横排,对其中几处源于微波榭本的错字,依宋版或殿版作了改正,并以(*)注明,而对中华书局版中排错的字,则径行改动,不加说明,其余悉仍旧贯。

《李俨钱宝琮科学史全集》编辑委员会

校点算经十书序

我国有着历史悠久的文化，在许多方面都有内容丰富的典籍流传到后世。唐代“立于学官”的十部算经是具有代表性意义的十种数学著作，它们是了解我国古代数学发展情况必不可少的文献。

隋代于国子监内设立“算学”(相当于现在大学里的数学系)，有博士二人，助教二人，学生八十人。唐初国子监内不立“算学”，高宗显庆元年(公元 656 年)始添设算学馆，有学生三十人，以李淳风等注释的十部算经作为课本。显庆三年又废去算学馆，以博士以下人员并入太史局。龙朔二年(公元 662 年)又在国子监内设立“算学”，但学生名额由三十人减为十人。

与国子监内设立“算学”的同时，于国家每年举行的科举考试中也添设了明算科。明算科考试章程据《新唐书·选举志》记载是：“凡算学，录大义本条为问答，明数造术，详明术理，然后为通。试《九章》三条，《海岛》、《孙子》、《五曹》、《张邱建》、《夏侯阳》、《周髀》、《五经算》各一条，十通六；《记遗》、《三等数》帖读十得九，为第。试《缀术》、《缉古》大义为问答者，明数造术，详明术理；无注者合数造术，不失义理，然后为通。《缀术》七条，《缉古》三条，十通六；《记遗》、《三等数》帖读十得九，为第。落经者虽通六不第。”经过考试及第后，送吏部铨叙(分配工作)，给以“从九品下”的官阶。明算

科及第的出身既然很差,应试的人就不会多。杜佑《通典》论科举说:“士族所趋唯明经、进士二科而已。”大概在晚唐时期明算科考试早已停止了。

唐代封建政权重视数学教育是历史上少见的。但这仅仅是前一时期数学获得高度发展的反映,对于当时的数学发展并没有起多少推动作用。到北宋时,社会经济有了一定的发展,推动了科学研究的风气。雕板印书的事业也有助于学术文化的广泛流传。元丰七年(1084年)秘书省刻了几部算经,是最早的官刻本数学书籍。各书后面有秘书省校书郎姓名一幅,进呈批准校定镂板,秘书少监、秘书丞姓名一幅,宰辅大臣司马光、吕公著等姓名一幅,足见当时校刻古典数学书的郑重。北宋刻本的算经实际上有下列九部:

《周髀算经》二卷,赵君卿注,甄鸾述,李淳风等注。

《九章算术》九卷,刘徽注,李淳风等注。

刘徽《海岛算经》一卷,李淳风等注。

《孙子算经》三卷。

《张邱建算经》三卷,刘孝孙细草,李淳风等注。

《五曹算经》五卷。

甄鸾《五经算术》二卷,李淳风等注。

王孝通《缉古算术》一卷。

《夏侯阳算经》三卷。

《周髀算经》和《九章算术》又各有李籍所撰的“音义”附刻于二书之后。

元丰七年刻书时,因限于当时的条件,不能将唐代立于学官的十部算经全部印行。刻书以前《缀术》一书已经失传,它的损失是无法弥补的。我们根据《宋书·历志》、《隋书·律历志 经籍志》、王孝通《上缉古算术表》和《九章算术》李淳风注等有关史料,知道一

些《缀术》的内容。祖冲之(429~500年)是第五世纪中一个杰出的天文学家和数学家,少年时曾任刘宋王朝南徐州(今江苏镇江)从事史和公府参军。他计算圆周率近似值,得到下列成果:圆径为一千万时,圆周长在三一四一五九二六和三一四一五九二七之间;约率,七分之二十二;密率,一百十三分之三百五十五。他解决了刘徽提出的“牟合方盖”体积问题,从而得出计算球体积的正确公式。又创立了“开差立”法,就是后世所称的开带从立方法(求三次方程的正根)。《南齐书·文学传》说,祖冲之曾“注《九章》,造《缀述》数十篇”。我们认为他钻研了《九章算术》的刘徽注,写成了数十篇的专题论文,附缀于刘徽注的后面,叫它“缀述”,也就是他的“九章注”。上述的许多辉煌成就无疑是“缀述”的组成部分。他的儿子祖暅也是一个博学多才的科学家。他继承了父亲的数学成就,另编《缀术》五卷(或称六卷)。《缀术》和《九章算术》等传统数学书一样,应当是一部数学问题集。这部内容极为丰富的《缀术》比较难读,《隋书·律历志》说“学官莫能究其深奥,是故废而不理”,这大概是一代杰作不能流芳百世的主要原因。

宋元丰七年刻书时,《夏侯阳算经》也已失传,以唐大历年间韩延所撰的实用算术书充数,详情见本书“夏侯阳算经提要”。唐代立于学官的《夏侯阳算经》现在没有传本,它究竟有多少科学成就,我们无法估计。在另一方面,我们现在所能了解的唐代后期实用数学的发展史却有韩延的书可供参考,它以“夏侯阳算经”的名义流传下来,倒是一件好事。

北宋秘书省刻的几部算经有南宋嘉定六年(1213年)的鲍澣之翻刻本。鲍澣之又于杭州七宝山宁寿观所藏道书中觅得徐岳《数术记遗》一卷,认为它也是唐代算学用书之一,将它和《周髀》、《九章》等算经同付印刷。

明《永乐大典》(1403~1407)中兼收各种数学书,因它现在已经散逸,所收唐代以前的数学书究有几种,难以详考。明代晚期出现了很多种丛书,数学书被采入于丛书中的只有《周髀算经》和《数术记遗》二种。

清初,北宋秘书省刻的各种算经全部亡逸。南宋鲍澣之刻本也仅存《周髀算经》、《孙子算经》、《张邱建算经》、《五曹算经》、《缉古算经》、《夏侯阳算经》六部的孤本,和残存的《九章算术》五卷。常熟汲古阁主人毛扆倩人影摹得这七种的抄本。

清乾隆三十七年(1772年)开四库全书馆,访得毛氏的影宋抄本七种,又于《永乐大典》中录出《九章算术》、《海岛算经》、《五经算术》三种,经过戴震的校订,作为四库书的底本。与此同时,曲阜孔继涵依据戴震的校定稿印行微波榭本《算经十书》,并将《数术记遗》和戴震的两种著作(《策算》一卷,《勾股割圜记》三卷)附刻于内。微波榭本《算经十书》流传很广,推动了当时研究古典数学的风气,《算经十书》又有了很多的翻刻本。

我们这次整理出版的《算经十书》,实际上只有目前还留传下来的《周髀》、《九章》、《海岛》、《孙子》、《张邱建》、《五曹》、《五经算》、《缉古》八种,但以甄鸾《数术记遗》和韩延“夏侯阳算经”两种作为附录。

《算经十书》包括从汉初到唐末一千年中的数学名著,有着丰富多彩的内容,是了解中国古代数学必不可少的文献。在这一千年的时期里,我们的祖先发展了许多数学知识,创造了许多计算技能。有些光辉成就不仅当时在世界上是先进的,就是对现在的数学教学也还有一定的参考价值。《九章算术》方田章里的分数四则、粟米章和衰分章里的比例、方程章里的联立一次方程和正负数概念等等,都是世界数学发展过程中的先驱,是值得我们感到自豪的。

在《算经十书》研究中,我们还可以挖掘出很多在现在中学数学教学里可以引用的教材。例如赵君卿《周髀》注用面积图形证明勾股定理和二次方程解法。又如《九章算术》圆田术刘徽注,只用圆内接正多边形的面积就可以得到圆面积近似值的下限和上限。这些比现今中学教科书更简明的数学方法在《算经十书》中例子很多,对于数学教学工作是有帮助的。

《算经十书》的汇刻不是代表着中国古代数学的发展史,但通过这几部书的综合研究,我们可以了解唐末以前古代数学发展的道路。我们探讨中国古代数学的基本概念和方法与它们的发生和发展,《算经十书》是不可多得的最原始的资料。在《九章算术》里,我们很容易看到:面积问题起源于田地的测量,比例问题起源于粮食的交换,体积问题起源于工程土方和仓库容量的计算,等等,说明人类的生产实践对数学的发生与发展起着基本性的作用。后来的算经增加了许多新的应用问题,主要也是适应当时的生产实践而提出来的。例如各时期的数学书中就有以当时的赋税制度为题材的应用问题,在《九章算术》里有均输法问题,《张邱建算经》里有“九品混通”租调法问题,伪《夏侯阳算经》里有唐代的租庸调法和两税法问题。数学的发展和其他自然科学的发展之间也有密切的联系。西汉时期的盖天说促进了勾股形的研究,三国时期的地理测量推广了重差术的应用。东晋时期天文学家“上元积年”的推算引起了《孙子算经》“物不知数”问题的解法,隋代大规模的土木建设引起了《缉古算术》的工程土方问题。

汉代的数学家继承前人在生产实践中产生的数学知识和计算技能,编成了《九章算术》,后世的数学家们又在《九章算术》的基础上,结合当时的生产实践,对各个具体问题的解法,经过科学的抽象,概括一些共同性的东西,进行比较深入的研究,或是把它的应

用扩展开来,或是把它的理论提高一步。当实践和认识有了新的的发展,数学就有着不断的进步,并为宋、元时期中国数学的高度发展创造了条件。

北宋元丰七年刻《算经十书》是经秘书省的几个校书郎校订过的,但根据南宋鲍澣之的翻刻本,我们知道原刻本有着很多的错误文字未曾校正。《周髀算经》有明刻本,卷首题“赵开美校”或“毛晋校”字样,书中的误文夺字比南宋本更为严重。清乾隆三十七年开四库全书馆,戴震任纂修官,曾对《周髀算经》、《九章算术》、《孙子算经》、《五经算术》等书略加校订。嘉庆中李潢、沈钦裴校勘了《九章算术》和《海岛算经》,张敦仁、李潢校勘了《缉古算经》。道光中顾观光和光绪中孙诒让对《周髀算经》写下了校勘记。清代诸家的校勘工作大体说来是对读者很有裨益的,但也有漏校和误校的地方。我们要彻底了解作者原意,还有不少困难。要发扬古代数学的伟大成就,明了数学发展的规律,首先必须将《算经十书》重加校勘,尽可能消灭一切以讹传讹的情况。为了读者的便利,我们按照下列三点具体计划试作校订:

一、校点时主要以《天禄琳琅丛书》本(毛氏的影宋本)、北京大学所藏的南宋刻本、武英殿聚珍版本(保留了《永乐大典》本的原文)互相勘对,并以各种通行本(详各书的“版本与校勘”)参校,择善而从,各本的衍文脱误与重要异文,于校勘记中说明之。

二、凡原文的衍文脱误,径行改正。而于校勘记中说明之;已经清人校正的文字,尽所见及予以采用,并在校勘记中声明他们的功绩。清人有误校之处,或依据原本指出其谬误,或针对具体情况重新校订。

三、《九章算术》等问题集,按卷于各题上加〔一〕、〔二〕、〔三〕等数码,以便查阅。

由于校者学识浅薄,钻研未能深入,工作上存在的问题很多,漏校和误校的毛病仍恐难以避免,初次引用新式标点容亦有不妥之处。希望读者们随时指教。

校点工作中所需的参考资料主要是借用我室李俨主任的藏书。工作中还经常得到李主任、严敦杰同志、杜石然同志和中华书局编辑部诸同志的协助,我向他们致由衷的感谢。

钱宝琮

1961年10月于中国自然科学史研究室

目 录

算经十书

校点算经十书序	1
---------------	---

周髀算经

周髀算经提要	3
版本与校勘	6
周髀算经序	9
周髀算经卷上	10
周髀算经卷下	42

九章算术

九章算术提要	67
版本与校勘	71
刘徽九章算术注原序	73
九章算术卷第一 方田	75
九章算术卷第二 粟米	91
九章算术卷第三 衰分	103
九章算术卷第四 少广	111

九章算术卷第五 商功	125
九章算术卷第六 均输	141
九章算术卷第七 盈不足	162
九章算术卷第八 方程	174
九章算术卷第九 句股	189

海岛算经

海岛算经提要	205
版本与校勘	207
海岛算经	208

孙子算经

孙子算经提要	217
版本与校勘	219
孙子算经序	220
孙子算经卷上	221
孙子算经卷中	230
孙子算经卷下	239

张邱建算经

张邱建算经提要	251
版本与校勘	254
张邱建算经序	255
张邱建算经卷上	256
张邱建算经卷中	272
张邱建算经卷下	284

五曹算经

五曹算经提要	309
版本与校勘	311
五曹算经卷第一 田曹	312
五曹算经卷第二 兵曹	316
五曹算经卷第三 集曹	319
五曹算经卷第四 仓曹	322
五曹算经卷第五 金曹	326
 五经算术	
五经算术提要	331
版本与校勘	333
五经算术卷上	334
五经算术卷下	347
 缉古算经	
缉古算经提要	371
版本与校勘	374
上缉古算术表	376
缉古算经	378
 附 录	
数术记遗	
数术记遗提要	403
版本与校勘	405
数术记遗	407
 夏侯阳算经	
夏侯阳算经提要	421

版本与校勘	424
夏侯阳算经序	425
夏侯阳算经卷上	426
明乘法	426
辨度量衡	428
言斛法不同	429
课租庸调	432
论步数不等	433
变米谷	435
夏侯阳算经卷中	437
求地税	437
分禄料	439
计给粮	441
定脚价	443
称轻重	445
夏侯阳算经卷下	448
说诸分	448

附

钱宝琮诗词

骈枝集序	463
1935 年	
草《戴震算学天文著述考》毕系以二章	467
小鸟	467
1936 年	
月语	468
湖滨秋色	468
落花	469

月华	469
井底引银瓶	469
1937 年	
赠林馨侯教授	470
和氏璧	470
自题诗草	471
游西天目倒挂莲花	471
月夜过严陵濑	472
山游绝句	472
严江道中	473
建德行	473
1938 年	
兴安杂诗	475
次韵奉怀张子石先生	476
大溶江彭清如馈鱼,戏以诗谢	476
旅次桂林,不及遍揽名胜,唯于七星岩作半日游,诗以 志之	477
悼恽生鸿昆	478
冠英阁下岩洞	478
反吕黎《骛骥》篇步原韵	480
旧历十一月朔冬至	481
1939 年	
雨后渡龙江,见向所游岩洞沦为水穴	482
欢送数学系毕业同学,戏以四生姓氏为韵	483
赴黔道中三江口候渡	483
独山道中	484
花溪	484
不寐	485

1940 年

吃饭难	486
场坝	487
游狮子山	488
即景	488
无书叹	489
挽章俊之教授	489
赞陆纘何先生	491

1941 年

五十述怀	492
煨红薯	494

1942 年

牛顿天体力学赞	496
次韵胡哲敷咏兰	497
弈棋再次前韵	498

1943 年

湄江吟社第一集,分韵得一字	499
湄江吟社第一集,社课以朱文公“无边光景一时新”分韵,即以七字为韵,得五言七首,首各四句	500
香港劫	501
湄水道中得暖字	502
暮春	502
升旗仪式	502
试新茶得人字	503
贺苏步青教授孪生子女	503
三十二年八月十三日,炜女与洪君子波在重庆订婚,长歌	
志喜	504
水碓沟	505

冬日感怀得堕字	506
1944 年	
三十三年元旦	507
旧历甲申正月朔纪历	508
炉边得煮字	509
读殷翰《质数之分布》	510
水车	512
戏题张鸿谟兄跨马游春肖影	513
读徐世大《周易阐微》	513
偶读《宋诗纪事》得集句七绝一首	516
甲申双十节结婚三十周年纪念示内	516
秋菊有佳色	517
青松在东园	517
哀黄羽仪教授	518
遵义劳军	519
1945 年	
三十四年元旦	522
操南说《红楼梦·葬花词》感赠	522
湘潭女生梁仙翠言“校中膳食艰难,啖白饭有味”感赋	523
乙酉新正初三日,问老招饮补学斋,即席赋诗,次韵	
奉酬	524
读《考工记》六首	525
寒食得东字	529
文英塔下岩洞旧无名,仲浦名之曰漱石,作诗记游,且命	
同赋	529
端午	530
赠胡哲敷	530
念奴娇 日本于八月十日向同盟国乞降感赋	530

凯歌四章	531
月夜抒怀	531
赠苏步青教授之台湾辅导教育复员	532
还都	532
1946 年	
《论二十八宿之来历》脱稿后作	534
闻梅湾里徐姓有面湖堂屋可以借居,因作长句	535
归思	536
二十六年十一月,倭寇嘉兴,家庐被灾,手集算学书二百五十余种 尽毁,恹恹之情,未尝去怀,追作此篇	536
1947 年	
倡琴寄示近诗,有《独燕》一首,次韵和之	538
寿斐谌师七十	538
赠曹行素教授	539
某生应大学招生考试,成绩颇优,以化学卷撕去一页,未蒙录取	541
1948 年	
题罗韵珊《螭庐诗存》	542
秋日杂咏	542
感事	543
1949 年	
次韵卢彬翁《可园早春闻鸟啼有感》	544
解放叠前韵	544
教育工作	544
科学工作	545
旧历闰七月初三日海宁陈文港观潮	546
观潮有感	547
1950 年	
杂感四首	548

1960 年

水调歌头 549

补辑

送春得何字 550

隔江挹翠——茶场八景之一 550

夏日遣兴 550

渭江秋思得初字 551

《中国数学史》定稿 551

后记 552

周 髀 算 经

周髀算经提要

《周髀算经》原名《周髀》，不著撰人名氏。它是我国最古的天文学著作，主要阐明盖天说和四分历法。在《周髀》里，已经有相当繁复的数字计算，并且引用了句股定理。唐代于规定国子监“算学”课程时，认为《周髀》是一份最可宝贵的数学遗产，将它列为十部算经之一，并且改称为《周髀算经》。

古人于平地上树立一个八尺高的表，于中午时量取太阳的晷长（表的影子），从而知道当日太阳的高度。因表与晷成一直角，故以晷长为句，表高为股。《周髀》卷上有这样一段对话：“荣方曰：‘周髀者何？’陈子曰：‘古时天子治周。此数望之从周，故曰周髀。髀者，表也。’”周是洛阳的王城，髀就是股，这说明《周髀》书名的来历。

《周髀》书中的盖天说是西汉时期天文学家的一种宇宙构造学说。唐瞿昙悉达《开元占经》卷二“论天”说：“夫言天体者盖非一家也。世之所传有浑天，有盖天。说浑天者言天浑然而圆，地在其中。盖天者言天形如车盖，地在其下。二曜推移，五星迭覲，见状昏明，皆由远近，动移丽天，不入于地。日之将没，去人弥远，明衰光灭，故暗其明。及其将出，因而弥近，光明炎炽，故隆其照。”浑天说产生于盖天说之后，用它来说明太阳、月亮的视运动更能和实际观测相接近。东汉末蔡邕在朔方上书说：“《周髀》术数具存，考验天状，多所

违失。惟浑天近得其情，今史官候台所用铜仪则其法也。”

四分历法是一种以闰月来调节四时季候的阴历，以三百六十五日又四分之一日为一个回归年，十九年有七个闰月，故一个平均朔望月为二十九日又九百四十分之四百九十九日。这种历法最初出现于春秋后期，到汉武帝太初元年（前 104 年）才改用太初历法（在《汉书·律历志》中称为三统历法）。

二十四节气最早见于《淮南子·天文训》。《周髀》所载二十四气的名称和顺序与《天文训》相同。《周髀》的作者认为冬至日在牵牛，春分日在娄，夏至日在东井，秋分日在角，和刘歆《三统历谱》所载“牵牛初冬至”，“娄四度春分”，“井三十一度夏至”，“角十度秋分”，基本上相合。我们根据这些资料和其他有时代性的文字，断定《周髀》是公元前 100 年前后的作品。《周髀》卷上的开始叙述周公和商高的问答，南宋鲍澣之撰《周髀算经跋》，认为“其书出商、周之间”。清陈杰《算法大成》上编（1823 年）卷二说：“句股之法始于《周髀算经》，大约汉人所作，乃托为周公、商高问答之辞。……其言‘昔者’则非周公同时已显然矣。”

现在有传本的数学书以东汉初年编写的《九章算术》为最古。《周髀》的写成时代还是在《九章算术》之前，它所包含的数学知识和计算技能足以考证西汉时期数学的成就。《周髀》中的数学成就主要是在下列三方面：一、相当繁复的分数乘除。二、计算太阳在正东西方向时离人“远近”用着句股定理，已知弦与句求股。实际计算里数时，开平方得出六位数码的答数。三、测量太阳的“高”、“远”时有所谓“日高术”，奠定了后世重差术的基础。

传本《周髀算经》有赵君卿注，甄鸾重述，李淳风等的注释。赵君卿生平履历和生卒年代俱不可详考。他于序文和注文中自称其名曰“爽”。宋李籍《周髀算经音义》说：“君卿，赵爽字也。”《周髀》卷

下,注者曾两次引用《乾象》历法。按东汉末刘洪所撰的《乾象》历法只在三国时期吴国颁行。赵爽注将古四分历法和当时实行的历法作比较研究。我们认为赵爽应是吴人,作注的年代是在吴国颁行《乾象历》(公元222年)之后。赵爽对于《周髀》原著作了忠实的注解,并且援引了《淮南子·天文训》、张衡《灵宪》、刘洪《乾象历》,以及《易乾凿度》、《河图括地象》、《尚书·考灵曜》等纬书来证实《周髀》的说法。赵爽补绘了“日高图”和“七衡图”,并加以说明,使《周髀》作者的盖天说昭然若揭,这对于后世的读者是大有裨益的。赵爽又撰“句股圆方图”说一篇附于《周髀》首章的注中。在这短短五百余字的文章中,句股定理,关于句、股、弦的几个关系式,以及二次方程解法都得到了几何证明。

甄鸾字叔遵,仕北周,官至司隶校尉、汉中郡守。曾撰《天和》历法,于天和元年(公元566年)颁行。《周髀》书中有很多数字计算,甄鸾均详细叙述演算程序和逐步所得的数字。没有数字计算的文句,他就不加解释。赵爽的句股圆方图说是一篇简明的句股算法纲要,甄鸾依据句三、股四、弦五的特例来核对它的各个命题。因他对于有关句股形的基本原理有了很多误解,连核算的工作都没有做好。

《周髀》本文和赵爽、甄鸾的注解都有美中不足之处。唐李淳风等的注释就重点批判了这部书存在的缺点。一、《周髀》的“日高术”是以南北相距一千里,同日中午八尺表的影子相差一寸作为算法的根据。李淳风等指出地面既然不是平面,这种算法显然不合于理,何况地差千里影差一寸的假定亦是脱离实际的。二、他们指出赵爽用等差级数插值法推算二十四气的表影尺寸和实际测量所得的结果不合。三、他们也指出了甄鸾对于赵爽句股圆方图说的种种误解而逐条加以驳正。他们的注释虽然只有上列的三项,但都能明辨是非,并且提出正确的意见,对于读者是有很大的帮助的。

版本与校勘

北宋元丰七年秘书省刻本《算经十书》到南宋朝传本很少。括苍鲍澣之，字仲祺，留心古典数学书籍，广事收罗，于他知汀州军州时，将秘书省本《算经十书》翻刻印行。《周髀算经》卷末缀录他的跋言，时在嘉定六年（1213年）。

明代《永乐大典》兼收各种数学书。《周髀算经》在《大典》中是相当完整的。万历中胡震亨刻《秘册汇函》，以《周髀算经》为这部丛书的一种，于赵、甄、李三家注之外又增加唐寅注。唐注量既很少，质亦不高。卷首题“明赵开美校”。《秘册汇函》本《周髀算经》现在还有传本，错误的文字比南宋刻本更多。赵开美取什么本子作底本，校勘了多少，现在都无法查明了。稍后，常熟汲古阁主人毛晋刻《津逮秘书》，《周髀算经》即以《秘册汇函》本翻刻，但卷首原题“明赵开美校”改为“明毛晋校”而已。清人所刻丛书，如《古今图书集成》中的《历象典》，嘉庆年张海鹏刻的《学津讨原》，光绪年朱记荣的《槐庐丛书》，和商务印书馆所印的《四部丛刊》，中华书局所印的《四部备要》等都以赵开美校本为蓝本。

南宋本《周髀算经》到明代末年仅章邱李开先家中保藏一部。此书于清康熙中归毛晋的儿子毛扆，现在保存在上海图书馆。毛扆又“求善书者刻画影摹，不爽毫末”，得一副本。这个影宋抄本后来

归于清宫,作为天禄琳琅阁藏书,今存故宫博物院。故宫博物院于1931年影印《天禄琳琅丛书》,其中的《周髀算经》的底本就是毛氏的影宋抄本。

清乾隆中编纂《四库全书》,采《周髀算经》入子部天文类。戴震在四库全书馆任纂修官,据《永乐大典》中的《周髀算经》校订明刻本,《四库书提要》说:“补脱文一百四十七字,改讹舛者一百十三字,删其衍复十八字。”“其旧书内凡为图者五而失传者三,讹舛者一,谨据正文及注为之补订。”《永乐大典》本现已失传,据《四库全书》本可以约略知道它的大概,错误的文字和不符合正文及注的插图与南宋刻本不相上下。武英殿聚珍板本和孔继涵微波榭本《算经十书》皆以戴震校本为底本。殿本和孔刻本流传较广,后来的翻印本亦多。翻刻微波榭本的有同治年梅启照重刻本,光绪年上海鸿宝斋石印本,刘铎《古今算学丛书》本和商务印书馆的《万有文库》本。翻刻武英殿本的有福建、江西、浙江等省的翻印本,和商务印书馆的《丛书集成》本。

《周髀》本文流传于世有二千余年的历史,赵、甄、李三家注也都在一千三百年以上。累代转辗传抄,误文夺字在所难免。北宋元丰年刻书时所用的底本未必是当时的善本。明、清二代丛书的出版者大都对于古代文化遗产有着抱残守缺的思想,宋板书的错误文字还是保留下来。《四库全书》本虽经戴震校订,失校之处还是很多。清道光中金山顾观光撰《周髀算经校勘记》,对于《周髀》本文中文字义难通的字句校正了二十八条,“注中差谬更多不复具论”。光绪年瑞安孙诒让又于本文和赵注、李注中校勘了十六条,见于所编《札迻》卷十一。顾观光、孙诒让所举各条大都通过覃思精勘,深究本原,但挂漏尚多,犹有遗憾。现在参考各种版本吹毛求疵,又校正若干条,连赵、戴、顾、孙所校共得一百四十

余条。原有插图与本文及注不相配合的亦皆重绘。有不正确之处，敢请读者随时指教。

周髀算经序

赵君卿撰

夫高而大者莫大于天，厚而广者莫广于地。体恢洪而廓落，形脩广而幽清。可以玄^①象课其进退，然而宏远不可指掌也。可以晷仪验其长短，然其巨阔不可度量也。虽穷神知化不能极其妙，探赜索隐不能尽其微。是以诡异之说出，则两端之理生，遂有浑天、盖天兼而并之。故能弥纶天地之道，有以见天地之赜。则浑天有《灵宪》之文，盖天有《周髀》之法。累代存之，官司是掌。所以钦若昊天，恭授民时。爽以暗蔽，才学浅昧。邻高山之仰止，慕景行之轨辙。负薪余日，聊观《周髀》。其旨约而远，其言曲或作典。而中。将恐废替，濡滞不通，使谈天者无所取则。辄依经为图，减冀颓毁重仞之墙，披露堂室之奥。庶博物君子时迺思焉。

① “玄”系影宋本、明刻本原文，殿本、孔刻本改作“元”，避康熙名讳也。

周髀算经卷上

昔者周公问于商高曰：“窃闻乎大夫善数也，周公姓姬，名旦，武王之弟。商高周时贤大夫，善算者也。周公位居冢宰，德则至圣，尚卑己以自牧，下学而上达，况其凡乎。请问古者包牺立周天历度，包牺，三皇之一，始画八卦。以商高善数，能通乎微妙，达乎无方，无大不综，无幽不显，问^①包牺立周天历度建章部之法。《易》曰：“古者包牺氏之王天下也，仰则观象于天，俯则观法于地。”此之谓也。夫天不可阶而升，地不可得^②尺寸而度，邈乎悬广，无阶可升。荡乎遐远，无度可量。请问数安从出^③？”心昧其机，请问其目。商高曰：“数之法出于圆方。圆径一而周三，方径一而匝四。伸圆之周而为句，展方之匝而为股，共结一角，邪适弦五。此圆方邪径相通之率。故曰“数之法出于圆方”。圆方者，天地之形，阴阳之数。然则周公之所问天地也，是以商高陈圆方之形，以见其象，因奇耦之数，以制其法。所谓言约旨远，微妙幽通矣。圆出于方，方出于矩，圆规之数，理之以方。方，周匝也。方正之物，出之以矩。矩，广长也。矩出于九九八十一。推圆方之率，通广长之数，当须乘除以计之。九九者，乘除之原也。故折矩故者申事之辞也。将为句股之率，故曰折矩也。以为句广三，应圆之周。横者谓之广，句亦广。广，短也。股

① “问”，各本作“闻”，今依孙诒让校正。

② “得”，系影宋本原文，赵开美校本作“将”。

③ “数安从出”，明刻本“安从”二字误倒，影宋本不误。

脩四，应方之匝。从者谓之脩，股亦脩。脩，长也。径隅五。自然相应之率。径，直；隅，角也。亦谓之弦。既方其外，半之一矩^①。句股之法，先知二数然后推一，见句、股然后求弦。先各自乘，成其实。实成势化，尔乃变通。故曰“既方其外”。或并句、股之实以求弦^②。弦实之中乃求句股之分并。实不正等，更相取与，互有所得。故曰“半之一矩^③”。其术，句股各自乘，三三如九，四四一十六，并为弦自乘之实二十五。减句于弦，为股之实一十六。减股于弦，为句之实九。环而共盘，得成三、四、五。盘读如盘桓之盘。言取其^④并减之积，环屈而共盘之^⑤。开方除之，得^⑥其一面。故曰“得成三、四、五”也。两矩共长二十有五，是谓积矩。两矩者，句、股各自乘之实。共长者，并实之数。将以施于万事，而此先陈其率也。故禹之所以治天下者，此数之所生也。”禹治洪水，决流江河。望山川之形，定高下之势，除滔天之灾，释昏垫之厄，使东注于海而无浸逆。乃句股之所由生也。

句股圆方图^⑦

① “既方其外，半之一矩”，影宋本、赵校本俱作“既方之外，半其一矩”，今从殿本。

② “或并句、股之实以求弦”，影宋本缺“弦”字，今依殿本补。

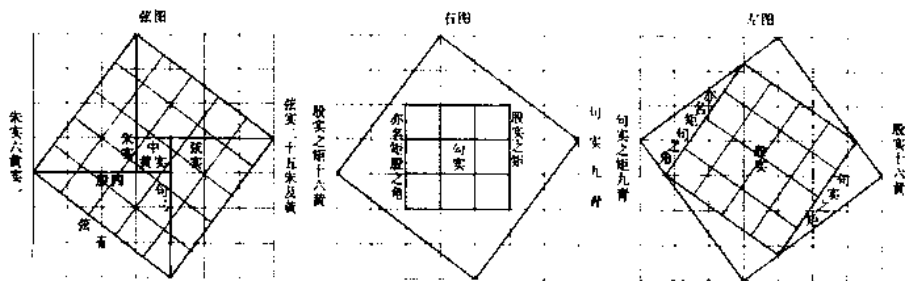
③ “半之一矩”，影宋本作“半其一矩”，今从殿本。

④ “言取其并减之积”，影宋本“其”讹作“而”，今从殿本校。

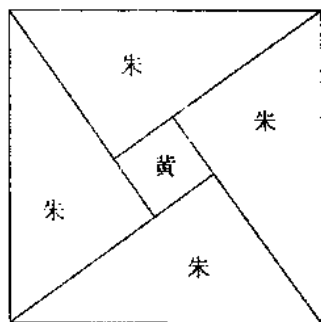
⑤ “环屈而共盘之”之下，影宋本衍一“谓”字，依殿本删去。

⑥ “得其一面”，影宋本夺去“得”字，今依殿本补。

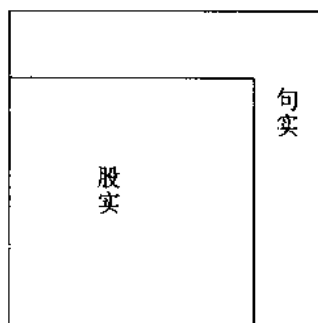
⑦ “句股圆方图”，各本原有三图如下，各图虽与甄鸾注有关，但与赵爽注俱不合。



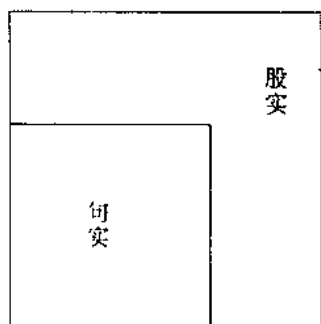
今依据赵爽注重绘，得五图如下。



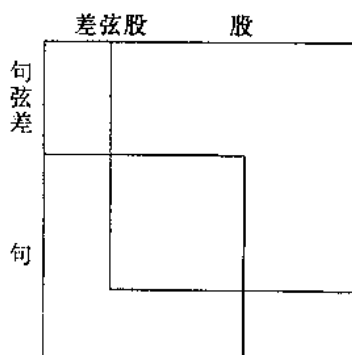
弦图一



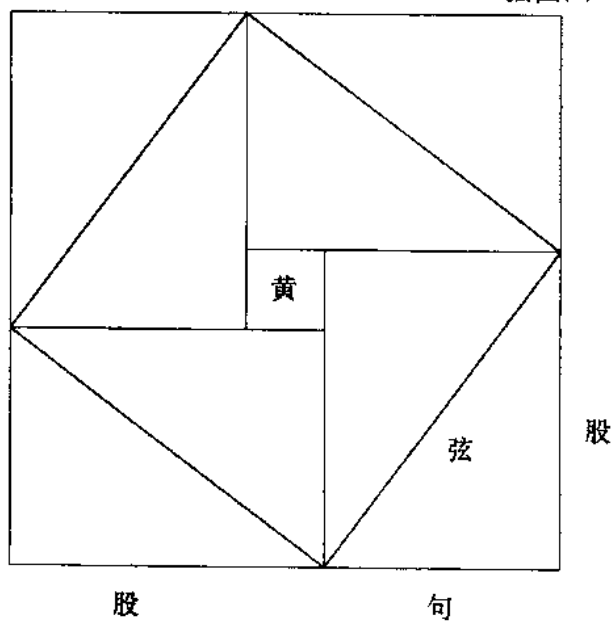
弦图二



弦图三



弦图四



并实图

句股圆方图

句、股各自乘，并之为弦实。开方除之，即弦。案弦图又可以句、股相乘为朱实二，倍之为朱实四。以句股之差自相乘为中黄实。加差实一亦成弦实^①。以差实减弦实，半其余。以差为从法，开方除之，复得句矣。加差于句，即股。凡并句、股之实即成弦实。或方于内，或矩于外^②。形诡而量均，体殊而数齐。句实之矩以股弦差为广，股弦并为袤。而股实方其里。减矩句之实于弦实，开其余即股。倍股在两边为从法，开矩句之角即股弦差。加股为弦。以差除句实，得股弦并。以并除句实，亦得股弦差。令并自乘，与句实为实。倍并为法。所得亦弦。句实减并自乘，如法为股。股实之矩以句弦差为广，句弦并为袤。而句实方其里。减矩股之实于弦实，开其余即句。倍句在两边为从法，开矩股之角即句弦差。加句为弦。以差除股实，得句弦并。以并除股实，亦得句弦差。令并自乘与股实为实。倍并为法。所得亦弦。股实减并自乘，如法为句。两差相乘，倍而开之，所得，以股弦差增之，为句。以句弦差增之，为股。两差增之，为弦。倍弦实列句股差实，见并实者^③，以图考之，倍弦实满外大方而多黄实。黄实之多，即句股差实。以差实减之，开其余，得外大方。大方之面，即句股并也。令并自乘，倍弦实乃减之，开其余，得中黄方。黄方之面，即句股差。以差减并而半之，为句。加差于并而半之，为股。其倍弦为广袤合，令句、股见者自乘为其实。四实以减之^④，开其余所得为差。以差减合，半其余为广。减广于弦，即所求也。观其迭相规矩，共为反覆，互与通分，各有所得。然则统叙群伦，宏纪众理，贯幽入微，钩深致远。故曰，其裁制万物，唯所为之也。

① 据后文李淳风等引，作“加差实一，亦成弦实”，各本脱落“一”字，今补。又依文义，“加”字之前，应有“朱实四”三字，但甄、李注中均未提到，疑非原本所有，故不补。

② “或方于内，或矩于外”，各本“方”讹作“矩”，“矩”讹作“方”，今校正。

③ “见并实者”，各本“并”讹作“弦”，今校正。

④ 依文义，“四实以减之”之前应有“令合自乘”四字。但甄鸾注未引，疑非原本所有，故不校补。

臣鸾释曰：按君卿注云，句股各自乘，并之为弦实。开方除之，即弦。臣鸾曰：假令句三自乘得九，股四自乘得十六，并之得二十五。开方除之得五，为弦也。注云，按弦图又可以句股相乘为朱实二，倍之为朱实四。以句股之差自相乘，为中黄实。臣鸾曰：以句弦差二，倍之为四。自乘得十六，为左图中黄实也。臣淳风等谨按：注云“以句股之差自乘为中黄实”，鸾云倍句弦差自乘者，苟求异端，虽合其数，于率不通。注云，加差实一^①亦成弦实。臣鸾曰：加差实一，并外矩青八，得九。并中黄十六得二十五，亦成弦实也。臣淳风等谨按：注云“加差实一亦成弦实”。鸾云加差实并外矩及中黄者，虽合其数，于率不通。注云，以差实减弦实，半其余。以差为从法，开方除之，复得句矣。臣鸾曰：以差实九，减弦实二十五，余十六。半之得八。以差一加之，得九。开之，得句三也。臣淳风等谨按：注宜云，以差实一减弦实二十五，余二十四。半之为十二。以差一为从。开方除之，得句三。鸾云以差实九减弦实者，虽合其数，于率不通。注云，加差于句即股。臣鸾曰：加差一于句三，得股四也。注云，凡并句、股之实，即成弦实。臣鸾曰：句实九，股实十六，并之得二十五也。注云，或方于内，或矩于外。^②形诡而量均，体殊而数齐。句实之矩，以股弦差为广，股弦并为袤。臣鸾曰：以股弦差一为广，股四并弦五，得九为袤。左图，外青也。注云，而股实方其里。臣鸾曰：为左图中黄十六。注云，减矩句之实于弦实，开其余即股。臣鸾曰：减矩句之实九于弦实二十五，余一十六，开之得四，股也。注云，倍股在两边为从法，开矩句之角即股弦差。臣鸾曰：倍股四得八，在图两边以为从法。开矩句之角九，得一也。注云，加股为弦。臣鸾曰：加差一于股四，则弦五也。注云，以差除句实得股弦并。臣鸾曰：“以差一除句实九，得九，即股四、弦五并为九也。注云，以并除句实，亦得股弦

① “加差实一”，各本脱落“一”字，今补。

② “或方于内，或矩于外”，“方”“矩”各本讹倒，今校正。

差。臣鸾曰：以九除句实九，得股弦差一。注云，令并自乘与句实为实。臣鸾曰：令并股、弦得九，自乘为八十一。又与句实九加之，得九十为实。注云，倍并为法。臣鸾曰：倍股弦并九得十八，为法。注云，所得亦弦。臣鸾曰：除之，得五为弦。注云，句实减并自乘，如法为股。臣鸾曰：以句实九减并自乘八十一，余七十二。以法十八除之，得四，为股也。注云，股实之矩以句弦差为广，句弦并为袤。臣鸾曰：股实之矩以句弦差二为广，句弦并八为袤。注云，而句实方其里。减矩股之实于弦实，开其余即句。臣鸾曰：句实有九，方在右图里。以减矩股之实^①十六于弦实二十五，余九，开之，得三，句也。注云，倍句在两边。臣鸾曰：各三也。注云，为从法，开矩股之角即句弦差。加句为弦。臣鸾曰：加差二于句三，则弦五也。注云，以差除股实，得句弦并。臣鸾曰：以差二除股实十六得八，句三、弦五并为八也。注云，以并除股实，亦得句弦差。臣鸾曰：以并除股实十六，得句弦差二。注云，令并自乘与股实为实。臣鸾曰：合并八自乘得六十四，与股实十六。加之，得八十，为实。注云，倍并为法。臣鸾曰：倍句弦并八得十六，为法。注云，所得亦弦。臣鸾曰：除之得弦五也。注云，股实减并自乘，如法为句。臣鸾曰：以股实十六减并自乘六十四，余四十八。以法十六除之，得三，为句也。注云，两差相乘，倍而开之，所得，以股弦差增之为句。臣鸾曰：以股弦差一乘句弦差二，得二。倍之为四。开之得二。以股弦差一增之，得三，句也。注云，以句弦差增之为股。臣鸾曰：以句弦差二增之，得四，股也。注云，两差增之为弦。臣鸾曰：以股弦差一，句弦差二增之，得五，弦也。注云，倍弦实列句股差实见并^②实者，以图考之，倍弦实满外大方而多黄实。黄实之多，即句股差实。臣鸾曰：倍弦实二十五得五十。满外大方七七

① “矩股之实”，殿本“实”讹作“角”，此依影宋本。

② “并”，各本讹作“弦”，今为校正。

四十九，而多黄实。黄实之多，即句股差实也。注云，以差实减之，开其余，得外大方。大方之面即句股并。臣鸾曰：以差实一减五十，余四十九。开之，即大方之面七也。亦是句股并也。注云，令并自乘，倍弦实乃减之。开其余，得中黄方。黄方之面，即句股差。臣鸾曰：并七自乘得四十九，倍弦实二十五得五十。以减之，余即中黄方，差实一也。故开之即句股差一也。注云，以差减并而半之，为句。臣鸾曰：以差一减并七，余六。半之得三，句也。注云，加差于并而半之，为股。臣鸾曰：加差一于并七，得八。而半之，得四，股也。注云，其倍弦为广袤合。臣鸾曰：倍弦二十五为五十，为广袤合。臣淳风等谨按：列广袤术宜云：“倍弦五得十，为广袤合。”今鸾云倍弦二十五者，错也。注云，令句股见者自乘，为其实。四实以减之，开其余，所得为差。臣鸾曰：令自乘者以七七自乘得四十九。四实者，大方句股之中有四方。一方之中有方十二。四实有四十八。减上四十九，余一也。开之得一，即句股差一。臣淳风等谨按注意，令自乘者，十自乘得一百。四实者，大方广袤之中，有四方。若据句实而言，一方之中有实九，四实有三十六。减上一百，余六十四。开之得八，即广袤差。此是股弦差减股弦并余数。若据股实而言之，一方之中有实十六，四实有六十四。减上一百，余三十六，开之得六，即广袤差。此是句弦差减句弦并余数也。鸾云，“令自乘者，以七七自乘得四十九。四实者，大方句股之中有四方，一方之中有方十二，四实有四十八。减上四十九余一也。开之得一，即句股差一”者，错也。注云，以差减合，半其余为广。臣鸾曰：以差一减合七，余六。半之得三，广也。臣淳风等谨按注意，以差八、六各减合十，余二、四。半之得一、二。一即股弦差，二即句弦差。以差减弦即各袤广也。鸾云，“以差一减合七余六。半之得三，广”者，错也。注云，减广于弦，即所求也。臣鸾曰：以广三减弦五，即^①所求差，二也。臣淳风等谨按注意，以广一、二各减弦五，即所求股四、句三也。鸾云，“以广三

^① “即”，宋本讹作“六”，今依殿本。

减弦五，即所求差二”者，错也。

周公曰：“大哉言数！心达数术之意，故发“大哉”之叹。请问用矩之道？”谓用表之宜，测望之法。商高曰：“平矩以正绳，以水绳之正^①，定平悬之体，将欲慎毫厘之差，防千里之失。偃矩以望高，覆矩以测深，卧矩以知远，言施用无方，曲从其事，术在《九章》。环矩以为圆，合矩以为方。既以追寻情理，又可造制圆方。言矩之于物，无所不至。方属地，圆属天，天圆地方。物有圆方，数有奇耦。天动为圆，其数奇。地静为方，其数耦。此配阴阳之义，非实天地之体也。天不可穷而见，地不可尽而观，岂能定其圆方乎？又曰：“北极之下高人所居六万里，旁沍四隅而下。天之中央亦高四旁六万里。”是为形状同归而不殊途，隆高齐轨而易以陈。故曰“天似盖笠，地法覆槃”。方数为典，以方出圆。夫体方则度影正，形圆则审实难。盖方者有常而圆者多变。故当制法而理之。理之法者，半周、半径相乘则得方矣。又可周径相乘，四而一。又可径自乘，三之，四而一。又可周自乘，十二而一。故曰“圆出于方”。笠以写天^②。笠亦如盖，其形正圆。戴之所以象天。写犹象也。言笠之体象天之形。诗云“何蓑何笠”，此之义也。天青黑，地黄赤。天数之为笠也，青黑为表，丹黄为里，以象天地之位。既象其形，又法其位。言相方类，不亦似乎。是故知地者智，知天者圣。言天之高大，地之广远，自非圣智，其孰能与于此乎？智出于句，句亦影也。察句之损益，知物之高远。故曰“智出于句”。句出于矩。矩谓之表。表不移，亦为句。为句将正，故曰“句出于矩”焉。夫矩之于数，其裁制万物，唯所为耳。”言包含几微，转通旋还也。周公曰：“善哉！”善哉，言明晓之意。所谓问

① “以水绳之正”，系南宋本及《大典》本原文。《秘册汇函》本赵开美不悟“水”为水准，改为“求”字，就失去原意。

② “笠以写天”，顾观光云：“写当作象。古象字作𦉰，与写相似。”但赵爽注云“写犹象也”，可见东汉末《周髀》传本已有“笠以写天”之文字。

一事而万事达。

昔者荣方问于陈子荣方、陈子是周公之后人。非《周髀》之本文，然此二人共相解释，后之学者谓为章句，因从其类，列于事下。又欲尊而远之，故云“昔者”。时世、官号，未之前闻。曰：“今者窃闻夫子之道。荣方问^① 陈子能述商高之旨，明周公之道。知日之高大，日去地与圆径之术。光之所照，日旁照之所及也。一日所行，日行天之度也。远近之数，冬至、夏至去人之远近也。人所望见，人目之所极也。四极之穷，日光之所远也。列星之宿，二十八宿之度也。天地之广袤，袤，长也。东西、南北谓之广、长。夫子之道皆能知之。其信有之乎？”而明察之故^②，不昧不疑。陈子曰：“然。”言可知也。荣方曰：“方虽不省，愿夫子幸而说之。欲以不省之情，而观大雅之法。今若方者可教此道邪？”不能自料，访之贤者。陈子曰：“然。言可教也。此皆算术之所及。言《周髀》之法，出于算术之妙也。子之于算，足以知此矣。若诚累思之。”累，重也。言若诚能重累思之，则达至微之理。

于是荣方归而思之，数日不能得。虽潜心驰思，而才单智竭。复见陈子曰：“方思之不能得，敢请问之。”陈子曰：“思之未熟。熟犹善也。此亦望远起高之术，而子不能得，则子之于数^③，未能通类。定高远者立两表，望悬邈者施累矩。言未能通类求句股之意。是智有所不及，而神有所穷。言不能通类，是情智有所不及，而神思有所穷滞。夫道术，言约而用博者，智类之明。夫道术圣人之所以极深而研几。唯深也，故能通天下之志。唯几也，故能成天下之务。是以其言约，其旨远，故曰“智类之明”也。问一类而以万事达者^④，谓之知道。引而伸之，触类而长之，天下之能事毕

① “问”，各本俱讹作“问”，今以意校正。

② “明察之故”，“之”疑当作“其”。

③ “则子之于数”，影宋本缺“则”字，今依殿本补。

④ “以万事达者”，系影宋本原文，明刻本无“以”字。

矣，故谓之知道也。今子所学，欲知天地之数。算数之术，是用智矣，而尚有所难，是子之智类单。算术所包尚以为难，是子智类单尽。夫道术所以难通者，既学矣，患其不博。不能广博。既博矣，患其不习。不能究习。既习矣，患其不能知。不能知类。故同术相学，术教同者则当学通类之意。同事相观，事类同者观其旨趣之类。此列士之愚智^①，列犹别也。言观其术，鉴其学，则愚智^②者别矣。贤不肖之所分。贤者达于事物之理，不肖者暗于照察之情。至于役神驰思，聪明殊别矣。是故能类以合类，此贤者业精习知^③之质也。学其伦类，观其指归，唯贤智精习者能之也。夫学同业而不能入神者，此不肖无智而业不能精习。俱学道术，明智不察，不能以类合类而长之。此心游目荡，义不入神也。是故算不能精习，吾岂以道隐子哉。固复熟思之。”凡教之道，不愤不启，不悱不发。愤之悱之，然后启发。既不精思，又不学习，故言吾无隐也，尔固复熟思之。举一隅，使反之以三也。

荣方复归，思之，数日不能得。复见陈子曰：“方思之以精熟矣。智有所不及，而神有所穷，知不能得。愿终请说之。”自知不敏，避席而请说之。陈子曰：“复坐，吾语汝。”于是荣方复坐而请。陈子说之曰：“夏至南万六千里，冬至南十三万五千里，日中立竿无影^④。臣鸾曰：南戴日下立八尺表，表影千里而差一寸，是则天上一寸，地下千里。今夏至影有一尺六寸，故知其万六千里^⑤。冬至影一丈三尺五寸，则知^⑥其十三万五千里。此一者天道之数。言天道数一，悉以如此。周髀长八尺，夏至之日

①② “愚智”，影宋本讹作“遇智”，此从赵校本。

③ “知”，影宋本、赵校本、殿本俱作“智”，此从孔刻本。

④ “日中立竿无影”，各本“无”讹作“测”，今以意校改。顾观光云：“此句有误。《世说·言语篇》注引作‘日中树表则无影矣’。”

⑤ “故知其万六千里”，影宋本脱落“知”字，今依殿本校补。

⑥ “知”，影宋本讹作“故”，此依殿本。

晷一尺六寸。晷，影也。此数望之从周^①。而周官测景，尺有五寸^②。盖出周城南千里也。记云：“神州之土方五千里。”虽差一寸，不出畿地之分，失四和之实^③，故建王国。髀者，股也。正晷者，句也。以髀为股，以影为句。句股定^④，然后可以度日之高远。正晷者，日中之时节也。正南千里，句一尺五寸。正北千里，句一尺七寸。候其影，使表相去二千里，影差二寸。将求日之高远，故先见其表影之率。日益南，晷益长^⑤。候句六尺，候其影使长六尺者，欲令句股相应，句三、股四、弦五，句六、股八、弦十。即取竹，空径一寸，长八尺，捕影而视之，空正掩日，以径寸之空视日之影，髀长则大，短短则小，正满八尺也。捕犹索也。掩犹覆也。而日应空^⑥。掩若重规。更言八尺者，举其定也。又日近则大，远则小，以影六尺为正。由此观之，率八十寸而得径一寸。以此为日髀之率。故以句为首，以髀为股。首犹始也。股犹末也。句能制物之率，股能制句之正。欲以为总见之数，立精理之本。明可以周万事，智可以达无方。所谓“智出于句，句出于矩”也。从髀至日下六万里而髀无影。从此以上至日，则八万里。臣鸾曰：求从髀至日下六万里者，先置南表晷六尺，上十之为六十寸。以两表相去二千里乘，得十二万里为实。以影差二寸为法，除之，得日底地去表六万里。求从髀至日八万里者，先置表高八尺，上十之为八十寸。以两表相去二千里乘之，得十六万为实。以影差二寸为法，除之，得从表端上至日八万里也。若求邪至日者，以日下为句，日高为股。句、股各自乘，并而开方除之，得邪至日，从髀所

① “周”字下各本衍“城之南千里也”六字，今依孙诒让校删。

② “尺有五寸”，影宋本“五”讹作“六”，此依殿本。

③ “失四和之实”，影宋本、殿本“失”讹作“先”，赵校本作“先王知之实”，此依孙诒让校改。

④ “句股定”，各本脱落“句”字，今依孙诒让校补。

⑤ “日益南，晷益长”，各本均作“日益表南，晷日益长”。顾观光据《华严经音义》四引，断定“此表字、日字并衍”。今依顾校删去。

⑥ “空”字下各本有“之孔”二字。顾观光谓是衍文，今删去。

袞^①至日所十万里。袞^②，此古邪字。求其数之术曰：以表南至日下六万里为句，以日高八万里为股，为之求弦。句、股各自乘，并而开方除之，即邪至日之所也。臣鸾曰：求从髀邪至日所法：先置南至日底六万里为句，重张自乘，得三十六亿为句实。更置日高八万里为股，重张自乘，得六十四亿为股实。并句、股实得一百亿为弦实。开方除之，得从王城至日十万里。今有十万里，问径几何？曰，一千二百五十里。八十寸而得径一寸，以一寸乘十万里为实。八十寸为法，即得。以率率之，八十里得径一里。十万里得径千二百五十里。法当以空径为句率，竹长为股率。日去人为大股，大股之句即日径也。其术以句率乘大股，股率而一。此以八十里为法，十万里为实。实如法而一，即得日径。故曰，日径^③千二百五十里。臣鸾曰：求以率八十里得径一里，十万里得径千二百五十里法，先置竹孔径一寸为千里作大句，更置邪去日十万里为股。以句千里乘股十万里，得一亿为实。更置日去地八万里为法。除实得日径千二百五十里。故云日径^④也。臣淳风等谨按：夏至王城望日，立两表相去二千里，表高八尺。影去前表一尺五寸，去后表一尺七寸。旧术以前后影差二寸为法，以前影寸数乘表间为实。实如法得万五千里为日下去南表里。又以表高八十寸乘表间为实。实如法，得八万里为表上去日里。仍以表寸为日高，影寸为日下。待日渐高，候日影六尺，用之为句。以表为股。为之求弦，得十万里为邪表数目。取管圆孔径一寸，长八尺，望日满筒以为率。长八十寸为一，邪去日十万里，日径即千二百五十里。以理推之，法云天之处心高于外衡六万里者，此乃语与术违。句六尺，股八尺，弦十尺，角隅正方自然之数。盖依绳水之定，施之于表矩。然则天无别体，用日以为高下。术既随平而迁^⑤，高

①② 本文与赵注中两“袞”字，各本均讹作“旁”。顾观光云：“注云‘旁古邪字’。按旁与邪音义俱不类。本文两‘邪’字并‘袞’之误。注云‘袞古邪字’则合矣。‘从髀所旁至日所十万里’此句应属下节，‘旁’亦当作‘袞’。”今本文与注中两“旁”字俱依顾氏改正为“袞”，本文及注中原有“邪”字未加校改。

③④ 三“日径”，各本俱作“日晷径”，衍“晷”字，今删。

⑤ “随平而迁”，影宋本脱落“随”字，赵校本“平”讹作“乎”，此从殿本。

下从何而出。语术相违，是为大失。又按二表下地，依水平法定其高下。若北表^①地高则以为句，以间为弦。置其高数，其影乘之，其表除之，所得益股为定间。若北表^②下者，亦置所下，以法乘、除，所得以减股为定间。又以高、下之数与间相约，为地高、远之率。求远者，影乘定间，差法而一，所得加影，日之远也。求高者，表乘定间，差法而一，所得加表^③，日之高也。求邪去地者，弦乘定间，差法而一，所得加弦，日邪去地。此三等至皆以日为正。求日下地高下者，置戴日之远近，地高下率乘之，如间率而一，所得为日下地高下。形势隆杀与表间同，可依此率。若形势不等，非代所知^④。率日径求日大小者，径率乘间，如法而一，得日径。此径当即得，不待影长六尺。凡度日者，先须定二矩水平者，影南北，立句齐高四尺，相去二丈。以二弦候牵于句上，并率二则拟为候影。句上立表，弦下望日。前一则上畔，后一则下畔，引则就影，令与表日参直。二至前后三四日间，影不移处，即是当以候表，并望人取一影亦可，日径影端表头为则。然地有高下，表望不同，后六术乃穷其实。第一，后高前下术。高为句，表间为弦^⑤。后复影为所求率，表为所有率，以句为所有数。所得益股为定间。第二，后下术。以其所下为句，表间为弦。置其所下，以影乘表除，所得减股，余为定间。第三，邪下术。依其北高之率^⑥高其句影，令^⑦与地势隆杀相似，余同平法。假令髀邪下而南，其邪亦同，不须别望。但弦短^⑧与句股不得相应。其南里数亦随地势，不得校平。平则促^⑨。若用此术，但得南望。

①② “北表”，影宋本俱讹作“此表”，殿本则第二个“北表”作“此表”，今从赵校本。

③ “求远者，影乘定间，差法而一”下各本俱脱落“所得加影，日之远也。求高者，表乘定间，差法而一”十九字，今补。

④ “非代所知”四字费解，但各本皆同，颇难是正。疑“代”原有“世”意，因避唐太宗李世民讳而写作“代”字。

⑤ “表间为弦”，影宋本“表间”讹作“一表”，此从赵校本。

⑥ “北高之率”，影宋本脱“北”、“之”二字，殿本作“卑高之率”，今从赵校本。

⑦ “令”，南宋本、明本俱讹作“合”，此从殿本。

⑧ “短”，影宋本、殿本讹作“矩”，此从赵校本。

⑨ “平则促”，南宋本“促”讹作“从”，此从明本。

若北望者^①，即用句影^②南下之术，当北高之地。第四，邪上术。依其后下之率下其句影，此谓回望北极以为高远者，望去取差亦同南望。此术弦长，亦与句股不得相应。唯得北望，不得南望。若南望者，即用句影北高之术。第五，平术。不论高下，周髀度日用此平术。故东、西、南、北四望皆通。近远一差，不须别术。第六术者，是外衡。其经云四十七万六千里。半之，得二十三万八千里者，是外衡去天心之处。心高于外衡六万里为率，南行二十三万八千里，下校六万里约之，得南行一百一十九里，下校三十里。一百一十九步，差下三十步，则三十九步太半步^③，差下十步。以此为准，则不合有平地。地既不平^④而用术尤乖理验。且自古论暑影差变，每有不同。今略其梗概，取其推步之要。《尚书·考灵曜》云：“日永影尺五寸，日短一十三尺。日正南千里而减一寸。”张衡《灵宪》云：“悬天之晷，薄地之仪，皆移千里而差一寸。”郑玄注《周礼》云：“凡日影于地，千里而差一寸。”王蕃、姜岌因此为说。按前诸说，差数并同，其言更出书，非真^⑤有此。以事考量，恐非实矣。谨案宋元嘉十九年岁在壬午，遣使往交州度日影，夏至之日影在表南三寸二分。《太康地理志》，交趾去洛阳一万一千九百八十里，阳城去洛阳一百八十里。交趾西南望阳城、洛阳，在其东北^⑥。较而言之，今阳城去交趾近于洛阳去交趾一百八十里，则交趾去阳城一万八千二百八十里，而影差尺有八寸二分，是六百里而影差一寸也。况复人路迂回，羊肠曲折，方于鸟道，所较弥多。以事验之，又未盈五百里而差一寸，明矣。千里之言，固非实也。何承天又云：“诏以土圭测影，考校二至，差三日有余。从来积岁及交州所上，检其增减^⑦，亦相符合。”此则影差之验也。《周礼》大司徒职曰：“夏至

① “若北望者”，南宋本脱落“若北望”三字，此从明本。

② “即用句影南下之术”，“影”字南宋本讹作“股”，明本讹作“照”，此从殿本。

③ “三十九步太半步”，各本俱作“三十步太强”，今以算法校正。

④ “地既不平”，各本俱脱落“不”字，今补。

⑤ “真”，各本俱作“直”，今依孙诒让校。

⑥ “东北”，各本俱讹作“东南”，今以意校正。

⑦ “检其增减”，系《宋书·历志》何承天上新历表原文。各本引此文，“检”俱改作“验”，今为校正。

之影尺有五寸。”马融以为洛阳，郑玄以为阳城。《尚书·考灵曜》：“日永影一尺五寸。”郑玄以为阳城日短十三尺。《易纬·通卦验》：“夏至影尺有四寸八分，冬至一丈三尺。”刘向《洪范传》：“夏至影一尺五寸八分。”是时汉都长安，而向不言测影处所，若在长安，则非晷影之正也。夏至影长一尺五寸八分，冬至一丈三尺一寸四分。向又云“春秋分长七尺三寸六分”，此即总是虚妄。《后汉·历志》：“夏至影一尺五寸。”后汉洛阳冬至一丈三尺。自梁天监已前并同此数。魏景初，夏至影一尺五寸。魏初都许昌，与颍川相近。后都洛阳，又在地中之数。但《易纬》因汉历旧影，似不别影之，冬至一丈三尺。晋姜岌影一尺五寸。宋都建康在江表，验影之数遥取阳城，冬至一丈三尺。宋大明祖冲之历，夏至影一尺五寸。宋都秣陵遥取影同前，冬至一丈三尺。后魏信都芳注《周髀四术》云（按永平元年戊子是梁天监之七年也），见洛阳测影，又见公孙崇集诸朝士共观秘书影，同是夏至之日以八尺之表测日中影，皆长一尺五寸八分，虽无六寸，近六寸。梁武帝大同十年，太史令虞翻以九尺表于江左建康测夏至日中影，长一尺三寸二分。以八尺表测之，影长一尺一寸七分强。冬至一丈三尺七分，八尺表影长一丈一尺六寸二分弱。隋开皇元年，冬至影长一丈二尺七寸二分。开皇二年，夏至影一尺四寸八分。冬至长安测，夏至洛阳测。及王邵《隋灵感志》，冬至一丈二尺七寸二分，长安测也。开皇四年，夏至一尺四寸八分，洛阳测也。冬至一丈二尺八寸八分，洛阳测也。大唐贞观二年己丑五月二十三日癸亥夏至，中影一尺四寸六分，长安测也。十一月二十九日丙寅冬至，中影一丈二尺六寸三分，长安测也。按汉、魏及隋所记夏至中影或长或短^①，齐其盈缩之中，则夏至之影尺有五寸为近定实矣。以《周官》推之，洛阳为所交会，则冬至一丈二尺五寸亦为近矣。按梁武帝都金陵，去^②洛阳南北大较千里。以尺表令其有九尺影，则大同十年江左八尺表夏至中影长一尺一寸七分。若是为夏至八尺表千里而差三寸强^③矣。此推验即是夏至影差升降不同，南北远

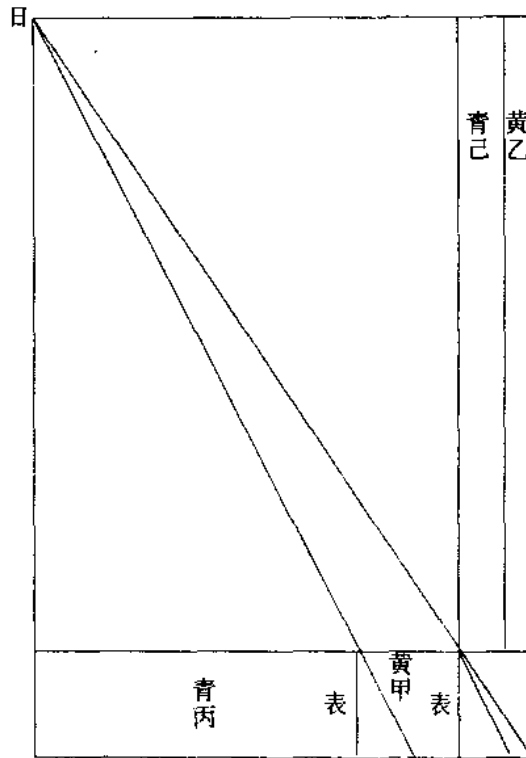
① “或长或短”，影宋本脱落第二个“或”字，今从殿本补。

② “去”，影宋本与明刻本俱讹作“云”，今从殿本校正。

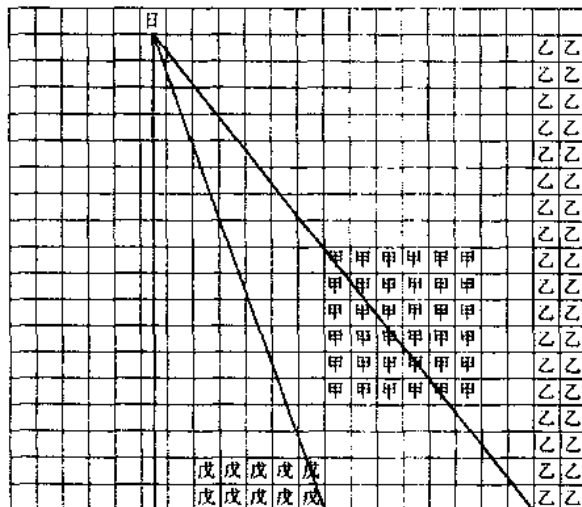
③ “三寸强”，各本俱讹作“一寸弱”。前言洛阳“夏至之影尺有五寸”又言金陵“影长一尺一寸七分”，二影相差应是三寸有余。

近数亦有异。若以一等永定，恐皆乖理之实。

日高图^①



① 日高图原图各本俱误如下，今依据赵爽注重绘。



日高图

黄甲与黄乙其实正等。以表高乘两表相去为黄甲之实。以影差为黄乙之广而一，所得则变得黄乙之袤^①，上与日齐。按图当加表高，今言八万里者，从表以上复加之。青丙与青己其实亦等。黄甲与青丙相连，黄乙与青己相连，其实亦等^②。臣鸾曰：求日高法，先置表高八尺为八万里为袤，以两表相去二千里为广，乘袤八万里得一亿六千万里，为黄甲之实。以影差二寸为二千里为法，除之，得黄乙之袤八万里，即上与日齐。此言王城去天名曰甲，日底地上至日名曰乙。上天名青丙，下地名青戊。据影六尺，王城上天南至日六万里。王城南至日底地亦六万里。是上下等数。日夏至南万六千里者，立表八尺于王城，影一尺六寸。影寸千里。故王城去夏至日底地万六千里也。

法曰：“周髀长八尺，句之损益寸千里。句谓影也。言悬天之影，薄地之仪，皆千里而差一寸。故曰极者，天广袤也。言极之远近有定，则天广长可知。今立表高八尺以望极，其句一丈三寸。由此观之，则从周北十万三千里而至极下。”谓冬至日加卯、酉之时若春、秋分之夜半。极南两旁与天中齐，故以为周去天中之数。

荣方曰：“周髀者何？”

陈子曰：“古时天子治周，古时天子谓周成王时。以治周居王城，故曰，昔先王之经邑，奄观九隩，靡地不营。土圭测影，不缩不盈。当风雨之所交，然后可以建王城。此之谓也。此数望之从周，故曰周髀。言周都河南，为四方之中，故以为望主也。髀者，表也。因其行事，故曰髀。由此捕望，故曰表。影为句，故曰句股也。

“日夏至南万六千里，日冬至南十三万五千里，日中无影。以此观之，从极南至夏至之日中^③十一万九千里。诸言极者，斥天之中。极

① “黄乙之广”、“黄乙之袤”，南宋本、明本两“乙”字俱讹作“甲”，今依殿本校正。

② “其实亦等”下，各本俱衍“皆以影差为广”六字，今依顾观光校删。

③ “从极南至夏至之日中”，各本俱脱落“极”字，今依顾观光校补。

去周十万三千里，亦谓极与天中齐时，更加南万六千里是也。北至其夜半，亦然。日极在极北正等也。凡径二十三万八千里，并南北之数也。此夏至日道之径也，其径者，圆中之直者也。其周七十一万四千里。周，匝也。谓夫戴日行，其数以三乘径。臣鸾曰：求夏至日道径法，列夏至日去天中心十一万九千里，夏至夜半日亦去天中心十一万九千里，并之，得夏至日道径二十三万八千里。三乘径，得周七十一万四千里也。从夏至之日中，至冬至之日中，十一万九千里。冬至日中去周十三万五千里，除夏至日中去周一万六千里是也。北至极下，亦然。则从极南至冬至之日中二十三万八千里。从极北至其夜半，亦然。凡径四十七万六千里。此冬至日道径也，其周百四十二万八千里。从春秋分之日中北至极下十七万八千五百里。春秋之日影七尺五寸五分，加望极之句一丈三寸。臣鸾曰：求冬至日道径法，列夏至去冬至日中十一万九千里，从夏至日道北径亦十一万九千里，并之，得冬至日中北极下二十三万八千里。从极至夜半亦二十三万八千里。并之，得冬至日道径四十七万六千里。以三乘径，即冬至日道周一百四十二万八千里。从极下北至其夜半，亦然。凡径三十五万七千里，周一百七万一千里。故曰，月之道常缘宿，日道亦与宿正。内衡之南，外衡之北，圆而成规，以为黄道。二十八宿列焉。月之行也^①，一出一入，或表或里，五月、二十三分月之二十而一道一交，谓之合朔交会及月蚀相去之数，故曰“缘宿”也。日行黄道以宿为正，故曰“宿正”。于中衡之数与黄道等。臣鸾曰：求春、秋分日道法，列春、秋分日中北至极下十七万八千五百里，从北极北至其夜半亦然。并之，得春、秋分日道径三十五万七千里。以三乘径，即日道周一百七万一千里。求黄道径法，列从北极南至夏至日中一十一万九千里，以从极北至冬至夜半二十三万八千里，并之，得黄道三十五万七千里。从极南至冬至日中，北至夏至夜半^②，亦黄道径也。以三乘径，周得一百七万一千里也。南至夏至之

① “月之行也”，南宋本、明本“月”讹作“日”，此从殿本。

② “从极南至冬至日中，北至夏至夜半”，各本脱“中”字，又于“夏至”下衍一“日”字，此从殿本。

日中，北至冬至之夜半，南至冬至之日中，北至夏至之夜半，亦径三十五万七千里，周一百七万一千里。此皆黄道之数，与中衡等。

“春分之日夜分以至秋分之日夜分，极下常有日光。春秋分者昼夜等。春分至秋分日内近极，故日光照及也。秋分之日夜分以至春分之日夜分，极下常无日光。秋分至春分日外远极，故日光照不及也。故春秋分之日夜分之时，日光所照适至极，阴阳之分等也。冬至、夏至者，日道发敛之所至^①，昼夜长短之所极。发犹往也。敛犹还也。极，终也。春秋分者，阴阳之修，昼夜之象。修，长也。言阴阳长短之等。昼者阳，夜者阴。以明暗之差为阴阳之象。春分以至秋分，昼之象。北极下见日光也。日永主物生，故象昼也。秋分以至春分，夜之象。北极下不见日光也。日短主物死，故象夜也。故春秋分之日中光之所照北至极下^②，夜半日光之所照亦南至极。此日夜分之时也，故曰，日照四旁各十六万七千里。至极者，谓璇玑之际为阳绝阴影。以日夜分之时^③而日光有所不逮，故知日旁照十六万七千里，不及天中一万一千五百里也。

“人所望见，远近宜如日光所照。日近我一十六万七千里之内及我。我目见日，故为日出。日远我十六万七千里之外，日则不见我，我亦不见日，故为日入。是为日与目见于十六万七千里之中，故曰“远近宜如日光之所照”也。从周所望见北过极六万四千里，自此已下，诸言过者^④，皆置日光之所照，若人目之所见十六万七千里，以除之。此除极至周十万三千里。臣鸾曰：求从周所望见北过极六万四千里法，列人目所极十六万七千里，以王城周去极十万三千里减之，余六万四千里，即人望过极之数也。南过冬至之日

① “日道发敛之所至”，各本于“所”字下衍“生也”二字，今从顾观光校删。

② “北至极下”，各本脱落“至”字，今补。

③ “日夜分之时”，各本脱落“分”字，今补。

④ “诸言过者”，各本“过”讹作“减”，今校正。

中^①三万二千里。除冬至日中去周十三万五千里。臣鸾曰：求冬至日中三万二千里法，列人目所极十六万七千里，以冬至日中去王城十三万五千里减之，余即过冬至日中三万二千里也。夏至之日中，光南过冬至之日中^②四万八千里，除冬至之日中相去十一万九千里。臣鸾曰：求夏至日中光南过冬至日中四万八千里法，列日高照十六万七千里，以冬、夏至日中相去一十一万九千里减之，余即南过冬至之日中四万八千里^③。南过人所望见万六千里，夏至日中去周一万六千里。臣鸾曰：求夏至日中光南过人所望见万六千里法，列王城去夏至日中光南过人所望见万六千里，加日光所及十六万七千里，得十八万三千里。以人目所极十六万七千里减之，余即南过人目所望见一万六千里也。北过周十五万一千里，除周夏至之日中一万六千里。臣鸾曰：求夏至日中光北过周十五万一千里法，列日光所及十六万七千里，以王城去夏至日中一万六千里减之，余即北过周十五万一千里。北过极四万八千里。除极去夏至之日十一万九千里。臣鸾曰：求夏至日中光北过极四万八千里法，列日光所及十六万七千里，以北极去夏至夜半十一万九千里减之，余即北过极四万八千里也。冬至之夜半日光南不至人目^④所见七千里，倍日光所照里数，以减冬至日道径四十七万六千里，又除冬至日中去周十三万五千里。臣鸾曰：求冬至夜半日光南不至人目所见七千里法，列日光十六万七千里，倍之，得三十三万四千里。以减冬至日道径四十七万六千里，余十四万二千里。复以冬至日中去周十三万五千里减之，余即不至人目所见七千里。不至极下七万一千里。从极至夜半除所照十六万七千里。臣鸾曰：求冬至日光不至极下七万一千里法，列冬至夜半去极二十三万八千里，以日光一十六万七千里减之，余即不至极下七万一千里。夏至之日中与夜半日光九万六千里过极相接。倍日光所照，以夏至日

① “冬至之日中”，各本脱落“中”字，今补。

② “冬至之日中”下各本衍一“光”字，今删。

③ 甄鸾注中两处“冬至日中”下俱衍“光”字，今均删去。

④ “人目”，影宋本与明刻俱无“目”字，此从殿本。

道径减之，余即相接之数。臣鸾曰：求夏至日中日光与夜半相接九万六千里法，列倍日光所照十六万七千里，得径三十三万四千里。以夏至日道径二十三万八千里减之，余即日光相接九万六千里也。冬至之日中与夜半日光不相及十四万二千里，不至极下七万一千里。倍日光所照，以减冬至日道径，余即不相及之数。半之，即各不至极下。臣鸾曰：求冬至日中与夜半日光^①不及十四万二千里，不至极下七万一千里法，列冬至日道径四十七万六千里，以倍日光所照三十三万四千里减之，余即日光不相及十四万二千里。半之，即不至极下七万一千里也。夏至之日正东西望，直周东西日下至周五万九千五百九十八里半。求之术，以夏至日道径二十三万八千里为弦。倍极去周十万三千里，得二十万六千里为股。为之求句。以股自乘减弦自乘，其余，开方除之，得句一十一万九千一百九十七里有奇。半之，各得东、西数。^②臣鸾曰：求夏至日正东西去周法，列夏至日道径二十三万八千里为弦。自相乘得五百六十六亿四千四百万为弦实。更置极去周十万三千里，倍之为二十万六千里为股。重张自相乘，得四百二十四亿三千六百万为股实。以减弦实，余一百四十二亿八百万，即句实。以开方除之，得正东西^③一十一万九千一百九十七里、二十三万八千三百九十五分里之七万五千一百九十一。半之，即周东西各五万九千五百九十八里半。经曰奇者，分也。若求分者，倍分母得四十七万六千七百九十，即一方得五万九千五百九十八里半、四十七万六千七百九十分里之七万五千一百九十一。本经无所余。算之次，因而演之也。冬至之日正东西方不见日。正东西方者，周之卯酉。日在十六万七千里之外，故不见日。以算求之，日下至周二十一万四千五百五十七里半。求之术，以冬至日道径四十七万六千里为弦。倍极去周十万三千里，得二十万六千里，为句。为之求股。句自乘减弦之自乘，其余，开方除之，得四十二

① “求冬至日中与夜半日光”，各本“中”讹作“光”，“夜半日”下又脱落“光”字，今并依本文校正。

② “东西数”，各本俱讹作“周半数”，今据下节赵注校正。

③ “正东西”下各本衍“去周”二字，今删去。

万九千一百一十五里有奇。半之，各得东西数。臣鸾曰：求冬至正东西方不见日法，列冬至日道径四十七万六千里为弦，重张相乘得二千二百六十五亿七千六百万为弦实。更列极去周十万三千里，倍之得二十万六千里，为句，重张相乘得四百二十四亿三千六百万，以减弦实，余一千八百四十一亿四千万，即股实。开方除之，得周直东西四十二万九千一百一十五里、八十五万八千二百三十一分里之三十一万六千七百七十五。半之，即周一方去日二十一万四千五百五十七里半，亦倍分母，得一百七十一万六千四百六十二分里之三十一万六千七百七十五。凡此数者，日道之发敛。凡此上周径之数者，日道往还之所至，昼夜长短之所极。冬至、夏至，观律之数，听钟之音。观律数之生，听钟音之变，知寒暑之极，明代序之化也。冬至昼，夏至夜，冬至、昼夜日道径，半之，得夏至昼夜日道径。法置冬至日道径四十七万六千里，半之，得夏至日中去夏至夜半二十三万八千里，为四极之里也。差数所及，日光所逕^①观之，以差数之所及，日光所逕，以此观之，则四极之穷也。四极径八十一万里，从极南至冬至日中二十三万八千里，又日光所照十六万七千里，凡径四十万五千里。北至其夜半亦然。故曰径八十一万里。八十一者，阳数之终，日之所极。臣鸾曰：求四极径八十一万里法，列冬至日中去极二十三万八千里，复加冬至日光所及十六万七千里，得四十万五千里。北至其夜半亦然。并南北即是大径八十一万里。周二百四十三万里。三乘径即周。

臣鸾曰：以三乘八十一万里，得周二百四十三万里。自此以外，日所不及也。

“从周南至日照处三十万二千里，半径除周去极十万三千里。

臣鸾曰：求周南三十万二千里法，列半径四十万五千里，以王城去极十万三千里减之，余即周南至日照处三十万二千里。周北至日照处五十万八千里，半径加周去极十万三千里。臣鸾曰：求周去冬至夜半日北极照处五十万

① “差数所及，日光所逕”，各本于“数”下脱落“所”字，“逕”讹作“还”。今依孙诒让校正。逕音踏，义与逮通。

八千里法，列半道径四十万五千里，加周夜半去极十万三千里，得冬至夜半北极照去周五十万八千里。东西各三十九万一千六百八十三里半。求之术，以径八十一万里为弦。倍去周十万三千里得二十万六千里为句。为之求股，得七十八万三千三百六十七里有奇。半之，各得东西之数。臣鸾曰：求东西各三十九万一千六百八十三里半法，列径八十一万里，重张自乘，得六千五百六十一亿为弦实。更置倍周去北极二十万六千里为句。重张自乘，得四百二十四亿三千六百万。以减弦实，余六千一百三十六亿六千四百万，即股实。开方除之，得股七十八万三千三百六十七里、一百五十六万六千七百三十五分里之十四万三千三百一十一。半之，即得去周三十九万一千六百八十三里半。分母亦倍之，得三百一十三万三千四百七十分里之十四万三千三百一十一也。周在天中南十万三千里，故东西短中径^①二万六千六百三十二里有奇^②。臣鸾曰：求短中径二万六千六百三十二里有奇法，列八十一万里，以周东西七十八万三千三百六十七里有奇减之，余二万六千六百三十三里。取一里破为一百五十六万六千七百三十五分。减一十四万三千三百一十一，余一百四十二万三千四百二十四。即径东西短二万六千六百三十二里、一百五十六万六千七百三十五分里之一百四十二万三千四百二十四。周北五十万八千里。冬至日十三万五千里。冬至日道径四十七万六千里，周百四十二万八千里。日光四极当周东西各三十九万一千六百八十三里有奇^③。”

此方圆之法。此言求圆于方之法。

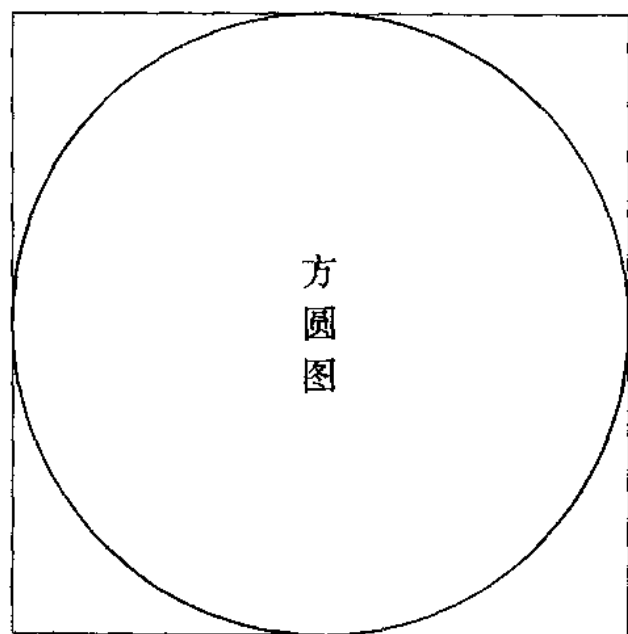
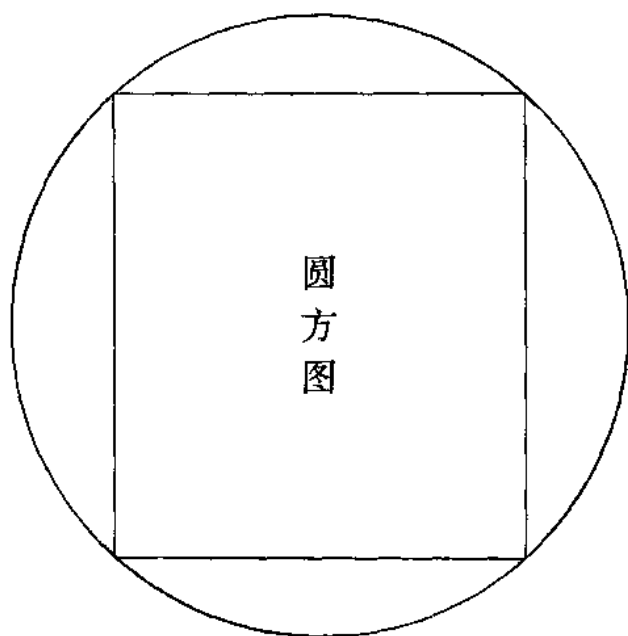
万物周事而圆方用焉，大匠造制而规矩设焉，或毁方而为圆，

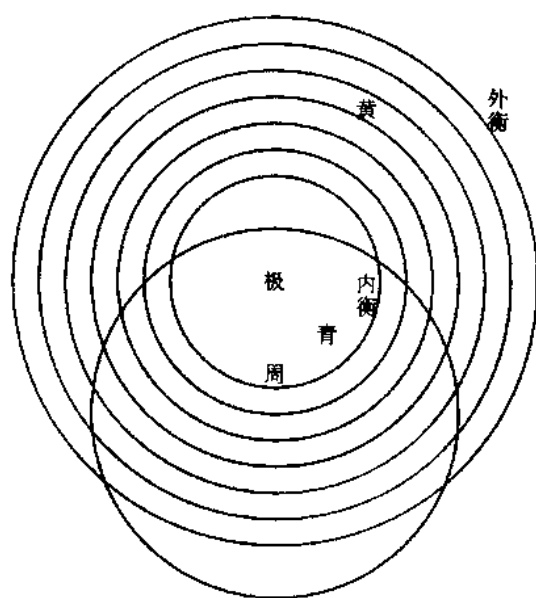
① “短中径”，南宋本、明本俱讹作“矩中径”，今从殿本。

② 各本于本节下有注文“求短中径二万六千六百三十二里有奇法，列八十一万里，以周东西七十八万三千三百六十七里有奇减之，余即短中径之数”等五十字，与甄鸾注重复，决非赵爽注，今删。

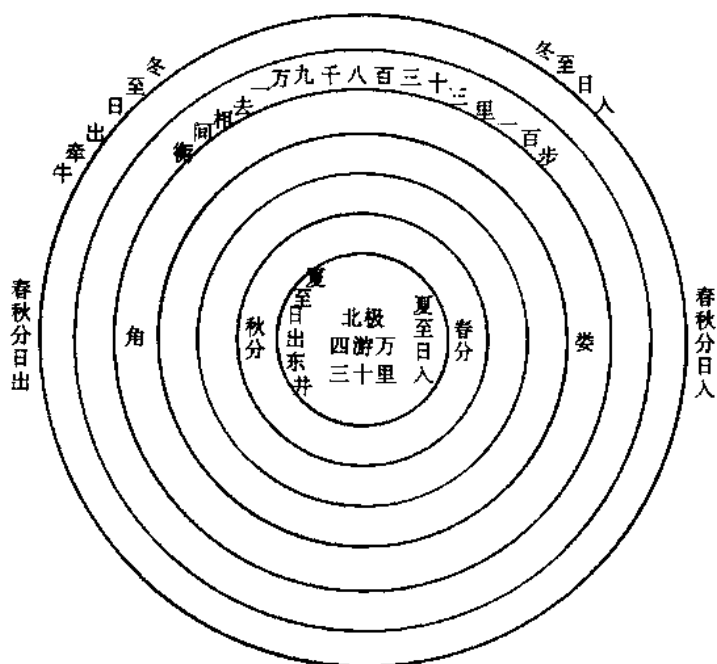
③ 顾观光云：“此节六十一字独无注，且诸数并已见前，无庸复举，必衍文也。下文‘此方圆之法’五字即接上文。”

或破圆而为方。方中为圆者谓之圆方，圆中为方者谓之方圆也。



七衡图^①

① 七衡图各本原图如下,与赵爽注不相符合。今依注重绘。



七衡图

青图画者，天地合际，人目所远者也。天至高，地至卑，非合也，人目极观而天地合也。日入青图画内谓之日出，出青图画外谓之日入。青图画之内，外，皆天也。北辰正居天之中央。人所谓东、西、南、北者，非有常处，各以日出之处为东，日中为南，日入为西，日没为北。北辰之下，六月见日，六月不见日。从春分至秋分，六月常见日；从秋分至春分，六月常不见日。见日为昼，不见日为夜。所谓一岁者，即北辰之下一昼一夜。黄图画者，黄道也，二十八宿列焉，日月星辰躔焉。使青图在上不动，贯其极而转之，即交矣。我之所在，北辰之南，非天地之中也。我之卯酉，非天地之卯酉。内第一，夏至日道也。中第四^①，春秋分日道也。外第七，冬至日道也。皆随黄道，日冬至在牵牛，春分在娄，夏至在东井，秋分在角。冬至从南而北，夏至从北而南，终而复始也。

凡为此图，以丈为尺，以尺为寸，以寸为分，分一千里。凡用缙方八尺一寸。今用缙方四尺五分，分为二千里。方为四极之图，尽七衡之意。

吕氏曰：“凡四海之内，东西二万八千里，南北二万六千里。”吕氏，秦相吕不韦，作《吕氏春秋》。此之义在《有始》第一篇，非《周髀》本文。《尔雅》云，九夷八狄七戎六蛮谓之四海。言东西南北之数者，将以明车辙马迹之所至。《河图括地象》：有君长之州九^②，阻中国之文德及而不治。又云，八极之广东西二亿二万三千五百里，南北二亿三万三千五百里。《淮南子·地形训》云，禹使大章步自东极至于西极，孺亥步自北极至于南极，而数皆然。或其广阔将焉可步矣，亦后学之徒未之或知也。夫言亿者，十万曰亿也。

凡为日月运行之圆周，春秋分、冬夏至璿玑之运也。七衡周而六间，以当六月节。六月为百八十二日、八分日之五。节六月者，从冬至至夏至日，百八十二日、八分日之五为半岁。六月节者，谓中气也。不尽其日也。此日周天通四分之一，倍法四以除之，即得也。臣鸾曰：求七衡周而六

① “中第四”，各本“中”讹作“出”，今校正。

② “有君长之州九”，各本“有”上衍“而”字，今据《太平御览》删。

间以当六月节，六月为一百八十二日、八分日之五，此为半岁也。列周天三百六十五日、四分日之一，通分，内子，得一千四百六十一为实。倍分母四为八，除实得半岁一百八十二日、八分日之五也。故日夏至在东井极内衡，日冬至在牵牛极外衡也。东井、牵牛为长短之限，内外之极也。衡复更终冬至。冬至日从外衡还黄道，一周年复于故衡，终于冬至。故曰，一岁三百六十五日、四分日之一。岁一内极，一外极。从冬至一内极及一外极，度终于星，月穷于次，是为一岁。三十日、十六分日之七，月一外极，一内极。欲分一岁为十二月，一衡间当一月。此举中相去之日数。以此言之，月行二十九日、九百四十分日之四百九十九，则过周天一日而与日^①合宿。论其入内、外之极，大归粗通，未必得也。日光言内极，月光言外极。日阳从冬至起，月阴从夏至起，往来之始，《易》曰“日往则月来，月往则日来”，此之谓也。此数置一百八十二日、八分日之五，通分，内子五，以六间乘分母以除之，得三十，以三约法得十六，约余得七。臣鸾曰：求三十日、十六分日之七法，列半岁一百八十二日、八分日之五，通分，内子，得一千四百六十一为实。以六间乘分母八得四十八，除实得三十日，不尽二十一。更置法、实，求等数，平于三。即以约法得十六，约余得七。即是从中气相去三十日、十六分日之七也。是故一衡之间万九千八百三十三里、三分里之一，即为百步。此数，夏至冬至相去十一万九千里，以六间除之，得矣，法与余分皆半之。臣鸾曰：求一衡之间一万九千八百三十三里、三分里之一法，置冬至夏至相去十一万九千里，以六间除之，即得。法与余分半之，得也。欲知次衡径，倍而增内衡之径。倍一衡间数，以增内衡，即次二衡径。二之以增内衡径，得三衡径^②。二乘所倍一衡之间数，以增内衡径，即得三衡径。次衡放此。次至皆如数。

内一衡径二十三万八千里，周七十一万四千里。分为三百六十五度、四分度之一，度得一千九百五十四里二百四十七步、千四百

① “日”，南宋本、明本讹作“月”，此从殿本。

② “二之以增内衡径”下应有“得三衡径”四字，但各本均缺，今补。

六十一分步之九百三十三。通周天四分之一为法。又以四乘衡周为实。实如法得一百步。不满法者，十之，如法得十步。不满法者，十之，如法得一步。不满者以法命之。至七衡皆如此。臣鸾曰：求内衡度法，置夏至径二十三万八千里，以三乘之，得内衡周七十一万四千里。以周天分母四乘内衡周，得二百八十五万六千里为实。以周天分一千四百六十一为法，除之，得一千九百五十四里，不尽一千二百六。即因而三之，为三千六百一十八，以法除之，得二百步，不尽六百九十六步。上十之，如法而一。得四十步，不尽一千一百一十六。复上十之，如法而一，得七步，不尽九百三十三。即是一千九百五十四里、二百四十七步、一千四百六十一分步之九百三十三。

次二衡径二十七万七千六百六十六里二百步，周八十三万三千里。分里为度，度得二千二百八十里百八十八步、千四百六十一分步之千三百三十二。通周天四分之一为法。四乘衡周为实。实如法得里数。不满者求步数，不尽者命分。臣鸾曰：求第二衡法，列一衡间一万九千八百三十三里少半里，倍之得三万九千六百六十六里太半里。增内衡径二十三万八千里，得第二衡径二十七万七千六百六十六里二百步，是三分里之二。又以三乘之，步满三百成一里，得二衡周八十三万三千里。以周天分母四乘周得三百三十三万二千为实。更置周天三百六十五度四分度之一，通分，内子，得一千四百六十一为法。除之，得二千二百八十里，不尽九百二十。以三百乘之，得二十七万六千。复以前法除之，得一百八十八步，不尽一千三百三十二。即是度得二千二百八十里一百八十八步、千四百六十一分步之一千三百三十二。

次三衡径三十一万七千三百三十三^①里一百步，周九十五万二千里。分为度，度得二千六百六里百三十步、千四百六十一分步之二百七十。通周天四分之一为法。四乘衡周为实。实如法得里数。不满法者求步数，不尽者命分。臣鸾曰：求第三衡法，列倍一衡间得三万九千

① “三”，孔刻本讹作“二”，影宋本、明刻本、殿本均不误。

六百六十六里、三分里之二，增第二衡径二十七万七千六百六十六里二百步，即三分里之二，得第三衡径三十一万七千三百三十三里一百步。以三乘径步，步满三百成里，得周九十五万二千里。又以分母四乘周，得三百八十万八千为实。以周天分一千四百六十一为法，以除实，得二千六百六里，不尽六百三十四。以三百乘之，以法除之，得一百三十步，不尽二百七十。即是度得二千六百六里一百三十步、一千四百六十一分步之二百七十。

次四衡径三十五万七千里，周一百七万一千里。分为度，度得二千九百三十二里七十一一步、千四百六十一分步之六百六十九。通周天四分之一为法。四乘衡周为实。实如法得里数。不满法者求步数，不尽者命分。臣鸾曰：求第四衡法，列倍一衡间三万九千六百六十六里三分里之二，增第三衡径三十一万七千三百三十三里一百步，步满三百成里，得径三十五万七千里。以三乘之，得周一百七万一千里。以分母四乘之，得四百二十八万四千为实。以周天分一千四百六十一除之，得二千九百三十二里，不尽三百四十八。以三百乘之，以法除之，得七十一一步，不尽六百六十九。即是度得二千九百三十二里七十一一步、千四百六十一分步之六百六十九。

次五衡径三十九万六千六百六十六里二百步，周一百一十九万里。分为度，度得三千二百五十八里十二步、千四百六十一分步之千六十八。通周天四分之一为法。四乘衡周为实。实如法得里数。不满法者求步数，不尽者命分。臣鸾曰：求第五衡法，列倍^①一衡间三万九千六百六十六里、三分里之二，增第四衡径三十五万七千里^②，得第五衡径三十九万六千六百六十六里二百步。以三乘径，得周一百一十九万里。又以分母四乘周，得四百七十六万为实。以周天分一千四百六十一为法，除之，得三千二百五十八里，不尽六十二。以三百乘之，以法除之，得十二步，不尽一千六十八。即是度得三千二百五十八里十二步、千四百六十一分步之一千六十八。

次六衡径四十三万六千三百三十三里一百步，周一百三十万

① “倍”字下各本衍一“第”字，今删去。

② 各本于“里”字下衍“满三百成里”五字，今删去。

九千里。分为度，度得三千五百八十三里二百五十四步、千四百六十一分步之六。通周天四分之一为法。四乘衡周为实。实如法得一里。不满法者求步，不尽者命分。臣鸾曰：求第六衡法，列倍^①一衡间三万九千六百六十六里三分里之二，以增第五衡径三十九万六千六百六十六里二百步，步满三百成里，得径四十三万六千三百三十三里一百步^②。又三乘径，得周一百三十万九千里。又以分母四乘周，得五百二十三万六千为实。以周天分一千四百六十一为法，除之，得三千五百八十三里，不尽一千二百三十七。以三百乘之，以法除之，得二百五十四步，不尽六。即是度得三千五百八十三里二百五十四步、一千四百六十一分步之六。

次七衡径四十七万六千里，周百四十二万八千里。分为度，度得三千九百九里一百九十五步、千四百六十一分步之四百五。通周天四分之一为法。四乘衡周为实。实如法得里数。不满法者求步数，不尽者命分。臣鸾曰：求第七衡法，列倍^③一衡间三万九千六百六十六里、三分里之二，增第六衡径四十三万六千三百三十三里一百步，得第七衡径四十七万六千里。以三乘之，得周一百四十二万八千里。以分母四乘之，得五百七十一万二千为实。以周天分一千四百六十一为法，除之，得三千九百九里，不尽九百五十一。又以三百乘之，所得，以法一千四百六十一除之，得一百九十五步，不尽四百五。即是度得三千九百九里一百九十五步、一千四百六十一分步之四百五。

其次，日冬至所照^④，过北衡十六万七千里。冬至十一月，日在牵牛，径在北方。因其在北，故言照过北衡。为径八十一万里，倍所照，增七衡径。周二百四十三万里。三乘倍，增七衡周。分为三百六十五度四分

① “倍”字下各本衍一“第”字，今删去。

② “步满三百成里，得径四十三万六千三百三十三里一百步”，南宋本、明本俱无此二十三字，今从殿本校补。

③ “倍”字下各本衍一“第”字，今删去。

④ “冬至所照”，各本于“所”字下衍一“北”字，今依顾观光校删。

度之一，度得六千六百五十二里二百九十三步、千四百六十一分步之三百二十七。过此而往者，未之或知。过八十一万里之外。或知者，或疑其可知，或疑其难知。此言上圣不学而知之。上圣者智无不至，明无不见。《考灵曜》曰“微式出冥，唯审其形”，此之谓也。故冬至日晷丈三尺五寸，夏至日晷尺六寸。冬至日晷长，夏至日晷短，日晷损益，寸差千里。故冬至、夏至之日南北游十一万九千里，四极径八十一万里，周二百四十三万里。分为度，度得六千六百五十二里二百九十三步、千四百六十一分步之三百二十七。此度之相去也。臣鸾曰：求冬至日所北照十六万七千里，并南北日光得三十三万四千里，增冬至日道径四十七万六千里，得八十一万里。三之，得周二百四十三万里^①。以周天分母四乘之，得九百七十二万里为实。以周天分一千四百六十一为法，除之，得六千六百五十二里，不尽一千四百二十八。以三百乘之，得四十二万八千四百。复以法除之，得二百九十三步，不尽三百二十七。即是度得六千六百五十二里二百九十三步、千四百六十一分步之三百二十七。其南北游，日六百五十一里一百八十二步、千四百六十一分步之七百九十八。

术曰：置十一万九千里为实。以半岁一百八十二日八分日之五为法，半岁者，从外衡去内衡以为法。除相去之数得一日所行也。而通之，通之者，数不合齐，常以法等得相通入，以八乘也。得九十五万二千为实。通十一万九千里。所得一千四百六十一为法，除之。通百八十二日、八分日之五也。实如法得一里。不满法者，三之，如法得百步。一里三百步。当以三百乘，而言三之者，不欲转法，便以一位为百实。故从一位，命为百。不满法者，十之，如法得十步。上不用三百乘，故此十之，便以一位为十实。故从一位，命为十。不满法者，十之，如法得一步。复十之者，但以一位为实。故从一位，命为一。不满法者，以法命之。位尽于一步，故以法命其余

^① “得周二百四十三万里”，各本脱落“里”字，今补。

分为残步。臣鸾曰：求南北游法，置冬至十一万九千里，以半岁日分母八乘之，得九十五万二千为实。通半岁一百八十二日、八分日之五，得一千四百六十一。以除，得六百五十一里。不尽八百八十九，以三百乘之，得二十六万六千七百。复以法除之，得一百八十二步，不尽七百九十八。即得日南北游日六百五十一里一百八十二步、一千四百六十一分步之七百九十八。

周髀算经卷下

凡日月运行四极之道。运，周也。极，至也。谓外衡也。日月周行四方，至外衡而还，故曰四极也。极下者，其地高人所居六万里，滂沲四隤而下。游北极从外衡至极下乃高六万里。而言人所居，盖复尽外衡，滂沲四隤而下，如覆槃也。天之中央亦高四旁六万里。四旁，犹四极也。随地穹隆而高，如盖笠。故日光外所照径八十一万里，周二百四十三万里。日至外衡而还，出其光十六万七千里，故云照。故日运行处极北，北方日中，南方夜半。日在极东，东方日中，西方夜半。日在极南，南方日中，北方夜半。日在极西，西方日中，东方夜半。凡此四方者，天地四极四和，四和者，谓之极。子、午、卯、酉得东、西、南、北之中，天地之所合，四时之所交，风雨之所会，阴阳之所和。然则百物阜安，草木蕃庶，故曰四和。昼夜易处，南方为昼，北方为夜。加时相反^①。南方日中，北方夜半。然其阴阳所终，冬夏所极，皆若一也。阴阳之数齐，冬夏之节同，寒暑之气均，长短之晷等。周回无差，运变不二。

天象盖笠，地法覆槃。见乃谓之象，形乃谓之法。在上故准盖，在下故拟槃。象法义同，盖槃形等。互文异器，以别尊卑；仰象俯法，名号殊矣。天离

^① “加时相反”，各本作“加四时相及”。孙诒让据赵注推之，加时谓日中、夜半，不得云四时，“四”字是衍文，“及”字为“反”之误。今依孙校改正。

地八万里，然其隆高相从，其相去八万里。冬至之日虽在外衡，常出极下地上二万里。天地隆高，高于外衡六万里。冬至之日虽在外衡，其相望为平地直常出于北极下地上二万里。言日月不相障蔽，故能扬光于昼，纳明于夜。故日兆月，日者阳之精，譬犹火光。月者阴之精，譬犹水光。水则含影^①，故月光生于日之所照，魄生于日之所蔽。当日即光盈，就日即明尽。月禀日光而成形兆，故云日兆月也。月光乃出，故成明月。待日然后能舒其光，以成其明。星辰乃得行列。《灵宪》曰：“众星被曜，因水转光^②。”故能成其行列。是故秋分以往到冬至，三光之精微，以其道远^③。日从中衡往至外衡，其径日远。以其相远，故光微。不言从冬至到春分者，俱在中衡之外，其同可知。此天地阴阳之性自然也。自然如此，故曰性也。

欲知北极枢，璿玑四极^④。极中不动，动者璿玑也^⑤。言北极璿玑周旋四至。极，至也。常以夏至夜半时北极南游所极，游在枢南之所至。冬至夜半时北游所极，游在枢北之所至。冬至日加酉之时西游所极，游在枢西之所至。日加卯之时东游所极，游在枢东之所至。此北极璿玑四游。北极游常近冬至，而言夏至夜半者，夏至夜半极见^⑥，冬至夜半极不见也。正北极枢璿玑之中，正北天之中。极处璿玑之中，天心之正，故曰璿玑也。正极之所游^⑦，冬至日加酉之时，立八尺表，以绳系表颠，希望北极中大星，引绳致地而识之。颠，首；希，仰；致，至也。识之者，所望大星、

① “水则含影”，各本讹作“月舍影”，今依孙诒让校正。“水则含影”系张衡《灵宪》原文，赵爽引以为注。

② “因水转光”，各本于“水”字下衍一“火”字，今依孙诒让校删。

③ “以其道远”，各本于“以”字下衍一“成”字，今依顾观光校删。顾氏又谓此下脱一节，应补之云，“春分以往到夏至，三光之精盛，以其道近”，凡十六字。

④ “璿玑四极”，各本“玑”作“周”，今校正。

⑤ “动者璿玑也”，各本脱落“动者”二字，今依孙诒让校补。

⑥ “夏至夜半极见”，南宋本、明本俱脱落“夏至夜半”四字，今从殿本。

⑦ “正极之所游”五字，影宋本与明刻本俱属上句，此从殿本。

表首，及绳至地，参相直而识之也。又到旦，明日加卯之时，复引绳希望之，首及绳致地而识其两端，相去二尺三寸。日加卯、酉之时，望至地之相去也^①。故东西极二万三千里，影寸千里，故为东西所致之里数也。其两端相去正东西。以绳至地所识两端相直，为东、西之正也。中折之以指表，正南北。所识两端之中与表，为南北之正。加此时者，皆以漏揆度之。此东、西、南、北之时^②。冬至日加卯、酉者，北极之正东、西，日不见矣。以漏度之者，一日一夜百刻。从夜半至日中，从日中至夜半，无冬夏常各五十刻。中分之，得二十五刻，加极卯酉之时。揆，亦度也。其绳致地所识，去表丈三寸，故天之中去周十万三千里。北极东西之时，与天中齐，故以所望表句为天中去周之里数。何以知其南北极之时也？以冬至夜半北游所极^③北过天中万一千五百里，以夏至南游所极不及天中万一千五百里。此皆以绳系表颠而希望之，北极至地所识丈一尺四寸半，故去周十一万四千五百里，过天中万一千五百里；其南极至地所识九尺一寸半，故去周九万一千五百里，不及天中万一千五百里^④。此璿玑四极南北过不及之法，东、西、南、北之正句。以表为股，以影为句^⑤。影言正句者，四方之影皆正而定也。

① “相去也”，各本于“去”字下衍一“子”字，今删去。

② “此东、西、南、北之时”，各本皆同。顾观光云，“南北”二字为衍文。张文虎赞同顾说，并谓“此”字为“北”字之讹，而下脱“极”字。

③ “何以知其南北极之时也？以冬至夜半北游所极”，各本于“时”字下无“也”字，“极”字下有“也”字，今从顾观光校正。

④ “不及天中万一千五百里”，各本于“不”字前衍“其南”二字，今依顾观光校删。

⑤ “以表为股，以影为句”，此是解释“东西南北之正句”之赵注。各本于此下有“绳至地所亦如短中径二万六千六百三十二里有奇法：列八十一万里，以周东西七十八万三千三百六十七里有奇减之，余二万六千六百三十三里。取一里破为一百五十六万六千七百三十五分，减一十四万三千三百一十一，余一百四十二万三千四百二十四。即径东西二万六千六百三十二里、一百五十六万

璿玑径二万三千里，周六万九千里。此阳绝阴彰，故不生万物。春秋分谓之阴阳之中，而日光所照适至璿玑之径，为阳绝阴彰，故万物不复生也。其术曰，立正句定之。正四方之法也。以日始出，立表而识其晷。日入，复识其晷。晷之两端相直者，正东西也。中折之指表者，正南北也。极下不生万物。何以知之？以何法知之也。冬至之日去夏至十一万九千里，万物尽死；夏至之日去北极十一万九千里，是以知极下不生万物。北极左右，夏有不释之冰。水冻不解，是以推之。夏至之日外衡之下为冬矣，万物当死。此日远近为冬夏，非阴阳之气。爽或疑焉。春分、秋分，日在中衡。春分以往日益北，五万九千五百里而夏至。秋分以往日益南，五万九千五百里而冬至。并冬至、夏至相去十一万九千里。冬至以往日益北近中衡，夏至以往日益南近中衡^①。中衡去周七万五千五百里。影七尺五寸五分。中衡左右冬有不死之草，夏长之类。此欲以内衡之外，外衡之内，常为夏也。然其修广，爽未之前闻。此阳彰阴微，故万物不死，五谷一岁再熟。近日阳多，农再熟。凡北极之左右，物有朝生暮获，冬生之类^②。获疑作穫。谓萆苈荠麦，冬生之类。北极之下，从

六千七百三十五分里之一百四十二万三千四百二十四。”等一百四十七字，与北极璿玑四游毫不相干，显系卷上“周在天中南十万三千里”节之甄鸾注复衍于此。今删去。又本节后，各本有“周去极十万三千里。日去人十六万七千里。夏至去周一万六千里。夏至日道径二十三万八千里，周七十一万四千里。春秋分日道径三十五万七千里，周百七万一千里。冬至日道径四十七万六千里，周百四十二万八千里。日光四极八十一万里，周二百四十三万里。从周南三十万二千里。”凡一百十三字，大字，与上下文义不相联系，必是衍文。今亦删去。注文“影言正句者，四方之影皆正而定也”。十四字，应与“以表为股，以影为句”相连。

① “冬至以往日益北近中衡，夏至以往日益南近中衡”，各本脱落“冬至”“夏至”四字，第二“近”字又讹作“远”，今加校正。

② “物有朝生暮获”下，各本脱落“冬生之类”四字，今据赵注补正。

春分至秋分为昼，从秋分至春分为夜。物有朝生暮获者，亦有春当而秋熟。然其所育，皆是周地冬生之类，荠麦之属。言左右者，不在璿玑二万三千里之内也。此阳微阴影，故无夏长之类。

立二十八宿，以周天历度之法：以，用也。列二十八宿之度用周天。

术曰：倍正南方，倍犹背也。正南方者，二极之正南北也。以正句定之。正句之法，日出入识其晷。晷两端相直者，正东西。中折之以指表，正南北。即平地径二十一步，周六十三步。令其平矩以水正，如定水之平，故曰平矩以水正也。则位径一百二十一尺七寸五分。因而三之，为三百六十五尺、四分尺之一，径一百二十一尺七寸五分，周三百六十五尺二寸五分者，四分之一。而或言一百二十六尺^①，举其全数。以应周天三百六十五度、四分度之一。审定分之，无令有纤微。所分平地，周一尺为一度。二寸五分为四分度之一。其令审定，不欲使有细小之差也。纤微，细分也。

臣鸾曰：求一百二十一尺七寸五分，因而三之，为三百六十五度四分度之一法，列径一百二十一尺七寸五分，以三乘，得三百六十五尺二寸五分。二寸五分者，即四分之一。此即周天三百六十五度、四分度之一。分度以定则正督经纬。而四分之一合各九十一度、十六分度之五。南北为经，东西为纬。督亦通正^②。周天四分之一，又以四乘分母为法除之。臣鸾曰：求分度以定四分之一，合各九十一度、十六分度之五法，列周天三百六十五度，以四分度之一而通分，内子一^③，得一千四百六十一为实。更以四乘分母，得十六为法。除之，得九十一，不尽五。即是各九十一度、十六分度之五也。于是圆定而正。分所圆为天度，又四分之，皆定而正。则立表正南北之中

① “或言一百二十六尺”，各本脱落“六”字，今补。一百二十六尺，即平地径二十一步也。

② “督亦通正”，影宋本无“正”字，赵校本作“督亦通尺”，俱难以理解。此解释本文“正督”二字，注谓正、督二字古义相通也。

③ “内子一”，影宋本无“一”字，殿本“一”讹作“五”，今校正。

央，以绳系颠，希望牵牛中央星之中。引绳至经纬之交，以望之，星与表绳参相直也。则复候须女之星先至者。复候须女中，则当以绳望之。如复以表绳希望须女先至，定中。须女之先至者，又复如上引绳至经纬之交，以望之。即以一游仪希望牵牛中央星，出中正表西几何度。游仪，亦表也。游仪移望星为正。知星出中正之表西几何度，故曰游仪。各如游仪所至之尺，为度数。所游分圆周一尺应天一度。故以游仪所至尺数为度。游在于八尺之上，故知牵牛八度。须女中而望牵牛，游在八尺之上，故牵牛为八度。其次星放此，以尽二十八宿度，则定矣^①。皆如此上法定。

立周度者，周天之度。各以其所先至游仪度上。二十八宿不以一星为体，皆以先至之星为正之度。车辐引绳，就中央之正以为轂，则正矣。以经纬之交为轂，以圆度为辐。知一宿得几何度，则引绳如辐，凑轂为正。望星定度皆以方为正南，知二十八宿为几何度，然后环分而布之也。日所出入^②，亦以周定之。亦同望星之周。欲知日之出入，出入二十八宿，东、西、南、北面之宿，列置各应其方。立表望之，知日出入何宿，从出入径几何度。即以三百六十五度、四分度之一而各置二十八宿。以二十八宿列置地所圆周之度，使四面之宿各应其方。以东井夜半中，牵牛之初临子之中。东井、牵牛，相对之宿也。东井临午，则牵牛临于子也。东井出中正表西三十度、十六分度之七，而临未之中，牵牛初亦当临丑之中，分周天之度为十二位，而十二辰各当其一。所应十二月，从午至未三十度、十六分度之七；未与丑相对。而东井、牵牛之所居分之法，已陈于上矣。臣鸾曰：求东井出中正表西三十度、十六分度之七法，先通周天得一千四百六十一为实。以位法十二乘周天分母四，得四十八为法。除实得三十度，不尽二十一。更副置法实等数，平于三。约不尽二十一得七，约法四十八得十六。即位^③三十度、一十六分度

① “则定矣”，南宋本、明本“定”讹作“之”，此从殿本。

② “日所出入”，各本“出”讹作“以”，今从顾观光校正。

③ “即位”，南宋本作“即部”，殿本作“得部”，此从明刻本。

之七。于是天与地协，协，合也。置东井、牵牛使居丑、未相对，则天之列宿与地所为圆周相应合，得之矣。乃以置周二十八宿。从东井、牵牛所居以置十二位焉。置以定，乃复置周度之中央立正表。置周度之中央者，经纬之交也。以冬至、夏至之日，以望日始出也，立一游仪于度上，以望中央表之晷。从日所出度上，立一游仪，皆望中表之晷。所以然者，当曜不复当日，得以视之也。晷参正，则日所出之宿度。游仪与中央表及晷参相直。游仪之下即所出合宿度。日入放此。此日出法求之。

牵牛去北极百一十五度千六百九十五里二十一步、千四百六十一分步之八百一十九。牵牛，冬至日所在之宿于外衡者，与极相去之度数。

术曰：置外衡去北极枢二十三万八千里，除璿玑万一千五百里。北极常近牵牛为枢，过极万一千五百里。此求去极，故以除之。其不除者二十二万六千五百里以为实，以三百乘之，里为步。以周天分一千四百六十一乘步为分^①。内衡之度以周天分为法。法有分，故以周天乘实，齐同之，得九百九十二亿七千四百九十五万。以内衡一度数千九百五十四里二百四十七步、千四百六十一分步之九百三十三以为法，如上，乘里为步，步为分^②，通分内子得八亿五千六百八十万。实如法得一度。以八亿五千六百八十万为一度法。不满法，求里、步。上求度，故以此次求里，次求步。约之合三百得一以为实。上以三百乘里为步。而求里，故以三百约余分为里之实。以千四百六十一分为法，得一里。里、步皆以周天之为母。求度当齐同法实等。故乘以散之，度已定，当次求里，故还为法。不满法者三之，如法得百步。上以三百约之为里之实，此当以三百乘之，为步之实。而言三之者，不欲转法，便以一位为百实，故从一位命为百也。不满法者

① “步为分”，各本脱落“为”字，今补。

② “乘里为步，步为分”，各本讹作“乘内步步为”，今据下文娄角去北极东井去北极算法赵注校正。

上十之，如法得十步。上不用三百乘，故此十之。便以一位为十实，故从一位命为十。^①不满法者又上十之，如法得一步。又复上之者，便以一位为一实。故从一位命为一。不满法者，以法命之。位尽于一步，故以法命其余为残分。次放此。次娄与角及东井皆如此也。臣鸾曰：求牵牛星去极法，先列衡去极枢二十三万八千里，减极去枢心一万一千五百里，余二十二万六千五百里。以三百乘里，得六千七百九十五万步。又以周天分一千四百六十一乘之，得九百九十二亿七千四百九十五万步，为实。更副置内衡一度数一千九百五十四里二百四十七步、一千四百六十一分步之九百三十三，亦以三百乘一千九百五十四里为步。内二百四十七步，得五十八万六千四百四十七步。又以周天分母千四百六十一乘步，内子九百三十三，得八亿五千六百八十万为法。以除实得一百一十五度，不尽七亿四千二百九十五万。去下法不用。更以三百约余分七亿四千二百九十五万，得二百四十七万六千五百为实。更以周天分千四百六十一除之，得一千六百九十五里，不尽一百五。以三百乘之，得三万一千五百。复以前法除之，得二十一步，不尽八百一十九。即牵牛去北极一百一十五度千六百九十五里二十一步、千四百六十一分步之八百一十九。

娄与角去北极九十一度六百一十里二百六十四步、千四百六十一分步之千二百九十六。娄，春分日所在之宿也。角，秋分日所在之宿也。为中衡也。

术曰：置中衡去北极枢十七万八千五百里，以为实。不言加、除者，娄与角准北极在枢两旁，正与枢齐。以娄角无差，故便以去枢之数为实。如上，乘里为步，步为分，得七百八十二亿三千六百五十五万。以内衡一度数为法。实如法得一度。不满法者，求里、步。不满法者，以法命之。臣鸾曰：求娄与角去极法，列中衡去极枢十七万八千五百里，以三百乘之，得五千三百五十五万步。又以周天分千四百六十一分乘之，得七百八十二亿三千六百五十五万，为实。以内衡一度数千九百五十四里二百四十七步、千四百

^① 南宋本、明本俱阙本文“不满法者上十之，如法得十步”及注，此从殿本校补。

六十一分步之九百三十三，亦以三百乘里，内步二百四十七，得五十八万六千四百四十七步。又以分母千四百六十一分乘之，内子，得八亿五千六百八十万，为法。以除实，得九十一度，不尽二亿六千七百七十五万。以三百约之，得八十九万二千五百。下法不用。以周天分千四百六十一除之，得六百一十里，不尽千二百九十。以三百乘之，得三十八万七千。如前法除之，得二百六十四步，不尽一千二百九十六。即是娄与角去极九十一度六百一十里二百六十四步、千四百六十一分步之千二百九十六。

东井去北极六十六度千四百八十一里一百五十五步、千四百六十一分步之千二百四十五。东井夏至日所在之宿，为内衡。

术曰：置内衡去北极枢十一万九千里，加璿玑万一千五百里，北极游常近东井为枢，不及极万一千五百里。此求去极，故加之。得十三万五百里，以为实。如上，乘里为步，步为分，得五百七十一亿九千八百一十五万分。以内衡一度数为法。实如法得一度。不满法者求里、步。不满法者，以法命之。臣鸾曰：求东井去极法，列内衡去极枢十一万九千里，加璿玑万一千五百里，得十三万五百里。以三百乘里为步，复以分母千四百六十一乘之，得五百七十一亿九千八百一十五万，为实。通分内衡一度数为步，步为分，得八亿五千六百八十万，为法。以除实，得六十六度，不尽六亿四千九百三十五万。以三百约之，得二百一十六万四千五百。下法不用。更以周天千四百六十一为法除之，得千四百八十一里，不尽七百五十九。以三百乘之，得二十二万七千七百。复以周天分除之，得一百五十五步，不尽一千二百四十五。即是东井去北极六十六度千四百八十一里一百五十五步、千四百六十一分步之一千二百四十五。

凡八节二十四气，气损益九寸九分、六分分之一。冬至晷长一丈三尺五寸，夏至晷长一尺六寸。问次节损益寸数长短各几何？

冬至晷长丈三尺五寸。

小寒丈二尺五寸，小分五。

大寒丈一尺五寸一分，小分四。

立春丈五寸二分，小分三。

雨水九尺五寸三分^①，小分二。

启蛰八尺五寸四分，小分一。

春分七尺五寸五分。

清明六尺五寸五分，小分五。

谷雨五尺五寸六分，小分四。

立夏四尺五寸七分，小分三。

小满三尺五寸八分，小分二。

芒种二尺五寸九分，小分一。

夏至一尺六寸。

小暑二尺五寸九分，小分一。

大暑三尺五寸八分，小分二。

立秋四尺五寸七分，小分三。

处暑五尺五寸六分，小分四。

白露六尺五寸五分，小分五。

秋分七尺五寸五分。

寒露八尺五寸四分，小分一。

霜降九尺五寸三分，小分二。

立冬丈五寸二分，小分三。

小雪丈一尺五寸一分，小分四。

大雪丈二尺五寸，小分五。

凡为八节二十四气，二至者寒暑之极，二分者阴阳之和，四立者生、长、收、藏之始，是为八节。节三气，三而八之，故为二十四。气损益九寸六

① “三分”，各本讹作“二分”，今据霜降暑长校正。

分、六分分之一。损者，减也。破一分为六分，然后减之。益者，加也。以小分满六得一，从分。冬至、夏至为损益之始。冬至晷长极，当反短，故为损之始。夏至晷短极，当反长，故为益之始。此爽之新术。

术曰：置冬至晷，以夏至晷减之，余为实。以十二为法。十二者，半岁十二气也。为法者，一节损益^①之法。实如法得一寸。不满法者十之，以法除之，得一分。求分，故十之也。不满法者，以法命之。法与余分皆半之也。旧晷之术于理未当。谓春秋分者阴阳晷等，各七尺五寸五分，故中衡去周七万五千五百里。按春分之影七尺五寸、七百二十三分，秋分之影七尺四寸、二百六十二分，差一寸、四百六十一分。以此准之，是为不等。冬至至小寒多半日之影，夏至至小暑少半日之影，芒种至夏至多二日之影，大雪至冬至多三日之影。又半岁一百八十二日、八分日之五。而此用四分日之二率，故一日得七百三十分寸之四百七十六，非也。节候不正十五日，有三十二分日之七。以一日之率十五日为一节，至令差错，不通尤甚。《易》曰：“旧井无禽，时舍也。”言法三十日，实当改而舍之。于是爽更为新术，以一气率之，使言约法易，上下相通，周而复始，除其纰缪。臣鸾曰：求二十四气损益之法，先置冬至影长丈三尺五寸，以夏至影一尺六寸减之，余一丈一尺九寸。上十之为实。以半岁十二气^②为法除之，得九寸，不尽十一。复上十之，如法而一，得九分，不尽二。与法十二皆半之，得六分之一，即是。气损益法，先置冬至影长丈三尺五寸，以气损益九寸九分、六分分之一。其破一分为六分，减，其余即是小寒影长丈二尺五寸小分五。余悉依此法。求益法，置夏至影一尺六寸，以九寸九分、六分分之一增之，小分满六从大分一，即是小暑二尺五寸九分小分一。次气放此。臣淳风等谨按：此术本文，赵君卿注，求二十四气影，列损益九寸九分、六分分之一以为定率。检勘术注，有所未通。又按《宋书·历志》所载何承天《元嘉历》影，冬至一丈三尺，小寒一丈二尺四寸八分，大寒一丈一尺三寸四分，立春九尺九寸一分，雨水八尺二寸八分，启蛰六尺七寸二分，春分五尺三

① “损益”，各本脱落“损”字，今补。

② “十二气”，各本脱落“气”字，今补。

寸九分，清明四尺二寸五分，谷雨三尺二寸五分，立夏二尺五寸，小满一尺九寸七分，芒种一尺六寸九分，夏至一尺五寸，小暑一尺六寸九分，大暑一尺九寸七分，立秋二尺五寸，处暑三尺三寸五分，白露四尺二寸五分，秋分五尺三寸九分，寒露六尺七寸二分，霜降八尺二寸八分，立冬九尺九寸一分，小雪一丈一尺三寸四分，大雪一丈二尺四寸八分。司马彪《续汉志》所载《四分历》影，亦与此相近。至如祖冲之^①《大明历》影与何承天虽有小差，皆是量天实数。讎校三历，足验君卿所立率虚诞，且《周髀》本文外衡下于天中六万里，而二十四气率乃是^②平迁。所以知者，按望影之法，日近影短，日远影长。又以高下言之，日高影短，日卑影长。夏至之日最近北，又最高，其影尺有五寸。自此以后，日行渐远向南，天体又渐向下，以及冬至。冬至之日最近南，居于外衡，日最近下，故日影一丈三尺。此当每气差降有别，不可均为一概，设其升降之理。今此文，自冬至毕芒种，自夏至毕大雪，均差每气损九寸有奇。是为天体正平，无高卑之异。而日但南北均行，又无升降之殊。即无内衡高于外衡六万里，自相矛盾。又按《尚书·考灵曜》所陈格上格下里数，及郑注升降远近，虽有成规，亦未臻理实。欲求至当，皆依天体高下远近修规以定差数。自霜降毕于立春，升降差多，南北差少。自雨水毕于寒露，南北差多，升降差少。依此推步，乃得其实。既事涉浑仪，与盖天相反。

月后天十三度、十九分度之七。月后天者，月东行也。此见日月与天俱西南游，一日一夜天一周，而月在昨宿之东，故曰后天。又曰，章岁除章月，加日周一日作率。以一日所行为一度，周天之日为天度。

术曰：置章月二百三十五，以章岁十九除之，加日行一度，得十三度、十九分度之七。此月一日行之数，即后天之度及分^③。臣鸾曰：

① 各本于“祖冲之”下衍“历宋”二字，今删。

② “是”，南宋本、明本俱讹作“足”，此从殿本。

③ “术曰：置章月……度及分”四十六字，南宋本在赵爽注中，似非《周髀》本文。此从明刻本及殿本。

月后天十三度十九分度之七法，列章月二百三十五，以章岁十九除之，得十二度。加日行一度，得十三度，余十九分度之七。即月后天之度分。

小岁月不及故舍三百五十四度、万七千八百六十分度之六千六百一十二。小岁者，十二月为一岁。一岁之月，十二月则有余，十三月复不足。而言大小岁，通闰月焉。不及故舍，亦犹后天也。假令十一月朔旦冬至，日月俱起牵牛之初，而月十二与日会。此数，月发牵牛所行之度也。

术曰：置小岁三百五十四日、九百四十分日之三百四十八，小岁者，除经岁十九分月之七。以七乘周天分千四百六十一，得万二百二十七。以减经岁之积分，余三十三万三千一百八，则小岁之积分也。以九百四十分除之，即得小岁之积日及分。以月后天十三度、十九分度之七乘之，为实。通分内子为二百五十四。乘之者，乘小岁积分也。又以度分母乘日分母为法。实如法，得积后天四千七百三十七度、万七千八百六十分度之六千六百一十二。以月后天分乘小岁积分，得八千四百六十万九千四百三十二，则积后天分也。以度分母十九乘日分母九百四十，得万七千八百六十，除之，即得。以周天三百六十五度、万七千八百六十分度之四千四百六十五除之。此犹四分之一也，约之即得。当于齐同，故细言之。通分内子为六百五十二万三千三百六十五。除积后天分得十二周天，即去之。其不足除者，不足除者，不及故舍之六百三十二万九千五十二是也。三百五十四度、万七千八百六十分度之六千六百一十二。以万七千八百六十除不及故舍之分，得此分矣。此月不及故舍之分度数。佗皆放此。次至经月，皆如此。臣鸾曰：求小岁月不及故舍法，列经岁三百六十五日、九百四十分日之二百三十五，通分内子，得三十四万三千三百三十五，是为经岁之积分。以十九分月之七，以七乘周天分一千四百六十一，得万二百二十七，以减经岁积分，不尽三十三万三千一百八，小岁积分也。以九百四十除之，得三百五十四日，不尽三百四十八。还通分内子，复得本积分三十三万三千一百八。更置月后天十三度十九分度之七，通分内子，得二百五十四。以乘本积分，得积后天分八千四百六十万九千四百三十二，为实。更列月后天分母十九，以乘日分母九

百四十，得万七千八百六十为法。除之，得积后天四千七百三十七度，不尽六千六百一十二。即是得四千七百三十七度、万七千八百六十分度之六千六百一十二。还通分内子，得本分八千四百六十万九千四百三十二为实。更列周天三百六十五度、万七千八百六十分度之四千四百六十五，即通分内子，得六百五十二万三千三百六十五。以除实，得十二。下法不用。余分即不及故舍之分，六百三十二万九千五十二。更以日、月分母相乘，得万七千八百六十为法。除不及故舍之分六百三十二万九千五十二，得三百五十四度，不尽六千六百一十二。即不及故舍三百五十四度、万七千八百六十分度之六千六百一十二。

大岁月不及故舍十八度、万七千八百六十分度之万一千六百二十八。大岁者十三月为一岁。

术曰：置大岁三百八十三日、九百四十分日之八百四十七，大岁者，加经岁十九分月之十二。以十二乘周天分^①千四百六十一，得万七千五百三十二。以加经岁积分，得三十六万八百六十七，则大岁之积分也。以九百四十除之，即得。以月后天十三度、十九分度之七乘之，为实。又以度分母乘日分母为法。实如法得积后天五千一百三十二度、万七千八百六十分度之二千六百九十八。此月后天分乘大岁积分，得九千一百六十六万二百一十八，则积后天分也。以周天除之。除积后天分，得十四周天，即去之。其不足除者，不足除者，三十三万三千一百八是也。此月不及故舍之分度数。臣鸾曰：求大岁月不及故舍法，列经岁三百六十五日、九百四十分日之二百三十五，通分内子，得经积分三十四万三千三百三十五。更以十九分月之十二乘周天分千四百六十一，得一万七千五百三十二。以经岁积分加大岁积分，得三十六万八百六十七为实。以九百四十除之，得大岁三百八十三日、九百四十分日之八百四十七。还通分内子，得^②本分三十六万八百六十七。更列月后天十三度、十九分度之七，通分内子，得二百五十四。以乘本积

① “以十二乘周天分”，影宋本于“乘”字下衍一“之”字，今从赵校本、殿本。

② 各本于“通分内子”下脱落“得”字，今补。

分，得积后天分九千一百六十六万二百一十八为实。以万七千八百六十为法。除之，得积后天度五千一百三十二，不尽二千六百九十八。即命分。还通分内子，得本积后天分九千一百六十六万二百一十八为实。以周天分六百五十二万三千三百六十五为法。除实，得十四周天之数。余以日月分母万七千八百六十除之，得大岁不及故舍十八度。不尽万一千六百二十八，即以命分也。

经岁月不及故舍百三十四度、万七千八百六十分度之万一百五。经，常也。即十二月十九分月之七也。

术曰：置经岁三百六十五日、九百四十分日之二百三十五，经岁者，通十二月、十九分月之七为二百三十五。乘周天千四百六十一，得三十四万三千三百三十五，则经岁之积分。又以周天分母四乘二百三十五，得九百四十为法。除之即得。以月后天十三度十九分度之七乘之，为实。又以度分母乘日分母为法。实如法得积后天四千八百八十二度、万七千八百六十分度之万四千五百七十。以月后天分乘经岁积分，得八千七百二十万七千九十，则积后天之分。以周天除之。除积后天分，得十三周天，即去之。其不足除者，不足除者，二百四十万三千三百四十五是也。此月不及故舍之分度数。臣鸾曰：求经岁月不及故舍法，列十二月、十九分月之七，通分内子，得二百三十五。以乘周天分千四百六十一，得三十四万三千三百三十五，即经岁分也。以日分母四乘二百三十五，得九百四十为法。以除，得经岁三百六十五日，不尽二百三十五，即命分。还通分内子，即得经岁分^①三十四万三千三百三十五。更列通月后天度分二百五十四，以乘经岁分，得积后天分八千七百二十万七千九十为实。更列万七千八百六十，除实，得积后天度四千八百八十二，不尽万四千五百七十，即命分。还通分内子，得本积后天分为实。以周天分六百五十二万三千三百六十五除实，得十三周天，即去之。余分二百四十万三千三百四十五，以万七千八百六十除之，得不及故舍百三十四度，不尽万一百五，即以命分也。

^① “即得经岁分”，南宋本、明本并作“即复本岁分”，此从殿本。

小月不及故舍二十二度、万七千八百六十分度之七千七百五十五。小月者，二十九日为一月。一月之二十九日则有余，三十日复不足。而言大小者，通其余分。

术曰：置小月二十九日，小月者，减经月之积分四百九十九，余二万七千二百六十，则小月之积也。以九百四十除之，即得。以月后天十三度、十九分度之七乘之，为实。又以度分母乘日分母为法。实如法得积后天三百八十七度、万七千八百六十分度之万二千二百二十。以月后天乘小月积分，得六百九十二万四千四十，则积后天之分也。以周天分除之。除积后天分，得一周天，即去之。其不足除者，不足除者四十万六百七十五。此月不及故舍之分度数。臣鸾曰：求小月不及故舍法，置二十九日，以九百四十乘之，得二万七千二百六十，则小月之分也。更列月后天十三度、十九分度之七，通分内子，得二百五十四。以乘小月分得六百九十二万四千四十为实。以万七千八百六十为法。除实，得三百八十七度，不尽万二千二百二十，以命分。还通分内子，得本实。更列周天分六百五十二万三千三百六十五，除本实，得一周天。不尽四十万六百七十五，即不及故舍之分。又以万七千八百六十除不及故舍之分，得二十二度，不尽七千七百五十五，即以命分。

大月不及故舍三十五度、万七千八百六十分度之万四千三百三十五。大月者，三十日为一月。

术曰：置大月三十日，大月，加经积分四百四十一，得二万八千二百，则大月之积分也。以九百四十除之，即得。以月后天十三度、十九分度之七乘之，为实。又以度分母乘日分母为法。实如法得积后天四百一度、万七千八百六十分度之九百四十。以月后天分乘大月积分，得^①七百一十六万二千八百，则积后天之分也。以周天除之。除积后天分，得一周天，即去之。其不足除者，不足除者，六十三万九千四百三十五是也。此月

① 各本俱无此“得”字，今以意补正。

不及故舍之分度数。臣鸾曰：求大月不及故舍法，置三十日，以九百四十乘之，得二万八千二百。以后天分二百五十四乘之，得七百一十六万二千八百为实。以万七千八百六十为法。以除实，得四百一度，不尽九百四十，即以命分。还通分内子，得^①本实。更以周天六百五十二万三千三百六十五为法。除本实，得一周，余不足除积六十三万九千四百三十五分。以万七千八百六十为法。以除实，得大月不及故舍三十五度。不尽万四千三百三十五，即命分也。

经月不及故舍二十九度、万七千八百六十分度之九千四百八十一。常月者，一月日，月与日合数。

术曰：置经月二十九日、九百四十分日之四百九十九，经月者，以十九乘周天分一千四百六十一，得二万七千七百五十九，则经月之积。以九百四十除之，即得。以月后天十三度、十九分度之七乘之，为实。又以度分母乘日分母为法。实如法得积后天三百九十四度、万七千八百六十分度之万三千九百四十六。以月后天分乘经月积分，得七百五万七百八十六，则积后天之分。以周天除之。除积后天分，得一周天，即去之。其不足除者，不足除者，五十二万七千四百二十一一是也。此月不及故舍之分度数。臣鸾曰：求经月不及故舍法，以十九乘周天分千四百六十一，得二万七千七百五十九，即经月积分。以九百四十除积分，得经月二十九日、九百四十分日之四百九十九。还通分内子，得本经月积分。以后天分乘本积分，得七百五万七百八十六，即后天之积分。更以万七千八百六十除之，得积后天三百九十四度。不尽万三千九百四十六，即以命分。还通分内子，得本后天积分，为实。以周天六百五十二万三千三百六十五除之，得一周。余分五十二万七千四百二十一，即不及故舍之分。以一万七千八百六十除之，得经月不及故舍二十九度，不尽九千四百八十一，即以命分。

冬至昼极短，日出辰而入申。如上，日之分入何宿法，分十二辰于地

^① “得”，南宋本、明本并作“复”，此从殿本。

所圆之周，舍相去三十度、十六分度之七。子午居南北，卯酉居东西。日出入时立一游仪以望中央表之晷，游仪之下即日出入。阳照三，不覆九。阳，日也。覆犹遍也。照三者，南方三辰巳、午、未。东西相当正南方。日出入相当不覆三辰为正南方。夏至昼极长，日出寅而入戌。阳照九，不覆三。不覆三者，北方三辰亥、子、丑。冬至日出入之三辰属昼。昼夜互见。是出入三辰分为昼夜各半明矣。《考灵曜》曰：“分周天为三十六顷，顷有十度、九十六分度之十四。长日分于寅，行二十四顷，入于戌，行十二顷。短日分于辰，行十二顷，入于申，行二十四顷。”此之谓也。东西相当正北方。出入相当，不覆三辰为北方。

日出左而入右，南北行。圣人南面而治天下，故以东为左，西为右。日冬至从南而北，夏至从北而南，故曰南北行。故冬至从坎，阳在子，日出巽而入坤，见日光少，故曰寒。冬至十一月斗建子，位在北方，故曰从坎，坎亦北也。阳气所始起，故曰在子。巽，东南；坤，西南。日见少晷，阳照三，不覆九也。夏至从离，阴在午，日出艮而入乾，见日光多，故曰暑。夏至五月斗建午，位在南方，故曰从离，离亦南也。阴气始生，故曰在午。艮，东北；乾，西北。日见多晷，阳照九，不覆三也。日月失度而寒暑相奸。《考灵曜》曰：“在璿玑玉衡以齐七政。璿玑未中而星中是急，急则日过其度，月不及其宿^①。璿玑中而星未中^②是舒，舒则日不及其度，月过其宿^③。璿玑中而星中是调，调则风雨时^④，风雨时则草木蕃庶而百谷熟。故书曰，急常寒若，舒常燠若。急舒不调是失度，寒暑不时即相奸。往者诎，来者信也，故屈信相感。从夏至南往，日益短，故曰诎。从冬至北来，日益长，故曰信。言来往相推，诎信相感，更衰代盛，此天之常道。《易》曰：‘日往则月来，月往则日来，日月相推而明’

① “月不及其宿”，各本脱落“月”字，今补。

② “璿玑中而星未中”，各本于“玑”字下衍“玉衡”二字，今删。

③ “月过其宿”，各本于“月”字上衍“夜”字，今删。

④ “璿玑中而星中是调，调则风雨时”，二“调”字各本俱讹作“周”，今依孙诒让校正。

生焉。寒往则暑来，暑往则寒来，寒暑相推而岁成焉。往者屈也，来者信也，屈信相感而利生焉。”此之谓也。故冬至之后日右行，夏至之后日左行。左者往，右者来。冬至日出从辰来北，故曰右行。夏至日出从寅往南，故曰左行。故月与日合为一月，从合至合则为一月。日复日为一日，从旦至旦为一日也。日复星为一岁。冬至日出在牵牛，从牵牛周牵牛，则为一岁也。外衡冬至，日在牵牛。内衡夏至，日在东井。六气复返，皆谓中气。中气，月中也。言日月往来，中气各六。《传》曰：“先王之正时，履端于始，举正于中，归余于终。”谓中气也。

阴阳之数，日月之法。谓阴阳之度数，日月之法。十九岁为一章。章，条也。言闰余尽，为历法章条也。《乾象》曰：“辰为岁中，以御朔之月而纳焉。朔为章中除朔为章月，月差为闰。”臣鸾曰：岁中除章中为章岁求余法，置中气相去三十日、十六分日之七，通分内子，得四百八十七。又置从朔至朔一月之日二十九、九百四十分日之四百九十九，通之，得二万七千七百五十九。二者法异，当同之者，以中气分母十六乘朔分，得四十四万四千一百四十四，变为中气积分也。以朔分母九百四十乘中气分，得四十五万七千七百八十，为朔日积分。以少减多，求等数平之，得一千九百四十八为法。除中气积分得二百二十八，即章中也。更以一千九百四十八除朔积分，得二百三十五，即章月也。章月与章中差七，即一章之闰。更置二百二十八，以岁中十二除之，得十九，为章岁也。更置章月二百三十五，以章岁十九除之，得十二月、十九分月之七，即一年之月也。四章为一蔀，七十六岁。蔀之言，齐同日月之分为一蔀也。一岁之月，十二月、十九分月之七。通分内子，得二百三十五。一岁之日，三百六十五日、四分日之一。通之，得一千四百六十一。分母不同，则子不齐。当互乘之以齐同之者，以日分母四乘月分，得九百四十，即一蔀之月。以月分母十九乘日分，得二万七千七百五十九，即一蔀之日。以日、月分母相乘，得七十六，得一蔀之岁。以一岁之月除蔀月，得七十六岁。又以一岁之日除蔀日，亦得七十六岁矣。月余既终，日分又尽，众残齐合，群数毕满，故谓之蔀。臣鸾曰：求蔀法，列章岁十九，以四乘之，得一蔀，七十六岁。求一蔀之月法，十二月、十九分月之七，通分内子得二百三十五，即月分也。更列一岁三百六十五

日、四分日之一，通分内子，得一千四百六十一。以日分母四乘月分，得九百四十，即一蓊之月。以月分母十九乘日分，得二万七千七百五十九，即一蓊之日。以日分母四乘月分母十九，得七十六，即一蓊之岁。更以月分母十九乘蓊月九百四十，得万七千八百六十为实。以十二月、十九分月之七，通分内子，得二百三十五，为法。以除实得七十六，亦一蓊之岁也。更列一蓊之日二万七千七百五十九，以分母四乘之，得十一万一千三十六为实。以周天分千四百六十一除之，得一蓊之岁七十六也。二十蓊为一遂，遂千五百二十岁。遂者，竟也。言五行之德一终，竟极日月辰终也。《乾凿度》曰：“至德之数，先立金、木、水、火、土五，凡各三百四岁。”五德运行，日月开辟。甲子为蓊首，七十六岁。次得癸卯蓊，七十六岁。次壬午蓊，七十六岁。次辛酉蓊，七十六岁。凡三百四岁，木德也，主春生。次庚子蓊，七十六岁。次己卯蓊，七十六岁。次戊午蓊，七十六岁。次丁酉蓊，七十六岁。凡三百四岁，金德也，主秋成。次丙子蓊，七十六岁。次乙卯蓊，七十六岁。次甲午蓊，七十六岁。次癸酉蓊，七十六岁。凡三百四岁，火德也，主夏长。次壬子蓊，七十六岁。次辛卯蓊，七十六岁。次庚午蓊，七十六岁。次己酉蓊，七十六岁。凡三百四岁，水德也，主冬藏。次戊子蓊，七十六岁。次丁卯蓊，七十六岁。次丙午蓊，七十六岁。次乙酉蓊，七十六岁。凡三百四岁，土德也，主致养。其得四正子、午、卯、酉而朝四时焉。凡一千五百二十岁终一纪，复甲子，故谓之遂也。求五德日名之法：置一蓊者七十六岁，德四蓊，因而四之，为三百四岁。以一岁三百六十五日、四分日之一乘之，为十一万一千三十六。以六十去之，余三十六。命甲子算外，得庚子，金德也。求次德，加三十六，满六十去之^①，命如前，则次德日也。求算蓊名，置一章岁数，以周天分乘之，得二万七千七百五十九。以六十去之，余三十九。命以甲子算外，得癸卯蓊。求蓊，加三十九，满六十去之，命如前，得次蓊。臣鸾曰：求遂法，列一蓊七十六岁，以二十乘之，得千五百二十岁，即一遂之岁^②。求五德金、木、水、火、土法，列一蓊七十六岁，以周天分千四百六十一乘之，得十一万一

① “满六十去之”，各本无“满六十”三字，今补。

② “即一遂之岁”，各本“一”讹作“以”，今校正。

千三十六。即以六十除之，余三十六。命从甲子算外，得庚子。凡三百四岁主秋成，金德也。加三十六得七十二，以六十除之，余十二。命从甲子算外，得丙子。凡三百四岁火德，主夏长。次放此。求蓍名，列一章十九岁，以周天分一千四百六十一岁乘之，得二万七千七百五十九。以六十去之，余三十九。命从甲子算外，得癸卯蓍七十六岁。复加三十九，亦六十去之，余十八。命亦起甲子算外，次得壬午蓍。次放此，至甲子即止之。三遂为一首，首四千五百六十岁。首，始也。言日、月、五星终而复始也。《考灵曜》曰：“日月首甲子，冬至。日、月、五星俱起牵牛初，日月若合璧，五星如联珠、青龙甲寅摄提格。”并四千五百六十岁积及初，故谓首也。臣鸾曰：求一首法，列遂一千五百二十岁，三之，得一首四千五百六十岁也。七首为一极，极三万一千九百二十岁。生数皆终，万物复始。极，终也。言日、月、星辰，弦、望、晦、朔，寒暑推移，万物生育，皆复始，故谓之极。臣鸾曰：求极法，先列一首四千五百六十，以七乘之，得一极三万一千九百二十岁。天以更元，作纪历。元，始。作，为。七纪法天数更始，复为法述之。

何以知天三百六十五度、四分度之一，而日行一度，而月后天十三度、十九分度之七。二十九日、九百四十分日之四百九十九为一月，十二月、十九分月之七为一岁。非《周髀》本文。盖人问师之辞。其欲知度之所分，法术之所生。周天除之。除积后天分，得一周，即弃之。其不足除者，如合朔^①。古者包牺神农制作为历，度元之始，见三光未知其则^②。三光，日、月、星。则，法也。日、月、列星，未有分度。列^③星之初列，谓二十八宿也。日主昼，月主夜，昼夜为一日。日月俱起建星。

① “周天除之。其不足除者，如合朔”，顾观光云：“此与上下文不相属。‘周天除之。其不足除者’九字及注，并见前经‘月不及故舍’条中，复衍于此，殊无文理。‘如合朔’三字又他处断烂之仅存者。……并当删。”

② “未知其则”，各本“知”讹作“如”，今依顾观光校正。

③ “列”，南宋本、明本俱作“则”，此从殿本。

建六星在斗上也。日月起建星，谓十一月朔旦冬至^①也。为历术者，度起牵牛前五度，则建星其近也。月度疾，日度迟。度，日、月所行之度也。日、月相逐于二十九日、三十日间，言日、月二十九日则未合，三十日复相过。而日行天二十九度余，如九百四十分日之四百九十九。未有定分。未知余分定几何也。于是三百六十五日南极影长，明日反短。以岁终日影长，故知三百六十五日者三，三百六十六日者一^②。影四岁而后知差一日。是为四岁共一日，故岁得四分日之一。故知一岁三百六十五日、四分日之一，岁终也。月积后天十三周，又与百三十四度余，经岁月后天之周及度求之。余者，未知也。言欲求之也。无虑后天十三度、十九分度之七，未有定。无虑者，粗计也。此已得月后天数而言。未有者，求之意。未有见故也。于是日行天七十六周，月行天千一十六周，又合于建星^③。月行一月，则行过一周而与日合。七十六岁九百四十周天，所过复九百四十日。七十六周并之，得一千一十六，为一月后天率。分尽度终，复还及初也。臣鸾曰：求“于是日行天七十六周，月行天千一十六周，又合于建星”法，以九百四十周并七十六周，得一千一十六周，则日月气朔合于建星。置月行后天之数，以日后天之数除之，得十三度、十九分度之七，则月一日行天之度。以日度行率除月行率，一日得月度几何。置月行率一千一十六为实，日行率七十六为法，实如法而一。法及余分皆四约之，与《乾象》同归而殊涂，义等而法异也。复置七十六岁之积月，置章岁之月二百三十五，以四乘之，得九百四十，则郄之积月也。以七十六岁除之，得十二月、十九分月之七，则一岁之月。亦以四约法除分。郄岁除月与章岁除章月同也。置周天度数，以十二月、十九分月之七除之，得二十九日、九百四十分

① “冬至”下各本俱衍一“日”字，应删去。

② “以岁终日影长，故知三百六十五日者三，三百六十六日者一”，各本于“影”字下衍“反”字，“知”字下衍“之”字，今删去。

③ “又合于建星”，各本“又”作“及”，今校正。

日之四百九十九，则一月日之数。通周天四分日之一为千四百六十一。通十二月、十九分月之七为二百三十五。分母不同则子不齐，当互乘以同齐之，以十九乘千四百六十一，为二万七千七百五十九。以四乘二百三十五，为九百四十。乃^①以除之，则月与日合之数。臣鸾曰：求日行一度法，还置前一千一十六，以七十六岁除之，得十三度，不尽二十八。以求等，平于四。以四约余得七，约分得十九。是十三度、十九分度之七。更列一章岁积月二百三十五，以周天分母四乘之，即一蔀月九百四十。亦以七十六岁除之，得一岁之十二月、十九分月之七。余分及法，并以四约。更通周天，得千四百六十一。复通十二月、十九分月之七，得二百三十五。分母不同，互乘之。以月分母十九乘日分，得二万七千七百五十九。以日分母四乘月分，得九百四十，除^②二万七千七百五十九，得二十九日、九百四十分日之四百九十九，而月与日合。此其数也。

① “乃”，南宋本、明本俱讹作“及”，此从殿本。

② “除”字下各本衍一“之”字，今删。

九 章 算 术

九章算术提要

《九章算术》九卷，不详作者名氏。《九章算术》是一部现在有传本的、最古老的中国数学书，它的编纂年代大约是在东汉初期。书中收集了二百四十六个应用问题的解法，分别隶属于方田、粟米、衰分、少广、商功、均输、盈不足、方程、句股九章。

春秋、战国时期社会生产力的逐渐提高，促进了数学知识和计算技能的发展。当时各国的统治阶级要按亩收税，必须有测量土地、计算面积的方法；要储备粮食，必须有计算仓库容积的方法；要修建灌溉渠道、治河堤防和其他土木工事，必须能计算工程人功；要修订一个适合农业生产的历法，必须能运用有关的天文数据。那时的人民掌握了相当丰富的、由生产实践中产生的数学知识和计算技能。虽然没有一本先秦的数学书流传到后世，但无可怀疑的是《九章算术》方田、粟米、衰分、少广、商功等章中的解题方法，绝大部分是产生于秦以前的。《汉书·艺文志·术数类》著录有《许商算术》二十六卷，《杜忠算术》十六卷，这两部算术虽早已失传，应该是东汉初编纂的《九章算术》的前身，它们的主要教材应当被保存于《九章算术》各章之内。

《周礼·大司徒》篇说：“保氏掌谏王恶而养国子以道。乃教之六艺：一曰五礼，二曰六乐，三曰五射，四曰五驭，五曰六书，六曰九

数。”这是说,主持贵族子弟教育的保氏以礼、乐、射、驭、书、数为“小学”的六门课程,每一门课程又各有若干细目,例如“数”学中有九个细目。但在《周礼》里没有把“九数”列举出来,我们就无法考证它的内容。汉武帝时这部《周礼》开始受到经学家的注意。到东汉时期,郑众、马融等都为“九数”作了注解。东汉末郑玄《周礼注》引郑众说:“九数:方田、粟米、差分、少广、商功、均输、方程、赢不足、旁要,今有重差、句股。”事实上,郑众所说“九数”中的“均输”已是汉武帝太初元年以后的赋税制度,决不是《周礼》九数原有的一个细目。“方田、粟米、差分、少广、商功、均输、方程、赢不足、旁要”大概是西汉末传统算术的主要纲目,“今有重差、句股”说明数学有了新的发展。传本《九章算术》将句股代替旁要,它的编纂年代当在郑众注《周礼》“九数”(约公元50年)之后。《后汉书·马援传》说,马续“善《九章算术》”。马续是马援的侄孙,马融(公元79~166)之兄,他的生年约在公元70年前后。马续研究《九章算术》大概在公元90年前后。根据上述史料,我们认为《九章算术》的编定年代是在公元第一世纪的后半个世纪,而各章的主要内容在第一世纪初期已具备了一定的成就。

《九章算术》不但对后世的数学著作奠定了优良的传统,对世界数学的发展也有着重要的贡献。现在小学算术课程中的分数四则,各种比例,面积和体积,以及各类应用问题的解法,在《九章算术》方田、粟米、衰分、商功、均输、盈不足等章里已有了相当详备的内容。现在中学课程中的代数部分,如开平方、开立方、正负数、联立一次方程组、二次方程等项目,在少广、方程、句股章里亦已有了卓越的成就。

传本《九章算术》有刘徽注和唐李淳风等的注释。刘徽是我国古代杰出的数学家。他为《九章算术》作注解,又自撰《重差》一卷附

于《九章算术》九卷之后,故《隋书·经籍志》著录“《九章算术》十卷,刘徽撰”。《经籍志》又录有“《九章重差图》一卷,刘徽撰”,当是十卷本的附图,可惜早已亡佚。《九章算术》方田章圆田术注和商功章圆囷术注中都论及“晋武库中有汉时王莽所作铜斛”。《隋书·律历志》论历代量制引商功章注,说“魏陈留王景元四年(公元263年)刘徽注《九章》”。我们根据这些资料,认为刘徽是魏、晋时人。他的生平履历无可详考。

刘徽《九章算术注》自序说:“又所析理以辞,解体用图。庶亦约而能周,通而不黷,览之者思过半矣。”这是说,问题解法的理论分析,要用明确的语言表达出来;空间形体的具体分解,要用几何图形显示出来。这样才能做到又简又明,启发读者的思考。他在注中一方面整理《九章算术》各个问题的解法,理论上属于一类的使它们归于一类,提纲挈领地阐明所以能解的道理。在另一方面,对于原来所有不够准确的近似计算,他提出了更精确的计算方法。例如《九章算术》原术取用三为圆周率,他通过了圆内接正三百八十四边形和正三千零七十二边形面积的严密计算,得到圆周率的近似值,五十分之一百五十七,或一千二百五十分之三千九百二十七。又如开平方或开立方不尽时(平方根或立方根为无理数),原有以分数表示奇零部分的方法不甚准确,他主张继续开方,得出以十进分数表示平方根或立方根的近似值。此外,他创立许多新的解题方法,例如盈不足章第十九题的等差级数求和法,方程章第七题的互乘相消法,第九题的消去常数项法,句股章第十六题的内切圆径公式等等,都比原术简便。

唐李淳风等对刘徽注本《九章算术》作了一些解释,原有刘注意义十分明确的不再补注,盈不足、方程二章就没有他们的注释。《九章算术》所有与圆面积有关的问题,都取圆周率三计算,刘徽注

以为应取五十分之一百五十七,李淳风等补注认为可以用七分之二十二计算,这是对的。但七分之二十二祖冲之的所谓“约率”,而李淳风等引用此率,称它为“密率”。后世人误认七分之二十二为“密率”的很多,这是李注的谬种流传。少广章开立圆术,李淳风等注释引祖暅之说,介绍球体积公式的理论基础。《缀术》书失传后,祖冲之父子对于球体积的研究,幸有李淳风等的征引而得流传到现在。

刘、李注本《九章算术》到北宋仁宗时有贾宪所撰的细草,原书早已失传,但《永乐大典》中保存杨辉所引的贾宪开方法是非常宝贵的数学史料。南宋末有杨辉《详解九章算法》十二卷(1261年),现在仅存商功、均输、盈不足、方程、句股五章和“九章算法纂类”。杨辉钞录的《九章算术》本文和刘、李二家注文有很多脱误,但也有可据以对校《永乐大典》本的文字。清嘉庆初年李潢撰《九章算术细草图说》九卷,有校勘、有补图、有详草、有说明,发挥《九章算术》刘徽注的原意,对于读者是大有裨益的。

版本与校勘

刘、李注本《九章算术》在宋代有北宋元丰七年(1084年)秘书省刻本和南宋嘉定年鲍澣之刻本。明代《永乐大典》依据九章名义分类抄录,到清朝初年并未散佚。明代留心古典数学的人很少,《九章算术》非但没有新的刻本,连宋代遗留下来的旧书也渐次散佚。清初南京黄虞稷家中有南宋刻本《九章算术》,仅存方田、粟米、衰分、少广、商功五章。1678年梅文鼎到南京应乡试时曾到黄家翻阅过。这个残本《九章算术》于乾隆中为曲阜孔继涵所得,嘉庆中为阳城张敦仁所得,今存上海图书馆。常熟毛扆于1684年向黄家借钞得一影宋钞本。这个影宋的残本《九章算术》于乾隆中转入清宫,作为天禄琳琅阁藏书,今存故宫博物院。1932年故宫博物院把它影印为《天禄琳琅丛书》的一种。

乾隆三十八年(1773年)开四库全书馆,婺源戴震充《四库全书》纂修及分校官。次年,戴震从《永乐大典》中抄集《九章算术》九卷,并且做了一番校勘工作。《四库全书》本和武英殿聚珍版本《九章算术》都有戴震的校订文字和补图。商务印书馆刊行的《丛书集成》本是依据武英殿本排印的。

戴震的儿女亲家孔继涵刻微波榭本《算经十书》,其中《九章算术》九卷采用戴震的校定本。戴震校正的文字,颠扑不破的果然不

少,但也有些地方,他师心自用,把原本不错的文字改掉,后来的读者很容易被他蒙蔽而引起误会。所以作为一个善本书看,微波榭本的参考价值是远不如武英殿本的。微波榭本《九章算术》卷九的最后一页上题称“大清乾隆三十八年癸巳秋闕里孔氏依汲古阁影宋刻本重雕”,书的底本和刻书年代都有问题,显然是不足征信的。此后依据微波榭本翻刻的《九章算术》有常熟屈曾发的重刻本、南昌梅启照的《算经十书》本和商务印书馆的《万有文库》本、《四部丛刊》本等等。

嘉庆年钟祥李潢撰《九章算术细草图说》,用微波榭本作底本,校正了很多错误文字。戴震所谓“舛误不可通”而无法校订的文句,经过李潢校订后,一般都能文从字顺容易理解了。但碰到戴震误改原文的地方,他就没有能够纠正过来。方程章最后一题的刘徽注中,叙述了两个“新术”的演算程序,文字冗长,数字繁琐,旧刻本的讹文夺字很多,不容易整理。李潢的友人戴敦元和李锐各代为校正一术。李潢就照录他们的校定稿作为《细草图说》的一部分。又,均输章第八题答数、术文和李淳风等的注文俱有讹字,李潢未能订正,沈钦裴于李潢死后算校编辑付刻时代为校正。

为了要恢复唐代立于学官的刘、李注本《九章算术》,我根据《天禄琳琅丛书》本和宜稼堂本杨辉《详解九章算法》所引,重加校订,写出了校勘记四百六十余条。戴震、李潢二家所校定的文字认为是正确的,于校勘记中声明他们的开辟草莱的功绩。也有各本俱误而各家漏校或误校的文字,只能凭个人意见,擅自校改,但在校勘记中保留各本原有的异文衍字。商功章阳马术和句股章容圆术的刘徽注中各有意义难于理解而不能句读的文字,无法校订,只能付之缺疑。

刘徽九章算术注原序

昔在包牺氏始画八卦，以通神明之德，以类万物之情，作九九之术以合六爻之变。暨于黄帝神而化之，引而伸之，于是建历纪，协律吕，用稽道原，然后两仪四象精微之气可得而效焉。记称隶首作数，其详未之闻也。按周公制礼而有九数，九数之流，则九章是矣。

往者暴秦焚书，经术散坏。自时厥后，汉北平侯张苍、大司农中丞耿寿昌皆以善算命世。苍等因旧文之遗残，各称删补。故校其目则与古或异，而所论者多近语也。

徽幼习《九章》，长再详览。观阴阳之割裂，总算术之根源，探赜之暇，遂悟其意。是以敢竭顽鲁，采其所见，为之作注。事类相推，各有攸归，故枝条虽分而同本干者，知发其一端而已。又所析理以辞，解体用图，庶亦约而能周，通而不黷，览之者思过半矣。且算在六艺，古者以宾兴贤能，教习国子。虽曰九数，其能穷纤入微，探测无方。至于以法相传，亦犹规矩度量可得而共，非特难为也。当今好之者寡，故世虽多通才达学，而未必能综于此耳。

周官大司徒职，夏至日中立八尺之表，其景尺有五寸，谓之地中。说云，南戴日下万五千里。夫云尔者，以术推之。按《九章》立四表望远及因木望山之术，皆端旁互见，无有超邈若斯之类。然则苍等为术犹未足以博尽群数也。徽寻九数有重差之名，原其指趣乃

所以施于此也。凡望极高、测绝深而兼知其远者必用重差，句股则必以重差为率，故曰重差也。立两表于洛阳之城，令高八尺。南北各尽平地，同日度其正中之景^①。以景差为法，表高乘表间为实，实如法而一，所得加表高，即日去地也。以南表之景乘表间为实，实如法而一，即为从南表至南戴日下也。以南戴日下及日去地为句、股，为之求弦，即日去人也。以径寸之筒南望日，日满筒空，则定筒之长短以为股率，以筒径为句率，日去人之数为大股，大股之句即日径也。虽天圆穹之象犹曰可度，又况泰山之高与江海之广哉。徽以为今之史籍且略举天地之物，考论厥数，载之于志，以阐世术之美。辄造重差，并为注解，以究古人之意，缀于句股之下。度高者重表，测深者累矩，孤离者三望，离而又旁求者四望。触类而长之，则虽幽遐诡伏，靡所不入。博物君子，详而览焉。

① “景”，各本讹作“时”，今校正。“度其正中之景”，谓于太阳在正南时量取八尺表之影长也。

九章算术卷第一

方田 以御田畴界域

〔一〕今有田广十五步，从十六步。问为田几何？

答曰：一亩。

〔二〕又有田广十二步，从十四步。问为田几何？

答曰：一百六十八步。图从十四，广十二。

方田术曰：广从步数相乘得积步。此积谓田幕。凡广从相乘谓之幕。臣淳风等谨按：经云“广从相乘得积步”，注云“广从相乘谓之幕”，观斯注意，积幕义同。以理推之，固当不尔。何则？幕是方面单布之名，积乃众数聚居之称。循名责实，二者全殊。虽欲同之，窃恐不可。今以凡言幕者据广从之一方；其言积者举众步之都数。经云“相乘得积步”，即是都数之明文。注云谓之幕，全乖积步之本意。此^①注前云“积为田幕”，于理得通。复云“谓之幕”，繁而不当。今者注释存善去非，略为料^②简，遗诸后学。

以亩法二百四十步除之，即亩数。百亩为一顷。臣淳风等谨按：此为篇端，故特举顷、亩二法。余术不复言者，从此可知。一亩之田，

① “此”字下南宋本衍一“经”字，今从殿本删去。

② “料”，各本均讹作“科”，今为校正。

广十五步，从而疏之，令为十五行，即每行广一步而从十六步。又横而截之令为十六行，即每行广一步而从十五步。此即从疏横截之步，各自为方，凡有二百四十步。一亩之地^①步数正同。以此言之，即广从相乘得积步，验矣。二百四十步者，亩法也。百亩者，顷法也。故以除之，即得。

〔三〕今有田广一里，从一里。问为田几何？

答曰：三顷七十五亩。

〔四〕又有田广二里，从三里。问为田几何？

答曰：二十二顷五十亩。

里田术曰：广从里数相乘得积里。以三百七十五乘之，即亩数。按此术广从里数相乘得积里。方里^②之中有三顷七十五亩，故以乘之，即得亩数也。

〔五〕今有十八分之十二。问约之得几何？

答曰：三分之二。

〔六〕又有九十一分之四十九。问约之得几何？

答曰：十三分之七。

约分按约分者，物之数量，不可悉全，必以分言之。分之为数，繁则难用。设有四分之二者，繁而言之，亦可为八分之四；约而言之，则二分之一也。虽则异辞，至于为数，亦同归尔。法实相推，动有参差，故为术者先治诸分。术曰：可半者半之，不可半者，副置分母子之数，以少减多，更相减损，求其等也。以等数约之。等数约之，即除也。其所以相减者，皆等数之重叠，故以等数约之。

〔七〕今有三分之一，五分之二。问合之得几何？

答曰：十五分之十一。

〔八〕又有三分之二，七分之四，九分之五。问合之得几何？

① 南宋本在“一亩之地”之前多一“为”字，今据《大典》本删去。

② “方里”之上，南宋本衍一“故”字，今据殿本删去。

荅曰：得一、六十三分之五十。

〔九〕又有二分之一，三分之二，四分之三，五分之四。问合之得几何？

荅曰：得二、六十分之四十三。

合分臣淳风等谨按：合分者^①，数非一端，分无定准，诸分子杂互，群母参差，粗细既殊，理难从一。故齐其众分，同其群母，令可相并，故曰合分。术曰：母互乘子，并以为实，母相乘为法，母互乘子；约而言之者，其分粗；繁而言之者，其分细。虽则粗细有殊，然其实一也。众分错杂^②，非细不会。乘而散之，所以通之。通之则可并也。凡母互乘子谓之齐，群母相乘谓之同。同者，相与通同共一母也。齐者，子与母齐，势不可失本数也。方以类聚，物以群分。数同类者无远，数异类者无近。远而通体者^③，虽异位而相从也；近而殊形者^④，虽同列而相违也。然则齐同之术要矣，错综度数，动之斯谐，其犹佩觿解结，无往而不理焉。乘以散之，约以聚之，齐同以通之，此其算之纲纪乎。其一术者可令母除为率，率乘子为齐。实如法而一。不满法者，以法命之。今欲求其实，故齐其子，又同其母，令如母而一。其余以等数约之，即得^⑤。所谓同法为母，实余为子，皆从此例。其母同者，直相从之。

〔一〇〕今有九分之八，减其五分之一。问余几何？

荅曰：四十五分之三十一。

〔一一〕又有四分之三，减其三分之一。问余几何？

荅曰：十二分之五。

减分臣淳风等谨按：诸分子母数各不同。以少减多，欲知余几，减余为实，故曰减分。术曰：母互乘子，以少减多，余为实，母相乘为

① “者”，南宋本、《大典》本俱作“知”，今依戴震校改。

② “杂”，南宋本作“难”，今从殿本。

③④ 二“者”字，南宋本均作“知”，今依殿本。

⑤ “即得”下，南宋本、《大典》本俱衍一“知”字，今依戴震校删。

法，实如法而一。母互乘子者，以齐其子也^①。以少减多者，子齐故可相减也^②。母相乘为法者，同其母也。母同子齐，故如母而一，即得。

〔一二〕今有八分之五，二十五分之十六。问孰多？多几何？

答曰：二十五分之十六多，多二百分之三。

〔一三〕又有九分之八，七分之六。问孰多？多几何？

答曰：九分之八多，多六十三分之二。

〔一四〕又有二十一分之八，五十分之十七。问孰多？多几何？

答曰：二十一分之八多，多一千五十分之四十三。

课分臣淳风等谨按：分各异名，理不齐一，校其相多^③之数，故曰课分也。术曰：母互乘子，以少减多，余为实。母相乘为法。实如法而一，即相多也。臣淳风等谨按：此术母互乘子，以少分减多分，与减分义同^④。唯相多之数，意共减分有异^⑤。减分知求其余数有几，课分知以其余数相多也。

〔一五〕今有三分之一，三分之二，四分之三。问减多益少，各几何而平？

答曰：减四分之三者二，三分之二者一，并以益三分之一，而各平于十二分之七。

〔一六〕又有二分之一，三分之二，四分之三。问减多益少，各几何而平？

答曰：减三分之二者一，四分之三者四，并以益二分之一。

① “母互乘子者，以齐其子也”，各本于“以”字上衍一“知”字，今删去。

② “以少减多者，子齐故可相减也”，南宋本、《大典》本“子”讹作“知”，今为校正。微波榭本删去“知”字而不补“子”字，亦于文义欠妥。

③ “相多”，《大典》本讹作“相近”，南宋本不误。

④ “与减分义同”前，南宋本衍“按此术多”四字，此据《大典》本删去。

⑤ “意共减分有异”，系南宋本原文。《大典》本“共”字作“与”，亦通。

之一，而各平于三十六分之二十三。

平分臣淳风等谨按：平分者^①，诸分参差，欲令齐等，减彼之多，增此之少，故曰平分也。术曰：母互乘子，齐其子也。副并为平实，臣淳风等谨按：母互乘子，副并为平实者，定此平实立限，众子所当损益，如限为平^②。母相乘为法。母相乘为法者，亦齐其子，又同其母。以列数乘未并者各自为列实。亦以列数乘法，此当副置列数除平实^③。若然则重有分，故反以列数乘同齐。臣淳风等谨按：问云所平之分多少不定，或三或二，列位无常。平三者置位三重，平二者^④置位二重。凡此之例，一准平分不可预定多少，故直云列数而已。以平实减列实，余，约之为所减。并所减以益于少，以法命平实，各得其平。

〔一七〕今有七人，分八钱三分钱之一。问人得几何？

答曰：人得一钱、二十一分钱之四。

〔一八〕又有三人，三分人之一，分六钱三分钱之一，四分钱之三。问人得几何？

答曰：人得二钱、八分钱之一。

经分臣淳风等谨按：经分者，自合分已下，皆与诸分相齐，此乃直求一人之分。以人数分所分，故曰经分也。术曰：以人数为法，钱数为实，实如法而一。有分者通之，母互乘子者齐其子，母相乘者同其母。以母通之者，分母乘全内子。乘全则散为积分^⑤，积分则与分子相

① “者”，南宋本、《大典》本均作“知”，此依戴震校改。

② “为平实者”，各本“者”讹作“知”；“平实立限”，“立”讹作“主”；“如限为平”，“如”讹作“知”。今依戴震校改。

③ “此当副置列数除平实”，南宋本、《大典》本均讹作“此当副并列数为平实”，今依李潢校改。

④ “平三者”、“平二者”两“者”字，各本均作“知”，今为校正。

⑤ “乘全则散为积分”，南宋本作“乘散全则为积分”，《大典》作“散全则为积分”，均甚难理解。今取约分术刘注“乘而散之，所以通之”之意，校正如上。

通，故可令相从。凡数相与者谓之率。率者，自相与通。有分则可散，分重叠则约也。等除法实，相与率也。故散分者，必令两分母相乘法实也。重有分者同而通之。又以法分母乘实，实分母乘法。此谓法实俱有分，故令分母各乘全^①内子，又令分母互乘上下。

〔一九〕今有田广七分步之四，从五分步之三。问为田几何？

答曰：三十五分步之十二。

〔二〇〕又有田广九分步之七，从十一分步之九。问为田几何？

答曰：十一分步之七。

〔二一〕又有田广五分步之四，从九分步之五。问为田几何？

答曰：九分步之四。

乘分臣淳风等谨按：乘分者，分母相乘为法，子相乘为实，故曰乘分。术曰：母相乘为法，子相乘为实，实如法而一。凡实不满法者而^②有母子之名，若有分以乘其实而长之，则亦满法乃为全耳。又以子有所乘，故母当报除。报除者，实如法而一也。今子相乘则母各当报除，因令分母相乘而连除也。此田有广从，难以广谕。设有问者曰：马二十四，直金十二斤。今卖马二十匹，三十五人分之，人得几何？答曰：三十五分斤之十二。其为之也，当如经分术，以十二斤金为实，三十五人为法。设更言马五匹，直金三斤。今卖四匹，七人分之，人得几何？答曰：人得三十五分斤之十二。其为之也，当齐其金人之数，皆合初问入于经分矣。然则分子相乘为实者，犹齐其金也。母相乘为法者，犹齐其人也。同其母为二十，马无事于同，但欲求齐而已。又马五匹，直金三斤，完全之率。分而言之，则为一匹直金五分斤之三。七人卖四马，一人卖七分马之四。分子与人交互相生所从言之异，而计数则三术同归也。

〔二二〕今有田广三步、三分步之一，从五步、五分步之二。问为田几

① “全”字下各本衍一“分”字，此依李潢校删。

② “而”，孔刻本改作“乃”，似非必要。

何？

答曰：十八步。

〔二三〕又有田广七步、四分步之三，从十五步、九分步之五。问为田几何？

答曰：一百二十步、九分步之五。

〔二四〕又有田广十八步、七分步之五，从二十三步、十一分步之六。问为田几何？

答曰：一亩二百步、十一分步之七。

大广田臣淳风等谨按：大广田者^①，初术直有全步而无余分，次术空有余分而无全步，此术先见全步复有余分，可以广兼三术，故曰大广。术曰：分母各乘其全，分子从之，分母各乘其全分子从之者，通全步内分子，如此则母子皆为实矣。相乘为实。分母相乘为法。犹乘分也。实如法而一。今为术广从俱有分，当各自通其分。命母入者还须出之。故令分母相乘为法，而连除之。

〔二五〕今有圭田广十二步，正从二十一步。问为田几何？

答曰：一百二十六步。

〔二六〕又有圭田广五步、二分步之一，从八步、三分步之二。问为田几何？

答曰：二十三步、六分步之五。

术曰：半广以乘正从。半广者^②，以盈补虚为直田也。亦可半正从以乘广。按半广^③乘从，以取中平之数。故广从相乘为积步。亩法除之，即得也。

〔二七〕今有邪田，一头广三十步，一头广四十二步，正从六十四步。

① “者”，南宋本、《大典》本俱作“知”，此依戴震校改。

② “者”，南宋本、《大典》本俱作“知”，此依戴震校改。

③ “半广”，南宋本讹作“平广”，此从殿本。

问为田几何？

答曰：九亩一百四十四步。

〔二八〕又有邪田，正广六十五步，一畔从一百步，一畔从七十二步。

问为田几何？

答曰：二十三亩七十步。

术曰：并两邪而半之，以乘正从若广。又可半正从若广，以乘并，亩法而一。并而半之者，以盈补虚也。

〔二九〕今有箕田，舌广二十步，踵广五步，正从三^①十步。问为田几何？

答曰：一亩一百三十五步。

〔三〇〕又有箕田，舌广一百一十七步，踵广五十步，正从一百三十五步。问为田几何？

答曰：四十六亩二百三十二步半。

术曰：并踵舌而半之，以乘正从。亩法而一。中分箕田则为两邪田，故其术相似。又可并踵舌，半正从以乘之。

〔三一〕今有圆田，周三十步，径十步。臣淳风等谨按：术意以周三径一为率，周三十步，合径十步。今依密率合径九步、十一分步之六。问为田几何？

答曰：七十五步。此于徽术，当为田七十一步、一百五十七分步之一百三。臣淳风等谨依密率，为田七十一步、二十二分步之一十三。

〔三二〕又有圆田，周一百八十一步，径六十步、三分步之一。臣淳风等谨按：周三径一，周一百八十一步，径六十步、三分步之一。依密率，径五十七步、二十二分步之一十三。问为田几何？

答曰：十一亩九十步、十二分步之一。此于徽术，当为田

① “三”，南宋本讹作“五”，此从殿本。

十亩二百八步、三百一十四分步之一百一十三。臣淳风等谨依密率，当为田十亩二百五步、八十八分步之八十七。

术曰：半周半径相乘得积步。按半周为从，半径为广，故广从相乘为积步也。假令圆径二尺，圆中容六觚^①之一面，与圆径之半，其数均等。合^②径率一而外^③周率三也。又按为图^④，以六觚之一面乘半径，因而三之^⑤，得十二觚之幂。若又割之，次以十二觚之一面乘半径^⑥、因而六之^⑦，则得二十四觚之幂。割之弥细，所失弥少。割之又割，以至于不可割，则与圆合体^⑧，而无所失矣。觚面之外，犹有余径。以面乘余径，则幂出弧表^⑨。若夫觚之细者，与圆合体，则表无余径。表无余径，则幂不外出矣。以一面乘半径，觚而裁之，每辄自倍。故以半周乘半径而为圆幂。此以周径，谓至然之数，非周三径一之率也。周三者从其六觚之环耳。以推圆规多少之较^⑩，乃弓之与弦也。然世传此法，莫肯精核。学者踵古，习其谬失。不有明据，辩之斯难。凡物类形象，不圆则方。方圆之率，诚著于近，则虽远可知也。由此言之，其用博矣。谨按图验^⑪，更造密率。恐空设法，数昧而难譬。故置诸检括，谨详其记注焉。割六觚以为十二觚术曰：置圆径二尺，半之为为一尺，即圆里六觚之面也。令半径一尺为弦，半面五寸为句，为之求股。以句幂二十五寸减弦幂，余七

① 此下各“觚”字，南宋本、《大典》本俱讹作“弧”，此依戴震校。

② “合”，南宋本讹作“令”，此从殿本。

③ “外”字，南宋本讹作“弧”，此从殿本。

④ “又按为图”，殿本“图”作“圆”，此从南宋本。

⑤ “因而三之”，各本作“二因而六之”，今依李潢校改。

⑥ “半径”上南宋本衍“一弧之”三字，依戴震校删。

⑦ “因而六之”，南宋本作“四因而六之”，衍一“四”字，依李潢校删。

⑧ “与圆合体”，各本于“圆”字下衍一“周”字，今删去。

⑨ “以面乘余径则幂出弧表”，各本脱落“余”字，今补。戴校本将“弧”字改成“觚”字，亦不恰当。

⑩ “较”，南宋本作“觉”，此依戴震校正。

⑪ “图验”，各本讹作“圆验”，今为校正。

十五寸。开方除之，下至秒忽。又一退法，求其微数。微数无名者以为分子，以十^①为分母，约作五分忽之二。故得股八寸六分六厘二秒^②五忽、五分忽之二。以减半径，余一寸三分三厘九毫七秒^③四忽、五分忽之三，谓之小句^④。觚之半面又谓之小股。为之求弦。其幂二千六百七十九亿四千九百一十九万三千四百四十五忽，余分弃之^⑤。开方除之，即十二觚之一面也。 割十二觚以为二十四觚术曰：亦令半径为弦，半面为句，为之求股。置上小弦幂，四而一，得六百六十九亿八千七百二十九万八千三百六十一忽，余分弃之，即句幂也。以减弦幂，其余，开方除之，得股九寸六分五厘九毫二秒五忽、五分忽之四。以减半径，余三分四厘七秒四忽、五分忽之一，谓之小句。觚之半面又谓之小股。为之求小弦。其幂六百八十一亿四千八百三十四万九千四百六十六忽，余分弃之。开方除之，即二十四觚之一面也。 割二十四觚以为四十八觚术曰：亦令半径为弦，半面为句，为之求股。置上小弦幂，四而一，得一百七十亿三千七百八万七千三百六十六忽，余分弃之，即句幂也。以减弦幂，其余，开方除之，得股九寸九分一厘四毫四秒四忽、五分忽之四。以减半径，余八厘五毫五秒五忽、五分忽之一，谓之小句。觚之半面又谓之小股。为之求小弦。其幂一百七十一亿一千二十七万八千八百一十三忽，余分弃之。开方除之，得小弦一寸三分八毫六忽，余分弃之。即四十八觚之一面。以半径一尺乘之，又以二十四乘之，得幂三万一千三百九十三亿四千四百万忽。以百亿除之，得幂三百一十三寸、六百二十五分寸之五百八十四，即九十六觚之幂也。 割四十八觚以为九十六觚术曰：亦令半径为弦，半面为句，为之求股。置次上弦幂四而一，得四十二亿七千七

① “十”字，各本讹作“下”，今据《少广章》开方术注“微数无名者以为分子，其一退以十为母”校正。

② “秒”，南宋本、《大典》本讹作“丝”，此依戴震校正。

③ “七秒”，孔刻本误作“九秒”，南宋本、殿本不误。

④ “谓之小句”下，南宋本衍“小句知半面五寸之句”九字，今依戴震删去。

⑤ “余分弃之”，南宋本讹作“全分并之”，今依戴震校正。

百五十六万九千七百三忽，余分弃之，则句幂也。以减弦幂，其余，开方除之，得股九寸九分七厘八毫五秒八忽、十分忽之九。以减半径，余二厘一毫四秒一忽、十分忽之一，谓之小句。觚之半面又谓之小股。为之求小弦。其幂四十二亿八千二百一十五万四千一十二忽，余分弃之。开方除之，得小弦六分五厘四毫三秒八忽，余分弃之，即九十六觚之一面。

以半径一尺乘之，又以四十八乘之，得幂三万一千四百一十亿二千四百万忽。以百亿除之，得幂三百一十四寸、六百二十五分寸之六十四，即一百九十二觚之幂也。以九十六觚之幂减之，余六百二十五分寸之一百五，谓之差幂。倍之，为分寸之二百一十，即九十六觚之外弧田九十六所^①，谓以弦乘矢之凡幂也。加此幂于九十六觚之幂，得三百一十四寸、六百二十五分寸之一百六十九，则出于圆之表矣。故还就一百九十二觚之全幂三百一十四寸，以为圆幂之定率，而弃其余分。以半径一尺

除圆幂，倍之得^②六尺二寸八分，即周数。令径自乘为方幂四百寸，与圆幂相折，圆幂得一百五十七为率，方幂得二百为率。方幂二百，其中容圆幂一百五十七也。圆率犹为微少。按弧田图令方中容圆，圆中容方，内方合外方之半。然则圆幂一百五十七，其中容方幂一百^③也。又令径二尺与周六尺二寸八分相约，周得一百五十七，径得五十，则其相与之率也。周率犹为微少也。

晋武库中汉时王莽作铜斛，其铭曰：“律嘉量斛，内方尺而圆其外，庀旁九厘五毫，幂一百六十二寸，深一尺，积一千六百二十寸，容十斗。”以此术求之，得幂一百六十一寸有奇，其数相近矣。此术微少，而差幂^④六百二十五分寸之一百五。以十二觚之幂为率消息^⑤，当取此分寸之三十六，以增于一百九十二觚之幂以为圆幂，三百一十四

① “九十六所”，系南宋本原文，戴震校本删去“九十六”三字，而以“所”连下读，恐非是。

② “倍之得”，“之”南宋本讹作“所”，此从殿本。

③ “一百”，南宋本讹作“二百”，依戴震校正。

④ “差幂”上，南宋本、《大典》本均衍一“斛”字，今删去。

⑤ “为率消息”，南宋本“为”作“以”，据殿本校改。

寸、二十五分寸之四。置径自乘之方幂四百寸，令与圆幂通相约，圆幂三千九百二十七，方幂得五千。是为率，方幂五千中容圆幂三千九百二十七，圆幂三千九百二十七中容方幂二千五百也。以半径一尺除圆幂三百一十四寸、二十五分寸之四，倍之得六尺二寸八分、二十五分分之八^①，即周数也。全径二尺，与周数通相约，径得一千二百五十，周得三千九百二十七，即其相与之率。若此者，盖尽其纤微矣。举而用之，上法仍约耳。当求一千五百三十六觚之一面，得三千七十二觚之幂，而裁其微分，数亦宜然，重其验耳。臣淳风等谨按：旧术求圆，皆以周三径一为率。若用之求圆周之数，则周少径多。用之求其六觚之田，乃与此率合会耳。何则？假令六觚之田，觚间各一尺为面，自然从角至角，其径二尺^②可知。此则周六径二，与周三径一已合。恐此犹以难晓，今更引物为喻。设令刻物作圭形者六枚，枚别三面，皆长一尺。攒此六物悉使锐头向里，则成六觚之周，角径亦皆一尺。更从觚角外畔围绕为规，则六觚之径尽达规矣。当面径短，不至外规。若以六觚言之，则为周六尺，径二尺，面皆一尺^③。面径股不至外畔，定无二尺可知。故周三径一之率，于圆周乃是径多周少。径一周三，理非精密。盖术从简要，举大纲略而言之。刘徽特以为疏，遂乃改张其率。但周径相乘数难契合。徽虽出斯二法^④，终不能究其纤毫也。祖冲之以其不精，就中更推其数。今者修撰，摭摭诸家，考其是非，冲之为密。故显之于徽术之下，冀学者之所裁焉。

又术曰：周径相乘，四而一。此周与上觚同耳。周径相乘各当以半，而今周径两^⑤全，故两母相乘为四，以报除之。于徽术以五十乘周，

① “二十五分分之八”，南宋本、《大典》本、孔刻本误作“二十五分寸之八”。

② “二尺”，南宋本讹作“一尺”，依戴震校改。

③ “若以六觚言之，则为周六尺，径二尺，面皆一尺”，南宋本“六觚”二字讹作“径”，“周”讹作“规”，“面”字下又衍“径”字。今依戴震校正。

④ “徽虽出斯二法”，系南宋本原文，不误。《大典》本“二法”讹作“一法”。“二法”谓径五十、周一百五十七与径一千二百五十、周三千九百二十七也。

⑤ “两”，南宋本、《大典》本俱讹作“田”，依戴震校改。

一百五十七而一，即径也。以一百五十七乘径，五十而一，即周也。新术径率犹当微少。据周以求径，则失之长；据径以求周，则失之短。诸据见径以求幂者，皆失之于微少；据周以求幂者，皆失之于微多。臣淳风等谨依密率，以七乘周，二十二而一即径；以二十二乘径，七而一即周。依术求之即得。

又术曰：径自相乘，三之，四而一。按圆径自乘为外方。三之，四而一者，是为圆居外方四分之三也。若令六觚之一面乘半径，其幂即外方四分之一也。因而三之，即亦居外方四分之三也。是为圆里十二觚之幂耳。取以为圆，失之于微少。于微新术，当径自乘，又以一百五十七乘之，二百而一。臣淳风等谨按密率，令径自乘，以十一乘之，十四而一，即圆幂也。

又术曰：周自相乘，十二而一。六觚之周其于圆径，三与一也。故六觚之周自相乘为幂，若圆径自乘者九方，九方凡为十二觚者十有二，故曰十二而一，即十二觚之幂也。今此令周自乘，非但若为圆径自乘者九方而已。然则十二而一，所得又非十二觚之类也。若欲以为圆幂，失之于多矣。以六觚之周十二而一可也。于微新术，直令圆周自乘，又以二十五乘之，三百一十四而一，得圆幂。其率：二十五者，圆幂也^①；三百一十四者，周自乘之幂也。置周数六尺二寸八分，令自乘得幂三十九万四千三百八十四分，又置圆幂三万一千四百分，皆以一千二百五十六约之，得此率。臣淳风等谨按：方面自乘即得其积。圆周求其幂，假率^②乃通。但此术所求，用三一为率。圆田正法，半周及半径以相乘。今乃用全周自乘，故须以十二为母。何者？据全周而求半周，则须以二为法，就全周而求半径，复假六以除之。是二、六相乘，除周自乘之数。依密率以七乘之，八十八而一。

〔三三〕今有宛田，下周三十步，径十六步。问为田几何？

① “其率”下，南宋本脱落“二十五者圆幂也”七字，此依殿本补。

② “假率”，南宋本讹作“股率”，此依戴震校正。

答曰：一百二十步。

〔三四〕又有宛田，下周九十九步，径五十一步。问为田几何？

答曰：五亩六十二步、四分步之一。

术曰：以径乘周，四而一。此术不验，故推方锥以见其形。假令方锥下方六尺，高四尺。四尺为股，下方之半三尺为句，正面邪为弦，弦五尺也。令句弦^①相乘。四因之，得六十尺，即方锥四面见者之幂。若令其中容圆锥，圆锥见幂与方锥见幂，其率犹方幂之与圆幂也。按方锥下六尺，则方周二十四尺，以五尺乘而半之，则亦方锥之见幂。故求圆锥之数，折径以乘下周之半，即圆锥之幂也。今宛田上径圆穹，而与圆锥同术，则幂失之于少矣。然其术难用，故略举大较，施之大广田也。求圆锥之幂，犹求圆田之幂也。今用两全相乘，故以四^②为法，除之，亦如圆田矣。开立圆术，说圆方诸率甚备，可以验此。

〔三五〕今有弧田，弦三十步，矢十五步。问为田几何？

答曰：一亩九十七步半。

〔三六〕又有弧田，弦七十八步、二分步之一，矢十三步、九分步之七。问为田几何？

答曰：二亩一百五十五步、八十一分步之五十六。

术曰：以弦乘矢，矢又自乘，并之，二而一。方中之圆，圆里十二觚之幂，合外方之幂四分之三也。中方合外方之半^③，则朱实^④合外方四分之一也。弧田，半圆之幂也，故依半圆之体而为之术。以弦乘矢而半之则为黄幂，矢自乘而半之为工青幂，青黄相连为弧体。弧体法当应规，今觚面不至外畔^⑤，失之于少矣。圆田旧术以周三径一为率，俱得十二

① “句弦”，南宋本讹作“句股”，此依戴震校正。

② “故以四为法”，南宋本脱落“四”字，依戴震校补。

③ “中方合外方之半”，“中方”二字各本误倒，今依李潢校正。

④ “朱实”，南宋本作“朱青”，此依殿本。

⑤ “今觚面不至外畔”，南宋本、《大典》本讹作“令弧而不至外畔”，此依戴震校改。

觚之幂，亦失之于少也。与此相似，指验半圆之觚耳。若不满半圆者，益复疏阔。宜依句股锯圆材之术，以弧弦为锯道长，以矢为锯深^①，而求其径。既知圆径，则弧可割分也。割之者半弧田之弦以为股，其矢为句，为之求弦，即小弧之弦也。以半小弧之弦为句，半圆径为弦，为之求股，以减半径，其余即小弧^②之矢也。割之又割，使至极细。但举弦矢相乘之数，则必近密率矣。然于算数差繁，必欲有所寻究也。若但度田，取其大数，旧术为约耳。

〔三七〕今有环田，中周九十二步，外周一百二十二步，径五步。此欲令与周三径一之率相应，故言径五步也。据中外周，以徽术言之，当径四步、一百五十七分步之一百二十二也。臣淳风等谨按：依密率，合径四步、二十二分步之十七。问为田几何？

答曰：二亩五十五步。于徽术，当为田二亩三十一步、一百五十七分步之二十三。臣淳风等谨依密率，为田二亩三十步、二十二分步之十五。

〔三八〕又有环田，中周六十二步、四分步之三，外周一百一十三步、二分步之一，径十二步、三分步之二。此田环而不通匝，故径十二步、三分步之二。若据上周求径者，此径失之于多，过周三径一之率，盖为疏矣。于徽术当径八步、六百二十八分步之五十一。臣淳风等谨按：依周三径一考之，合径八步、二十四分步之一十一。依密率，合径八步、一百七十六分步之一十三。问为田几何？

答曰：四亩一百五十六步、四分步之一。于徽术，当为田二亩二百三十二步、五千二十四分步之七百八十七也。依周三径一为田，三亩二十五步、六十四分步之二十五。臣淳风等谨按：密率，为田二亩二百三十一步、一千四百八分步之七百一十七

① “锯深”，各本讹作“句深”，依李潢校正。

② “小弧”，各本讹作“小弦”，今依李潢校正。

也。

术曰：并中外周而半之，以径乘之为积步。此田截齐中外之周为长^①。并而半之者^②，亦以盈补虚也。此可令中外周各自为圆田，以中圆减外圆，余则环实也。按此术，置^③中外周步数于上，分母、子于下。母乘子者，为中外周俱有余^④分，故以互乘齐其子，母相乘同其母。子齐母同，故通全步，内分子。并而半之者^⑤，以盈补虚，得中平之周。周则为从，径则为广，故广从相乘而得其积。既合分母还须分母出之，故令周径分母相乘而连除之，即得积步。不尽，以等数除之而命分。以亩法除积步，得亩数也。

密率术曰^⑥：置中外周步数，分母^⑦、子各居其下。母互乘子，通全步，内分子^⑧。以中周减外周，余半之，以益中周^⑨。径亦通分内子，以乘周为实^⑩。分母相乘为法，除之为积步，余积步之分。以亩法除之，即亩数也。

① “此田截齐中外之周为长”，南宋本讹作“此田截而中之周则为长”，戴震校改为“此田截齐中外之周，周则为长”。

② “者”，南宋本作“知”。

③ “置”，南宋本讹作“并”，依戴震校改。

④ “余”，南宋本无此“余”字，依戴震校补。

⑤ “并而半之者”，南宋本作“半之知”，此依戴震校改。

⑥ “密率术曰”以下至于卷终，系《九章算术》经文，抑系刘徽或李淳风等注释，很难断定。南宋本与其他各本都用与经文相同的大号字，今仍其旧贯。

⑦ “分母”，南宋本脱落“母”字，今依戴震校补。

⑧ 孔刻本于“通全步，内分子”前衍“分母相乘”四字，后衍“并而半之，又可”六字。此从南宋本。

⑨ 南宋本、《大典》本俱缺“以益中周”四字，今依戴震校补。

⑩ “以乘周为实”，南宋本“为”字下衍一“密”字，此依殿本。

九章算术卷第二

粟米 以御交质变易

粟米之法：凡此诸率相与大通，其特相求各如本率。可约者约之，别术然也。

粟率五十

粳米三十

稗米二十七

粳米二十四

御米二十一

小麴十三半

大麴五十四

粳饭七十五

稗饭五十四

粳饭四十八

御饭四十二

菽、荅、麻、麦各四十五

稻六十

豉六十三

煇九十

熟菽一百三半

麴一百七十五

今有 此都术也。凡九数以为篇名，可以广施诸率，所谓告往而知来，举一隅而三隅反者也。诚能分诡数之纷杂，通彼此之否塞，因物成率，审辨名分，平其偏颇，齐其参差，则终无不归于此术也。术曰：以所有数乘所求率为实，以所有率为法，少者多之始，一者数之母，故为率者必等之于一。据粟率五，粳率三，是粟五而为一，粳米三而为一

也。欲化粟为粳米者^①，粟^②当先本是一。一者谓以五约之，令五而为一也。讫，乃以三乘之，令一而为三。如是则率等^③于一，以五为三矣。然先除后乘或有余分，故术反之。又究^④言之，知粟五升为粳米三升。分言之，知粟一斗为粳米五分斗之三。以五为母，三为子。以粟求粳米者，以子乘^⑤，其母报除也。然则所求之率常为母^⑥也。臣淳风等谨按：宜云“所求之率常为子，所有之率常为母”。今乃云“所求之率常为母”，知脱错也。实如法而一。

〔一〕今有粟一斗，欲为粳米。问得几何？

答曰：为粳米六升。

术曰：以粟求粳米，三之，五而一。臣淳风等谨按：都术以所求率乘所有数，以所有率为法。此术以粟求米，故粟为所有数。三是米率，故三为所求率。五是粟率，故五为所有率。粟率五十，米率三十，退位求之，故唯云三、五也。

〔二〕今有粟二斗一升，欲为稗米。问得几何？

答曰：为稗米一斗一升、五十分升之十七。

术曰：以粟求稗米，二十七之，五十而一。臣淳风等谨按：稗米之率二十有七，故直以二十七之，五十而一也。

〔三〕今有粟四斗五升，欲为粳米。问得几何？

答曰：为粳米二斗一升、五分升之三。

术曰：以粟求粳米，十二之，二十五而一。臣淳风等谨按：粳

① “欲化粟为粳米者”，南宋本、《大典》本均脱落“粳”字，今补。

② “粟”，各本俱讹作“粳”，此依李潢校正。

③ “率等于一”，南宋本、《大典》本“等”讹作“至”，此依戴震校改。

④ “究”，南宋本讹作“完”，今从殿本。

⑤ “以子乘”，南宋本、《大典》本俱脱落“以子”二字，此依戴震校补。

⑥ “所求之率常为母”，显然不合理，李淳风等注中已为校正。

米之率二十有四，以为率太繁，因而半之，故半所求之率^①，以乘所有之数。所求之率既减半，所有之率亦减半，是故十二乘之，二十五而一也。

〔四〕今有粟七斗九升，欲为御米。问得几何？

答曰：为御米三斗三升、五十分升之九。

术曰：以粟求御米，二十一之，五十而一。

〔五〕今有粟一斗，欲为小麴。问得几何？

答曰：为小麴二升、一十分升之七。

术曰：以粟求小麴，二十七之，百而一。臣淳风等谨按：小麴之率十三有半，半者二为母，以二通之，得二十七，为所求率。又以母二通其粟率，得一百，为所有率。凡本率有分者，须即乘除也。他皆放此。

〔六〕今有粟九斗八升，欲为大麴。问得几何？

答曰：为大麴一十斗五升、二十五分升之二十一。

术曰：以粟求大麴，二十七之，二十五而一。臣淳风等谨按：大麴之率五十有四，因其可半^②，故二十七之。亦如粟求粢米，半其二率。

〔七〕今有粟二斗三升，欲为粳饭。问得几何？

答曰：为粳饭三斗四升半。

术曰：以粟求粳饭，三之，二而一。臣淳风等谨按：粳饭之率七十有五，粟求粳饭，合以此数乘之。今以等数二十有五约其二率，所求之率得三，所有之率得二，故以三乘二除。

〔八〕今有粟三斗六升，欲为稗饭。问得几何？

答曰：为稗饭三斗八升、二十五分升之二十二。

术曰：以粟求稗饭，二十七之，二十五而一。臣淳风等谨按：

① “因而半之，故半所求之率”，南宋本于“因”字前衍一“故”字，《大典》本又于“半之”之后脱去“故”字。

② “因其可半”，南宋本脱落“因”字，殿本不脱。

此术与大麴多同。

〔九〕今有粟八斗六升，欲为粢饭。问得几何？

答曰：为粢饭八斗二升、二十五分升之一十四。

术曰：以粟求粢饭，二十四之，二十五而一。臣淳风等谨按：粢饭率四十八，此亦半二率而乘除。

〔一〇〕今有粟九斗八升，欲为御饭。问得几何？

答曰：为御饭八斗二升、二十五分升之八。

术曰：以粟求御饭，二十一之，二十五而一。臣淳风等谨按：此术半率亦与粢饭多同。

〔一一〕今有粟三斗少半升，欲为菽。问得几何？

答曰：为菽二斗七升、一十分升之三。

〔一二〕今有粟四斗一升、太半升，欲为苔。问得几何？

答曰：为苔三斗七升半。

〔一三〕今有粟五斗、太半升，欲为麻。问得几何？

答曰：为麻四斗五升、五分升之三。

〔一四〕今有粟一十斗八升、五分升之二，欲为麦。问得几何？

答曰：为麦九斗七升、二十五分升之一十四。

术曰：以粟求菽、苔、麻、麦，皆九之，十而一。臣淳风等谨按：四术率並^①四十五，皆是为粟所求，俱合以此率乘其本粟。术欲从省，先以等数五约之，所求之率得九，所有之率得十，故九乘十除，义由于此。

〔一五〕今有粟七斗五升、七分升之四，欲为稻。问得几何？

答曰：为稻九斗、三十五分升之二十四。

术曰：以粟求稻，六之，五而一。臣淳风等谨按：稻率六十，亦

① “並”，《大典》本讹作“并”，南宋本不误。

约二率而乘除。

〔一六〕今有粟七斗八升，欲为豉。问得几何？

答曰：为豉九斗八升、二十五分升之七。

术曰：以粟求豉，六十三之，五十而一。

〔一七〕今有粟五斗五升，欲为飧。问得几何？

答曰：为飧九斗九升。

术曰：以粟求飧，九之，五而一。臣淳风等谨按：飧率九十，退位，与求稻多同。

〔一八〕今有粟四斗，欲为熟菽。问得几何？

答曰：为熟菽八斗二升、五分升之四。

术曰：以粟求熟菽，二百七之，百而一。臣淳风等谨按：熟菽之率一百三半，半者其母二，故以母二通之。所求之率既被二乘，所有之率随而俱长，故以二百七之，百而一。

〔一九〕今有粟二斗，欲为蘖。问得几何？

答曰：为蘖七斗。

术曰：以粟求蘖，七之，二而一。臣淳风等谨按：蘖率一百七十有五，合以此数乘其本粟。术欲从省，先以等数二十五约之，所求之率得七，所有之率得二，故七乘二除。

〔二〇〕今有粳米十五斗五升、五分升之二，欲为粟。问得几何？

答曰：为粟二十五斗九升。

术曰：以粳米求粟，五之，三而一。臣淳风等谨按：上术以粟求米，故粟为所有数，三为所求率，五为所有率。今此以米求粟，故米为所有数，五为所求率，三为所有率。准都术求之，各合其数。以下所有反求多同，皆准此。

〔二一〕今有稗米二斗，欲为粟。问得几何？

答曰：为粟三斗七升、二十七分升之一。

术曰：以稗米求粟，五十之，二十七而一。

〔二二〕今有粳米三斗、少半升，欲为粟。问得几何？

答曰：为粟六斗三升、三十六分升之七。

术曰：以粳米求粟，二十五之，十二^{*}而一。

〔二三〕今有御米十四斗，欲为粟。问得几何？

答曰：为粟三十三斗三升、少半升。

术曰：以御米求粟，五十之，二十一^①而一。

〔二四〕今有稻一十二斗六升、一十五分升之一十四，欲为粟。问得几何？

答曰：为粟一十斗五升、九分升之七。

术曰：以稻求粟，五之，六而一。

〔二五〕今有粳米一十九斗二升、七分升之一，欲为粳米。问得几何？

答曰：为粳米一十七斗二升、一十四分升之一十三。

术曰：以粳米求粳米，九之，十而一。臣淳风等谨按：粳率二十七，合以此数乘粳米。术欲从省，先以等数三约之，所求之率得九，所有之率得十，故九乘而十除。

〔二六〕今有粳米六斗四升、五分升之三，欲为粳饭。问得几何？

答曰：为粳饭一十六斗一升半。

术曰：以粳米求粳饭，五之，二而一。臣淳风等谨按：粳饭之率七十有五，宜以本粳米乘此率数^②。术欲从省，先以等数十五约之，所求之率得五，所有之率得二，故五乘二除，义由于此。

〔二七〕今有粳饭七斗六升、七分升之四，欲为飧。问得几何？

答曰：为飧九斗一升、三十五分升之三十一。

术曰：以粳饭求飧，六之，五而一。臣淳风等谨按：飧率九十，

* “二”，原印本依微波榭本而误作“三”。南宋本、殿本均作“二”。

① “二十一”，《大典》本讹作“二十二”，南宋本不误。

② “宜以本粳米乘此率数”，南宋本“米”讹作“饭”。

为粳饭所求，宜以粳饭乘此率^①。术欲从省，先以等数十五约之，所求之率得六，所有之率得五。以此，故六乘五除也。

〔二八〕今有菽一斗，欲为熟菽。问得几何？

答曰：为熟菽二斗三升。

术曰：以菽求熟菽，二十三之，十而一。臣淳风等谨按：熟菽之率一百三半，因其有半，各以母二通之，宜以菽^②数乘此率。术欲从省，先以等数九约之，所求之率得一十一半，所有之率得五也。

〔二九〕今有菽二斗，欲为豉。问得几何？

答曰：为豉二斗八升。

术曰：以菽求豉，七之，五而一。臣淳风等谨按：豉率六十三，为菽所求，宜以菽^③乘此率。术欲从省，先以等数九约之，所求之率得七，而所有之率得五也。

〔三〇〕今有麦八斗六升、七分升之三，欲为小麴。问得几何？

答曰：为小麴二斗五升、一十四分升之一十三。

术曰：以麦求小麴，三之，十而一。臣淳风等谨按：小麴之率十三半，宜以母二通之，以乘本麦之数。术欲从省，先以等数九约之，所求之率得三，所有之率得十也。

〔三一〕今有麦一斗，欲为大麴。问得几何？

答曰：为大麴一斗二升。

术曰：以麦求大麴，六之，五而一。臣淳风等谨按：大麴之率五十有四，合以麦数乘此率^④。术欲从省，先以等数九约之，所求之率得六，所有之率得五也。

① “宜以粳饭乘此率”，南宋本“粳饭”讹作“糗”，此依戴震校正。

② “菽”字上，南宋本、《大典》本俱衍一“熟”字，依戴震校删。

③ “菽”，南宋本讹作“豉”，依戴震校正。

④ “合以麦数乘此率”，南宋本“麦”讹作“大麴”，此依戴震校正。

〔三二〕今有出钱一百六十，买瓠甍十八枚。瓠甍，砖也。问枚几何？

答曰：一枚，八钱、九分钱之八。

〔三三〕今有出钱一万三千五百，买竹二千三百五十个。问个几何？

答曰：一个，五钱、四十七分钱之三十五。

经率 臣淳风等谨按：今有之义，以所求率乘所有数^①，合以瓠甍一枚乘^②钱一百六十为实。但以一乘不长，故不复乘。是以径将所买之率与所出之钱为法、实也。又按此今有之义，出钱为所有数，一枚为所求率，所买为所有率，而今有之，即得所求数^③。一乘不长^④，故不复乘，是以径将所买之率为法，以所出之钱为实，实如法得一枚。钱不尽者，等数而命分。术曰：以所买率为法，所出钱数为实，实如法得一钱^⑤。

〔三四〕今有出钱五千七百八十五，买漆一斛六斗七升、太半升。欲斗率之，问斗几何？

答曰：一斗，三百四十五钱、五百三分钱之一十五。

〔三五〕今有出钱七百二十，买縑一匹二丈一尺。欲丈率之，问丈几何？

答曰：一丈，一百一十八钱、六十一分钱之二。

〔三六〕今有出钱二千三百七十，买布九匹二丈七尺。欲匹率之，问匹几何？

答曰：一匹，二百四十四钱、一百二十九分钱之一百二十四。

〔三七〕今有出钱一万三千六百七十，买丝一石二钧一十七斤。欲石

① “以所求率乘所有数”，南宋本讹作“以所有率乘所求”，《大典》本不误。

② 南宋本、《大典》本俱脱落此“乘”字，依戴震校补。

③ “即得所求数”，南宋本、《大典》本“数”俱讹作“率”，此依戴震校正。

④ “一乘不长”，南宋本脱“乘”字，今从殿本。

⑤ “实如法得一钱”是南宋本原文，不误。殿本、微波榭本俱脱落最后的“钱”字。

率之，问石几何？

答曰：一石，八千三百二十六钱、一百九十七分钱之一百七十八。

经术 此术犹经分。 臣淳风等谨按：今有之义，出钱为所有数，一斗为所求率^①，故以乘钱，又以分母乘之为实。所买为所有率，有分者通之，通分内子以为法。实如法而一，得钱数^②。不尽而命分者，因法为母，实余为子。实见不满，故以命之。术曰：以所求率乘钱数为实，以所买率为法，实如法得一。

〔三八〕今有出钱五百七十六，买竹七十八个。欲其大小率之，问各几何？

答曰：

其四十八个，个七钱。

其三十个，个八钱。

〔三九〕今有出钱一千一百二十，买丝一石二钩十八斤。欲其贵贱斤率之，问各几何？

答曰：

其二钩八斤，斤五钱。

其一石一十斤，斤六钱。

〔四〇〕今有出钱一万三千九百七十，买丝一石二钩二十八斤三两

① “出钱为所有数，一斗为所求率”，南宋本讹作“钱为所求率，物为所有数”。今依前一术李注校正。

② “所买为所有率，有分者通之，通分内子以为法。实如法而一，得钱数”，南宋本讹作“实如法而一。有分者通之。所买通分内子为所有率，故以为法。得钱数”。今以意校正。从“今有之义”到“得钱数”，戴震校改作“今有之义，一斗为所求率，出钱为所有数，故以一斗乘钱数。有分者通之，又以分母乘之为实。所买通分内子为所有率，故以为法。实如法而一，得钱”。他将“实如法而一”句移后是对的，但将“有分者通之”句提前，显然不合注者原意。

五铢。欲其贵贱石率之，问各几何？

答曰：

其一钩九两一十二铢，石八千五十一钱。

其一石一钩二十七斤九两一十七铢，石八千五十二钱。

〔四一〕今有出钱一万三千九百七十，买丝一石二钩二十八斤三两五铢。欲其贵贱钩率之，问各几何？

答曰：

其七斤一十两九铢，钩二千一十二钱。

其一石二钩二十斤八两二十铢，钩二千一十三钱。

〔四二〕今有出钱一万三千九百七十，买丝一石二钩二十八斤三两五铢。欲其贵贱斤率之，问各几何？

答曰：

其一石二钩七斤十两四铢，斤六十七钱。

其二十斤九两一铢，斤六十八钱。

〔四三〕今有出钱一万三千九百七十，买丝一石二钩二十八斤三两五铢。欲其贵贱两率之，问各几何？

答曰：

其一石一钩一十七斤一十四两一铢，两四钱。

其一钩一十斤五两四铢，两五钱。

其率 如欲令无分^①，按出钱五百七十六。买竹七十八个，以除钱得七，实余三十。是为三十个复可增一钱。然则实余之数即^②是贵者之

① “如欲令无分”，谓使竹每个之价为整钱数，无分数。南宋本不误。《大典》本“无分”讹作“差分”，因而难于理解。

② “即”，南宋本讹作“则”，此从殿本。

数。故曰“实贵”也。本以七十八个为法，今以贵者减之，则其余悉是贱者之数。故曰“法贱”也。其求石、钧、斤、两，以积铢各除法实，各得其积数，余各为铢者，谓石、钧、斤、两积铢除实，又以石、钧、斤、两积铢除法，余各为铢。即合所问。

术曰：各置所买石、钧、斤、两以为法，以所率乘钱数为实，实如法而一。不满法者反以实减法，法贱实贵。

〔四四〕今有出钱一万三千九百七十，买丝一石二钧二十八斤三两五铢。欲其贵贱铢率之，问各几何？

答曰：

其一钧二十斤六两十一铢，五铢一钱。

其一石一钧七斤一十二两一十八铢，六铢一钱。

〔四五〕今有出钱六百二十，买羽二千一百撮。撮，羽本也。数羽称其本，犹数草本称其根株。欲其贵贱率之，问各几何？

答曰：

其一千一百四十撮，三撮一钱。

其九百六十撮，四撮一钱。

〔四六〕今有出钱九百八十，买矢竿五千八百二十枚。欲其贵贱率之，问各几何？

答曰：

其三百枚，五枚一钱。

其五千五百二十枚，六枚一钱。

反其率 臣淳风等谨按：其率者，钱多物少；反其率者，钱少物多。多少相反，故曰反其率也^①。术曰：以钱数为法，所率为实，实如法

^① 李淳风等注释“反其率”，到此止。南宋本于“反其率也”下有“其率者，以物数为法，钱数为实。反之者，以钱数为法，物数为实，不满法知实余也，当以余物

而一。不满法者反以实减法，法少，实多。二物各以所得多少之数乘法实，即物数。按其率出钱六百二十，买羽二千一百翫。反之，当二百四十钱一钱四翫，其三百八十钱一钱三翫。是钱有二价，物有贵贱。故以羽乘钱，反其率也^②。臣淳风等谨按：其率者，以物数为法，钱为实。反之者，以钱数为法，物为实。不满法者，实余也。当以余物化为钱矣。法为凡钱，而今以化钱减之。故曰反以实减法也。法少者知经分之所得，故曰法少。实多者，知余分之所益，故曰实多。宜以多乘实，少乘法^③，故曰各以所得多少数乘法实，即物数也^④。其求石钩斤两，以积铢各除法实，各得其数，余各为铢者，谓以石、钩、斤、两积铢除实，石、钩、斤、两积铢除法，余各为铢，即合所问。

化为钱矣。法为凡钱，而今以化钱减之，故以实减法。法少知经分之所得，故曰法少。实多者，余分之所益，故曰实多。乘实宜以多，乘法宜以少，故曰各以其所得多少之数乘法实，即物数。其求石钩斤两，以积铢各除法实，各得其数，余各为铢者，谓之石钩斤两积铢除实，石钩斤两积铢除法，余各为铢，即合所问。”等一百四十二字，原系术文后之李注，复衍于此，今删。

- ② “反其率也”，各本俱作“反二率也”，以意校改。
- ③ “宜以多乘实，少乘法”，南宋本、《大典》本“实”讹作“法”，“法”讹作“实”，此依李潢校正。
- ④ “即物数也”下“其求石钩斤两”等四十八字，南宋本误衍于“术曰”之前，今移补于此。

九章算术卷第三

衰分 以御贵贱禀税

衰分 衰分，差分也^①。术曰：各置列衰，列衰，相与率也。重叠，则可约。副并为法，以所分乘未并者各自为实，法集而衰别。数本一也，今以所分乘上别，以下集除之，一乘一除适足相消，故所分犹存，且各应率而别也。于今有术，列衰各为所求率，副并为所有率，所分为所有数。又以经分言之，假令甲家三人，乙家二人，丙家一人，并六人，共分十二，为人得二也。欲复作逐家者，则当列置人数，以一人所得乘之。今此术先乘而后除也。实如法而一。不满法者，以法命之。

〔一〕今有大夫、不更、簪裹、上造、公士，凡五人，共猎得五鹿。欲以爵次分之，问各得几何？

答曰：

大夫得一鹿、三分鹿之二。

不更得一鹿、三分鹿之一。

簪裹得一鹿。

上造得三分鹿之二。

① “差分也”，南宋本脱去“分”字，今补。殿本缺本文“衰分”二字及注文“衰分，差分也”五字。

公士得三分鹿之一。

术曰：列置爵数，各自为衰，爵数者，谓大夫五，不更四，簪裹三，上造二，公士一也。《墨子·号令》篇“以爵级为赐。”然则战国之初有此名也。今有术，列衰各为所求率，副并为所有率，今有鹿数为所有数，而今有之，即得。副并为法。以五鹿乘未并者，各自为实。实如法得一鹿。

〔二〕今有牛、马、羊食人苗。苗主责之粟五斗。羊主曰：“我羊食半马。”马主曰：“我马食半牛。”今欲衰偿之，问各出几何？

答曰：

牛主出二斗八升、七分升之四。

马主出一斗四升、七分升之二。

羊主出七升、七分升之一。

术曰：置牛四、马二、羊一，各自为列衰，副并为法。以五斗乘未并者各自为实。实如法得一斗。臣淳风等谨按：此术问意，羊食半马，马食半牛，是谓四羊当一牛，二羊当一马。今术置羊一、马二、牛四者，通其率以为列衰。

〔三〕今有甲持钱五百六十，乙持钱三百五十，丙持钱一百八十，凡三人俱出关，关税百钱。欲以钱数多少衰出之，问各几何？

答曰：

甲出五十一钱、一百九分钱之四十一。

乙出三十二钱、一百九分钱之一十二。

丙出一十六钱、一百九分钱之五十六。

术曰：各置钱数为列衰，副并为法，以百钱乘未并者，各自为实，实如法得一钱。臣淳风等谨按：此术甲、乙、丙持钱数以为列衰，副并为所有率，未并者各为所求率，百钱为所有数，而今有之，即得。

〔四〕今有女子善织，日自倍，五日织五尺。问日织几何？

答曰：

初日织一寸、三十一分寸之十九。

次日织三寸、三十一分寸之七。

次日织六寸、三十一分寸之十四。

次日织一尺二寸、三十一分寸之二十八。

次日织二尺五寸、三十一分寸之二十五。

术曰：置一、二、四、八、十六为列衰，副并为法，以五尺乘未并者，各自为实，实如法得一尺。

〔五〕今有北乡算八千七百五十八，西乡算七千二百三十六，南乡算八千三百五十六，凡三乡，发徭三百七十八人。欲以算数多少衰出之，问各几何？

答曰：

北乡遣一百三十五人、一万二千一百七十五分人之一万一千六百三十七。

西乡遣一百一十二人、一万二千一百七十五分人之四千四。

南乡遣一百二十九人、一万二千一百七十五分人之八千七百九。

术曰：各置算数为列衰，臣淳风等谨按：三乡算数约，可半者为列衰。副并为法，以所发徭人数乘未并者，各自为实，实如法得一人。按此术，今有之义也。

〔六〕今有稟粟，大夫、不更、簪裹、上造、公士，凡五人，一十五斗。今有大夫一人后来，亦当稟五斗。仓无粟，欲以衰出之，问各几何？

答曰：

大夫出一斗、四分斗之一。

不更出一斗。

簪裹出四分斗之三。

上造出四分斗之二。

公士出四分斗之一。

术曰：各置所禀粟斛斗数，爵次均之，以为列衰，副并而加后来大夫亦五斗，得二十以为法。以五斗乘未并者各自为实。实如法得一斗。禀前五人十五斗者，大夫得五斗，不更得四斗，簪裹得三斗，上造得二斗，公士得一斗。欲令五人各依所得粟多少，减与后来大夫，即与前来大夫同。据前来大夫已得五斗，故言亦也。各以所得斗数为衰并得十五，而加后来大夫亦五斗，凡二十为法也。是为六人共出五斗，后来大夫亦俱损折。今有术副并为所有率，未并者各为所求率，五斗为所有数，而今有之，即得。

〔七〕今有禀粟五斛，五人分之，欲令三人得三，二人得二。问各几何？

答曰：

三人，人得一斛一斗五升、十三分升之五。

二人，人得七斗六升、十三分升之十二。

术曰：置三人，人三；二人，人二，为列衰。副并为法。以五斛乘未并者，各自为实。实如法得一斛。

返衰 以爵次言之，大夫五、不更四。欲令高爵得多者，当使大夫一人受五分，不更一人受四分，人数为母，分数为子。母同则子齐，齐即衰也。故上衰分宜以五四为列焉。今此令高爵出少，则当使大夫五人共出一人分，不更四人共出一人分，故谓之返衰。人数不同，则分数不齐，当令母互乘子，母互乘子则动者为不动者衰也。亦可先同其母，各以分母约其同^①，为返衰。副并为法，以所分乘未并者各自为实，实如法而一。

术曰：列置衰而令相乘，动者为不动者衰。

① “同”谓分母相乘所得之共同分母也。各本俱讹作“子”，以意校改。

〔八〕今有大夫、不更、簪裹、上造、公士，凡五人，共出百钱。欲令高爵出少，以次渐多，问各几何？

答曰：

大夫出八钱、一百三十七分钱之一百四。

不更出一十钱、一百三十七分钱之一百三十。

簪裹出一十四钱、一百三十七分钱之八十二。

上造出二十一钱、一百三十七分钱之一百二十三。

公士出四十三钱、一百三十七分钱之一百九。

术曰：置爵数各自为衰，而返衰之，副并为法。以百钱乘未并者各自为实。实如法得一钱。

〔九〕今有甲持粟三升，乙持粳米三升，丙持粳饭三升。欲令合而分之，问各几何？

答曰：

甲二升、一十分升之七。

乙四升、一十分升之五。

丙一升、一十分升之八。

术曰：以粟率五十、粳米率三十、粳饭率七十五为衰，而返衰之，副并为法。以九升乘未并者各自为实。实如法得一升。按此术三人所持升数虽等，论其本率，精粗不同。米率虽少，令最得多。饭率虽多，返使得少。故令返之，使精得多而粗得少。于今有术，副并为所有率，未并者各为所求率，九升为所有数，而今有之，即得。

〔一〇〕今有丝一斤，价直二百四十。今有钱一千三百二十八，问得丝几何？

答曰：五斤八两一十二铢、五分铢之四。

术曰：以一斤价数为法，以一斤乘今有钱数为实，实如法得丝数。按此术，今有之义，以一斤价为所有率，一斤为所求率，今有钱

为所有数，而今有之，即得。

〔一一〕今有丝一斤价直三百四十五。今有丝七两一十二铢，问得钱几何？

答曰：一百六十一钱、三十二分钱之二十三。

术曰：以一斤铢数为法，以一斤价数，乘七两一十二铢为实。实如法得钱数。按此术亦今有之义。以丝一斤铢数为所有率，价钱为所求率，今有丝为所有数，而今有之，即得。

〔一二〕今有缣一丈价直一百二十八。今有缣一匹九尺五寸，问得钱几何？

答曰：六百三十三钱、五分钱之三。

术曰：以一丈寸数为法，以价钱数乘今有缣寸数为实，实如法得钱数。臣淳风等谨按：此术亦今有之义。以缣一丈寸数为所有率，价钱为所求率，今有缣寸数为所有数，而今有之，即得。

〔一三〕今有布一匹，价直一百二十五。今有布二丈七尺，问得钱几何？

答曰：八十四钱、八分钱之三。

术曰：以一匹尺数为法，今有布尺数乘价钱为实，实如法得钱数。按此术亦今有之义。以一匹尺数为所有率，价钱为所求率，今有布为所有数，今有之，即得。

〔一四〕今有素一匹一丈，价直六百二十五。今有钱五百，问得素几何？

答曰：得素一匹。

术曰：以价直为法，以一匹一丈尺数乘今有钱数为实。实如法得素数。按此术亦今有之义。以价钱为所有率，五丈尺数为所求率，今有钱为所有数，今有之，即得。

〔一五〕今有与人丝一十四斤，约得缣一十斤。今与人丝四十五斤八

两,问得缣几何?

荅曰:三十二斤八两。

术曰:以一十四斤两数为法,以一十斤乘今有丝两数为实,实如法得缣数。此术亦今有之义。以一十四斤两数为所有率,一十斤为所求率,今有丝为所有数,今有之,即得。

〔一六〕今有丝一斤,耗七两。今有丝二十三斤五两,问耗几何?

荅曰:一百六十三两四铢半。

术曰:以一斤展十六两为法,以七两乘今有丝两数为实,实如法得耗数。按此术亦今有之义。以一斤为十六两为所有率,七两为所求率,今有丝为所有数,而今有之,即得。

〔一七〕今有生丝三十斤,干之,耗三斤十二两。今有干丝一十二斤,问生丝几何?

荅曰:一十三斤一十一两十铢、七分铢之二。

术曰:置生丝两数,除耗数,余,以为法。余四百二十两,即干丝率。三十斤乘干丝两数为实。实如法得生丝数。凡所谓率者,细则俱细,粗则俱粗,两数相推^①而已。故品物不同,如上缣丝之比,相与为率^②。三十斤凡四百八十两。令^③生丝率四百八十两,干^④丝率四百二十两,则其数相通。可俱为铢,可俱为两,可俱为斤,无所归滞也。若然宜以所有干丝斤数,乘生丝两数为实。今斤两错互而亦同归者,使干丝以两数为率,生丝以斤数为率^⑤,譬之异类,亦各有一定之势。臣淳风等谨按:此术,置生丝两数,除耗数,余即干丝之率,于今有术为所

① “推”,南宋本、《大典》本俱讹作“抱”,今从殿本校改。

② “相与为率”,南宋本、《大典》本俱讹作“相与乘为”。戴震校作“得相与乘焉”。李潢校作“得相与率焉”。今改为“相与为率”。

③ “令”,系南宋本原文,殿本改作“今”。

④ “干”字上,南宋本有一“令”字,今删去。

⑤ “生丝以斤数为率”,各本讹作“生丝以类为率”,今从微波榭本校改。

有率。三十斤为所求率。干丝两数为所有数。凡所谓率者，细则俱细，粗则俱粗。今以斤乘两者^①，干丝即以两数为率，生丝即以斤数为率，譬之异物，各有一定之率也。

〔一八〕今有田一亩，收粟六升、太半升。今有田一顷二十六亩一百五十九步，问收粟几何？

答曰：八斛四斗四升、一十二分升之五。

术曰：以亩二百四十步为法，以六升、太半升乘今有田积步为实，实如法得粟数。按此术亦今有之义。以一亩步数为所有率，六升、太半升为所求率，今有田积步为所有数，而今有之，即得。

〔一九〕今有取保一岁，价钱二千五百。今先取一千二百，问当作日几何？

答曰：一百六十九日、二十五分日之二十三。

术曰：以价钱为法，以一岁三百五十四日乘先取钱数为实，实如法得日数。按此术亦今有之义。以价为所有率，一岁日数为所求率，取钱为所有数，而今有之，即得。

〔二〇〕今有贷人千钱，月息三十。今有贷人七百五十钱，九日归之，问息几何？

答曰：六钱、四分钱之三。

术曰：以月三十日，乘千钱为法。以三十日乘千钱为法者，得三万，是为贷人钱三万，一日息三十也。以息三十乘今所贷钱数，又以九日乘之，为实。实如法得一钱。以九日乘今所贷钱为今一日所有钱，于今有术为所有数，息三十为所求率，三万钱为所有率。此又可以一月三十日约息三十钱，为十分一日，以乘今一日所有钱为实。千钱为法。为率者当等之于一也。故三十日或可乘本，或可约息，皆所以等之也。

① “今以斤乘两者”，各本讹作“今有一斤乘两知”，今从微波榭本校改。

九章算术卷第四

少广 以御积幂方圆

少广 臣淳风等谨按：一亩之田广一步，长二百四十步。今欲截取其从少，以益其广，故曰少广。术曰：置全步及分母子，以最下分母遍乘诸分子及全步，臣淳风等谨按：以分母乘全步者，通其分也。以母乘子者，齐其子也。各以其母除其子，置之于左。命通分者，又以分母遍乘诸分子，及已通者皆通而同之，并之为法。臣淳风等谨按：诸子悉通，故可并之为法。亦不^①宜用合分术，列数尤多，若用乘则算数至繁，故别制此术，从省约^②。置所求步数，以全步积分乘之为实。此以田广为法，以亩积步为实。法有分者，当同其母，齐其子，以同乘法实，而并齐于法。今以分母乘全步及子，子如母而一^③，并以并全法，则法实俱长，意亦等也。故如法而一，得从步数。实如法而一，得从步。

〔一〕今有田广一步半。求田一亩，问从几何？

① “不”字原缺，此依微波榭本校补。

② “从省约”后，南宋本衍“置所求步数，以全步积分乘之为实”十四字，今从殿本删去。

③ 从“法有分者”到“子如母而一”三十五字南宋本、《大典》本讹作正文，“法有分者”的“法”字，南宋本又讹作“置”字，此依戴震校改。

答曰：一百六十步。

术曰：下有半，是二分之一。以一为二，半为一，并之得三，为法。置田二百四十步，亦以一为二乘之，为实。实如法得从步。

〔二〕今有田广一步半、三分步之一。求田一亩，问从几何？

答曰：一百三十步、一十一分步之一十。

术曰：下有三分，以一为六，半为三，三分之一为二，并之得十一为法。置田二百四十步，亦以一为六乘之，为实。实如法得从步。

〔三〕今有田广一步半、三分步之一、四分步之一。求田一亩，问从几何？

答曰：一百一十五步、五分步之一。

术曰：下有四分，以一为一十二，半为六，三分之一为四，四分之一为三，并之得二十五，以为法。置田二百四十步，亦以一为一十二乘之，为实。实如法而一，得从步。

〔四〕今有田广一步半、三分步之一、四分步之一、五分步之一。求田一亩，问从几何？

答曰：一百五步、一百三十七分步之一十五。

术曰：下有五分，以一为六十，半为三十，三分之一为二十，四分之一为一十五，五分之一为一十二，并之得一百三十七，以为法。置田二百四十步，亦以一为六十乘之，为实。实如法得从步。

〔五〕今有田广一步半、三分步之一、四分步之一、五分步之一、六分步之一。求田一亩，问从几何？

答曰：九十七步、四十九分步之四十七。

术曰：下有六分，以一为一百二十，半为六十，三分之一为

四十，四分之一为三十，五分之一为二十四，六分之一为二十，并之得二百九十四以为法。置田二百四十步，亦以一为一百二十乘之，为实。实如法得从步。

〔六〕今有田广一步半、三分步之一、四分步之一、五分步之一、六分步之一、七分步之一。求田一亩，问从几何？

答曰：九十二步、一百二十一分步之六十八。

术曰：下有七分，以一为四百二十，半为二百一十，三分之一为一百四十，四分之一为一百五，五分之一为八十四，六分之一为七十，七分之一为六十，并之得一千八十九，以为法。置田二百四十步，亦以一为四百二十乘之，为实。实如法得从步。

〔七〕今有田广一步半、三分步之一、四分步之一、五分步之一、六分步之一、七分步之一、八分步之一。求田一亩，问从几何？

答曰：八十八步、七百六十一分步之二百三十二。

术曰：下有八分，以一为八百四十，半为四百二十，三分之一为二百八十，四分之一为二百一十，五分之一为一百六十八，六分之一为一百四十，七分之一为一百二十，八分之一为一百五，并之得二千二百八十三，以为法。置田二百四十步，亦以一为八百四十乘之，为实。实如法得从步。

〔八〕今有田广一步半、三分步之一、四分步之一、五分步之一、六分步之一、七分步之一、八分步之一、九分步之一。求田一亩，问从几何？

答曰：八十四步、七千一百二十九分步之五千九百六十四。

术曰：下有九分，以一为二千五百二十，半为一千二百六十，三分之一为八百四十，四分之一为六百三十，五分之一为五百四，六分之一为四百二十，七分之一为三百六十，八分之

一为三百一十五，九分之一为二百八十，并之得七千一百二十九，以为法。置田二百四十步，亦以一为二千五百二十乘之，为实。实如法得从步。

〔九〕今有田广一步半、三分步之一、四分步之一、五分步之一、六分步之一、七分步之一、八分步之一、九分步之一、十分步之一。求田一亩，问从几何？

答曰：八十一步、七千三百八十一分步之六千九百三十九。

术曰：下有一十分，以一为二千五百二十，半为一千二百六十，三分之一为八百四十，四分之一为六百三十，五分之一为五百四，六分之一为四百二十，七分之一为三百六十，八分之一为三百一十五，九分之一为二百八十，十分之一为二百五十二，并之得七千三百八十一，以为法。置田二百四十步，亦以一为二千五百二十乘之，为实。实如法得从步。

〔一〇〕今有田广一步半、三分步之一、四分步之一、五分步之一、六分步之一、七分步之一、八分步之一、九分步之一、十分步之一、十一分步之一。求田一亩，问从几何？

答曰：七十九步、八万三千七百一十一分步之三万九千六百三十一。

术曰：下有一十一分，以一为二万七千七百二十，半为一万三千八百六十，三分之一为九千二百四十，四分之一为六千九百三十，五分之一为五千五百四十四，六分之一为四千六百二十，七分之一为三千九百六十，八分之一为三千四百六十五，九分之一为三千八十，一十分之一为二千七百七十二，一十一分之一为二千五百二十，并之得八万三千七百一十一，以为法。置田二百四十步，亦以一为二万七千七百二十乘之，为

实。实如法得从步。

〔一一〕今有田广一步半、三分步之一、四分步之一、五分步之一、六分步之一、七分步之一、八分步之一、九分步之一、十分步之一、十一分步之一、十二分步之一。求田一亩，问从几何？

答曰：七十七步、八万六千二十一分步之二万九千一百八十三。

术曰：下有一十二分，以一为八万三千一百六十，半为四万一千五百八十，三分之一为二万七千七百二十，四分之一为二万七千九十，五分之一为一万六千六百三十二，六分之一为一万三千八百六十，七分之一为一万一千八百八十，八分之一为一万三百九十五，九分之一为九千二百四十，一十分之一为八千三百一十六，十一分之一为七千五百六十，十二分之一为六千九百三十，并之得二十五万八千六十三，以为法。置田二百四十步，亦以一为八万三千一百六十乘之，为实。实如法得从步。臣淳风等谨按：凡为术之意，约省为善。宜云下有一十二分，以一为二万七千七百二十。半为一万三千八百六十，三分之一为九千二百四十，四分之一为六千九百三十，五分之一为五千五百四十四，六分之一为四千六百二十，七分之一为三千九百六十，八分之一为三千四百六十五，九分之一为三千八十，十分之一为二千七百七十二，十一分之一为二千五百二十，十二分之一为二千三百一十，并之得八万六千二十一，以为法。置田二百四十步，亦以一为二万七千七百二十乘之，以为实。实如法得从步。其术亦得，知不繁也。

〔一二〕今有积五万五千二百二十五步。问为方几何？

答曰：二百三十五步。

〔一三〕又有积二万五千二百八十一。问为方几何？

答曰：一百五十九步。

〔一四〕又有积七万一千八百二十四步。问为方几何？

答曰：二百六十八步。

〔一五〕又有积五十六万四千七百五十二步、四分步之一。问为方几何？

答曰：七百五十一步半。

〔一六〕又有积三十九亿七千二百一十五万六百二十五步。问为方几何？

答曰：六万三千二十五步。

开方 求方幂之一面也。术曰：置积为实。借一算步之，超一等。言百之面十也，言万之面百也。议所得，以一乘所借一算为法，而以除。先得黄甲之面，上下相命，是自乘而除也。除已，倍法为定法。倍之者，豫张两面朱幂定表，以待复除，故曰定法。其复除。折法而下。欲除朱幂者，本当副置所得乘^①方。倍之为定法，以折、议、乘而以除。如是当复步之而止，乃得相命，故使就上折下。复置借算步之如初，以复议一乘之，欲除朱幂之角黄乙之幂，其意如初之所得也。所得副，以加定法，以除。以所得副从定法。再以黄乙之面加定法者，是则张两青幂之表。复除折下如前。若开之不尽者为不可开，当以面命之。术或有以借算加定法而命分者，虽粗相近，不可用也。凡开积为方，方之自乘当还复其^②积分。令不加借算而命分，则常微少。其加借算而命分，则又微多。其数不可得而定。故惟以面命之，为不失耳。譬犹以三除十，以其余为三分之一，而复其数可举。不以面命之，加定法如前，求其微数。微数无名者以为分子，其一退以十为母，其再退以百为母。退之弥下，其分弥细，则朱幂虽有所弃^③之数，不足言之也。若实有

① “乘”，各本讹作“成”，今以意校改。

② “其”，《大典》本作“有”，此从南宋本。

③ “弃”，各本作“乘”，形近而误。

分者，通分内子为定实。乃开之，讫，开其母报除。臣淳风等谨按：分母可开者，并通之积先合二母。既开之后一母尚存，故开分母求一母为法，以报除也。若母不可开者，又以母^①乘定实，乃开之，讫，令如母而一。臣淳风等谨按：分母不可开者，本一母也。又以母乘之，乃合二母。既开之后，亦一母存焉。故令如母而一，得全面也。又按此术：“开方”者，求方幂之一面也。“借一算”者，假借一算，空有列位之名，而无除积之实。方隅得面，是故借算列之于下也。“步之超一等”^②者，方十自乘其积有百，方百自乘其积有万，故超位至百而言十，至万而言百也。“议所得，以一乘所借一算为法，而以除”者，先得黄甲之面，以方为积者两相乘。故开方除之，还令两面上下相命，是自乘而除之也。“除已，倍法为定法”者，实积未尽，当复更除，故豫张两面朱幂定表，以待复除，故曰定法^③也。“其复除，折法而下”者，欲除朱幂，本当副置所得乘方^④，倍之为定法，以折、议、乘之而以除，如^⑤是当复步之而止，乃得相命，故使就上折之而下也。“复置借算步之如初，以复议一乘之，所得副，以加定法，以除”者，欲除朱幂之角、黄乙之幂。“以所得副从定法”者，再以黄乙之幂加定法，是则张两青幂之表，故如前开之，即合所问。

〔一七〕今有积一千五百一十八步、四分步之三。问为圆周几何？

答曰：一百三十五步。于徽术，当周一百三十八步、一十分步之一。臣淳风等谨按：此依密率为周一百三十八步、五十分步之九。

〔一八〕今有积三百步。问为圆周几何？

答曰：六十步。于徽术，当周六十一步、五十分步之十九。

① 各本于“乘”字上衍一“再”字，依李潢校删去。

② “步之超一等”系南宋本原文，《大典》本、殿本“等”改作“位”。

③ “定法”，微波榭本讹作“定除”，南宋本、《大典》本不误。

④ “副置所得乘方”，“乘”南宋本、《大典》本讹作“成”。

⑤ “如”字下，南宋本衍一“初”字，此依殿本删去。

臣淳风等谨按：依密率，为周六十一、一百分步之四十一。

开圆术曰：置积步数，以十二乘之，以开方除之，即得周。

此术以周三径一为率，与旧圆田术相返覆也。于徽术以三百一十四乘积，如二十五而一，所得，开方除之，即周也。开方除之即径^①。是为据见幂以求周，犹失之于微少。其以二百乘积，一百五十七而一，开方除之即径，犹失之于微多。臣淳风等谨按：此注于徽术，求周之法，其中不用“开方除之即径”六字，今本有者衍剩也。依密率八十八乘之，七而一。按周三径一之率，假令周六径二，半周半径相乘得幂三。周六自乘得三十六，俱以等数除幂，得一周之数十二也。其积本周自乘合以一乘之，十二而一，得积三也。术为一乘不长，故以十二而一得此积。今还原置此积三，以十二乘之，复其本周自乘之数。凡物自乘，开方除之，复其本数。故开方除之即周。

〔一九〕今有积一百八十六万八百六十七尺。此尺谓立方之尺也。凡物有高深而言积者，曰立方。问为立方几何？

答曰：一百二十三尺。

〔二〇〕今有积一千九百五十三尺、八分尺之一。问为立方几何？

答曰：一十二尺半。

〔二一〕今有积六万三千四百一尺、五百一十二分尺之四百四十七。问为立方几何？

答曰：三十九尺、八分尺之七。

〔二二〕又有积一百九十三万七千五百四十一尺、二十七分尺之一十七。问为立方几何？

答曰：一百二十四尺、太半尺。

开立方 立方适等，求其一面也。术曰：置积为实。借一算步

① “开方除之即径”六字无疑是衍文。唐李淳风等所见抄本已有此六字，并已指出其为衍剩。

之，超二等。言千之面十，言百万之面百。议所得，以再乘所借一算为法，而除之^①。再乘者亦求为方幂，以上议命而除之，则立方等也。除已，三之为定法。为当复除，故豫张三面，以定方幂为定法也。复除，折而下。复除者，三面方幂以皆自乘之数，须得折、议，定其厚薄尔。开平幂者方百之面十，开立幂者方千之面十。据定法已有成方之幂，故复除当以千为百，折下一等也。以三乘所得数置中行。设三廉之定长。复借一算置下行。欲以为隅。方立方等未有定数，且置一算定其位。步之，中超一，下超二等^②。上方法，长自乘而一折。中廉法，但有长故降一等。下隅法，无面长故又降一等也。复置议，以一乘中，为三廉备幂也。再乘下，令隅自乘为方幂也。皆副以加定法。以定法除。三面、三廉、一隅皆已有幂，以上议命之而除去三幂^③之厚也。除已，倍下，并中从定法。凡再以中，三以下，加定法者，三廉各当以两面之幂，连于两方之面，一隅连于^④三廉之端，以待复除也。言不尽意，解此要当以棋，乃得明耳。复除，折下如前。开之不尽者，亦为不可开。术亦有以定法命分者，不如故幂开方，以微数为分也。若积有分者，通分内子为定实。定实乃开之，讫，开其母以报除。臣淳风等按：分母可开者，并通之积先合三母。既开之后一母尚存，故开分母，求一母为法，以报除也。若母不可开者，又以母再乘定实，乃开之。讫，令如母而一。臣淳风等谨按：分母不可开者，本一母也。又以母再乘之，令合三母^⑤。既开之后，一母犹存，故令如^⑥母而一，得全面也。按开立方者，立方适等，求其一面之数也。“借一算步之，超二

① “除之”，殿本作“以除”，此从南宋本。

② “下超二等”，南宋本、《大典》本“等”讹作“位”，今改正。

③ “幂”，各本俱作“表”，今依李潢校。

④ 南宋本、《大典》本俱缺“两方之面一隅连于”八字，今从戴震所校殿本补。

⑤ “令合三母”，殿本、孔刻本“令”讹作“今”，南宋本不误。

⑥ “如”，南宋本讹作“一”，此从殿本。

等”者^①，立方求积^②，方再自乘。就积开之，故超二位，言千之面十，言百万之面百也。“议所得，以再乘所借一算为法，而以除”者^③，求为方幂，以议命之而除，则立方等也。“除已，三之为定法”者，为积未尽，当复更除故。豫张三面已定方幂为定法也。“复除，折而下”者^④，三面方幂皆已有自乘之数，须得折，议，定其厚薄。据开平方百之面十，其开立方即千之面十。而定法已有成方之幂，故复除之当以千为百，折下一等也。“以三乘所得数置中行”者，设三廉之定长也。“复借一算置下行”者，欲以为隅。方立方等未有数，且置一算定其位也。“步之，中超一，下超二”者，上方法长自乘而一折，中廉法但有长故降一等，下隅法无面长故又降一等也。“复置议以一乘中”者，为三廉备^⑤幂也。“再乘下”者，当令隅自乘为方幂也。“皆副以加定法，以定法除”者，三面三廉一隅皆已有幂，以上议命之而除去三幂^⑥之厚也。“除已，倍下、并中，从定法”者，三廉各当以两面之幂连于两方之面，一隅连于三廉之端，以待复除也。其开之不尽者，折下如前，开方即合所问。有分者，通分内子开之。讫，开其母以报除。可开者，以通分之积^⑦先合三母，既开之后，一母尚存。故开分母者求一母为法以报除。若母不可开者，又以母再乘定实，乃开之。讫，令如母而一。分母不可开者本一母，又以母再乘，令合三母。既开之后，亦一母尚存。故令如母而一，得全面也。

〔二三〕今有积四千五百尺。亦谓立方之尺也。问为立圆径几何？

-
- ① “超二等者”，南宋本、殿本“等”俱作“位”，孔刻本依戴震校正，今从之。
 ② “立方求积”，南宋本于“立”字前衍一“但”字，今依殿本删去。
 ③ “议所得，以再乘所借一算为法，而以除者”，南宋本“得”讹作“以”，“一”字缺，“者”讹作“知”，今从殿本校改。
 ④ “复除，折而下者”，南宋本作“复折除而下知”，此从殿本。
 ⑤ “备”，各本俱讹作“借”，依李潢校正。
 ⑥ “幂”，各本俱讹作“衰”，依李潢校正。
 ⑦ “以通分之积”，各本俱缺“分”字。殿本“以”字又讹作“并”，今以意校正。

答曰：二十尺。依密率，立圆径二十^①尺，计积四千一百九十尺、二十一分寸之一十。

〔二四〕又有积一万六千四百四十八亿六千六百四十三万七千五百尺。问为立圆径几何？

答曰：一万四千三百尺。依密率为径一万四千六百四十三尺、四分尺之三。

开立圆术曰：置积尺数，以十六乘之，九而一，所得开立方除之，即丸径。立圆，即丸也。为术者，盖依周三径一之率。令圆幂居方幂四分之三，圆圀居立方亦四分之三。更令圆圀为方率十二，为丸率九，丸居圆圀又四分之三也。置四分自乘得十六分，三自乘得九^②，故丸居立方十六分之九也。故以十六乘积，九而一，得立方之积。丸径与立方等，故开立方而除，得径也。然此意非也。何以验之？取立方棋八枚，皆令立方一寸，积之为立方二寸。规之为圆圀，径二寸，高二寸。又复横规^③之，则其形有似牟合方盖矣。八棋皆似阳马，圆然也。按合盖者，方率也。丸居其中，即圆率也。推此言之，谓夫圆圀为方率，岂不阙哉？以周三径一为圆率，则圆幂伤少。令圆圀为方率，则丸积伤多。互相通补，是以九^④与十六之率偶与实相近，而丸犹伤多耳。观立方之内，合盖之外，虽衰杀有渐，而多少不掩。判合总结，方圆相缠，浓纤诡互，不可等正。欲陋形措意，惧失正理。敢不阙疑，以俟能言者。 黄金方寸，重十六两。金丸径寸，重九两。率生于此，未曾验也。《周官·考工记》：“栗氏为量，改煎金锡则不耗。不耗然后权之，权之然后准之，准之然后量之。”言炼金使极精，而后分之，则可以率也。令丸径自乘，三而一，开

① “二十”下殿本、孔刻本俱衍“八”字。

② “置四分自乘得十六分，三自乘得九”，“分三”二字各本俱讹倒为“三分”，今以意校正。

③ “规”，南宋本、《大典》本俱讹作“因”，今依戴震校。

④ “九”，南宋本、《大典》本俱讹作“丸”，今依戴震校。

方除之，即丸中之立方也。假令丸中立方五尺，五尺为句，句自乘幂二十五尺，倍之得五十尺，以为弦^①幂，谓平面方五尺之弦也。以此弦^②为股，亦以五尺为句，并句股幂得七十五尺，是为大弦幂。开方除之，则大弦可知也。大弦则中立方之长邪，邪即丸径也。故中立方自乘之幂于丸径自乘之幂，三分之一也。令大弦还乘其幂，即丸外立方之积也。大弦幂开之不尽，令其^③幂七十五再自乘之为面，命得外立方积四十二万一千八百七十五尺之面。又令中立方五尺自乘又以方乘之，得积一百二十五尺。一百二十五尺自乘为面，命^④得积一万五千六百二十五尺之面。皆以六百二十五约之，外立方积六百七十五尺之面，中立方积二十五尺之面也。张衡算又谓立方为质，立圆为浑。衡言质之与中外之浑：六百七十五尺之面开方除之，不足一，谓外浑^⑤积二十六也。内浑二十五之面，谓积五尺也。今徽令质言中浑，浑又言质，则二质相与之率，犹衡二浑相与之率也。衡盖亦先二质之率推以言浑之率也。衡又言质六十四之面，浑二十五之面。质复言浑，谓居质八分之五也。又云，方八之面，圆五^⑥之面。圆浑相推，知其复以圆困为方率，浑为圆率也，失之远矣。衡说之自然，欲协其阴阳奇耦之说而不顾疏密矣。虽有文辞，斯乱道破义，病也。置外质积二十六，以九乘之，十六而一，得积一十四尺、八分之五，即质中之浑也。以分母乘全内子得一百一十七。又置内质积五，以分母乘之得四十，是为质居浑一百一十七分之四十，而浑率犹为伤多也。假令方二尺，方四面并得八尺也，谓之方周。其中令圆径与方等，亦二尺也。

① “弦”，各本俱讹作“股”，以意校正。

② “弦”字下各本俱衍一“幂”字，今删去。

③ “其”，南宋本、《大典》本俱讹作“困”，依戴校。

④ “命”，南宋本、《大典》本俱讹作“句”，今依戴校。

⑤ “外浑”，各本俱讹作“外质”。李潢以为“外质”二字衍文，汪莱以为“质，浑之误”，今从汪校。

⑥ “五”，各本俱讹作“六”。李潢、汪莱皆以为是“五”字。

圆半径^①以乘圆周之半,即圆幂也。半方以乘方周之半,即方幂也。然则方周知方幂之率也;圆周知圆幂之率也。按如衡术,方周率八之面,圆周率五之面也。令方周六十四尺之面,即圆周四十尺之面也。又令径一尺方周四尺,自乘得十六尺之面^②,是为圆周率一十^③之面,而径率一之面也。衡亦以周三径一之率为非是,故更著此法。然增周太多,过其实矣。臣淳风等谨按:祖暅之谓刘徽、张衡二人皆以圆囿为方率,丸为圆率,乃设新法。祖暅之开立圆术曰:以二乘积开立方除之,即立圆径^④。其意何也?取立方棋一枚,令立枢于左后之下隅,从规去其右上之廉。又合而横规之,去其前上之廉^⑤。于是立方之棋,分而为四。规内棋一,谓之内棋。规外棋三,谓之外棋。更合四棋^⑥,复横断之。以句股言之,令余高为句,内棋断上方为股,本方之数,其弦也。句股之法,以句幂减弦幂,则余为股幂,若令余高自乘,减本方之幂,余即内棋^⑦断上方之幂也。本方之幂,即内外^⑧四棋之断上幂。然则余高自乘,即外三棋之断上幂矣。不问高卑,势皆然也。然固有所归同而涂殊者尔。而乃控远以演类,借况以析微。按阳马方高数参等者,倒^⑨而立之,横截去上,则

① “圆半径”,各本俱讹作“丸半径”,此依李潢校正。

② “又令径一尺,方周四尺,自乘得十六尺之面”,各本讹作“又令径二尺自算得径四尺之面”。此依戴震校改。

③ “一十”,各本讹作“十二”,依李潢校正。

④ “以二乘积开立方除之即立圆径”,南宋本、《大典》本原文如此,盖依径一周三计算,外切立方体积为球体积之二倍也。戴震改为“以二十一乘积,十一而一,开立方除之,即立圆径”,殊属多事。

⑤ 戴校本于“前上之廉”之下添“右前之廉”四字,毫无意义。

⑥ 南宋本、《大典》本俱于“更合四棋”之前衍一“规”字,依李潢校删去。

⑦ “内棋”,南宋本作“内减棋”,衍一“减”字,《大典》本“棋”又讹作“其”,今依李潢校正。

⑧ “内外”,各本脱落“内”字,今补正。

⑨ “倒”,各本俱讹作“列”,依李潢校改。

高自乘与断上幂数，亦等焉。夫叠棋成立积^①，缘幂势既同，则积不容异。由此观之，规之外三棋旁蹙为一，即一阳马也。三分立方，则阳马居一，内棋居二可知矣。合八小方成一大方，合八内棋成一合盖。内棋居小方三分之二，则合盖居立方亦三分之二，较然验矣。置三分之二以圆幂率三乘之，如方幂率四而一，约而定之，以为丸率。故曰丸居立方二^②分之一也。等数既密，心亦昭晰。张衡放旧，贻哂于后。刘徽循故，未暇校新。夫岂难哉，抑未之思也。依密率，此立圆积^③本以圆径再自乘，十一乘之，二十一而一，约此积。今欲求其本积故以二十一乘之，十一而一。凡物再自乘，开立方除之复其本数。故立方除之，即丸径也。

① “夫叠棋成立积”，各本皆同，原无可疑。李潢谓“棋当作幂”，似非《缀术》作者的本意。

② “二”，各本俱讹作“三”，汪莱谓“三，二之误”，今依汪校改正。

③ “此立圆积”，各本俱讹作“立此圆积”，今以意校正。

九章算术卷第五

商功 以御功程积实

〔一〕今有穿地积一万尺。问为坚、壤各几何？

答曰：

为坚七千五百尺。

为壤一万二千五百尺。

术曰：穿地四，为壤五，壤谓息土。为坚三，坚为筑土。为墟四。墟谓穿坑。此皆其常率。以穿地求壤，五之；求坚，三之，皆四而一。今有术也。以壤求穿，四之；求坚，三之，皆五而一。以坚求穿，四之；求壤，五之，皆三而一。臣淳风等谨按：此术并今有之义也。重张穿地积一万尺为所有数，坚率三、壤率五各为所求率，墟率四为所有率，而今有之，即得。

城、垣、堤、沟、塹、渠，皆同术。

术曰：并上下广而半之，损广补狭。以高若深乘之，又以袤乘之，即积尺。按此术并上下广而半之者，以盈补虚，得中平之广。以高若深乘之^①，得一头之立幂。又以袤乘之者，得立实之积，故为积尺。

① 四库馆戴震校云：“按此下原本衍‘坚率三、壤率五，为所求率，墟率四为所有率而今有之’凡二十二字，系上注重见于此，今删正。”

〔二〕今有城下广四丈，上广二丈，高五丈，袤一百二十六丈五尺。问积几何？

答曰：一百八十九万七千五百尺。

〔三〕今有垣下广三尺，上广二尺，高一丈二尺，袤二十二丈五尺八寸。问积几何？

答曰：六千七百七十四尺。

〔四〕今有堤下广二丈，上广八尺，高四尺，袤一十二丈七尺。问积几何？

答曰：七千一百一十二尺。

冬程人功四百四十四尺。问用徒几何？

答曰：一十六人、一百一十一分人之二。

术曰：以积尺为实，程功尺数为法，实如法而一，即用徒人数。

〔五〕今有沟上广一丈五尺，下广一丈，深五尺，袤七丈。问积几何？

答曰：四千三百七十五尺。

春程人功七百六十六尺，并出土功五分之一^①，定功六百一十二尺、五分尺之四。问用徒几何？

答曰：七人、三千六十四分人之四百二十七。

术曰：置本人功，去其五分之一，余为法。去其五分之一者，谓以四乘五除也。以沟积尺为实。实如法而一，得用徒人数。按此术：“置本人功^②，去其五分之一”者，谓以四乘之，五而一，除去出土之功，取其定功，乃通分内子以为法。以分母乘沟积尺为实者，法里有分，实里通之，实如法而一，即用徒人数。此以一人之积尺，除其众尺，得

① “并出土功五分之一”，各本“一”讹作“四”，今依李潢校正。

② “置本人功”，南宋本讹作“本置人功”，今依殿本校正。

用徒人数^①。不尽者，等数约之而命分也。

〔六〕今有堑上广一丈六尺三寸，下广一丈，深六尺三寸，袤一十三丈二尺一寸。问积几何？

答曰：一万九百四十三尺八寸。八寸者，谓穿地方尺深八寸。此积余有方寸中二分四厘五毫，弃^②之，贵欲从易^③，非其常定也。

夏程人功八百七十一尺。并出土功五分之一，沙砾水石之功作太半，定功二百三十二尺、一十五分尺之四。问用徒几何？

答曰：四十七人、三千四百八十四分人之四百九。

术曰：置本人功，去其出土功五分之一，又去沙砾水石之功太半，余为法。以堑积尺为实。实如法而一，即用徒人数。按此术置本人功去其出土功五分之一者，谓以四乘五除。又去沙砾水石作太半者，一乘，三除，存其少半。取其定功，乃通分内予以为法。以分母乘堑积尺为实。法里有分，实里通之。实如法而一，即用徒人数。不尽者等数约之，而命分也。

〔七〕今有穿渠上广一丈八尺，下广三尺六寸，深一丈八尺，袤五万一千八百二十四尺。问积几何？

答曰：一千七万四千五百八十五尺六寸。

秋程人功三百尺，问用徒几何？

答曰：三万三千五百八十二人。功内少一十四尺四寸。

一千人先到，问当受袤几何？

答曰：一百五十四丈三尺二寸、八十一分寸之八。

① “得用徒人数”，各本“得”讹作“故”，依李潢校正。

② “弃”，南宋本讹作“乘”，今从殿本校正。

③ “贵欲从易”，殿本作“文欲从易”。此从南宋本。

术曰：以一人功尺数，乘先到人数为实。以一千人一日功为实^①。并渠上下广而半之，以深乘之为法。以渠广深之立幂为法^②。实如法得表尺。

〔八〕今有方堦埽 堦者，堦城也。埽，音丁老切，又音蠹，谓以土拥木也。方一丈六尺，高一丈五尺。问积几何？

答曰：三千八百四十尺。

术曰：方自乘，以高乘之，即积尺。

〔九〕今有圆堦埽，周四丈八尺，高一丈一尺。问积几何？

答曰：二千一百一十二尺。于徽术，当积二千一十七尺、一百五十七分尺之一百三十一。臣淳风等谨按：依密率，积二千一十六尺。

术曰：周自相乘，以高乘之，十二而一。此章诸术亦以周三径一为率，皆非也。于徽术，当以周自乘，以高乘之，又以二十五乘之，三百一十四而一。此之圆幂，亦如圆田之幂也。求幂亦如圆田，而以高乘幂也。臣淳风等谨按：依密率以七乘之，八十八而一。

〔一〇〕今有方亭，下方五丈，上方四丈，高五丈。问积几何？

答曰：一十万一千六百六十六尺、太半尺。

术曰：上下方相乘，又各自乘，并之，以高乘之，三而一。此章有堦埽、阳马，皆合而成立方。盖说算者乃立棋三品，以效高深之积。假令方亭，上方一尺，下方三尺，高一尺，其用棋也，中央立方一，四面堦埽四，四角阳马四。上下方相乘为三尺，以高乘之，约积三尺，是为得中央立方一，四面堦埽各一。^③ 下方自乘为九，以高乘之，得积九尺，是为

① 此下南宋本、《大典》本俱有“立实为功”四字，戴震谓当是衍文，今删去。

② “立幂为法”，南宋本讹作“立实为法”，《大典》本作“立实为功”，今依戴震校正。

③ 南宋本、杨辉本、《大典》本，于此下原有“上方自乘亦得中央立方一”十一字，四库馆与李潢图说俱以为是衍文，今删去。

中央立方一，四面堑堵各二，四角阳马各三也。上方自乘，以高乘之，得积一尺，又为中央立方一。凡三品棋，皆一而有三。故三而一得积尺。用棋之数，立方三，堑堵阳马各十二，凡二十七棋。十二与三^①更差次之，而成方亭者三，验矣。为术又可令方差自乘，以高乘之，三而一，即四阳马也。上下方相乘，以高乘之，即中央立方及四面堑堵也。并之，以为方亭积数也。

〔一一〕今有圆亭，下周三丈，上周二丈，高一丈。问积几何？

答曰：五百二十七尺、九分尺之七。于徽术当积五百四尺、四百七十一分尺之一百一十六也。按密率，为积五百三尺、三十三分尺之二十六。

术曰：上、下周相乘，又各自乘，并之，以高乘之，三十六而一。此术周三径一之义，合以三除上下周各为上下径，以相乘，又各自乘，并以高乘之，三而一，为方亭之积。假令三约上下周俱不尽，还通之，即各为上下径。令上下径^②相乘，又各自乘，并以高乘之，为三方亭之积分^③。此合分母三相乘得九^④为法除之，又三而一，得方亭之积。从方亭求圆亭之积^⑤，亦犹方幂中求圆幂。乃令圆率三乘之，方率四而一，得圆亭之积。前求方亭之积，乃以三而一，今求圆亭之积，亦合^⑥三乘之，二母既同，故相准折。惟以方幂四乘分母九，得三十六，而连除之。于徽术当上下周相乘，又各自乘，并以高乘之，又二十五乘之，九百四十二而一。此圆亭^⑦四角圆杀，比于方亭二百分之一百五十七。为术之意，先

① “十二与三”，南宋本、杨辉本、《大典》本俱作“十三”，无“二与”二字，今从戴震校补。

② 此下原有“分母”二字，四库馆按谓系衍文，今删去。

③ “三方亭之积分”是南宋本、《大典》本之原文，戴校本删去“分”字，是不应该的。

④ 孔刻本此下添“分母各自乘亦得九”八字，殊非必要。

⑤ “从方亭求圆亭之积”八字原缺，此依戴震校补。

⑥ “合”，原本讹作“各”，今依殿本。

⑦ “圆亭”，各本讹作“方亭”，今依李潢校正。

作方亭，三而一，则此据上下径为之者，当又以一百五十七乘之，六百而一也。今据周为之，若于圆堡墙又以二十五乘之，三百一十四而一，则先得三圆亭矣。故以三百一十四为九百四十二而一，并除之。臣淳风等谨按：依密率，以七乘之，二百六十四而一。

〔一二〕今有方锥下方二丈七尺，高二丈九尺。问积几何？

答曰：七千四十七尺。

术曰：下方自乘，以高乘之，三而一。按此术假令方锥下方二尺，高一尺，即四阳马。如术为之，用十二阳马，成三方锥，故三而一，得方锥^①也。

〔一三〕今有圆锥下周三丈五尺，高五丈一尺。问积几何？

答曰：一千七百三十五尺、一十二分尺之五。于徽术，当积一千六百五十八尺、三百一十四分尺之十三。依密率，为积一千六百五十六尺、八十八分尺之四十七。

术曰：下周自乘，以高乘之，三十六而一。按此术圆锥下周以为方锥下方。方锥下方令自乘，以高乘之，合三而一得大方锥之积。大方锥^②之积合十二圆矣。今求一圆，复合十二除之，故令三乘十二得三十六而连除。于徽术，当下周自乘，以高乘之，又以二十五乘之，九百四十二而一。圆锥比于方锥，亦二百分之一百五十七。令径自乘者，亦当以一百五十七乘之，六百而一。其说如圆亭也。臣淳风等谨按：依密率，以七乘之，二百六十四而一。

〔一四〕今有堑堵下广二丈，袤一十八丈六尺，高二丈五尺。问积几何？

答曰：四万六千五百尺。

术曰：广袤相乘，以高乘之，二而一。邪解立方得两堑堵。虽

① “方锥”，南宋本讹作“阳马”，今依殿本校正。

② 两“大方锥”，南宋本讹作“大锥方”，今依殿本校正。

复楠^①方，亦为堑堵，故二而一。此则合所规棋^②推其物体，盖为堑上叠也。其形如城，而无上广，与所规棋形异而同实。未闻所以名之为堑堵之说也。

〔一五〕今有阳马，广五尺，袤七尺，高八尺。问积几何？

答曰：九十三尺、少半尺。

术曰：广袤相乘，以高乘之，三而一。按此术：阳马之形，方锥一隅也。今谓四柱屋隅为阳马。假令广袤各一尺，高一尺，相乘之，得立方积一尺。邪解立方得两堑堵。邪解堑堵，其一为阳马，一为鳖臑，阳马居二，鳖臑居一，不易之率也。合两鳖臑成一阳马，合三阳马而成一立方，故三而一。验之以棋，其形露矣。悉割阳马，凡为六鳖臑。观其割分，则体势互通，盖易了也。其棋或脩短，或广狭，立方不等者，亦割分以为六鳖臑。其形不悉相似，然见数同，积实均也。鳖臑殊形，阳马异体。然阳马异体，则不可纯合。不纯合，则难为之矣^③。何则？按邪解方棋以为堑堵者，必当以半为分，邪解堑堵以为阳马者，亦必当以半为分，一从一横耳。设阳马为分内棋^④，鳖臑为分外棋，虽或随脩短广狭犹有此分常率，知^⑤殊形异体亦同也者，以此而已。其使鳖臑广、袤、高各^⑥二尺，用堑堵、鳖臑之棋各二，皆用赤棋。又使阳马之广、袤、高各二尺。用立方之棋一，堑堵、阳马之棋各二，皆用黑棋。棋之赤黑，接为堑堵，广、袤、高各二尺。于是中效其广，又中分其高，令赤、黑堑堵各自适当一方，高二尺方二尺，每二分鳖臑则一阳马也。其余两棋^⑦各积本体，合成一方焉。是

① “楠”，南宋本、杨辉本讹作“随”，此依殿本。

② “棋”，各本俱讹作“幕”，今校正。

③ “鳖臑殊形，阳马异体。然阳马异体则不可纯合，不纯合则难为之矣”。南宋本脱落第二个“不”字。殿本脱落“然阳马异体”五字。

④ 各本脱落“棋”字，依李潢校补。

⑤ “知”，戴校本改为“如”字，似非必要。

⑥ “高各”，各本俱讹作“各高”，依戴震改正。

⑦ “两棋”，各本俱作“两端”，依殿本校改。

为别种而方者率居三，通其体而方者率居一。虽方随棋改，而固有常然之势也。按余数具而可知者有一、二分之别，即一、二之为率定矣。其于理也岂虚矣。若为数而穷之，置余广袤高之数各半之，则四分之三又可知也。半之弥少，其余弥细。至细曰微，微则无形。由是言之，安取余哉^①。数而求穷之者，谓以情^②推，不用筹算。鳖臑之物，不同器用。阳马之形，或随脩短广狭。然不有鳖臑，无以审阳马之数，不有阳马，无以知锥亭之类^③，功实之主也。

〔一六〕今有鳖臑下广五尺，无袤，上袤四尺，无广，高七尺。问积几何？

答曰：二十三尺、少半尺。

术曰：广袤相乘，以高乘之，六而一。按此术：臑者，臂骨也。

或曰，半阳马其形有似鳖肘，故以名云。中破阳马得两鳖臑，鳖臑^④之见数即阳马之半数。数同而实据半，故云六而一，即得。

〔一七〕今有羨除，下广六尺，上广一丈，深三尺，末广八尺，无深，袤七尺。问积几何？

答曰：八十四尺。

术曰：并三广，以深乘之，又以袤乘之，六而一。按此术：羨除，实隧道也。其所穿地，上平下邪似两鳖臑夹一壑堵，即羨除之形。假令用此棋：上广三尺，深一尺，下广一尺；末广一尺，无深。袤一尺。下广、末广^⑤皆壑堵之广。上广^⑥者，两鳖臑与一壑堵相连之广也。以深、袤

① 李潢说：“按余数具而可知者”至“安取余哉”，疑文有错误，不敢强为之说。今悉仍旧贯，未予校勘。

② “情”，南宋本作“精”，此从殿本。

③ “类”，殿本作“数”。

④ 南宋本脱落此“鳖臑”二字，此从殿本校补。

⑤ 各本脱落“末广”二字，今依李潢校补。

⑥ 南宋本无此“上广”二字，此从殿本。

乘，得积五尺。鳖臑居二，堑堵居三，其于本棋皆一而为六^①，故六而一。合四阳马以为方锥。邪画^②方锥之底，亦令为中方。就中方削而上合，全为^③方锥之半。于是阳马之棋悉中解矣。中锥离而为四鳖臑焉。故外锥之半亦为四鳖臑。虽背正异形，与常所谓鳖臑参不相似，实则同也。所云夹堑堵者，中锥之鳖臑也。凡堑堵上袤短者，连^④阳马也。下袤短者，与鳖臑连也。下两袤相等者^⑤，亦与鳖臑连也。并三广，以高、袤乘，六而一，皆其积也。今此羨除之广，即堑堵之袤也。按此本是三广不等，即与鳖臑连者。别而言之：中央堑堵广六尺，高三尺，袤七尺。末广之两旁，各一小鳖臑，皆与堑堵等。令小鳖臑居里，大鳖臑居表，则大鳖臑出橢^⑥皆方锥，下广三尺，袤六尺，高七尺。分取其半，则为袤三尺，以高广乘之，三而一，即半锥之积也。邪解半锥得此两大鳖臑，求其积亦当六而一。合于常率矣。按阳马之棋两邪棋底方，当其方也，不问旁角而割之，相半可知也。推此上连无成不方，故方锥与阳马同实。角而割之者，相半之势。此大小鳖臑可知更相表里，但体有背正也。

〔一八〕今有刍甍，下广三丈，袤四丈，上袤二丈，无广，高一丈。问积几何？

答曰：五千尺。

术曰：倍下袤，上袤从之，以广乘之，又以高乘之，六而一。推明义理者：旧说云，凡积刍^⑦有上下广曰童，甍谓其屋盖之茨也。是故甍之下广袤与童之上广袤等。正斲方亭两边，合之即刍甍之形也。假令下广二尺，袤三尺，上袤一尺，无广，高一尺，其用棋也，中央堑堵二，两

① “一而为六”南宋本脱“而”字，殿本作“以为六”，今据刍甍术、刍童术刘注校正。

② “画”，南宋本作“尽”，此从殿本。

③ “为”字下各本俱有一“中”字，依李潢校删去。

④ 南宋本无此“连”字，今从殿本。

⑤ “者”，南宋本作“知”，此从殿本。

⑥ “橢”，南宋本作“随”，此从殿本。

⑦ 各本于“刍”字下衍一“甍”字，今删。

端阳马各二。倍下袤，上袤从之为七尺，以广^①乘之得幂十四尺，阳马之幂各居二^②，堑堵之幂各居三。以高乘之，得积十四尺。其于本棋也，皆一而为六，故六而一，即得。亦可令上下袤差乘广，以高乘之，三而一，即四阳马也；下广乘上袤而半之，高乘之，即二堑堵，并之，以为甕积也。

刍童、曲池、盘池、冥谷，皆同术。

术曰：倍上袤，下袤从之，亦倍下袤，上袤从之，各以其广乘之，并，以高若深乘之，皆六而一。按此术：假令刍童上广一尺，袤二尺，下广三尺，袤四尺，高一尺，其用棋也，中央立方二，四面堑堵六，四角阳马四。倍下袤为八，上袤从之为十，以高广乘之^③，得积三十尺，是为得中央立方各三，两边堑堵各四，两旁堑堵各六，四角阳马亦各六。复倍上袤，下袤从之，为八，以高广乘之，得积八尺，是为得中央立方亦各三，两端堑堵各二。并两旁三品棋，皆一而为六，故六而一，即得。为术又可令上下广袤差相乘，以高乘之，三而一，亦四阳马。上下广袤互相乘，并而半之，以高乘之，即四面六堑堵。与二立方并之为刍童积。又可令上下广袤互相乘而半之，上下广袤又各自乘，并以高乘之，三而一，即得也。其曲池者，并上中、外周而半之，以为上袤；亦并下中、外周而半之，以为下袤。此池环而不通匝，形如盘蛇而曲之。亦云周者，谓如委谷依垣之周耳。引而伸之，周为袤，求袤之意，环田也。

〔一九〕今有刍童，下广二丈，袤三丈，上广三丈，袤四丈，高三丈。问积几何？

答曰：二万六千五百尺。

〔二〇〕今有曲池，上中周二丈，外周四丈，广一丈，下中周一丈四尺，外周二丈四尺，广五尺，深一丈。问积几何？

① 各本于“广”字上衍一“高”字，依李潢校删。

② “各居二”，各本俱讹作“各居一”，依李潢校改。

③ “以高广乘之”，南宋本脱落“高”字，孔刻本“高”误作“下”，今依殿本校正。

答曰：一千八百八十三尺三寸、少半寸。

〔二一〕今有盘池，上广六丈，袤八丈，下广四丈，袤六丈，深二丈。问积几何？

答曰：七万六千六百六十六尺、太半尺。

负土往来七十步，其二十步上下棚除。棚除二当平道五，踟蹰之间十加一，载输之间三十步，定一返一百四十步。土笼积一尺六寸，秋程人功行五十九里半。问人到积尺^①及用徒各几何？

答曰：

人到二百四尺。

用徒三百四十六人、一百五十三分人之六十二。

术曰：以一笼积尺乘程行步数为实。往来上下，棚除二当平道五。棚阁除邪道有上下之难，故使二当五也。置定往来步数，十加一，及载输之间三十步以为法。除之，所得即一人所到尺。按此术棚阁除邪道有上下之难，故使二当五。置定往来步数十加一，及载输之间三十步，是为往来^②一返，凡用一百四十步。于今有术为所有行率，笼积一尺六寸为所求到土率，程行五十九里半为所有数，而今有之，即人到尺数。以所到约^③积尺即用徒人数者，此一人之积除其众积尺，故得用徒人数。为术又可令往来一返所用之步，约程行为返数，乘笼积为一人所到。以此术与今有术相反覆，则乘除之或先后，意各有所在而同归耳。以所到约积尺，即用徒人数。

〔二二〕今有冥谷上广二丈，袤七丈，下广八尺，袤四丈，深六丈五尺。问积几何？

答曰：五万二千尺。

① “尺”，南宋本无此“尺”字，此从殿本。

② “往来”，南宋本讹作“往求”，孔刻本作“往来求”，今依李潢删去“求”字。

③ 南宋本无此“约”字，今从殿本校补。

载土往来二百步，载输之间一里，程行五十八里，六人共车，车载三十四尺七寸。问人到积尺及用徒各几何？

荅曰：

人到二百一尺、五十分尺之十三。

用徒二百五十八人、一万六十三分人之三千七百四十六。

术曰：以一车积尺乘程行步数为实。置今往来步数，加载输之间一里，以车六人乘之，为法。除之，所得即一人所到尺。按此术今有之义。以载输及往来并得五百步为所有行率，车载三十四尺七寸为所求到土率，程行五十八里通之为步，为所有数，而今有之。所得则一车所到。欲得人到者，当以六人除之，即得。术有分，故亦更令乘法而并除者，亦用以车①尺数以为一人到土率，六人乘五百步为行率也。又可以五百步为行率，令六人约车②积尺数为一人到土率，以负③土术入之。入之者，亦可求返数也。要取其会通而已。术恐有分，故令乘法而并除。以所到约积尺，即用徒人数者，以一人所积尺，除其众积，故得用徒人数也。以所到约积尺，即用徒人数。

〔二三〕今有委粟平地，下周一十二丈，高二丈。问积及为粟几何？

荅曰：

积八千尺。于徽术当积七千六百四十三尺、一百五十七分尺之四十九。臣淳风等谨按：依密率，为积七千六百三十六尺、十一分尺之四。

为粟二千九百六十二斛、二十七分斛之二十六。于徽术当粟二千八百三十斛、一千四百一十三分斛之一千二百一十。臣淳风等谨按：依密率为粟二千八百二十八斛、九十九分斛之二十八。

①② “车”字各本俱讹作“半”字，依李潢校改。

③ “负”，各本俱讹作“载”，依李潢校改。

〔二四〕今有委菽依垣，下周三丈，高七尺。问积及为菽各几何？

答曰：

积三百五十尺。依徽术当积三百三十四尺、四百七十一分尺之一百八十六也。臣淳风等谨按：依密率，为积三百三十四尺、十一分尺之一。

为菽一百四十四斛、二百四十三分斛之八。依徽术当菽一百三十七斛、一万二千七百一十七分斛之七千七百七十一。

臣淳风等谨按：依密率，为菽一百三十七斛、八百九十一分斛之四百三十三。

〔二五〕今有委米依垣内角，下周八尺，高五尺。问积及为米几何？

答曰：

积三十五尺、九分尺之五。于徽术当积三十二尺、四百七十一分尺之四百五十七。臣淳风等谨按：依密率，当积三十三尺、三十三分尺之三十一。

为米二十一斛，七百二十九分斛之六百九十一。于徽术当米二十斛、三万八千一百五十一分斛之三万六千九百八十。

臣淳风等谨按：依密率，为米二十斛、二千六百七十三分斛之二千五百四十。

委粟术曰：下周自乘，以高乘之，三十六而一。此犹圆锥也。于徽术，亦当下周自乘，以高乘之，又以二十五乘之，九百四十二而一也。其依垣者，居圆锥之半也。十八而一。于徽术，当令此下周自乘，以高乘之，又以二十五乘之，四百七十一而一。依垣之周，半于全周。其自乘之幂，居全周自乘之幂四分之一。故半全周之法，以为法也。其依垣内角者，角隅也，居圆锥四分之一也。九而一。于徽术，当令此下周自乘而倍之，以高乘之，又以二十五乘之，四百七十一而一。依隅之周半于依垣。其自乘之幂，居依垣自乘之幂四分之一。当半依垣之法以为法，法不可半，故倍其实。又此术亦用周三径一之率。假令以三除周得径。若

不尽，通分内子，即为径之积分。令自乘，以高乘之，为三方锥之积分。母自相乘得九为法。又当三而一，约方锥之积。从方锥中求圆锥之积，亦犹方幂求圆幂，乃当三乘之，四而一，得圆锥之积^①。前求方锥^②积乃合三而一，今求圆锥之积，复合三乘之。二母既同，故相准折。惟以四乘分母九，得三十六而连除，得^③圆锥之积。其圆锥之积与平地聚粟同，故三十六而一。臣淳风等谨依密率，以七乘之，其平地者二百六十四而一，依垣者一百三十二而一，依隅者六十六而一也。

程粟一斛，积二尺七寸。二尺七寸者，谓方一尺深二尺七寸，凡积二千七百寸。其米一斛，积一尺六寸、五分寸之一。谓积一千六百二十寸。其菽、荅、麻、麦一斛，皆二尺四寸、十分寸之三。谓积二千四百三十寸。此为以精粗为率，而不等其概也。粟率五，米率三，故米一斛于粟一斛五分之三^④，菽、荅、麻、麦亦如本率云。故谓此三量器为概而皆不合于今斛。当今大司农斛圆径一尺三寸五分五厘，正深一尺。于徽术，为积一千四百四十一寸，排成余分，又有十分寸之三。王莽铜斛于今尺为深九寸五分五厘，径一尺三寸六分八厘七毫^⑤，以徽术计之，于今斛为容九斗七升四合有奇。《周官·考工记》：“栗氏为量，深一尺，内方一尺，而圆其外^⑥，实一鬴。”于徽术，此圆积一千五百七十^⑦寸。《左氏传》曰：“齐旧四量，豆、区、釜、钟。四升曰豆，各自其四，以登于釜。

① “得圆锥之积”，南宋本、《大典》本讹作“方锥得圆幂之积”，此依戴震校改。

② “方”，下各本俱脱一“锥”字，今补正。

③ “除”字下各本俱脱落“得”字，依李潢校补。

④ “米一斛于粟一斛五分之三”，南宋本不误。戴校本于“分”字下衍一“斛”字，李潢据戴本又改为“米一斛于粟，一斛、三分斛之二”，承谬踵误，不可理解。

⑤ “七毫”，南宋本、《大典》本俱讹作“二毫”。按王莽铜斛方尺而圆其外，廐旁一分九毫有奇，圆径合一尺四寸三分三厘二毫。一尺合魏尺九尺五分五厘，故得圆径于魏尺为一尺三寸六分八厘七毫。李籍《九章算术音义》方田章引正作“七毫”，不误。

⑥ “其外”，各本俱讹作“外其”，今据《考工记》校正。

⑦ “七十”下各本俱衍一“六”字，依李潢校删。

釜十则钟。”钟六斛四斗，釜六斗四升，方一尺，深一尺，其积一千寸。若此方积容六斗四升，则通外圆积成量^①容十斗四合一龠、五分龠之三也。以数相乘之，则斛之制方一尺而圆其外，庑旁一厘七毫，幂一百五十六寸、四分寸之一，深一尺，积一千五百六十二寸半，容十斗。王莽铜斛与《汉书·律历志》所论斛同。

〔二六〕今有穿地，袤一丈六尺，深一丈，上广六尺，为垣积五百七十六尺。问穿地下广几何？

答曰：三尺、五分尺之三。

术曰：置垣积尺，四之为实。穿^②地四为坚三。垣坚也。以坚求穿地，当四之，三而一也。以深、袤相乘，为深袤之立幂^③也。又三之^④，为法。以深袤乘之立幂^⑤除垣积，则阡广。又三之者，与坚率并除之。所得倍之，阡有两广。先并而半之，即为广狭之中平。今先得其中平，故又倍之，知两广全也。减上广，余即下广。按此术，穿地四为坚三，垣即坚也。今以坚求穿地，当四乘之，三而一。深袤相乘者，为深袤立幂，以深袤立幂除积即阡广。又三之为法，与坚率并除。所得倍之者，为阡有两广，先并而半之，为中平之广。今此得中平之广，故倍之还为两广并。故减上广，余即下广也。

〔二七〕今有仓广三丈，袤四丈五尺，容粟一万斛。问高几何？

答曰：二丈。

术曰：置粟一万斛积尺为实。广袤相乘为法。实如法而一，得高尺。以广袤之幂除积，故得高。按此术本以广袤相乘，以高乘之得此积。今还原，置此广袤相乘为法除之，故得高也。

① “量”，各本俱作“旁”，依李潢校改。

② “穿”字前，南宋本衍一“实”字，李潢校改为“术”字，今依殿本删去。

③⑤ “立幂”，各本俱讹作“立实”，依李潢校改。

④ “又三之”，南宋本于“又”字下衍一“以”字，今依殿本删去。

〔二八〕今有圆囷，圆囷，廩也，亦云圆囤也。高一丈三尺三寸、少半寸，容米二千斛。问周几何？

答曰：五丈四尺。于徽术当周五丈五尺二寸、二十分寸之九。臣淳风等谨依密率，为周五丈五尺、一百分尺之二十七。

术曰：置米积尺，此积^①犹圆堡墙之积。以十二乘之，令高而一，所得，开方除之，即周。于徽术当置米积尺，以三百一十四乘之为实。二十五乘囷高为法。所得，开方除之，即周也。此亦据见幂以求周，失之于微少也。晋武库中有汉时王莽所作铜斛，其篆书字题斛旁云：“律嘉量斛方一尺而圆其外，庑旁九厘五毫，幂一百六十二寸，深一尺，积一千六百二十寸，容十斗。”及斛底云：“律嘉量斗，方尺而圆其外，庑旁九厘五毫，幂一尺六寸二分，深一寸，积一百六十二寸，容一斗。”合、龠皆有文字。升居斛旁，合、龠在斛耳上。后有赞文，与今《律历志》同，亦魏、晋所常用。今粗^②疏王莽铜斛文字尺寸分数，然不尽得升合勺之文字。按此术本周自相乘，以高乘之，十二而一，得此积。今還元，置此积，以十二乘之，令高而一，即复本周自乘之数。凡物自乘，开方除之，复其本数^③。故开方除之，即得也。臣淳风等谨依密率，以八十八乘之为实，七乘囷高为法，实如法而一，开方除之，即周也。

① “积”，孔刻本讹作“即”。

② “粗”，南宋本讹作“租”，孔刻本讹作“祖”，杨辉本、《大典》本俱不误。

③ “复其本数”，“本”字下各本俱衍“周自乘之”四字，依李潢校删。

九章算术卷第六

均输 以御远近劳费

〔一〕今有均输粟：甲县一万户，行道八日；乙县九千五百户，行道十日；丙县一万二千三百五十户，行道十三日；丁县一万二千二百户，行道二十日，各到输所。凡四县赋，当输二十五万斛，用车一万乘。欲以道里远近，户数多少，衰出之。问粟、车各几何？

答曰：

甲县粟八万三千一百斛，车三千三百二十四乘。

乙县粟六万三千一百七十五斛，车二千五百二十七乘。

丙县粟六万三千一百七十五斛，车二千五百二十七乘。

丁县粟四万五百五十斛，车一千六百二十二乘。

均输 按此均输，犹均运也。令户率出车，以行道日数为均，发粟为输。术曰：令县户数，各如其本行道日数而一，以为衰。据甲行道八日，因使八户共出一车；乙行道十日，因使十户共出一车。计其在道则皆户一日出一车^①，故可为均平之率也。甲衰一百二十五，乙、丙

^① “出一车”，《大典》本原缺“一”字，此依戴震校。

衰各九十五，丁衰六十一，副并为法。以赋粟车数乘未并者，各自为实。衰分科率。实如法得一车^①。各置所当出车，以其行道日数乘之，如户数而一，得率，户用车二日^②、四十七分日之三十一，故谓之均。求此率以户，当各计车之衰分也^③。臣淳风等谨按：县户有多少之差，行道有远近之异。欲其均等，故各令行道^④日数约户为衰。行道多者少其户，行道少者多其户。故各令约户为衰。以八日约除甲县，得一百二十五。乙丙各九十五。丁六十一。于今有术，副并为所有率，未并者各为所求率，以赋粟车数为所有数，而今有之，各得车数。一旬除乙，十三除丙，各得九十五。二旬除丁，得六十一也。有分者，上下辈之。辈，配也。车、牛、人之数，不可分裂。推少就多，均赋之宜。今按甲分既少，宜从于乙，满法除之。有余从丙。丁分又少，亦宜就丙，除之适尽。加乙丙各一，上下辈益，以少从多也。以二十五斛乘车数，即粟数。

〔二〕今有均输卒：甲县一千二百人，薄塞；乙县一千五百五十人，行道一日；丙县一千二百八十人，行道二日；丁县九百九十人，行道三日；戊县一千七百五十人，行道五日。凡五县，赋输卒一月一千二百人。欲以远近、户率，多少衰出之。问县各几何？

答曰：

甲县二百二十九人。

乙县二百八十六人。

丙县二百二十八人。

丁县一百七十一人。

① “实如法得一车”，原本不误，殿本误删“车”字。

② “二日”，孔刻本讹作“二百”，殿本不误。

③ “求此率以户，当各计车之衰分也”，《大典》本“率”讹作“户”，“户”讹作“率”，“衰”讹作“钱”，依戴震校改。

④ 《大典》本脱落“道”字，依戴震校补。

戊县二百八十六人。

术曰：令县卒，各如其居所及行道日数而一，以为衰。按此亦以日数为均，发卒^①为输。甲无行道日，但以居所三十日为率。言欲为均平之率者，当使甲三十人而出一人，乙三十一人而出一人^②。出一人者，计役则皆一人一日，是以可为均平之率。甲衰四，乙衰五，丙衰四，丁衰三，戊衰五。副并为法。以人数乘未并者各自为实。实如法而一。各置所当出人数，以其居所及行道日数乘之，如县人数而一，得户率，人役五日、七分日之五。臣淳风等谨按：为衰^③，于今有术，副并为所有率，未并者各为所求率，以赋卒人数为所有数。此术似^④别，考则意同，以广异闻，故存之也。有分者，上下辈之。辈，配也。今按丁分最少，宜就戊除。不从乙者，丁近戊故也。满法除之，有余从乙。丙分又少，亦就乙除。有余从甲，除之适尽。从甲、丙二分，其数正等。二者于乙远近皆同，不以甲从乙者，方以下从上也。

〔三〕今有均赋粟：甲县二万五百二十户，粟一斛二十钱，自输其县；乙县一万二千三百一十二户，粟一斛一十钱，至输所二百里；丙县七千一百八十二户，粟一斛一十二钱，至输所一百五十里；丁县一万三千三百三十八户，粟一斛一十七钱，至输所二百五十里；戊县五千一百三十户，粟一斛一十三钱，至输所一百五十里。凡五县赋，输粟一万斛。一车载二十五斛，与僦一里一钱。欲以县户输^⑤粟，令费劳等。问县各粟几何？

答曰：

① “发卒”，杨辉本及孔刻本讹作“居所”，殿本不误。

② “乙三十一人而出一人”，殿本无此九字，此依杨辉本校补。

③ 戴震说：“为衰”二字上有脱文。当云“各令居所及行道日数约县卒为衰”。

④ “似”，杨辉本、孔刻本讹作“以”，殿本不误。

⑤ “输”，杨辉本作“赋”，此从殿本。

甲县三千五百七十一斛、二千八百七十三分斛之五百一十七。

乙县二千三百八十斛、二千八百七十三分斛之二千二百六十。

丙县一千三百八十八斛、二千八百七十三分斛之二千二百七十六。

丁县一千七百一十九斛、二千八百七十三分斛之一千三百一十三。

戊县九百三十九斛、二千八百七十三分斛之二千二百五十三。

术曰：以一里僦价，乘至输所里，此以出钱为均也。问者曰：“一车载二十五斛，与僦一里一钱。”一钱即一里僦价也。以乘里数者，欲知僦一车到输所用钱也。甲自输其县，则无取僦价也。以一车二十五斛除之，欲知僦一斛所用钱。加一^①斛粟价，则致一斛之费。加一斛之价于一斛僦直，即凡输粟^②取僦钱也。甲一斛之费二十，乙、丙各十八，丁二十七，戊十九也。各以约其户数，为衰。言使甲二十户共出一斛，乙、丙十八户共出一斛，计其所费，则皆户一钱，故可为均赋之率也。甲衰一千二十六，乙衰六百八十四，丙衰三百九十九，丁衰四百九十四，戊衰二百七十，副并为法。所赋粟乘未并者，各自为实。实如法得一。各置所当出粟，以其一斛之费乘之，如户数而一，得率，户出三钱、二千八百七十三分钱之一千三百八十一。臣淳风等谨按：此以出钱为均。问者曰：“一车载二十五斛，与僦一里一钱。”一钱，即一里僦价也。以乘里数者，欲知僦一车到输所用钱，甲自输其县^③，则无

① 《大典》本“一”讹作“以”，依戴震校正。

② 杨辉本、《大典》本，“输粟”讹作“余粟”，依李潢校正。

③ “自输其县”，孔刻本讹作“自出其县”。

取僦之价。以一车二十五斛除之者，欲知僦一斛所用钱，加一斛之价于一斛僦直，即凡输粟^①取僦钱。甲一斛之费二十，乙、丙各十八，丁二十七，戊十九，各以约其户为衰。甲衰一千二十六，乙衰六百八十四，丙衰三百九十九，丁衰四百九十四，戊衰二百七十，言使甲二十户共出一斛，乙、丙十八户共出一斛。计其所费则皆户一钱，故可为均赋之率也。于今有术，副并为所有率，未并者各为所求率，赋粟一万斛为所有数，此今有衰分之义也。计经赋之率，既有户算之率，亦有远近贵贱之率。此二率者，各自相与通。通则甲二十，乙十二，丙七，丁十三，戊五。一斛之费为之钱率，钱率约户率者，则钱为母，户为子。子不齐，令母互乘为齐，即衰也。若其不然，以一斛之费约户数取衰，并有分。当通分内子约之，于算甚繁。此一章皆相与通功共率，略相依似。以上二率下一率亦可放此，从其简易而已。又以分言之，使甲一户出二十分斛之一，乙一户出十八分斛之一，各以户数乘之，亦可得一县凡所当输，俱为衰也。乘之者，乘其子，母报除之。以此观之，则以一斛之费约户数者，其意不异矣。然则可置一斛之费而反衰之，约户以乘户率为衰也。合分注曰：“母除为率，率乘子为齐。”反衰注曰：“先同其母，各以分母约其子为反衰。”以施其率，为算既约。且不妨上下也^②。

〔四〕今有均赋粟，甲县四万二千算，粟一斛二十^③，自输其县；乙县三万四千二百七十二算，粟一斛一十八，佣价一日一十钱，到输所七十里；丙县一万九千三百二十八算，粟一斛一十六，佣价一日五钱，到输所一百四十里；丁县一万七千七百算，粟一斛一十四，佣价一日五钱，到输所一百七十五里；戊县二万三千四十算，粟一斛一十二，佣价一日五钱，到输所二百一十里；己县一万九千一百三十

① “输粟”，杨辉本、殿本讹作“余粟”，依李潢校正。

② “且不妨上下也”，杨辉本、殿本、孔刻本“上”讹作“处”，此依李潢校正。

③ 杨辉本、《大典》本于“粟一斛二十”下有“佣价一日一钱”六字，孔刻本同。李潢谓甲自输其县即不应有佣价。六字为衍文，应删。

六算，粟一斛一十，佣价一日五钱，到输所二百八十里。凡六县赋粟六万斛，皆输甲县。六人共车，车载二十五斛，重车日行五十里，空车日行七十里，载输之间各一日。粟有贵贱，佣各别价，以算出钱，令费劳等。问县各粟几何？

荅曰：

甲县一万八千九百四十七斛、一百三十三分斛之四十九。

乙县一万八百二十七斛、一百三十三分斛之九。

丙县七千二百一十八斛、一百三十三分斛之六。

丁县六千七百六十六斛、一百三十三分斛之一百二十二。

戊县九千二十二斛、一百三十三分斛之七十四。

己县七千二百一十八斛、一百三十三分斛之六。

术曰：以车程行空、重相乘为法，并空、重以乘道里，各自为实，实如法得一日。臣淳风等谨按：此术重往空还，一输再行道也。置空行一里用七十分日之一，重行一里用五十分日之一，齐而同之，空、重行一里之路，往返用一百七十五分日之六。定言之者，一百七十五里之路往返用六日也。故并空、重者，齐其子也。空、重相乘者，同其母也。于今有术，至输所里为所有数，六为所求率，齐一百七十五为所有率，而今有之，即各得输所用日也。加载输各一日，欲得凡日也^①。而以六人乘之，欲知致一车用人也，又以佣价乘之，欲知致车人佣直几钱。以二十五斛除之，欲知致一斛之佣直也。加一斛粟价，即致一斛之费。加一斛之价于致一斛之佣直，即凡输一斛余粟取佣所用钱。各

① “欲得凡日也”，杨辉本“欲”讹作“故”，《大典》本作“故凡日也”，殿本与孔刻本改作“欲得几日也”。

以约其算数为衰，今按甲衰四十二，乙衰二十四，丙衰十六，丁衰十五，戊衰二十，己衰十六。于今有术，副并为所有率。未并者各自为所求率。所赋粟为所有数。此今有衰分之义也。副并为法，以所赋粟乘未并者，各自为实。实如法得一斛。各置所当出粟，以其一斛之费乘之，如算数而一，得率，算出九钱、一百三十三分钱之三。又载输之间各一日者，即二日也。

〔五〕今有粟七斗，三人分舂之，一人为粝米，一人为粳米，一人为粢米，令米数等。问取粟为米各几何？

答曰：

粝米取粟二斗、一百二十一分斗之一十。

粳米取粟二斗、一百二十一分斗之三十八。

粢米取粟二斗、一百二十一分斗之七十三。

为米各一斗、六百五分斗之一百五十一。

术曰：列置粝米三十，粳米二十七，粢米二十四，而反衰之，此先约三率，粝为十，粳为九，粢为八。欲令米等者，其取粟，粝率十分之一，粳率九分之一，粢率八分之一。当齐其子，故曰反衰也。臣淳风等谨按：米有精粗之异，粟有多少之差^①。据率，粳、粢少而粝多，用粟则粳、粢多而粝少。米若依本率之分，粟当倍率，故今反衰之，使精取多而粗得少。副并为法。以七斗乘未并者，各自为取粟实。实如法得一斗。于今有术，副并为所有率，未并者各为所求率，粟七斗为所有数，而今有之，故各得取粟也。若求米等者，以本率各乘定所取粟为实，以粟率五十为法，实如法得一斗。若径求为米等数者，置粝米三，用粟五；粳米二十七，用粟五十；粢米十二，用粟二十五。齐其粟，同其米，并齐为法。以七斗乘同为实。所得即为米斗数。

〔六〕今有人当禀粟二斛。仓无粟，欲与米一、菽二，以当所禀粟。问

① “粟有多少之差”，杨辉本脱落“粟”字，殿本不误。

各几何？

答曰：

米五斗一升、七分升之三。

菽一斛二升、七分升之六。

术曰：置米一、菽二求为粟之数。并之得三、九分之八，以为法。亦置米一、菽二，而以粟二斛乘之，各自为实。实如法得一斛。臣淳风等谨按：置粟率五乘米一，米率三除之，得一、三分之二，即是米一之粟也。粟率十以乘菽二，菽率九除之，得二、九分之二，即是菽二之粟也。并全得三，齐子并之，得二十四，同母得二十七，约之得九分之八。故云并之得三、九分之八。米一、菽二当粟三、九分之八，此其粟率也。于今有术，米一、菽二皆为所求率，当粟三、九分之八为所有率，粟二斛为所有数。凡言率者当相与通之，则为米九、菽十八，当粟三十五也。亦有置米一、菽二求其为粟之率，以为列衰。副并为法。以粟乘列衰为实。所得即米一、菽二所求粟也。以米、菽本率而今有之，即合所问。

〔七〕今有取佣负盐二斛，行一百里，与钱四十。今负盐一斛七斗三升、少半升，行八十里。问与钱几何？

答曰：二十七钱、十五分钱之十一。

术曰：置盐二斛升数，以一百里乘之为法。按此术以负盐二斛升数，乘所行一百里得二万里，是为负盐一升行二万里。于今有术为所有率^①。以四十钱乘今负盐升数，又以八十里乘之，为实。实如法得一钱。以今负盐升数乘所行里，今负盐一升凡所行里也。于今有术为所有数^②，四十钱为所求率也。衰分章“贷人千钱”，与此同。

〔八〕今有负笼重一石一十七斤，行七十六步，五十返。今负笼重一

① 杨辉本、《大典》本“于今有术为所有率”之前衍“得钱四十”四字，后又衍“升数乘所行里为法于今有术为所有数也”十七字，并依李潢校删。

② “于今有术为所有数”，各本“为”讹作“以”，脱“数”字，今依李潢校正。

石，行百步，问返几何？

答曰：四十三返、六十分返之二十三^①。

术曰：以今所行步数乘今笼重斤数为法，此法谓负一斤一返所行之积步也。故笼重斤数乘故步^②，又以返数乘之，为实。实如法得一返。按此法，负一斤一返所行之积步。此实者，一斤一日所行之积步。故以一返之课，除终日之程，即是返数也。臣淳风等谨按此术：所行步多者得返少，所行步少者得返多。然则故所行者，今返率也^③。今故^④所得返乘今返之率为实，而以故返之率为法，今有术也。按此负笼又有轻重。于是为术者因令重者得返少，轻者得返多。故又因其率以乘法实者，重今有之义也。然此意非也。按此笼虽轻而行有限，笼过重则人力遗，力有遗而术无穷，人行有限而笼轻重不等。使其有限之力随彼无穷之变，故知此术率乖理也。若故所行有空行返数设以问者，当因其所负以为返率，则今返之数可得而知也。假令空行一日六十里，负重一斛行四十里，减重一斗进二里半，负重二斗以下与空行同^⑤。今负笼重六斗，往还行一百步，问返几何。答曰，一百五十返。术曰，置重行率加十里，以里法通之为实，以一返之步为法，实如法而一，即得也。

〔九〕今有程传委输，空车日行七十里，重车日行五十里。今载太仓粟输上林，五日三返。问太仓去上林几何？

答曰：四十八里、十八分里之十一。

术曰：并空、重里数，以三返乘之，为法。令空、重相乘，又

- ① 答数，“四十三返，六十分返之二十三”，各本俱误作“五十七返、二千六百三分返之一千六百二十九”，今依沈钦裴校正。
- ② 各本术文两“今”字皆误作“故”，两“故”字皆误作“今”，依沈钦裴校正。
- ③ “故所行者，今返率也”，各本俱脱落“故”字，依沈钦裴校补。
- ④ “今故”二字各本误倒，又“今”讹作“令”，此依沈钦裴校正。
- ⑤ “负重二斗以下与空行同”，“二斗”各本俱误作“三斗”。按减重一斗进二里半，减重四斗进十里，减重八斗当进二十里。故负重六斗，日行五十里，负重二斗能日行六十里，与空行同。

以五日乘之，为实。实如法得一里。此亦如上术，率一百七十五里之路，往返用六日也。于今有术，则五日为所有数，一百七十五里为所求率，六日为所有率，以此所得则三返之路。今求一返，当以三约之，因令乘法而并除也。为术亦可各置空、重行一里用日之率，以为列衰。副并为法，以五日乘列衰为实，实如法所得，即各空、重行日数也。各以一日所行以乘，为凡日所行。三返约之，为上林去太仓之数。臣淳风等谨按此术：重往空还、一输再还道。置空行一里用^①七十分日之一，重行一里用五十分日之一，齐而同之，空重行一里之路，往返用一百七十五分日之六。定言之者，一百七十五里之路，往返用六日。故并空重者，并齐也。空重相乘者，同其母也。于今有术，五日为所有数，一百七十五为所求率，六为所有率，以此所得，则三返之路。今求一返者，当以三约之，故令乘法而并除，亦当约之也。

〔一〇〕今有络丝一斤为练丝一十二两，练丝一斤为青丝一斤十二铢。今有青丝一斤，问本络丝几何？

答曰：一斤四两一十六铢、三十三分铢之十六。

术曰：以练丝十二两乘青丝一斤一十二铢为法。以青丝一斤铢数乘练丝一斤两数，又以络丝一斤乘之，为实。实如法得一斤。按练丝一斤为青丝一斤十二铢，此练率三百八十四，青率三百九十六也。又络丝一斤为练丝十二两，此络率十六，练率十二也。置今有青丝一斤，以练率三百八十四乘之为实，实如青丝率三百九十六而一，所得青丝一斤练丝之数也。又以络率十六乘之所得为实，以练率十二为法，所得即练丝用络丝之数也。是谓重今有也。虽各有率，不用中间，故令后实乘前实，后法乘前法而并除也。故以练丝两数为实，青丝铢数为法。一曰，又置络丝一斤两数与练丝十二两，约之，络得四，练得三，此其相与之率。又置练丝一斤铢数，与青丝一斤十二铢约之，练得三十二，青

① 杨辉本、殿本俱无此“用”字，此从孔刻本补。

得三十三，亦其相与之率。齐其青丝、络丝，同其二练，络得一百二十八，青得九十九，练得九十六，即三率悉通矣。今有青丝^①一斤为所有数，络丝一百二十八为所求率，青丝九十九为所有率。为率之意犹此，但不先约诸率耳。凡率错互不通者，皆积齐同用之。放此，虽四五转不异也。言同其二练者，以明三率之相与通耳。于术无以异也。又一术今有青丝一斤铢数，乘练丝一斤两数为实，以青丝一斤十二铢为法，所得即用练丝两数。以络丝一斤乘所得为实，以练丝十二两为法，所得即用络丝斤数也。

〔一一〕今有恶粟二十斗，舂之，得粳米九斗。今欲求稗米十斗，问恶粟几何？

答曰：二十四斗六升、八十一分升之七十四。

术曰：置粳米九斗，以九乘之，为法。亦置稗米十斗，以十乘之，又以恶粟二十斗乘之，为实。实如法得一斗。按此术置今有求稗米十斗，以粳米率十乘之，如稗米率九而一，则稗化为粳。又以恶粟二十斗乘之，如粳米九斗而一^②，即粳亦化为恶粟矣。此亦重今有之义。为术之意，犹络丝也。虽各有率，不问中间，故令后实乘前实，后法乘前法而并除之也。

〔一二〕今有善行者行一百步，不善行者行六十步。今不善行者先行一百步，善行者追之，问几何步及之？

答曰：二百五十步。

术曰：置善行者一百步，减不善行者六十步，余四十步，以为法。以善行者之一百步，乘不善行者先行一百步，为实。实如法得一步。按此术以六十步减一百步，余四十步，即不善行者先行

① “青丝”，各本讹作“练丝”，依李潢校正。

② “如稗米率九而一”，各本“稗米”讹作“粳”。此下又缺“则稗化为粳。又以恶粟二十斗乘之，如粳米九斗而一”二十一字。今依李潢校补。

率也。善行者行一百步为^①追及率。约之，追及率得五，先行率得二。于今有术，不善行者先行一百步为所有数，五为所求率，二为所有率，而今有之，得追及步也。

〔一三〕今有不善行者先行一十里，善行者追之一百里，先至不善行者二十里。问善行者几何里及之？

答曰：三十三里、少半里。

术曰：置不善行者先行一十里，以善行者先至二十里增之，以为法。以不善行者先行一十里，乘善行者一百里，为实。实如法得一里。按此术：不善行者既先行十里，后不及二十里，并之得三十里也。谓之先行率。善行者一百里为追及率。约之，先行率得三，追及率得十。于今有术，不善行者先行十里为所有数，十为所求率^②，三为所有率，而今有之，即得也。其意如上术。

〔一四〕今有兔先走一百步，犬追之二百五十步，不及三十步而止。问犬不止，复行几何步及之？

答曰：一百七步、七分步之一。

术曰：置兔先走一百步，以犬走不及三十步减之，余为法。以不及三十步乘犬追步数为实，实如法得一步。按此术以不及三十步减先走一百步，余七十步为兔先走率。犬行二百五十步为追及率。约之，先走率得七，追及率得二十五。于今有术，不及三十步为所有数，二十五为所求率，七为所有率，而今有之，即得也。

〔一五〕今有人持金十二斤出关。关税之，十分而取一。今关取金二斤，偿钱五千。问金一斤值钱几何？

答曰：六千二百五十。

① 各本脱落“为”字，依李潢校补。

② 各本脱落“追及率得十。于今有术，不善行者先行十里为所有数，十为所求率”二十六字，依李潢校补。

术曰：以一十乘二斤，以十二斤减之，余为法。以一十乘五千为实。实如法得一钱。按此术，置十二斤以一乘之，十而一，得一斤、五分斤之一，即所当税者也。减二斤，余即关取盈金。以盈除所偿钱，即金值^①也。今术既以十二斤为所税，则是以十为母，故以十乘二斤及所偿钱，通其率。于今有术，五千钱为所有数，十为所求率，八为所有率，而今有之，即得也。

〔一六〕今有客马日行三百里。客去忘持衣，日已三分之一，主人乃觉。持衣追及与之而还，至家视日四分之三。问主人马不休，日行几何？

答曰：七百八十里。

术曰：置四分日之三，除三分日之一，按此术，置四分日之三，除三分日之一者，除，即^②减也。减之余，有十二分之五，即是主人追客还用日率也。半其余以为法。去其还，存其往。率之者，子不可半，故倍母，二十四分之五，是为主人与客均行用日之率也。副置法，增三分日之一，法二十四分之五者，主人往追用日之分也。三分之一者，客去主人未觉之前独行用日之分也。并连此数得二十四分日之十三，则主人追及前用日之分也。是为客^③用日率也。然则主人用日率者，客马行率也。客用日率者，主人马行率也。母同则子齐，是为客马行率五，主人马行率十三。于今有术，三百里为所有数，十三为所求率，五为所有率，而今有之，即得也。以三百里乘之，为实。实如法，得主人马一日行。欲知主人追客所行里者，以三百里乘主人均行日分子十三，如^④母二十四而一，得一百六十二里半。以此乘主人均行日分母二十四，如客

① “值”，杨辉本、《大典》本讹作“实”，此从戴震校正。

② “即”，杨辉本、《大典》本讹作“其”，此从殿本。

③ “客”，字下，殿本衍“行主人追及”五字，此从孔刻本。

④ “如”，各本讹作“以”，依李潢校改。

马与主人均行用日分子五而一，亦得主人马一日行七百八十里也。

〔一七〕今有金箠，长五尺。斩本一尺，重四斤。斩末一尺，重二斤。问次一尺各重几何？

答曰：

末一尺，重二斤。

次一尺，重二斤八两。

次一尺，重三斤。

次一尺，重三斤八两。

次一尺，重四斤。

术曰：令末重减本重，余即差率也。又置本重，以四间乘之，为下第一衰。副置，以差率减之，每尺各自为衰。按此术五尺有四间者，有四差也。令本末相减，余，即四差之凡数也。以四约之，即得每尺之差。以差数减本重，余即次尺之重也。为术所置，如是而已。今此率，以四为母，故令母乘本为衰，通其率也。亦可置末重以四间乘之，为上第一衰。以差率^①加之，为次下衰也。副置下第一衰以为法，以本重四斤遍乘列衰，各自为实。实如法得一斤。以下第一衰为法，以本重乘其分母之数，而又反此率乘本重为实。一乘一除，势无损益，故惟本存焉。众衰相推为率，则其余可知也。亦可副置末衰为法，而以末重二斤乘列衰为实。此虽迂回，然是其旧故就新而言之也。

〔一八〕今有五人分五钱，令上二人所得与下三人等。问各得几何？

答曰：

甲得一钱、六分钱之二，

乙得一钱、六分钱之一，

丙得一钱，

① “差率”，《大典》本作“差重率”，今依杨辉本删去“重”字。

丁得六分钱之五，

戊得六分钱之四。

术曰：置钱锥行衰，按此术锥行者，谓如立锥，初一、次二、次三、次四、次五，各均为一列衰也^①。并上二人为九，并下三人为六。六少于九，三。数不得等，但以五、四、三、二、一为率也。以三均加焉，副并为法。以所分钱乘未并者各自为实。实如法得一钱。此问者，令上二人与下三人等。上、下部差一人，其差三。均加上部，则得二三，均加下部，则得三三。下部犹差一人差得三^②，以通于本率，即上下部等也。于今有术，副并为所有率，未并者各为所求率，五钱为所有数，而今有之，即得等耳。假令七人分七钱，欲令上二人与下五人等，则上下部差三人，并上部为十三，下部为十五，下多上少，下不足减上，当以上下部列差而后均减，乃合所问耳。此可仿下术，令上二人分二钱半为上率，令下三人^③分二钱半为下率，上、下二率以少减多，余为实。置二人三人各半之，减五人，余为法。实如法得一钱，即衰相去也。下衰率六分之五者，丁所得钱数也。

〔一九〕今有竹九节，下三节容四升，上四节容三升。问中间二节欲均容各多少？

答曰：

下初，一升、六十六分升之二十九，

次一升、六十六分升之二十二，

次一升、六十六分升之一十五，

次一升、六十六分升之八，

① “各均为一列衰也”，杨辉本脱落“衰”字，《大典》本“衰”讹作“者”。注文谓锥行衰以一、二、三、四、五为列衰也。

② “差得三”，各本均讹作“差得一”。李潢云“一疑当作三”。

③ “三人”，殿本讹作“二人”，杨辉本、孔刻本不误。

次一升、六十六分升之一，

次六十六分升之六十，

次六十六分升之五十三，

次六十六分升之四十六，

次六十六分升之三十九。

术曰：以下三节分四升为下率，以上四节分三升为上率。

此二率者，各其平率也。上、下率以少减多，余为实。按此上下节各分所容为率者，各其平率。上、下以少减多者，余为中间五节半之凡差，故以为实也。置四节、三节，各半之，以减九节，余为法。实如法得一升，即衰相去也。按此术，上下节所容已定之节，中间相去节数也。实者，中间五节半之凡差也。故实如法而一，则每节之差也。下率，一升、少半升者，下第二节容也。一升少半升者，下三节通分四升之平率。平率即为中分节之容也。

〔二〇〕今有鳧起南海，七日至北海；雁起北海，九日至南海。今鳧雁俱起。问何日相逢？

答曰：三日、十六分日之十五。

术曰：并日数为法，日数相乘为实，实如法得一日。按此术，置鳧七日至，雁九日至。齐其至，同其日，定六十三日鳧九至，雁七至。令鳧雁俱起而问相逢者，是为共至。并齐以除同，即得相逢日。故并日数为法者并齐之意，日数相乘为实者犹以同为实也。一曰，鳧飞日行七分至之一，雁飞日行九分至之一^①。齐而同之，鳧飞定日行六十三分至之九，雁飞定日行六十三分至之七。是为南、北海相去六十三分，鳧日行九分，雁日行七分也。并鳧雁一日所行，以除南北相去，而得相逢日也。

① “一曰，鳧飞日行七分至之一，雁飞日行九分至之一”是杨辉本、《大典》本之原文。戴校本将“一曰”改成“一日”，又将二“日行”字删去，殊失刘注本意。

〔二一〕今有甲发长安，五日至齐；乙发齐，七日至长安。今乙发已先二日，甲乃发长安。问几何日相逢？

答曰：二日、十二分日之一。

术曰：并五日、七日以为法。按此术并五日、七日为法者，犹并齐为法。置甲五日至、乙七日至，齐而同之，定三十五日甲七至，乙五至。并之为十二至者，用三十五日也。谓甲乙与发之率耳。然则日化为至当除日，故以为法也。以乙先发二日减七日，减七日者，言甲乙俱发，今以发为始发之端，于本道里则余分也。余，以乘甲日数为实。七者，长安去齐之率也。五者，后发相去之率也。今问后发，故舍七用五。以乘甲五日，为二十五日。言甲七至、乙五至更相去用此二十五日也。实如法得一日。一日甲行五分至之一，乙行七分至之一。齐而同之，甲定日行三十五分至之七，乙定日行三十五分至之五。是为齐去长安三十五分，甲日行七分，乙日行五分也。今乙先行发二日，已行十分，余相去二十五分。故减乙二日余，令相乘，为二十五分。

〔二二〕今有一人一日为牡瓦三十八枚，一人一日为牝瓦七十六枚^①。今令一人一日作瓦，牝、牡相半，问成瓦几何？

答曰：二十五枚、少半枚。

术曰：并牝、牡为法，牝牡相乘为实，实如法得一枚。此意亦与鳧雁同术^②。牝、牡瓦相并，犹如鳧、雁日飞相并也。臣淳风等谨按：此术，并牝牡为法者，并齐之意。牝牡相乘为实者，犹以同为实也。故实如法即得也。

〔二三〕今有一人一日矫矢五十，一人一日羽矢三十，一人一日箬矢

① “一人一日为牡瓦三十八枚，一人一日为牝瓦七十六枚”是《永乐大典》本原文。微波榭本上“一日”讹作“三日”，下“一日”讹作“二日”。

② “此意亦与鳧雁同术”是《大典》本原文。微波榭本改作“此术亦与鳧雁术同”，似非必要。

十五。今令一人一日自矫、羽、箬，问成矢几何？

答曰：八矢、少半矢。

术曰：矫矢五十，用徒一人。羽矢五十，用徒一人、太半人。箬矢五十，用徒三人、少半人。并之，得六人，以为法。以五十矢为实。实如法得一矢。按此术言成矢五十，用徒六人一日工也。此同工共作，犹凫雁共至之类，亦以同为实，并齐为法。可令矢互乘一人为齐，矢相乘为同。今先令同于五十矢，矢同则徒齐，其归一也。以此术为凫雁者，当雁飞九日而一至，凫飞九日而一至、七分至之二，并之得二至、七分至之二，以为法。以九日为实。实如法而一，得凫雁相逢日数也^①。

〔二四〕今有假田，初假之岁三亩一钱，明年四亩一钱，后年五亩一钱。凡三岁得一百，问田几何？

答曰：一顷二十七亩、四十七分亩之三十一。

术曰：置亩数及钱数，令亩数互乘钱数，并以为法。亩数相乘，又以百钱乘之，为实。实如法得一亩。按此术令亩互乘钱者，齐其钱。亩数相乘者，同其亩。同于六十，则初假之岁得钱二十，明年得钱十五，后年得钱十二也。凡三岁得钱一百为所有数，同亩为所求率，四十七钱为所有率，今有之，即得也。齐其钱，同其亩，亦如凫雁术。于今有术，百钱为所有数，同亩为所求率，并齐为所有率。臣淳风等谨按：假田六十亩，初岁得钱二十，明年得钱十五，后年得钱十二，并之得钱四十七，是为得田六十亩三岁所假^②。于今有术，百钱为所有数，六十亩为所求率，四十七为所有率，而今有之，即合问也。

〔二五〕今有程耕，一人一日发七亩，一人一日耕三亩，一人一日耨

① “得凫雁相逢日数也”，杨辉本、《大典》本均讹作“得一人日矫矢之数也”。刘注原意谓应用此术亦可解答凫雁问题。

② “假”，各本作“治”，涉下题而误，今校正。

种五亩。今令一人一日自发、耕、耰种之，问治田几何？

答曰：一亩一百一十四步、七十一分步之六十六。

术曰：置发、耕、耰亩数，令互乘人数，并以为法。亩数相乘为实。实如法得一亩。此犹鳧雁术也。臣淳风等谨按：此术以^①发、耕、耰种亩数互乘人者齐其人，亩数相乘者同其亩。故并齐为法，以同为实。计田一百五亩，发用十五人，耕用三十五人，种用二十一人。并之得七十一工。治得一百五亩，故以为实。而一人一日所治，故以人数为法除之，即得也。

〔二六〕今有池，五渠注之。其一渠开之，少半日一满；次，一日一满；次，二日半一满；次，三日一满；次，五日一满。今皆决之，问几何日满池？

答曰：七十四分日之十五。

术曰：各置渠一日满池之数，并以为法。按此术其一渠少半日满者，是一日三满也。次，一日一满。次，二日半满者，是一日五分满之二也。次，三日满者，是一日三分满之一也。次，五日满者，是一日五分满之一也。并之，得四满、十五分满之十四也。以一日为实。实如法得一日。此犹矫矢之术也。先令同于一日，日同则满齐。自鳧雁至此，其为同齐有二术焉，可随率宜也。其一术，列置日数及满数，其一渠少半日满者，是一日三满也。次一日一满。次二日半满者，是五日二满。次三日一满。次五日一满。此谓之列置日数及满数也。今日互相乘满，并以为法，日数相乘为实，实如法得一日。亦如鳧雁术也。臣淳风等谨按：此术^②其一渠少半日满池者，是一日三满池也。次，一日一满。次，二日半满者，是五日再满。次，三日一满。次，五日一满。此谓列置日数于右行，及满数于左行。以日互乘满者，齐其满。日数相乘者，同

① “以”，各本讹作“亦”，今校正。

② “术”字各本皆缺，依李潢校补。

其日。满齐而日同，故并齐以除同，即得也。

〔二七〕今有人持米出三关，外关三而取一，中关五而取一，内关七而取一，余米五斗。问本持米几何？

答曰：十斗九升、八分升之三。

术曰：置米五斗。以所税者三之，五之，七之，为实。以余不税者二、四、六相乘^①为法。实如法得一斗。此亦重今有术也。所税者谓今所当税之本^②。三、五、七皆为所求率，二、四、六皆为所有率。置今有余米五斗，以七乘之，六而一，即内关未税之本米也。又以五乘之，四而一，即中关未税之本米也。又以三乘之，二而一^③，即外关未税之本米也。今从未求本，不问中间，故令中率转相乘而同之。亦如络丝术。

又一术：外关三而取一，则其余本米三分之二也。求外关所税之余，则当置本持米，二乘之，三而一^④。欲知中关，以四乘之，五而一。欲知内关，以六乘之，七而一。凡余分者，乘其母子^⑤。以三、五、七相乘得一百五，为分母；二、四、六相乘得四十八，为分子。约而言之，则是余米于本所持三十五分之十六也。于今有术，余米五斗为所有数，分母三十五为所求率，分子十六为所有率也。

〔二八〕今有人持金出五关，前关二而税一，次关三而税一，次关四而税一，次关五而税一，次关六而税一。并五关所税，适重一斤。问本持金几何？

① “相乘”，杨辉本、《大典》本俱作“相互乘”，衍“互”字。戴校本改作“互相乘”。李潢说“凡母互乘子则曰互，母相乘、子相乘皆不曰互”。

② “本”，各本讹作“定”，依李潢校改。

③ 杨辉本、孔刻本脱落“又以五乘之，四而一，即中关未税之本米也。”十七字，殿本脱“即中关未税之本米也。又以三乘之，二而一，”十七字，今依宋景昌校补。

④ “则当置本持米，二乘之，三而一”，各本俱作“则当置三分乘之，二而一”，今依宋景昌校改。

⑤ “子”，各本讹作“而”。

荅曰：一斤三两四铢、五分铢之四。

术曰：置一斤，通所税者以乘之为实。亦通其不税者以减所通，余为法。实如法得一斤。此意犹上术也。置一斤。通所税者，谓令二、三、四、五、六相乘为分母七百二十也。通其所不税者，谓令所税之余一、二、三、四、五相乘为分子一百二十也。约而言之，是为余金于本所持六分之一也。以予减母，凡五关所税六分之五也。于今有术，所税一斤为所有数，分母六为所求率，分子五为所有率。此亦重今有之义。又虽各有率，不问中间，故令中率转相乘而连除之，即得也。置一以为持金之本率，以税率乘之除之，则其率亦成积分也。

九章算术卷第七

盈不足 以御隐杂互见

〔一〕今有共买物，人出八，盈三；人出七，不足四。问人数、物价各几何？

答曰：七人，

物价五十三。

〔二〕今有共买鸡，人出九，盈十一；人出六，不足十六。问人数、鸡价各几何？

答曰：九人，

鸡价七十。

〔三〕今有共买璊，人出半，盈四；人出少半，不足三。问人数、璊价各几何？

答曰：四十二人，

璊价十七。

〔四〕今有共买牛，七家共出一百九十，不足三百三十；九家共出二百七十，盈三十。问家数、牛价各几何？

答曰：一百二十六家，

牛价三千七百五十。

按此术并盈不足者，为众家之差，故以为实。置所出率各以家数除

之,各得一家所出率,以少减多者得一家之差。以除即家数。以所出率乘之,减盈、增不足^①,故得牛价也。

盈不足按盈者,谓之朒;不足者,谓之朒。所出率谓之假令。盈朒维乘两设者欲为齐同之意。术曰:^②置所出率,盈、不足各居其下。令维乘所出率,并以为实。并盈、不足为法。实如法而一^③。据“共买物,人出八,盈三;人出七,不足四”,齐其假令,同其盈朒,盈朒俱十二。通计齐则不盈不朒之正数,故可并以为实。并盈不足为法。齐之三十二者,是四假令,有盈十二。齐之二十一者,是三假令,亦朒十二。并七假令合为一实,故并三、四为法。有分者,通之。若两设有分者,齐其子,同其母。此问两设俱见零分,故齐其子,同其母。盈不足相与同其买物者^④,置所出率,以少减多,余,以约法、实。实为物价,法为人数。令下维乘上讫,以同约之。不可约,故以同乘之。所出率以少减多者,余谓之设差。以为少设,则并盈朒是为定实。故以少设约法则为人数,约实则为物价^⑤。盈朒当与少设相通。不可遍约,亦当分母乘设差为约法实。

其一术曰:并盈不足为实。以所出率以少减多,余为法。实

① “以所出率乘之,减盈、增不足”,各本脱落“所”字及“增不足”三字,今依李潢校补。

② 戴震校本将下文“盈不足相与同其买物者”十字移到此“术曰”之下,并将“其”字改成“共”字,实非必要。

③ “并盈、不足为法”下,原有“实如法而一”五字。戴震谓“考此术法实,皆以设差约之,实为物价,法为人数”,“此五字后人所加”,应删去。按此系本章术文,不专为共买物问题而设。“实如法而一”,所得即为刘注所谓“不盈不朒之正数”。此五字不应删去。

④ “盈不足相与同其买物者”十字是杨辉本、《大典》本原文。戴震将此十字移至“术曰”之下,并在“置所出率”之前添一“副”字,殊非必要。

⑤ “故以少设约法则为人数,约实则为物价”,《大典》本讹作“故以少设约定实,则法为人数,适足之实故为物价”,今依戴震校改。

如法得一人。以所出率乘之，减盈、增不足即物价。此术意谓盈不足为众人之差，以所出率以少减多，余为一人之差。以一人之差约众人之差，故得人数也。

〔五〕今有共买金，人出四百，盈三千四百；人出三百，盈一百。问人数、金价各几何？

答曰：三十三人，

金价九千八百。

〔六〕今有共买羊，人出五，不足四十五；人出七，不足三。问人数、羊价各几何？

答曰：二十一人，

羊价一百五十。

两盈、两不足术曰：置所出率，盈、不足各居其下。令维乘所出率，以少减多，余为实。两盈、两不足以少减多，余为法。实如法而一。有分者通之。两盈、两不足相与同其买物者，置所出率，以少减多，余，以约法实，实为物价，法为人数^①。按此术，两不足者，两设皆不足于正数。其所以变化，犹两盈^②，而或有势同而情违者。当其为实，俱令不足维乘相减^③，则遗其所不足焉。故其余所以为实者，无脑数以损焉。盖出而有余两盈，两设皆逾于正数。假令与共买物，人出八盈三，人出九盈十，齐其假令，同其两盈，两盈俱三十。举齐兼去则^④ 其余所以为实者无盈数。两盈以少减多，余为法。齐之八十者，

① 此条文字，《大典》本所载原本不误。戴校本删去“实如法而一”五字，将“两盈、两不足相与同其买物者”十二字移至“术曰”之下，并改“其”为“共”，又在第二个“置所出率”之前添一“副”字，皆非确当。

② “此术两不足者，两设皆不足于正数。其所以变化，犹两盈”，《大典》本于“此术”之下衍“两盈”二字，今删去。戴校本增字过多，盖不足取。

③ “维乘相减”，《大典》本讹作“其相乘减”。

④ “则”字，《大典》本讹在“兼去”之前，今改正。

是十假令而凡盈三十者，是三以十齐之。齐之二十七者，是三假令，而凡盈三十者，是十以三齐之^①。今假令两盈十、三，以二十七减八十，余五十三为实^②。故令以三减十，余七为法。所出率以少减多，余，谓之设差。因设差为少设，则两盈之差是为定实。故以少设约法则为人数，约实则得物价^③。

其一术曰：置所出率，以少减多，余为法。两盈、两不足，以少减多，余为实。实如法而一得人数。以所出率乘之，减盈、增不足，即物价。置所出率，以少减多得一人之差。两盈、两不足相减，余^④为众人之差。故以一人之差除之，得人数。以所出率乘之，减盈、增不足，即物价。

〔七〕今有共买豕，人出一百，盈一百；人出九十，适足。问人数、豕价各几何？

答曰：一十人，

豕价九百。

〔八〕今有共买犬，人出五，不足九十；人出五十，适足。问人数、犬价各几何？

答曰：二人，

犬价一百。

盈、适足，不足、适足术曰：以盈及不足之数为实。置所出率，以少减多，余为法。实如法得一人。其求物价者，以适足乘

① “是三以十齐之”，《大典》本讹作“是齐十，以十，三之”；“是十以三齐之”，《大典》本讹作“是三以十之”。并依戴震校改。

② “今假令两盈十、三，以二十七减八十，余五十三为实”，《大典》本讹作“今假令两盈共十三，以三减十，余七为一实”。

③ “故以少设约法则为人数，约实则得物价”，《大典》本讹作“故以设法人数，约实即得全数”。今依戴震校改。

④ “余”字为《大典》本所缺，依戴震校补。

人数得物价。盈不足数为实者，数单见即众人差，故以为实。所出率以少减多者，余，即一人差，故以为法。以除众人差，得人数。以适足乘人数，即得物价也。此术意谓所出率以少减多者，余是一人不足之差。不足数为众人之差。以一人差约之，故得人之数也。

〔九〕今有米在十斗桶中，不知其数。满中添粟而舂之，得米七斗。问故米几何？

答曰：二斗五升。

术曰：以盈不足术求之，假令故米二斗，不足二升。令之三斗，有余二升。按桶受一斛。若使故米二斗，须添粟八斗以满之。八斗得粳米四斗八升。课于七斗是为不足二升。若使故米三斗，须添粟七斗以满之。七斗得粳米四斗二升。课于七斗是为有余二升。以盈不足维乘假令之数者，欲为齐同之意。实如法，即得故米斗数，乃不盈不朒之正数也。

〔一〇〕今有垣高九尺。瓜生其上，蔓日长七寸。瓠生其下，蔓日长一尺。问几何日相逢？瓜、瓠各长几何？

答曰：五日、十七分日之五。

瓜长三尺七寸、十七分寸之一，

瓠长五尺二寸、十七分寸之十六。

术曰：假令五日，不足五寸。令之六日，有余一尺二寸。按假令五日不足五寸者，瓜生五日，下垂蔓三尺五寸，瓠生五日，上延蔓五尺。课于九尺之垣，是为不足五寸。令之六日，有余一尺二寸者，若使瓜生六日，下垂蔓四尺二寸，瓠生六日，上延蔓六尺。课于九尺之垣，是为有余一尺二寸。以盈不足维乘假令之数者，欲为齐同之意。实如法而一，即设差不盈不朒之正数，即得日数。以瓜、瓠一日之长乘之，故各得其长之数也。

〔一一〕今有蒲生一日，长三尺。莞生一日，长一尺。蒲生日自半。莞生日自倍。问几何日而长等？

答曰：二日、十三分日之六。

各长四尺八寸、十三分寸之六。

术曰：假令二日，不足一尺五寸。令之三日，有余一尺七寸半。按假令二日，不足一尺五寸者，蒲生二日，长四尺五寸，莞生二日，长三尺，是为未相及一尺五寸，故曰不足。令之三日，有余一尺七寸半者，蒲增前七寸半，莞增前四尺，是为过一尺七寸半，故曰有余。以盈、不足乘除之，又以后一日所长，各乘日分子，如日分母而一者，各得日分子之长也。故各增二日定长^①，即得其数。

〔一二〕今有垣厚五尺，两鼠对穿。大鼠日一尺，小鼠亦日一尺。大鼠日自倍，小鼠日自半。问几何日相逢？各穿几何？

答曰：二日、十七分日之二。

大鼠穿三尺四寸、十七分寸之十二，

小鼠穿一尺五寸、十七分寸之五。

术曰：假令二日，不足五寸。令之三日，有余三尺七寸半^②。大鼠日倍，二日合穿三尺；小鼠日自半，合穿一尺五寸。并大、小鼠^③所穿，合四尺五寸^④，课于垣厚五尺，是为不足五寸。令之三日，大鼠穿得七尺，小鼠穿得一尺七寸半，并之，以减垣厚五尺，有余三尺七寸半，以盈不足术求之即得。以后一日所穿乘日分子，如日分母而一，即各得日分子之中所穿。故各增二日定穿，即合所问也。

〔一三〕今有醇酒一斗，直钱五十；行酒一斗，直钱一十。今将钱三十，得酒二斗。问醇、行酒各得几何？

答曰：醇酒二升半，

① “二日定长”，杨辉本、《大典》本脱落“日定”二字，今依李潢校补。

② 术文到此终止。“大鼠日倍”以下系刘徽注，微波榭本讹作正文。

③ “鼠”字上各本脱落“小”字，今补。

④ “合四尺五寸”，孔刻本脱落“四”字，殿本不脱。

行酒一斗七升半。

术曰：假令醇酒五升，行酒一斗五升，有余一十。令之醇酒二升，行酒一斗八升，不足二。据醇酒五升，直钱二十五，行酒一斗五升，直钱一十五。课于三十，是为有余十。据醇酒二升，直钱一十，行酒一斗八升，直钱一十八。课于三十，是为不足二。以盈不足术求之。此问已有重设^①及其齐同之意也。

〔一四〕今有大器五、小器一容三斛；大器一、小器五容二斛。问大、小器各容几何？

答曰：大器容二十四分斛之十三，

小器容二十四分斛之七。

术曰：假令大器五斗，小器亦五斗，盈一十斗。令之大器五斗五升，小器二斗五升，不足二斗。按大器容五斗，大器五，容二斛五斗。以减三斛，余五斗，即小器一所容。故曰小器亦五斗。小器五，容二斛五斗，大器一容五斗^②，合为三斛。课于两斛，乃多十斗。令之大器五斗五升，大器五，合容二斛七斗五升。以减三斛，余二斗五升，即小器一所容。故曰小器二斗五升。大器一容五斗五升，小器五合容一斛二斗五升，合为一斛八斗。课于二斛，少二斗。故曰不足二斗。以盈不足维乘之为实。并盈不足为法，除之^③。

〔一五〕今有漆三得油四，油四和漆五。今有漆三斗，欲令分以易油，还自和余漆。问出漆、得油、和漆各几何？

答曰：出漆一斗一升、四分升之一，

① “设”，杨辉本、《大典》本俱作“说”，今依李潢校改。

② “容五斗”三字各本所缺，依李潢校补。

③ “以盈不足维乘之为实。并盈不足为法，除之”，杨辉本、《大典》本俱有缺文，仅存“以盈不足维乘除之”八字，今依戴震校补。但戴校本于“为实”之前有“各并”二字，今删去。下面第十五题刘徽注正作“以盈不足维乘之为实”，无“各并”二字。

得油一斗五升，

和漆一斗八升，四分升之三。

术曰：假令出漆九升，不足六升。令之出漆一斗二升，有余二升。按此术三斗之漆，出九升，得油一斗二升，可和漆一斗五升。余有二斗一升，则六升无油可和。故曰不足六升。令之出漆一斗二升，则易得油一斗六升，可和漆二斗。于三斗之中已出一斗二升，余有一斗八升。见在油合和得漆二斗，则是有余二升。以盈不足维乘之为实，并盈不足为法，实如法而一，得出漆升数。求油及和漆者^①，四、五各为所求率，三、四各为所有率，而今有之，即得也。

〔一六〕今有玉方一寸，重七两；石方一寸，重六两。今有石立方三寸，中有玉，并重十一斤。问玉、石重各几何？

答曰：玉一十四寸，重六斤二两。

石一十三寸，重四斤十四两。

术曰：假令皆玉，多十三两。令之皆石，不足十四两。不足为玉，多为石。各以一寸之重乘之，得玉石之积重。立方三寸是一面之方，计积二十七寸。玉方一寸重七两，石方一寸重六两，是为玉石重差一两。假令皆玉，合有一百八十九两。课于十一斤，有余一十三两。玉重^②而石轻，故有此多。即二十七寸之中有十三寸，寸损一两则以为石重，故言多为石。言多之数出于石以为玉。假令皆石，合有一百六十二两。课于十一斤，少十四两。故曰不足。此不足即以重为轻，故令减少数于石重。即二十七寸之中有十四寸，寸增一两也^③。

〔一七〕今有善田一亩，价三百；恶田七亩，价五百。今并买一顷，价

① “求油及和漆者”六字为杨辉本、《大典》本所缺，依戴震校补。

② “玉重”之前，杨辉本、《大典》本俱有“故谓”二字，今据戴震校删。

③ “寸增一两也”是杨辉本、《大典》本原文。戴校本改作“寸增一两则以为玉重也”，增加五字实非必要。

钱一万。问善、恶田各几何？

答曰：善田一十二亩半，

恶田八十七亩半。

术曰：假令善田二十亩，恶田八十亩，多一千七百一十四钱、七分钱之二。令之善田一十亩，恶田九十亩，不足五百七十一钱、七分钱之三。按善田二十亩，直钱六千，恶田八十亩，直钱五千七百一十四、七分钱之二。课于一万，是多一千七百一十四、七分钱之二。令之善田十亩，直钱三千，恶田九十亩，直钱六千四百二十八、七分钱之四。课于一万，是为不足五百七十一、七分钱之三。以盈不足术求之也。

〔一八〕今有黄金九枚，白银一十一枚，称之重适等。交易其一，金轻十三两。问金、银一枚各重几何？

答曰：金重二斤三两一十八铢，

银重一斤十三两六铢。

术曰：假令黄金三斤，白银二斤、一十一分斤之五，不足四十九，于右行。令之黄金二斤，白银一斤、一十一分斤之七，多一十五，于左行。以分母各乘其行内之数，以盈不足维乘所出率，并以为实。并盈不足为法。实如法，得黄金重。分母乘法以除，得银重。约之得分也。按此术假令黄金九，白银十一，俱重二十七斤。金，九约之得三斤。银，十一约之得二斤、十一分斤之五。各为金银一枚重数。就金重二十七斤之中减一金之重以益银，银重二十七斤之中减一银之重以益金，则金重二十六斤、十一分斤之五，银重二十七斤、十一分斤之六。以少减多，则金轻十七两、十一分两之五。课于十三两，多四两、十一分两之五。通分内子言之，是为不足四十九。又令之黄金九，一枚重二斤，九枚重十八斤，白银十一亦合重十八斤也。乃以十一除之，得①一

① “得”字下，各本衍“一枚”二字，依李潢校删。

斤、十一分斤之七，为银一枚之重数。今就金重十八斤之中减一枚金以益银，复减一枚银以益金，则金重十七斤、十一分斤之七，银重十八斤、十一分斤之四。以少减多即金轻十一分斤之八，课于十三两，少一两、十一分两之四。通分内子言之，是为多十五。以盈不足术求之，实如法，得金重^①。分母乘法以除者，谓银两分母同^②，须通法而后乃除，得银重。余皆约之者，术省故也。

〔一九〕今有良马与驽马发长安至齐。齐去长安三千里。良马初日行一百九十三里，日增十三里。驽马初日行九十七里，日减半里。良马先至齐，复还迎驽马。问几何日相逢及各行几何？

答曰：一十五日、一百九十一分日之一百三十五而相逢。

良马行四千五百三十四里、一百九十一分里之四十六。

驽马行一千四百六十五里、一百九十一分里之一百四十五。

术曰：假令十五日，不足三百三十七里半。令之十六日，多一百四十里。以盈、不足维乘假令之数，并而为实。并盈不足为法。实如法而一，得日数。不尽者，以等数除之而命分。求良马行者：十四乘益疾里数而半之，加良马初日之行里数，以乘十五日，得十五日之凡行。又以十五日乘益疾里数，加良马初日之行^③，以乘日分子，如日分母而一，所得加前良马凡行里数，即得。定行里数及其不尽而

① “以盈不足术求之，实如法，得金重”，杨辉本、《大典》本俱作“以盈不足为之，如法得金重”，今依戴震校改。

② “分母乘法以除者，谓银两分母同”，杨辉本、《大典》本俱讹作“以除者为银两分母故同之”，今依戴震校改。

③ “以乘十五日，得十五日之凡行。又以十五日乘益疾里数，加良马初日之行”，二十九字，杨辉本、《大典》本俱缺，今依戴震校补。

命分^①。求弩马行者，以十四乘半里，又半之，以减弩马初日之行里数^②。乘十五日得弩马十五日之凡行^③。又以十五日乘半里，以减弩马初日之行，余，以乘日分子，如日分母而一，所得加前里，即弩马定行里数。其奇半里者为半法。以半法增残分，即得其不尽者而命分。按令十五日，不足三百三十七里半者，据良马十五日凡行四千二百六十里，除先去齐三千里，定还迎弩马一千二百六十里。弩马十五日，凡行一千四百二里半。并良弩二马所行得二千六百六十二里半。课于三千里，少三百三十七里半，故曰不足。令之十六日，多一百四十里者，据良马十六日凡行四千六百四十八里，先除去齐三千里，定还迎弩马一千六百四十八里。弩马十六日凡行一千四百九十二里，并良弩二马所行，得三千一百四十里。课于三千里，余有一百四十里，故谓之多也。以盈不足维乘假令之数，并而为实，并盈不足为法^④，实如法而一，得日数者，即设差不盈不朒之正数。以二马初日所行里乘十五日，为十五日平行数。求初末益疾减迟之数者，并一与十四，以十四乘而半之，为中平之积^⑤。又令益疾减迟里数乘之，各为减益之中平里，故各减益平行数，得十五日定行里。若求后一日，以十六日之定行里数，乘日分子，如日分母而一，各得日分子之定行里数。故各并十五日定行里，即得。其弩马奇半里者，法为全里之分，故破半里为半法，以增残分，即合所问也。

〔二〇〕今有人持钱之蜀，贾利十三。初返归一万四千，次返归一万

① “所得加前良马凡行里数，即得。定行里数及其不尽而命分”，杨辉本、《大典》本脱落“加”字与“定行里数”四字，今补。

② “以十四乘半里，又半之，以减弩马初日之行里数”，系杨辉本、《大典》本之原文，本无误夺。戴校本作“以十四乘半里，以减弩马初日之行里数。余，以并初日之行，又半之”。增字改易，失去原意。

③ “乘十五日得弩马十五日之凡行”，杨辉本、《大典》本，讹作“以乘十五日之凡行”，今依戴震校改。

④ “以盈不足维乘假令之数，并而为实，并盈不足为法”，杨辉本、《大典》本脱落十五字，仅存“以盈不足之”五字，今依戴震校补。

⑤ “中平之积”下，杨辉本、《大典》本俱衍“减益疾之数”五字，今依戴震校删。

三千，次返归一万二千，次返归一万一千，后返归一万。凡五返归钱，本利俱尽。问本持钱及利各几何？

答曰：本三万四百六十八钱、三十七万一千二百九十三分钱之八万四千八百七十六。

利二万九千五百三十一钱、三十七万一千二百九十三分钱之二十八万六千四百一十七。

术曰：假令本钱三万，不足一千七百三十八钱半。令之四万，多三万五千三百九十钱八分。按假令本钱三万，并利为三万九千，除初返归留，余，加利为三万二千五百。除二返归留，余，又加利为二万五千三百五十。除第三返归留，余，又加利为一万七千三百五十五。除第四返归留，余，又加利为八千二百六十一钱半。除第五返归留，合一万钱，不足一千七百三十八钱半。若使本钱四万，并利为五万二千。除初返归留，余，加利为四万九千四百。除第二返归留，余，又加利为四万七千三百二十。除第三返归留，余，又加利为四万五千九百一十六。除第四返归留，余，又加利为四万五千三百九十钱八分。除第五返归留，合一万，余三万五千三百九十钱八分，故曰多。又术置后返归一万，以十乘之，十三而一，即后所持之本。加一万一千，又以十乘之，十三而一，即第四返之本。加一万二千，又以十乘之，十三而一，即第三返之本。加一万三千，又以十乘之，十三而一，即第二返之本。加一万四千，又以十乘之，十三而一，即初持之本。并五返之钱以减之，即利也。

九章算术卷第八

方程 以御错糴正负

〔一〕今有上禾三秉，中禾二秉，下禾一秉，实三十九斗；上禾二秉，中禾三秉，下禾一秉，实三十四斗；上禾一秉，中禾二秉，下禾三秉，实二十六斗。问上、中、下禾实一秉各几何？

答曰：

上禾一秉，九斗、四分斗之一，

中禾一秉，四斗、四分斗之一，

下禾一秉，二斗、四分斗之三。

方程 程，课程也。群物总杂，各列有数，总言其实。令每行为率，二物者再程，三物者三程，皆如物数程之，并列为行，故谓之方程。行之左右无所同存，且为有所据而言耳。此都术也，以空言难晓，故特系之禾以决之。又列中、左^①行如右行也。术曰，置上禾三秉，中禾二秉，下禾一秉，实三十九斗，于右方。中、左禾列如右方。以右^②行上禾遍乘中行而以直除。为术之意，令少行减多行，反覆相减，则头位必先尽。上无一位则此行亦阙一物矣。然而举率以相减，不害余数之课

① 各本脱落“左”字，今补。

② “右”，各本讹作“左”，今依刘徽注校正。

也。若消去头位则下去一物之实。如是直^①令左右行相减,审其正负,则可得而知。先令右行上禾乘中行,为齐同之意。为齐同者谓中行直减右行也^②。从简易虽不言齐同,以齐同之意观之,其义然矣。又乘其次,亦以直除。复去左行首。然以中行中禾不尽者遍乘左行^③而以直除。亦令两行相^④去行之中禾也。左方下禾不尽者,上为法,下为实。实即下禾之实。上、中禾皆去,故余数是下禾实,非但一乘。欲约众乘之实,当以禾乘数为法。列此,以下禾之乘数乘两行^⑤,以直除,则下禾之位自去^⑥矣。各以其余一位之乘除其下实,即斗数矣。用算繁而不省,所以别为法,约也。然犹不如自用其旧,广异法也。求中禾,以法乘中行下实,而除下禾之实。此谓中下两禾实。下禾一乘实数先见,将于中行求中禾,先列实以减下实^⑦。而左方下禾一乘之实,以法为母,于率不通^⑧。故先以法乘中行^⑨而同之,俱令法为母,而除下禾实。以下禾先见之实令乘下禾乘数,即得下禾一位之列实。减于下实,则其数

① “直”,《大典》本讹作“叠”,此依杨辉本校正。

② “谓中行直减右行也”,杨辉本、《大典》本皆同,原本不误。戴震校本改作“谓中行上禾亦乘右行也”,违反原术直除的意义。

③ “遍乘左行”四字,孔刻本误作双行夹注,此依殿本。

④ “相”字下,殿本衍一“乘”字,此依杨辉本校删。

⑤ “以下禾之乘数乘两行”,各本“数”讹作“实”,戴校本又不合删去“以”字,今校正。

⑥ “去”,各本讹作“决”,今校正。

⑦ “将于中行求中禾,先列实以减下实”,各本脱落“于”字,“行”讹作“乘”,“先”讹作“其”,今以意校改。

⑧ “而左方下禾一乘之实,以法为母,于率不通”,杨辉本、《大典》本于“禾”字下衍“虽去”二字,“乘”字下又脱落“之实”二字,舛误不可通。戴校本改作“而左方下禾不唯一乘,下禾实既以法为母,则中行下实不以法为母,于率不通”,未免增字过多。

⑨ “中行”,杨辉本、《大典》本讹作“其通”。戴校本改作“其实”,亦不甚合理。今为校正。

是中禾之实也。余如中禾秉数而一，即中禾之实。余中禾一位之实也。故以一位秉数约之，乃得一秉之实也。求上禾亦以法乘右行下实，而除下禾、中禾之实。此右行三禾共实^①。今^②中下禾之实，其数并见，令乘右行之禾秉以减之^③，故亦如前，各求列实以减下实也。余如上禾秉数而一，即上禾之实。实皆如法，各得一斗。三实同用。不满法者，以法命之。母、实皆当约^④之。

〔二〕今有上禾七秉，损实一斗，益之下禾二秉，而实一十斗。下禾八秉，益实一斗与上禾二秉，而实一十斗。问上、下禾实一秉各几何？

答曰：

上禾一秉实一斗、五十二分斗之一十八，

下禾一秉实五十二分斗之四十一。

术曰：如方程。损之曰益，益之曰损。问者之辞虽以损益为说^⑤，今按实云上禾七秉，下禾二秉，实一十一斗，上禾二秉，下禾八秉，实九斗也。“损之曰益”，言损一斗余当一十斗。今欲全其实，当加所损也。“益之曰损”，言益实一斗乃满一十斗，今欲知^⑥本实，当减所加即得也。损实一斗者，其实过一十斗也。益实一斗者，其实不满一十斗也。重谕损益数者，各以损益之数损益之也。

〔三〕今有上禾二秉，中禾三秉，下禾四秉，实皆不满斗。上取中，中取下，下取上各一秉而实满斗。问上、中、下禾实一秉各几何？

① “此右行三禾共实”之前，杨辉本、《大典》本俱衍“此右行三禾共实令三位之实故以一位秉数约之乃得一秉之实”二十六字，今删去。

② “今”，各本讹作“合”，以意校正。

③ “令乘右行之禾秉以减之”，杨辉本、《大典》本并脱“令乘”二字，今补。戴震校改为“令乘右行中下禾秉数以减之”，似非必要。

④ “约”，各本讹作“除”。

⑤ “虽以损益为说”，《大典》本脱落“以损益为说”五字，依戴震校补。

⑥ “知”，孔刻本讹作“加”，殿本不误。

答曰：

上禾一秉实二十五分斗之九，

中禾一秉实二十五分斗之七，

下禾一秉实二十五分斗之四。

术曰：如方程，各置所取，置上禾二秉为右行之上，中禾三秉为中行之中，下禾四秉为左行之下，所取一秉及实一斗各从其位。诸行相借取之物，皆依此例。以正负术入之。

正负术曰：今两算得失相反，要令正负以名之。正算赤，负算黑。否则以邪正为异。方程自有赤黑相取，左右数相推求之术。而其并减之势不得广通^①，故使赤黑相消夺之。于算或减或益，同行异位，殊为二品，各有并减之差，见于下焉。著此二条，特系之禾以成此二条之意。故赤黑相杂足以定上下之程，减益虽殊足以通左右之数，差实虽分足以应同异之率。然则其正无入负之，负无入正之^②，其率不妄也。同名相除，此为以赤除赤，以黑除黑，行求相减者，为去^③头位也。然则头位同名者当用此条，头位异名者当用下条。异名相益，以^④行减行当各以其类矣。其异名者，非其类也。非其类者，犹无对也，非所得减也。故赤用黑对则余黑，黑用赤对则余赤^⑤。赤黑并于本数，此为相益^⑥，皆所以为消夺。消夺之与减益成一实也。术本取要必除行首，至于他位不嫌多少，故

① “不得广通”系杨辉本、《大典》本原文，不误。戴校本改“广”作“交”，是错误的。

② “正无入负之，负无入正之”，两“入”字各本讹作“人”字，今依戴校本。杨辉于买卖牛、羊、豕问题下，解释“无入”为邻位无算可入，并说“古本误刻无人者非”。又殿本原作“正无入以负之”，无“负无入正之”句，此依戴震校改。

③ “去”，杨辉本、《大典》本并讹作“法”，依李潢校改。

④ “以”，孔刻本讹作“益”，殿本不误。

⑤ “故赤用黑对则余黑，黑用赤对则余赤”，《大典》本作“故赤用黑对则除黑，无对则除赤”，舛误不可通，殿本将“赤用黑对”改成“黑用黑对”，亦难理解。注原意谓负数减去正数，余数为负，正数减去负数，余数为正也。

⑥ “益”字下各本衍一“之”字，今删。

或令相减，或令相并，理无同异，一也。正无入负之，负无入正之。无入，为无对也。无所得减，则使消夺者居位也。其当以列实^①减下实，而行中正负杂者亦用此条。此条者同名减实、异名益实，正无入负之、负无入正之也。其异名相除，同名相益，正无入正之，负无入负之。此条异名相除为例，故亦与上条互取。凡正负所以记其同异，使二品互相取而已矣。言负者未必负于少，言正者未必正于多，故每一行之中虽复赤黑异算无伤。然则可得使头位常相与异名。此条之实兼通矣。遂以二条反覆一率，观其每与上下互相取位，则随算而言耳，犹一术也。又本设诸行欲因减数^②以相去耳。故其多少无限，令上下相命而已。若以正负相减如数，有旧增法者每行可均之，不但数物左右之也。

〔四〕今有上禾五秉，损实一斗一升，当下禾七秉。上禾七秉，损实二斗五升，当下禾五秉。问上、下禾实一秉各几何？

答曰：

上禾一秉五升，

下禾一秉二升。

术曰：如方程，置上禾五秉正，下禾七秉负，损实一斗一升正。言上禾五秉之实多，减其一斗一升，余，是与下禾七秉相当数也。故互其算，令相折除，以一斗一升为差。为差者上禾之余实也。次置上禾七秉正，下禾五秉负，损实二斗五升正。以正负术入之。按正负之术，本设列行物程之数不限多少，必令与实上、下相次，而以每行各自为率^③。然而或减或益，同行异位殊为二品，各自并减之差^④见于下也。

〔五〕今有上禾六秉，损实一斗八升，当下禾一十秉。下禾十五秉，损

① “实”字下，各本衍一“或”字，今删。

② “减数”，杨辉本、《大典》本俱讹作“成数”，此依戴震校改。

③ “率”字下，杨辉本、《大典》本均衍“多少”二字，依戴震校删。

④ “各自并减之差”，杨辉本、《大典》本均同。戴校本删去“各自”二字，失却原意。

实五升，当上禾五秉。问上、下禾实一秉各几何？

答曰：

上禾一秉实八升，

下禾一秉实三升。

术曰：如方程，置上禾六秉正，下禾一十秉负，损实一斗八升正。次置上禾五秉负，下禾一十五秉正，损实五升正。以正负术入之。言上禾六秉之实多，减损其一斗八升，余是与下禾十秉相当之数。故亦互其算而以一斗八升为差实。差实者上^①禾之余实。

〔六〕今有上禾三秉，益实六斗，当下禾十秉。下禾五秉，益实一斗，当上禾二秉。问上、下禾实一秉各几何？

答曰：

上禾一秉实八斗，

下禾一秉实三斗。

术曰：如方程，置上禾三秉正，下禾一十秉负，益实六斗负^②。次置上禾二秉负，下禾五秉正，益实一斗负^③。以正负术入之。言上禾三秉之实少，益其六斗，然后与^④下禾十秉相当也。故亦互其算，而以六斗为差实。差实者，下禾之余实。

〔七〕今有牛五、羊二，直金十两。牛二、羊五直金八两。问牛羊各直金几何？

答曰：

牛一，直金一两、二十一分两之一十三，

羊一，直金二十一分两之二十。

① “上”，各本讹作“下”，依李潢校正。

②③ 两“负”字，孔刻本皆讹作“正”，殿本不误。

④ “与”，各本讹作“于”，殿本不误。

术曰：如方程。假令为同齐，头位为牛，当相乘左右行定^①。更置右行^②牛十、羊四、直金二十两；左行，牛十、羊二十五、直金四十两。牛数等同，金多二十两者，羊差二十一使之然也。以少行减多行，则牛数尽，惟羊与直金之数见，可得而知也。以小推大，虽四、五行不异也。

〔八〕今有卖牛二、羊五，以买十三豕，有余钱一千。卖牛三、豕三，以买九羊，钱适足。卖羊六、豕八，以买五牛，钱不足六百。问牛、羊、豕价各几何？

答曰：

牛价一千二百，

羊价五百，

豕价三百。

术曰：如方程，置牛二、羊五正，豕一十三负，余钱数正；次牛三正，羊九负，豕三正；次牛五负，羊六正，豕八正，不足钱负。以正负术入之。此中行买卖相折，钱适足，但互买卖算而已。故下无钱直也。设欲以此行如方程法，先令牛二遍乘中^③行，而以右行直除之，是终于下实虚缺矣。故注曰正无实负，负无实正，方为类也。方将以别实加适足^④之数，与实物作实。盈不足章黄金白银与此相当。假令黄金九、白银十一，称之重适等。交易其一，金轻十三两。问金、银一枚各重几何。与此同。

〔九〕今有五雀、六燕，集称之衡，雀俱重，燕俱轻。一雀一燕交而处，衡适平。并燕、雀重一斤。问燕、雀一枚各重几何？

① “当相乘左右行定”，杨辉本、《大典》本均脱落“左”字，依宋景昌校补。戴校本改作“左右行相乘定”，似非必要。

② “更置”下各本脱“右行”二字，依李潢校补。

③ “中”，孔刻本讹作“左”，殿本不误。

④ “适足”，孔刻本讹作“不足”，殿本不误。

答曰：

雀重一两、一十九分两之十三，

燕重一两、一十九分两之五。

术曰：如方程，交易质之，各重八两。此四雀一燕与一雀五燕衡适平。并重一斤，故各八两。列两行程数。左行头位其数有一者，令右行遍除，亦可令于左行而取其法实于右^①。左行数多，以右行取其数。左头位减尽，中下行算当燕与实，右行不动。左上空^②，中法下实即每枚当重，宜可知也。按此四雀一燕与一雀五燕其重等，是三雀四燕重相当，雀率重四，燕率重三也。诸再程之率皆可异术求之，即其数也。

〔一〇〕今有甲乙二人持钱不知其数。甲得乙半而钱五十，乙得甲太半而亦钱五十。问甲、乙持钱各几何？

答曰：

甲持三十七钱半，

乙持二十五钱。

术曰：如方程，损益之。此问者言一甲、半乙而五十，太半甲、一乙亦五十也。各以分母乘其全内子，行定：二甲一乙而钱一百，二甲三乙而钱一百五十，于是乃如方程。诸物有分者仿此。

〔一一〕今有二马、一牛价过一万，如半马之价。一马、二牛价不满一万，如半牛之价。问牛、马价各几何？

答曰：

马价五千四百五十四钱、一十一分钱之六，

① “左行头位其数有一者，令右行遍除，亦可令于左行而取其法实于右”，最后的“右”字，《大典》本讹作“左”，现在以意校正。戴校本改作“左行头位其数是一，可省乘。令右行遍乘左行而取其法实于左”，违反了刘注原意。

② “中下行算当燕与实，右行不动。左上空”，《大典》本有此十五字，戴校本删去之，是不可理解的。

牛价一千八百一十八钱、一十一分钱之二。

术曰：如方程，损益之。此一马半与一牛价直一万也，二牛半与一马亦直一万也。一马半与一牛直钱一万^①，通分内子，右行为三马二牛直钱二万。二牛半与一马直钱一万^②，通分内子，左行为二马五牛直钱二万也。

〔一二〕今有武马一匹，中马二匹，下马三匹，皆载四十石至坂，皆不能上。武马借中马一匹，中马借下马一匹，下马借武马一匹，乃皆上。问武、中、下马一匹各力引几何？

答曰：

武马一匹力引二十二石、七分石之六，

中马一匹力引十七石、七分石之一，

下马一匹力引五石、七分石之五。

术曰：如方程，各置所借，以正负术入之。

〔一三〕今有五家共井，甲二绠不足，如乙一绠；乙三绠不足，如丙一绠^③；丙四绠不足，如丁一绠；丁五绠不足，如戊一绠；戊六绠不足，如甲一绠。如^④各得所不足一绠，皆逮。问井深、绠长各几何。

答曰：

井深七丈二尺一寸。

甲绠长二丈六尺五寸，

乙绠长一丈九尺一寸，

① 各本脱落“直钱一万”四字，今补。

② “二牛半与一马直钱一万”是《大典》本原文。微波榭本“与”讹作“于”，且脱落“直钱一万”四字。

③ “如丙一绠”，杨辉本、《大典》本“如”作“以”，依戴震校改。下文“如丁”、“如戊”、“如甲”皆依戴校。

④ 杨辉本、《大典》本于“各”字上原有“如”字，为戴校本删去，今补。

丙细长一丈四尺八寸，

丁细长一丈二尺九寸，

戊细长七尺六寸。

术曰：如方程，以正负术入之。此率初如方程为之，名各一逮井。其后，法得七百二十一，实七十六，是为七百二十一细而七十六逮井^①。而戊一细逮井^②之数定，逮七百二十一分之七十六。是故七百二十一为井深，七十六为戊细之长，举率以言之。

〔一四〕今有白禾二步、青禾三步、黄禾四步、黑禾五步，实各不满斗。白取青、黄，青取黄、黑，黄取黑、白，黑取白、青，各一步，而实满斗。问白、青、黄、黑禾实一步各几何？

答曰：

白禾一步实一百一十一分斗之三十三，

青禾一步实一百一十一分斗之二十八，

黄禾一步实一百一十一分斗之一十七，

黑禾一步实一百一十一分斗之一十。

术曰：如方程，各置所取，以正负术入之。

〔一五〕今有甲禾二秉、乙禾三秉、丙禾四秉，重皆过于石。甲二重如乙一，乙三重如丙一，丙四重如甲一。问甲、乙、丙禾一秉各重几何？

答曰：

甲禾一秉重二十三分石之十七，

乙禾一秉重二十三分石之十一，

丙禾一秉重二十三分石之十。

术曰：如方程，置重过于石之物为负。此问者言甲禾二秉之

① 杨辉本、《大典》本于“逮井”下均有“用逮之数以法除实者”九字，戴震认为是衍文，删去。

② 殿本、孔刻本脱落“井”字，今依杨辉本补。

重过于一石也。其过者几何^①，如乙一乘重矣。互其算^②，令相折除，而一以石为之差实^③。差实者，如甲禾余实，故置算相与同也。以正负术入之。此入头位异名相除者，正无入正之，负无入负之也。

〔一六〕今有令一人、吏五人、从者一十人，食鸡一十；令一十人、吏一人、从者五人，食鸡八；令五人、吏一十人、从者一人，食鸡六。问令、吏、从者食鸡各几何？

答曰：

令一人食一百二十二分鸡之四十五，

吏一人食一百二十二分鸡之四十一，

从者一人食一百二十二分鸡之九十七。

术曰：如方程，以正负术入之。

〔一七〕今有五羊、四犬、三鸡、二兔，直钱一千四百九十六；四羊、二犬、六鸡、三兔直钱一千一百七十五；三羊、一犬、七鸡、五兔，直钱九百五十八；二羊、三犬、五鸡、一兔，直钱八百六十一。问羊、犬、鸡、兔价各几何？

答曰：

羊价一百七十七，

犬价一百二十一，

鸡价二十三，

兔价二十九。

术曰：如方程，以正负术入之。

① “几何”，杨辉本、《大典》本讹作“何云”，依戴震校改。

② “互其算”，杨辉本、《大典》本均作“互言其算”，今依戴震校，删去“言”字。

③ “而一以石为之差实”是杨辉本、《大典》本之原文。谓二甲减一乙，三乙减一丙，四丙减一甲，差实同是一石也。戴震将“而一”二字连在“令相折除”之下，遂以为是衍文而删去之，是不确当的。

〔一八〕今有麻九斗、麦七斗、菽三斗、荅二斗、黍五斗，直钱一百四十；麻七斗、麦六斗、菽四斗、荅五斗、黍三斗，直钱一百二十八；麻三斗、麦五斗、菽七斗、荅六斗、黍四斗，直钱一百一十六；麻二斗、麦五斗、菽三斗、荅九斗、黍四斗，直钱一百一十二；麻一斗、麦三斗、菽二斗、荅八斗、黍五斗，直钱九十五。问一斗直几何？

荅曰：

麻一斗七钱，

麦一斗四钱，

菽一斗三钱，

荅一斗五钱，

黍一斗六钱。

术曰：如方程，以正负术入之。此“麻麦”与均输、少广章之重衰、积分，皆为大事。其拙于精理徒按本术者，或用算而布毡，方好烦而喜误，曾不知其非，反欲以多为贵。故其算也，莫不暗^①于设通而专于一端。至于此类，苟务其成，然或失之，不可谓要约。更有异术者，庖丁解牛，游刃理间，故能历久其刃如新。夫数犹刃也，易简用之则动中庖丁之理。故能和神爱刃，速而寡尤。凡九章为大事，按法皆不尽一百算也。虽布算不多，然足以算多。世人多以方程为难，或尽布算之象在缀正负而已。未暇以论其设动无方，斯胶柱调瑟之类。聊复恢演为作新术，著之于此，将亦启导疑意，网罗道精，岂传之空言，记其施用之例，著策之数，每举一隅焉。

方程新术曰：以正负术入之。令左右相减，先去下实，又转去物位，求其^②一行二物正负相借者，易其相当之率。又令二物与他行互相去取，转其二物相借之数，即皆相当之率也。各据二物相当之率，对易其

① “暗”，杨辉本、《大典》本作“同”，此依戴震校本。

② “求其”，杨辉本、《大典》本作“则其求”，依戴震校改。

数,即各当之率也。更置减行^①及其下实,各以其物本率今有之,求其所同,并以为法。其当相并而行中正负杂者,同名相从,异名相消,余以为法。以下实^②为实。实如法,即合所问也。一物各以本率今有之,即皆合所问也。率不通者齐之。其一术曰:置群物通率为列衰,更置减行^③群物之数,各以其率^④乘之,并以为法。其当相并而行中正负杂者,同名相从,异名相消,余为法。以减行^⑤下实乘列衰,各自为实。实如法而一,即得。以旧术为之,凡应置五行。今欲要约。先置第四行,以减第三行。反减第四行,去其头位。次置第二行,以第三行减第二行,去其头位。次置右行及左行,去其头位。次以第二行减右行头位。次以右行去左行及第二行头位。又去第四行头位,余,可半。次以第四行减左行头位。次以左行去第四行及第二行头位。次以第二行去第四行头位。余,约之为法、实。如法而一得六,即黍价。以法减第二行得荅价,左行得菽价,右行得麦价,第三行得麻价^⑥。如此凡用七十七算。以新术为此:先以第四行减第三行。次以第三行去右行及第二行、第四行下位。又以减左^⑦行下位,不足减乃止。次以左行减第三行下位。次以第三行去左行下位。訖,废去第三行。次以第四行去左行下位。又以减右行下

① “减行”,杨辉本、《大典》本均讹作“成行”,今依戴震校正。

② “下实”,杨辉本、《大典》本讹作“下置”,今依戴震校改。

③ “减行”,杨辉本、《大典》本均讹作“成行”,今依戴震校正。

④ “率”,杨辉本、《大典》本原作“数”,依戴震校改。

⑤ “减行”,杨辉本、《大典》本均讹作“成行”,今依戴震校正。

⑥ 从“先置第四行”到“第三行得麻价”为刘徽依旧术演算细草。杨辉本、《大典》本作“先置第三行,以减第四行。及减第三行,次置第二行,以第二行减第三行,去其头位。次置右行,去其头位。次以第四行减左行头位。次以左行去第四行及第二行头位。次以第五行减第二行头位,余可半。次以第二行去第四行头位,余约之为法。实如法而一,得二,即有黍价。以法减第二行得荅价,左行得麦价,第三行麻价,右行得菽价。”误文脱字甚多。今依戴敦元校正。凡改八字,添二十六字,移二十九字。

⑦ “左”字《大典》本讹作“右”,今依李锐校正。

位^①。次以右行去第二行及第四行下位。次以第二行减第四行及左行头位。次以第四行减左^②行菽位，不足减乃止。次以左行减第二行头位，余可再半。次以第四行去左^③行及第二行头位。次以第二行去左^④行头位。余约之。上得五，下得三，是菽五当荅三。次以左行去第二^⑤行菽位。又以减第四行及右行菽位，不足减，乃止。次以右行减第二行头位，不足减，乃止。次以第二^⑥行去右^⑦行头位。次以左行去右行头位。余，上得六，下得五，是为荅六当黍五。次以左^⑧行去右^⑨行荅位，余，约之。上为二，下为一^⑩。次以右^⑪行去第二行下位。以第二行去第四行下位。又以减左行下位。次左^⑫行去第二行下位。余，上得三，下得四，是为麦三当菽四。次以第二行减第四行下位。次以第四行去第二行下位。余上得四，下得七，是为麻四当麦七。是为相当之率举矣。据麻四当麦七即为麻价率七而麦价率四^⑬。又麦三当菽四，即为麦价率四而菽价率三。又菽五当荅三，即为菽价率三而荅价率五^⑭。又荅六当黍五，即为荅价率五而黍价率六。而率通矣。更置第三行，以第四行减之，余有麻一斗、菽四斗正，荅三斗负，下实四正^⑮。求其同为麻之数，以菽率三、荅率五各乘菽荅斗数^⑯，如麻率七而一，菽得一斗、七分斗之五正，荅^⑰得二斗、七分斗之一负。则菽、荅化为麻以并之，令同名相从，异名相消，余为定麻七分

① “又以减右行”，《大典》本讹作“右行当左行”，今依李锐校正。

②③④⑧⑫ 五“左”字《大典》本讹作“右”，今依李锐校正。

⑤⑥ 两“二”字《大典》本讹作“三”，今依李锐校正。

⑦⑧⑪ 三“右”字《大典》本讹作“左”，今依李锐校正。

⑩ “一”，《大典》本讹作“三”，今依李锐校正。

⑬ “即为麻价率七而麦价率四”，杨辉本、《大典》本脱落“为”字与“七而麦价率四”，依戴震校补。

⑭ “又菽五当荅三，即为菽价率三而荅价率五”，杨辉本、《大典》本均脱落“又菽五”至“价率三”十二字，依宋景昌校补。

⑮ “菽四斗正”，各本脱落“正”字，“下实四正”讹作“黍四斗正”，并依戴震校正。

⑯ “荅率五”，杨辉本、《大典》本讹作“黍率四”，又脱落“各乘菽荅斗数”六字，今依戴震校补。

⑰ 杨辉本、《大典》本均脱“菽得一斗七、分斗之五正，荅”十一字，依戴震校补。

斗之四，以为法。置下实^①四为实。以^②分母乘之，实得二十八，而分子化为法矣。以法除得七，即麻^③一斗之价。置麦率四、菽率三、荅率五、黍率六，皆以其斗数^④乘之，各自为实。以麻率七为法。所得即同为麻之数^⑤。亦可使置本行实与物同通之，各以本率今有之，求其本率。所得并以为法，如此则无正负之异矣，择异同而已。又可以一术为之。置五行通率，为麻七、麦四、菽三、荅五、黍六，以为列衰。减行麻一斗，菽四斗正，荅三斗负^⑥，各以其率乘之，讫。令同名相从，异名相消，余为法。又置下实^⑦，乘列衰，所得各为实。此可以实约法，则不复乘列衰，各以列衰如所约知其价^⑧。如此则凡用一百二十四算也。

① 杨辉本、《大典》本脱落“下实”二字，今依戴震校补。

② “以”，杨辉本、《大典》本讹作“而”，今依戴震校。

③ “麻”，杨辉本、《大典》本讹作“麦”，今依戴震校。

④ “其斗数”三字，杨辉本、《大典》本讹作“麻”，依戴震校改。

⑤ “以麻率七为法，所得即同为麻之数”，杨辉本、《大典》本，并作“以实率七为法，所得即各为实”，依戴震校改。

⑥ “荅三斗负”，殿本讹作“异同斗负”，孔刻本已校正。

⑦ “余为法。又置下实”，杨辉本、《大典》本讹作“余为减或置余”，依戴震校正。

⑧ “此可以实约法，则不复乘列衰，各以列衰如所约知其价”，杨辉本、《大典》本作“此可以置约法，则不复乘列衰，各以列衰为实”，今依戴震校正。

九章算术卷第九

句股 以御高深广远

〔一〕今有句三尺，股四尺，问为弦几何？

答曰：五尺。

〔二〕今有弦五尺，句三尺，问为股几何？

答曰：四尺。

〔三〕今有股四尺，弦五尺，问为句几何？

答曰：三尺。

句股 短面曰句，长面曰股，相与结角曰弦。句短其股，股短其弦。将以施于诸率，故先具此术以见其源也。术曰：句股各自乘，并，而开方除之，即弦。句自乘为朱方，股自乘为青方，令出入相补，各从其类，因就其余不移动也。合成弦方之幂，开方除之，即弦也。

又股自乘，以减弦自乘，其余开方除之，即句。臣淳风等谨按：此术以句、股幂合成弦幂。句方于内，则句短于股。令股自乘以减弦自乘，余者即句幂也。故开方除之，即句也。

又句自乘，以减弦自乘，其余开方除之，即股。句、股幂合以成弦幂。令去其一，则余在者皆可得而知之。

〔四〕今有圆材径二尺五寸，欲为方版，令厚七寸。问广几何？

答曰：二尺四寸^①。

术曰：令径二尺五寸自乘，以七寸自乘减之，其余开方除之，即广。此以圆径二尺五寸为弦，版厚七寸为句，所求广为股也。

〔五〕今有木长二丈，围之三尺。葛生其下，缠木七周，上与木齐。问葛长几何？

答曰：二丈九尺。

术曰：以七周乘三尺^②为股，木长为句，为之求弦。弦者，葛之长。据围广、木长求葛之长^③，其形葛卷裹^④裹。以笔管青线宛转有似葛之缠木，解而观之，则每周之间，自有相间成句股弦。则其间木长为股，围之为句，葛长为弦。七周乘三围是并合众句以为一句，则句长而股短。故术以木长谓之句，围谓之股，言之倒互^⑤。句与股求弦，亦如前图。句三自乘为朱幕，股四自乘为青幕，合朱、青，二十五，为弦五自乘幕，出上第一图^⑥。句股幕合为弦幕，明矣。然二幕之数谓倒在于弦幕之中而可更相表里^⑦。居里者成方幕^⑧，其居表者则成矩幕。二幕表里形诡而数均^⑨。又按此图句幕之矩，朱卷居表^⑩，是其幕以股弦差为广，股弦并为表，而股幕方其里。股幕之矩青卷居^⑪表，是其幕以句弦差为广，句

① “寸”字下微波榭本衍“五分”二字。

② “三尺”，杨辉本、孔刻本作“三围”，此从殿本。

③ “据围广木长求葛之长”，《大典》本作“据围广求从为木长者”。此依戴震校改。

④ “裹”，微波榭本讹作“里”，聚珍本不误。

⑤ 从“则其间”到“言之倒互”数句，《大典》本作“则其间葛青七弦周乘三围并合众句以为一句木长而股短术云木长谓之股言之倒”，讹舛不可通，此依戴震校改。

⑥ 从“句与股求弦”到“第一图”，《大典》本作“句五与股求弦亦无围二十五青弦之自乘幕出上第一围”，不可解释，今依戴震校。

⑦ “而可更相表里”，《大典》本“而”字下衍“已”字，“相”字下脱“表”字。

⑧ “居里者成方幕”，《大典》本作“者则成方幕”，依李潢校改。

⑨ “二幕表里形诡而数均”，《大典》本“二”下脱“幕”字，“诡”字误作“讹”字。

⑩ “朱卷居表”，《大典》本讹作“青卷白表”，今依李潢校改。

⑪ “居”，《大典》本讹作“白”，今依李潢校改。

弦并为表，而句幂方其里。是故差之与并用除之，短长互相乘也。

〔六〕今有池方一丈，葭生其中央，出水一尺。引葭赴岸，适与岸齐。问水深、葭长各几何？

答曰：

水深一丈二尺；

葭长一丈三尺。

术曰：半池方自乘，此以池方半之，得五尺为句，水深为股，葭长为弦。以句及股弦差求股、弦^①。故令句自乘，先见矩幂也。以出水一尺自乘，减之，出水者，股弦差。减此差幂于矩幂则除之^②。余，倍出水除之，即得水深。差为矩幂之广，水深是股^③。令此幂得倍出水二尺为广，故为矩而得水深也^④。加出水数，得葭长。臣淳风等谨按：此葭本出水一尺，既见水深，故加出水尺数而得葭长也。

〔七〕今有立木，系索其末，委地三尺。引索却行，去本八尺而索尽。问索长几何？

答曰：一丈二尺、六分尺之一^⑤。

术曰：以去本自乘，此以去本八尺为句，所求索者弦也。引而索

- ① “以句及股弦差求股、弦”，杨辉本、《大典》本作“以句弦见股”，此从戴震校改。
- ② “减此差幂于矩幂则除之”系杨辉本、《大典》本原文，未误。戴震校本将“则除之”三字改成“余为倍股弦差乘股长之矩幂”十二字，似非必要。
- ③ “差为矩幂之广，水深是股”系杨辉本、《大典》本原文，未误。句自乘所得的矩幂以股弦差为广，股弦并为表。戴震校本于“差”字上添一“倍”字，是难以理解的。
- ④ “令此幂得倍出水二尺为广，故为矩而得水深也”，杨辉本、《大典》本此句讹作“令此幂出水一尺为长故为矩而得葭长也”。今以意校改。“此幂”系股弦差幂与句自乘幂之差，如以倍股弦差为广，则表为股，就是水深。又此句之前戴校本增“欲先见葭长者出水一尺自乘，以加于半池方自乘，倍出水除之，即得”二十七字非杨辉本、《大典》本原文。刘注求水深不应有求葭长之法，显系蛇足。
- ⑤ “六分尺之一”的“六”，微波榭本误作“二十一”，杨辉本、《大典》本不误。

尽与“开门去阃”者句及股弦差求股弦同一术^①。去本自乘者，先张矩幕。令如委数而一，委地者，股弦差也。以除矩幕，即是股弦并也。所得，加委地数而半之，即索长。子不可半者，倍其母。加差于并则成两索长，故又半之。其减差于并而半之，得木长也^②。

〔八〕今有垣高一丈。倚木于垣，上与垣齐。引木却行一尺，其木至地。问木几何？

答曰：五丈五寸^③。

术曰：以垣高十尺自乘，如却行尺数而一，所得，以加却行尺数而半之，即木长数。此以垣高一丈为句，所求倚木者为弦，引却行一尺为股弦差。其为术之意，与“系索”问同也。

〔九〕今有圆材，埋在壁中，不知大小。以锯锯之，深一寸，锯道长一尺。问径几何？

答曰：材径二尺六寸。

术曰：半锯道自乘，此术以锯道一尺为句，材径为弦，锯深一寸为股弦差之一半，故锯长亦半之也^④。臣淳风等谨按：下锯深得一寸为半股弦差，注云为股弦差者锯道也^⑤。如深寸而一，以深寸增之，即材径。亦以半增之。如上术去本当半之，今此皆同半，差不复半也。

〔一〇〕今有开门去阃一尺，不合二寸。问门广几何？

答曰：一丈一寸。

术曰：以去阃一尺自乘，所得，以不合二寸半之而一，所

① 杨辉本、《大典》本无“与”字与“求股弦”三字，依戴震校补。

② 此两句杨辉本、《大典》本讹作“加差者，并则成长，故又半之。其减差者并而半之也”。今依戴震校改。

③ “寸”，微波榭本误作“尺”。

④ “故锯长亦半之也”，《大典》本讹作“锯长是半也”，依戴震校改。

⑤ 李淳风注文字必有错误。因不知原意所在，无可校改。

得，增不合之半，即得门广。此去阃一尺为句，半门广为弦^①，不合二寸，以半之得一寸为股弦差，求弦。故当半之。今即^②以两弦为广数，故不复半之也。

〔一一〕今有户高多于广六尺八寸，两隅相去适一丈。问户高、广各几何？

答曰：

广二尺八寸；

高九尺六寸。

术曰：令一丈自乘为实。半相多，令自乘，倍之，减实，半其余。以开方除之，所得，减相多之半，即户广。加相多之半，即户高。令户广为句，高为股，两隅相去一丈为弦，高多于广六尺八寸为句股差。按图为位，弦幂适满万寸。倍之，减句股差幂。开方除之，其所得即高广并数。以差减并而半之即户广，加相多之数即户高也。今此术先求其半。一丈自乘为朱幂四，黄幂一。半差自乘，又倍之，为黄幂四分之二。减实^③，半其余，有朱幂二，黄幂四分之一^④。其于大方得四分之一^⑤。故开方除之，得高广并数之半^⑥。减半差^⑦得广，加得户高。又按此图幂，句股并自乘，加差幂，为两弦幂。半之，开方得弦。今倍弦幂减差幂，求句股并，盖先见其弦，然后知其句与股也。句股适等者，并而自乘，即为两弦幂。皆各为方，先见其弦然后知其句与股者，倍弦幂即为句股

① “半门广为弦”，杨辉本、《大典》本、微波榭本讹作“门广为股”，依李潢校改。

② “即”，杨辉本、《大典》本讹作“次”，依戴震校改。

③ “为黄幂四分之二。减实”，《大典》本讹作“为朱幂”，依戴震校改。

④ “四分之一”，杨辉本、《大典》本讹作“四分一丈”，此从戴震校。

⑤ “得四分之一”，《大典》本“得”讹作“弃”。戴震校本改为“弃四分之三，适得四分之一”，似无必要。

⑥ “之半”，《大典》本讹作“半并数”，依戴震校改。

⑦ “半差”，各本误作“差半”。

适等者并而自乘之幂。半相多自乘倍之，又半句股并自乘亦倍之，合为弦幂。其无差数者，句股各自乘，并之为实，与句股相乘倍之为实，皆开方得弦。弦幂半之为实，开方即得句、股^①。及股长句短，同源而分流焉。假令句股各五，弦幂五十。开方除之得七尺，有余一不尽。假令弦十，其幂有百，半之为句、股二幂^②，各得五十，当亦不可开。故曰，圆三径一，方五斜七，虽不正得尽理，亦可言相近耳。其句股合而自乘之幂，令弦自乘倍之为两弦幂以减之。其余，开方除之，为句股差。加差于合而半之为股，减差于合而半之为句^③。句股弦即高广袤^④。其出此图也，其倍弦为广袤^⑤合，句自乘为幂^⑥，得广即股弦^⑦差。其矩句之幂，倍股^⑧为从法，开之亦股弦差^⑨。以句股差幂减弦幂^⑩，半其余，差为从法，开方除之即句也。

〔一二〕今有户不知高广，竿不知长短。横之不出四尺，从之不出二尺，邪之适出。问户高、广、袤^⑪各几何？

① “又按此图幂”至“开方即得句、股”，《大典》本误作“又按此圆幂，句股相并而加其差幂，亦减弦幂为积，盖先见其弦，然后知其句与股，今适等自乘，亦各为方，先见其弦，然后知其句与股，适等者令自乘，亦令为弦幂，令半相多而自乘，倍之，亦为弦幂，而差数复先此各自乘之，而与相乘数各为门实”，舛讹不可通。今依戴震校。

② “句、股二幂”，杨辉本、《大典》本讹作“句股弦三幂”，此从戴震校改。

③ “其句股合”至“半之为为句”，《大典》本作“其句股合而自相乘之幂者，令弦自乘为四幂以减之，开方除之，其余，为句股差，加于合而半为股，减差于合而半之为句”，舛讹不可通。今依戴震校改。

④ “句股弦即高广袤”，《大典》本讹作“股弦即高广袤”。

⑤ “袤”，《大典》本讹作“表”。

⑥ “句自乘为幂”，《大典》本作“矩句即为幂”。

⑦ “股弦差”，各本误作“句股差”。

⑧ 各本脱落“股”字，今补。

⑨ “股弦差”，各本误作“句股差”。

⑩ “以句股差幂减弦幂”，各本误作“其余以句股幂减”。

⑪ 各本“高广袤”及下“户袤”之“袤”皆讹作“表”。李潢说“户表之袤皆当作表”。

荅曰：

广六尺，

高八尺，

袤一丈。

术曰：从、横不出相乘，倍，而开方除之。所得加从不出即户广，此以户广为句，户高为股，户袤为弦。凡句股幂之在弦幂^①，或矩于表，或方于里。连之者举表矩而连^②之。又从句^③方里令为青矩之表，未滿黄方。滿此方则两端之矩^④重于隅中，各以股弦差为广，句弦差^⑤为袤。故两^⑥差相乘，又倍之，则成黄方之幂。开方除之，得黄方之面。其外之青矩^⑦亦以股弦差为广，故以股弦差加之，则为句也。加横不出即户高，两不出加之，得户袤。

〔一三〕今有竹高一丈，末折抵地，去本三尺。问折者高几何？

荅曰：四尺、二十分尺之十一。

术曰：以去本自乘，此去本三尺为句，折之余高为股，末折抵地为弦。以句及股弦并求股，故先令句自乘见矩幂^⑧。令如高而一，竹高一丈为股弦并^⑨，以除此幂得差。所得，以减竹高而半其余，即折者

① “凡句股幂之在弦幂”，《大典》本讹作“凡句之在股”。戴校本作“凡并句股之幂即为弦幂”，与下文“或矩于表，或方于里”语气不连。

② “连”，《大典》本讹作“端”。戴校改为“方”，亦很难理解。

③ “句”，《大典》本讹作“矩”，依戴震校改。

④ “矩”，《大典》本讹作“邪”，戴震校改作“廉”，非是。

⑤ “差”，《大典》本讹作“并”，依戴震校改。

⑥ “两”字下各本衍一“端”字，今删。

⑦ “矩”，《大典》本讹作“知”，依李潢校改。

⑧ “此去本三尺”至“见矩幂”，《大典》本只存“此去三尺为句，折之余高为股，以先令自乘之幂”十九字，此依戴震校。

⑨ “竹高一丈为股弦并”，《大典》本讹作“凡为高一丈为股弦并之”，依戴震校。

之高也。此术与系索者之类，更相反覆也。亦可如上术，令高^①自乘为股弦并幂，去本自乘为矩幂，减之，余为实，倍高为法，则得折之高数也。
〔一四〕今有二人同所立。甲行率七，乙行率三。乙东行。甲南行十步而邪东北与乙会。问甲乙行各几何？

答曰：

乙东行一十步半；

甲邪行一十四步半及之。

术曰：令七自乘，三亦自乘，并而半之，以为甲邪行率。邪行率减于七自乘，余为南行率。以三乘七为乙东行率。此以南行为句，东行为股，邪行为弦。股率三，句弦并率七，欲知弦率者^②，当以股自乘^③为幂，如并而一，所得为句弦差。加差于并而半之为弦，以弦减差，余为句^④。如是或有分，当通而约之乃定。术以句弦并率为分母^⑤，故令句弦并自乘为朱黄相连之方。股自乘为青幂之矩，令其矩引之直，加损同之，以句弦并为袤，差为广^⑥。其图大体，以两弦为袤，句弦并为广^⑦。引横^⑧断其半为弦率，七自乘者句弦并之率，故弦减之余为句率。同立处，是中停也。列用率皆句弦并为袤，弦与句各为之广，故亦以股率

① 《大典》本脱落“高”字，依戴震校补。

② “股率三，句弦并率七，欲知弦率者”，《大典》本讹作“并句率七欲引者”。戴校本作“句弦并七，欲知弦者”，亦不尽是。

③ 《大典》本脱落“股自乘”三字，依戴震校补。

④ “加差于并而半之为弦，以弦减差，余为句”，《大典》本作“加并之半为率，以率减余为句率”，依戴震校改。

⑤ “术以句弦并率为分母”，《大典》本讹作“术以可使为分母”。戴校作“术以句弦并为分母，差为分子”，非是。

⑥ “令其矩引之直，加损同之，以句弦并为袤，差为广”，《大典》本前十字在后九字之后，依微波榭本改正。

⑦ “句弦并为广”，杨辉本、《大典》本讹作“句股为广”，此从戴震校改。

⑧ “横”，孔刻本讹作“黄”，依李潢校正。

同其袤也^①。置南行十步，以甲邪行率乘之，副置十步，以乙东行率乘之，各自为实。实如南行率而一，各得行数。南行十步者，所有见句求弦股，以弦、股率乘，如句率而一^②。

〔一五〕今有句五步，股十二步。问句中容方几何？

答曰：方三步、十七分步之九。

术曰：并句、股为法，句股相乘为实，实如法而一，得方一步。句股相乘为朱、青、黄幕各二。令黄幕连于下隅，朱、青各以类合，共成脩幕^③。中方黄为广^④，并句股为袤。故并句股为法。幕图方在句中，则方之两廉各自成小句股^⑤，而其相与之势不失本率也。股面之小句股并为股^⑥。令股为中方率，并句股为率^⑦，据见句五步而今有之，得中方也。复令句为中方率，以并句股为率^⑧，据股十二步而今有之，则中方又可知。此则虽不效，而法实有^⑨由生矣。下容圆术以今有衰分言之^⑩，可以见之也。

- ① “列用率皆句弦并为袤，弦与句各为之广，故亦以股率同其袤也”，《大典》本讹作“皆句弦并为率，故亦以句率同其袤也”，此依戴震校改。
- ② 《大典》本“求”字下衍“见”字，“股”字下衍“故”字，今删去。又“以弦、股率乘”脱落“乘”字，依李潢校补。
- ③ “令黄幕连于下隅，朱、青各以类合，共成脩幕”，《大典》本作“令黄幕袤于隅中，朱青各以其类令从其两径共成脩之幕”，今依微波榭本校。
- ④ “中方黄为广”，《大典》本作“方中黄”，依戴震校改。
- ⑤ “各自成小句股”，《大典》本作“各自成小股袤”，依戴震校改。
- ⑥ “股面之小句股并为股”，《大典》本讹作“句中之小股股面之并为中率”。戴震校作“句面之小股，股面之小句，从横相连合而成中方”，没有说明股为中方率的理由，与刘注原意不合。
- ⑦ “率”字上，戴校本衍一“广”字。
- ⑧ “以并句股为率”，《大典》本脱落“并”字，戴校本“率”字上增一“袤”字，无必要。
- ⑨ “有”字下，各本衍一“法”字，依李潢校删。
- ⑩ “下容圆术以今有衰分言之”，《大典》本“下”讹作“不”，“以”讹作“而似”，依戴震校正。又“术”讹作“率”，戴本校改。

〔一六〕今有句八步，股十五步。问句中容圆，径几何？

答曰：六步。

术曰：八步为句，十五步为股，为之求弦。三位并之为法，以句乘股，倍之为实。实如法得径一步。句股相乘为图之本体，朱青黄幂各二，倍之则为各四^①。可用画于小纸，分裁邪正之会，令颠倒相补，各以类合，成脩幂。圆径为广，并句股弦为袤。故并句股弦以为法。又以圆之大体言之，股中青必令立规于横广句股又邪三径均，而复连规从横量度句股必合而成小方矣^②。又画中弦以观其会^③，则句股之面中央各有小句股弦^④。句面之小股、股面之小句^⑤皆小方之面、皆圆径之半。其数故可衰。以句股弦为列衰，副并为法。以^⑥句乘未并者各自为实。实如法而一，则^⑦句面之小股可知也。以股乘列衰为实，则^⑧股面之小句可知。言虽异矣，及其所以成法^⑨实则同归矣。又可以股弦差减句为圆径^⑩。句弦差减股为圆径。又弦减句股并，余为圆径。以句弦差乘股弦差而倍之，开方除之，亦圆径也。

〔一七〕今有邑方二百步，各中开门。出东门十五步有木。问出南门

① “倍之则为各四”，《大典》本讹作“之则田为各四”，戴校本改作“则倍之为各四”。

② “又以圆之大体言之”至“而成小方矣”四十二字残缺错误，意义难通，戴震、李潢未加校订。今悉仍其旧。

③ “观其会”，《大典》本讹作“规除会”，依戴震校正。

④ “则句股之面中央各有小句股弦”，《大典》本脱落“各有”二字，今补。戴震校作“则句股之中成小句股弦者四”，意义难通。

⑤ “句面之小股、股面之小句”，《大典》本讹作“句之小股面面小句”，依戴震校正。

⑥ “句”字上，《大典》本衍一“小”字，依李潢校删。

⑦ “则”，《大典》本讹作“得”。

⑧ “则”字下，《大典》本衍一“得”字。

⑨ “法”字下，各本衍一“之”字，依李潢校删。

⑩ “又可以股弦差减句为圆径”，《大典》本讹作“则圆径又可以句乘之差并”，依戴震校正。

几何步而见木？

答曰：六百六十六步、太半步。

术曰：出东门步数为法，以句率为法也。半邑方自乘为实，实如法得一步。此以出东门十五步为句率，东门南至隅一百步为股率，南门东至隅一百步为见句步。欲以见句求股，以为出南门数。正合半邑方自乘者，股率当乘见句，此二者数同也。

〔一八〕今有邑，东西七里，南北九里，各中开门。出东门十五里有木。问出南门几何步而见木？

答曰：三百一十五步。

术曰：东门南至隅步数，以乘南门东至隅步数为实。以木去门步数为法。实如法而一。此以东门南至隅四里半为句率，出东门十五里为股率，南门东至隅三里半为见股。所问出南门即见股之句。为术之意，与上同也。

〔一九〕今有邑方不知大小，各中开门。出北门三十步有木，出西门七百五十步见木。问邑方几何？

答曰：一里。

术曰：令两出门步数相乘，因而四之，为实。开方除之，即得邑方。按前术：半邑方自乘，出东门步数除之，即出南门步数^①。今两出门相乘为半邑方自乘^②，居一隅之积分。因而四之，即得四隅之积分。故以为实。开方除之，即邑方也。

〔二〇〕今有邑方不知大小，各中开门。出北门二十步有木。出南门十四步，折而西行一千七百七十五步见木。问邑方几何？

① “按前术：半邑方自乘，出东门步数除之，即出南门步数”，《大典》本作“按半邑方令半方自乘，出门除之，即步”，今依戴震校改。

② “今两出门相乘为半邑方自乘”，《大典》本作“令之出相乘，故为半邑方自乘”，今依戴震校改。

答曰：二百五十步。

术曰：以出北门步数乘西行步数，倍之，为实。此以折而西行为股，自木至邑南^①十四步为句。以出北门二十步为句^②率，北门至西隅为股率^③，即半广数。故以出北门句率乘西行股，得半广股率乘句之幂^④。然此幂居西半。故又倍之合东半以尽之也^⑤。并出南门步数为从法，开方除之，即邑方。此术之幂，东西广如邑方，南北自木尽邑南十四步为袤。合南北步数为广袤差，故并两步数为从法。以为隅外之幂也^⑥。

〔二一〕今有邑方十里，各中开门。甲乙俱从邑中央而出。乙东出；甲南出，出门不知步数，邪向东北^⑦磨邑，适与乙会。率甲行五，乙行三。问甲、乙行各几何？

答曰：

甲出南门八百步，邪东北行四千八百八十七步半，及乙。

乙东行四千三百一十二步半。

术曰：令五自乘，三亦自乘，并而半之，为邪行率。邪行率

① 《大典》本脱去“南”字，依戴震校补。

② “句”，《大典》本讹作“弦”，依戴震校正。

③ “股率”，《大典》本讹作“单望”，依戴震校改。

④ “故以出北门句率乘西行股，得半广股率乘句之幂”，《大典》本作“故以出北门乘至南行股以半率乘句之幂”，今依戴震校改。

⑤ “然此幂居西半。故又倍之合东半以尽之也”，《大典》本讹作“然北幂居半以西行，故又倍之合东尽之也”。戴校本作“然此幂居半以西，故又倍之合半以东也”。

⑥ 从“此术之幂”到“隅外之幂也”，《大典》本原作“此术之幂，东西南北邑自木尽邑南四十步之幂，合南北步为广，邑方为袤，故连两广为法从并，以为隅外之幂也”，今依戴震校改。

⑦ “东北”，各本作“东门”，杨辉引作“东北”。

减于五自乘者，余，为南行率。以三乘五，为乙东行率。求三率之意与上甲乙同。置邑方半之，以南行率乘之，如东行率而一，即得出南门步数。邑半方，自南门至东隅五里以为小股。求出南门步数为小股之句^①。故置邑方半之，以南行句率乘之，如股率而一。以增邑方半，即南行。半邑者，谓从邑心中停也。置南行步求弦者，以邪行率乘之，求东者以东行率乘之，各自为实。实如南行率得一步。此术与上甲乙同。

〔二二〕有木去人不知远近。立四表，相去各一丈，令左两表与所望参相直。从后右表望之，入前右表三寸。问木去人几何？

答曰：三十三丈三尺三寸、少半寸。

术曰：令一丈自乘为实，以三寸为法，实如法而一。此以入前右表三寸为句率，右两表相去一丈为股率，左右两表相去一丈为见句，所问木去人者见句之股^②。股率当乘见句，此二率俱一丈，故曰自乘。以三寸为法，实如法得一寸。

〔二三〕有山居木西，不知其高。山去木五十三里，木高九丈五尺^③。人立木东三里，望木末适与山峰斜平。人目高七尺。问山高几何？

答曰：一百六十四丈九尺六寸、太半寸。

术曰：置木高减人目高七尺，余，以乘五十三里为实。以人去木三里为法。实如法而一，所得，加木高即山高。此术句股之义：以木高减人目高七尺，余有八丈八尺为句率，人去木^④三里为股率，

① “邑半方，自南门至东隅五里以为小股，求出南门步数为小股之句”，《大典》本原作“今半方南门东隅五里半邑者谓为小股也。求以为出南门步数”。今依戴震校改；戴校本“小股之句”下还有“以东行为股率，南行为句率”十一字，今删。

② “股”字下，《大典》本衍“于右行”三字，依戴震校删。

③ “九丈五尺”，《大典》本讹作“九尺五寸”，杨辉引不误。

④ “人去木”，孔刻本作“去人目”，失却原意。

山去木五十三里为见股。以句率乘见股，如股率而一，得句，加木之高^①，故为山高也。

〔二四〕今有井径五尺，不知其深。立五尺木于井上，从木末望水岸，入径四寸。问井深几何？

答曰：五丈七尺五寸。

术曰：置井径五尺，以入径四寸减之，余，以乘立木五尺为实。以入径四寸为法。实如法得一寸。此以入径四寸为句率，立木五尺为股率，井径四尺六寸为见句。问井深者，见句之股也。

① “以句率乘见股，如股率而一，得句，加木之高”《大典》本讹作“以木高为见股，求句，加人目之高”，今依戴震校正。

海 岛 算 经

海岛算经提要

《海岛算经》一卷原为刘徽《九章算术注》十卷的最后一卷。刘徽撰《重差》一章附于《九章算术》之后，他于自序中说：“辄造重差，并为注解，以究古人之意，缀于句股之下。”西汉时期主张盖天说的天文学家撰《周髀》二卷，上卷有依据两个测望数据推算太阳“高、远”的方法。这种测量方法在地面为平面的假设下，理论上是正确的。可是地面不是平面，《周髀》所谓“日去地”的“高”和“日下”离测望地点的“远”是脱离实际的。但在地面上几里路以内，用上述方法测量目的物的高和远还是准确的。因为推算高远的公式中用着两个差数，从而这种测量方法有重差术的名称。刘徽在汉人重差术的基础上，把它的应用加以推广。自序说：“凡望极高、测绝深而兼知其远者必用重差，句股则必以重差为率，故曰重差也。”又说：“度高者重表，测深者累矩，孤离者三望，离而又旁求者四望。触类而长之，则虽幽遐诡伏，靡所不入。”这是刘徽于他的杰作《九章算术注》外的又一个辉煌成就。

到了唐朝初年选定十部算经时，《重差》一卷和《九章算术》分离，另本单行。因它第一题是一个测望海岛山峰而推算它的高、远的问题，从而被称为《海岛算经》。

宋刻本《海岛算经》早经失传。现在的传本是由戴震从《永乐大

典》中辑录出来的九个问题订成的。题目的个数和次序是否和原书相同,现在无法考查了。刘徽自序有“辄造重差,并为注解”的话,而《大典》本《海岛算经》只有唐李淳风等的注释,他的自注究于何时失传,亦难以稽考。又《隋书·经籍志》著录有刘徽《九章重差图》一卷,亦早经失传。

就传本《海岛算经》的九个例题而论:第一题测量海岛用“重表”法,第三题测量方邑用“连索”法,第四题测量深谷用“累矩”法,是重差术的三个基本方法。增添测望的数据可以推算出更多的结果。九个例题中有“三望”题四个,“四望”题二个,都是在用基本方法所得的结果上转求其他目的的问题。《海岛算经》九个问题的解法,除第七题的“又术”外,都是正确的。这些正确的解法无疑是通过问题的具体分析,依据几何论证,和代数运算而整理出来的。不幸的是传本《海岛算经》缺乏刘徽的自注和重差图,我们很难体会作者的思想过程。李淳风等的注释仅仅在每一条术文之下写出了用问题中的已知数据计算所求答案的演算步骤,没有将作者设题造术的理由注释出来。清李潢(1812年卒)撰《海岛算经细草图说》一卷,于他死后八年有刻本传世,卷后注明“淮阴骆腾凤校订、吴县沈钦裴补草”。沈钦裴又自撰《重差图说》一卷。这两种书都利用相似形的相当边成比例说明原有术文的正确性。但“图”中添线过多,恐不能符合刘徽造术的原意。浙江临海人李铎于1879年撰《海岛算经纬笔》一卷,用天元术解答《海岛算经》的问题,没有原术的注解。关于刘徽重差术的理论根据和他的思想过程,应有进一步探讨的必要。

版本与校勘

《海岛算经》一卷于宋代有北宋秘书省刻本和南宋鲍澣之刻本。这两种版本到清初俱已失传。戴震任四库馆员时于《永乐大典》中辑录出九个问题订成一卷。此后有武英殿聚珍版本,孔继涵微波榭《算经十书》本,屈曾发《九章算术附刊》本等。

微波榭本《海岛算经》附录戴震的“海岛算经正讹”二条。他指出了第一题术李注中有错误文字,但不能校正它。李潢用微波榭本为底本校正了六处错误文字。我现在又补校三处。但第一题术李淳风注中有文理欠通,不能句读的五十九字,无法校订,只可缺疑。第七题的“又术”显然是错误的。苏州龚沔(1739~1799)说:“海岛九问惟此有又术,当是后人窜入,非刘徽本文。李淳风依数推衍,盖未尝深思其故也。”又第三题术文中有“景差”这个名词。李镠认为“景差”即影差,当是“前去表”、“后去表”步数的差。求“邑方”术中“为景差”三字应移至“以前去表减之不尽”之后。求邑去表术中,在“景差减之”之前应有“前去表加”四字。李镠对“景差”的解释和他的校勘是可以理解的。为了适当保持唐以前手抄本的本来面目,我们暂且不予校改。

海 岛 算 经

〔一〕今有望海岛，立两表齐高三丈，前后相去千步，令后表与前表参相直。从前表却行一百二十三步，人目著地取望岛峰，与表末参合。从后表却行一百二十七步，人目著地取望岛峰，亦与表末参合。问岛高及去表各几何？

答曰：岛高四里五十五步。

去表一百二里一百五十步。

术曰：以表高乘表间为实。相多为法，除之。所得加表高，即得岛高。臣淳风等谨按此术意，宜云，岛谓山之顶上。两表谓立表木之端直以人目于木末望岛参平。人去表一百二十三步为前表之始，后立表末至人目于木末相望去表一百二十七步^①。二去表相减为相多^②，以为法。前后表相去千步为表间。以表高乘之为实。以法除之，加表高，即是岛高积步，得一千二百五十五步。以里法三百步除之，得四里，余五十五步。是岛高之步数也。求前表去岛远近者，以前表却行乘表间为实。相多为法，除之，得岛去表里数。臣淳风等谨按此术意，宜云，前去表乘表间，得十二万三千步。以相多四步为法，除之，得三万七

① 李注从“岛谓山之顶上”至“去表一百二十七步”五十九字，文理欠通，不能句读，传刻本定有误文夺字。但无法校正，亦难标点，只可缺疑。

② “二去表相减为相多”，各本讹作“二表相去为相多”，今依李潢校正。

百五十步。又以里法三百步除之，得一百二里一百五十步，是岛去表里数。

〔二〕今有望松生山上，不知高下。立两表，齐高二丈，前后相去五十步，令后表与前表参相直。从前表却行七步四尺，薄地遥望松末，与表端参合。又望松本，入表二尺八寸。复从后表却行八步五尺，薄地遥望松末，亦与表端参合。问松高及山去表各几何？

答曰：松高十二丈二尺八寸。

山去表一里二十八步、七分步之四。

术曰：以入表乘表间为实，相多为法，除之。加入表，即得松高。臣淳风等谨按此术意，宜云，前后去表相减，余七尺是相多，以为法。表间步通之为尺，以入表乘之，退位一等以为实。以法除之，更加入表，得一百二十二尺八寸，以为松高。退位一等，得十二丈二尺八寸也。求表去山远近者，置表间，以前表却行乘之为实。相多为法，除之，得山去表。臣淳风等谨按此术意，宜云，表间以步尺法通之，得三百尺。以前去表四十六尺乘之为实。以相多七尺为法。实如法而一，得一千九百七十一尺、七分尺之三。以里尺法除之，得一里。不尽以步法^①除之，得二十八步。不尽三还以七因之得数，内子三，得二十四。复置步尺法，以分母七乘六，得四十二为步法。俱半之，副置平约等数。即是于山去前表一里二十八步、七分步之四也。

〔三〕今有南望方邑，不知大小。立两表东、西去六丈，齐人目，以索连之。令东表与邑东南隅及东北隅参相直。当东表之北却行五步，遥望邑西北隅，入索东端二丈二尺六寸半。又却北行去表十三步二尺，遥望邑西北隅，适与西表相参合。问邑方及邑去表各几何？

答曰：邑方三里四十三步、四分步之三。

邑去表四里四十五步。

^① “步法”，各本讹作“步尺”，今校正。

术曰：以入索乘后去表，以两表相去除之，所得为景差。以前去表减之不尽，以为法。置后去表，以前去表减之，余以乘入索为实。实如法而一，得邑方。臣淳风等谨按：此术置入索乘后去表得一千八百一十二尺。以两表相去除之，得三丈二寸为景差。以前去表减之，余二寸以为法。前、后去表相减之余^①以乘入索，得一万一千三百二十五寸为实。以法除之，得五千六百六十二尺，不尽二分尺之一。以里法除之，得三里。不尽尺以步法除之，得四十三步。不尽四以分母乘之，内子一，得九。以分母乘六得十二。以三约母得四，约子得三。即得邑方三里四十三步、四分步之三也。求去表远近者，置后去表，以景差减之，余以乘前去表为实。实如法而一，得邑去表。臣淳风等谨按：此术置后去表，以景差尺数减之，余尺以乘前去表，得一千四百九十四尺为实。以法除之，得七千四百七十尺。以步里法除之，得四里。不尽二百七十尺。以步法除之，得四十五步。即是邑去前表四里四十五步也。

〔四〕今有望深谷，偃矩岸上，令句高六尺。从句端望谷底入下股九尺一寸。又设重矩于上，其矩间相去三丈。更从句端望谷底，入上股八尺五寸。问谷深几何？

答曰：四十一丈九尺。

术曰：置矩间，以上股乘之，为实。上、下股相减，余为法，除之。所得以句高减之，即得谷深。臣淳风等谨按：此术置矩间，上股乘之为实。又置上、下股尺寸，相减余六寸，以为法。除实得数，退位一等，以句高减之，余四十一丈九尺，即是谷深。又一法，置矩间，以下股乘之，为实。置上、下股尺数，相减余六寸以为法。除之，得四百五十五尺。以句高并矩间得三十六尺，减之，余退位一等，即是谷深也。

〔五〕今有登山望楼，楼在平地。偃矩山上，令句高六尺，从句端斜望楼足，入下股一丈二尺。又设重矩于上，令其间相去三丈。更从句

^① “前、后去表相减之余”，原本讹作“前后相去表减之余”，今校正。

端斜望楼足，入上股一丈一尺四寸。又立小表于入股之会，复从句端斜望楼岑端，入小表八寸。问楼高几何^①？

答曰：高八丈。

术曰：上、下股相减，余为法。置矩间，以下股乘之，如句高而一。所得，以入小表乘之，为实。实如法而一，即是楼高。臣淳风等谨按：此术置下股，以上股相减，余六寸以为法。又置矩间，以下股乘之，得三万六千寸。以句高六尺除之，得六百寸。以入小表乘之，得四千八百寸。以法除之，得八百寸。退位二等^②，即是楼高八丈也。

〔六〕今有东南望波口，立两表南、北相去九丈，以索薄地连之。当北表之西却行去表六丈，薄地遥望波口南岸，入索北端四丈二寸。以望北岸，入前所望表里一丈二尺。又却后行去表十三丈五尺，薄地遥望波口南岸，与南表参合。问波口广几何？

答曰：一里二百步。

术曰：以后去表乘入索，如表相去而一^③。所得，以前去表减之，余以为法。复以前去表减后去表，余以乘入所望表里为实。实如法而一，得波口广。臣淳风等谨按：此术置后去表，以乘入索四百二寸，得五十四万二千七百寸。以两表相去除之，得六百三寸。又以前去表六百寸减之，余有三寸为法。又置前后却行去表寸数，相减余，以乘入望表里一百二十寸，得九万寸。以法除之，得三万寸为实。以步里法除之，得一里。余以步法除之，得二百步。即是波口广一里二百步也。

〔七〕今有望清渊，渊下有白石。偃矩岸上，令句高三尺，斜望水岸，入下股四尺五寸。望白石，入下股二尺四寸。又设重矩于上，其间相去四尺。更从句端斜望水岸，入上股四尺。以望白石，入上股二

① “问楼高几何”，各本脱落“高”字。依李潢校补。

② “二等”，各本讹作“一等”，今校正。

③ “如表相去而一”，各本“如”作“以”。今依李潢校改。

尺二寸。问水深几何？

荅曰：一丈二尺。

术曰：置望水上、下股，相减，余以乘望石上股为上率。又以望石上、下股相减，余以乘望水上股为下率。两率相减，余以乘矩间为实。以二差相乘为法。实如法而一，得水深。臣淳风等谨按：此术以望水上、下股相减，余五寸，以乘望石上股二十二寸，得一百一十寸，即是上率。又置望石上股减望石下股，余有二寸，以乘望水上股四十寸，得八十寸，即是下率。二率相减，余有三十寸，以乘矩间四十寸，得一千二百寸为实。又以二差二、五相乘，得十为法。除实，退位二等，即是水深一丈二尺也。

又术：列望水上、下股及望石上、下股，相减余，并为法。以望石下股减望水下股，余以乘矩间为实。实如法而一，得水深。又术置望水下^①股，以望水上^②股减之，余有五寸。置望石下股，以望石上股减之，余有二寸。并之，得七寸，以为法。又置^③望石下股，以望水下股减之，余有二十一寸。以乘矩间四十寸，得八百四十寸，以为实。以七寸为法除之，得一百二十寸。退之，得一丈二尺，即是水深也。

〔八〕今有登山望津，津在山南。偃矩山上，令句高一丈二尺。从句端斜望津南岸，入下股二丈三尺一寸。又望津北岸，入前望股里一丈八寸。更登高岩，北却行二十二步，上登五十一步，偃矩山上。更从句端斜望津南岸，入上股二丈二尺。问津广几何？

荅曰：二里一百二步。

术曰：以句高乘下股，如上股而一。所得，以句高减之，余为法。置北行，以句高乘之，如上股而一。所得，以减上登。余

① “下”，原讹作“上”，依李潢校正。

② “上”，原讹作“下”，依李潢校正。

③ “又置”，原本讹作“又以”，依李潢校正。

以乘入股里为实。实如法而一，即得津广。臣淳风等谨按：此术置句高乘下股，得二百七十七尺二寸。以上股除之，得一丈二尺六寸。以句高一丈二尺减之，余有六寸，以为法。又置北行步展为一百三十二尺，以句高乘之，得一千五百八十四尺。以上股除之，得七十二尺。又置上登五十一一步，以每步六尺通之，得三百六尺。以前数减之，余二百三十四尺。以乘入股里尺数，得二千五百二十七尺二寸，为实。实如法而一，得四千二百一十二尺。以步里法除之，得二里，余一百二步，即是津广也。

〔九〕今有登山临邑，邑在山南。偃矩山上，令句高三尺五寸。令句端与邑东南隅及东北隅参相直。从句端遥望东北隅，入下股一丈二尺。又施横句于入股之会，从立句端望西北隅，入横句五尺。望东南隅，入下股一丈八尺。又设重矩于上，令矩间相去四丈。更从立句端望东南隅，入上股一丈七尺五寸。问邑广、长各几何？

答曰：

南北长一里一百步。

东西广一里三十三步、少半步。

术曰：以句高乘东南隅入下股，如上股而一。所得，减句高，余为法。以东北隅下股减东南隅下股，余以乘矩间为实。实如法而一，得邑南北长也。求邑广，以入横句乘矩间为实。实如法而一，即得邑东西广。臣淳风等谨按：此术以句高乘东南隅下股，得六千三百寸。又以东南隅上股一百七十五寸除之，得三十六寸，以句高减之，余有一寸，以为法。又置东北隅下股以减东南隅下股，余有六十寸。以乘矩间得二万四千寸为实。实如法而一，即不盈不缩。以寸里法除之，得一里。不尽以寸步法除之，得一百步。即是邑南北长一里一百步也。求东西广步者，置入横句之数，以乘矩间，得二万寸为实。实如法而一，即得不盈不缩。以里法除之，得一里。余以步法除之，得三十三步。不尽二十，与法俱退半之，即是三分步之一也。

孙 子 算 经

孙子算经提要

《孙子算经》三卷，不详作者名字和编纂年代。清初朱彝尊《孙子算经跋》疑它出于战国初期写《孙子兵法》的孙武，阮元《畴人传》列孙子于周代。《四库全书提要》则谓算经中有涉及长安与洛阳相去里数和佛书二十九章等问题，决非孙武原著。我们依据书中有历史意义的点滴资料，认为《孙子算经》的原著时代是在公元 400 年前后。但传本《孙子算经》卷上记录度、量单位名目和唐朝田曹、仓曹的制度相同，而和《隋书·律历志》所引《孙子算经》“十忽为秒，十秒为毫”和“十圭为抄，十抄为撮，十撮为勺”不合。又，大数名称在传本《孙子算经》“大数之法”节里从亿到载都从万万进，而在“量之所起”节里从亿到载都从十进，显然是时代不同的两种大数进法。于此可见传本《孙子算经》有经后人改窜和附加之处。

我国古代用竹筹来作四则运算。算字从竹、从具，它的本义是计算用的竹筹。战国初期的人已将“算”字作计算用，可证春秋时期人民已经掌握了用竹筹作四则运算的方法。《九章算术》不是一部算术的启蒙读本，对于数字计算的细则没有明确的指示。《孙子算经》卷上首先叙述竹筹记数的纵横相间制和乘、除法则，卷中说明分数算法和开平方法，这些不仅在当时达到了普及数学教育的目的，对我们考证古代的算术也提供了宝贵的资料。

《孙子算经》卷中和卷下所选的应用问题大都切于民生日用，解题方法亦浅近易晓。但也有不结合实际解题方法，例如卷下第十七题求九年共耗仓米，第二十二题求鶡、鸕数。又如卷下最后一题推孕妇所生男女，尤属荒谬绝伦。

卷下又选取了几个比较难解的算术问题，目的在增加读者的兴趣，例如第十七题“今有妇人河上荡杯”，第二十六题“今有物不知其数”，第三十一题“今有雉兔同笼”等等，这些问题又经后来数学书转辗援引，获得广泛的流传。对于“物不知数”一题，《孙子》提示了一个巧妙的解题方法。如果将它推广到一般联立一次同余式组的解法，就和德国伟大数学家高斯于 1801 年所发表的剩余定理相同。因此，在西文数学史里，这个定理被称为中国剩余定理。

传本《孙子算经》每卷的第一页上都标明“李淳风等奉敕注释”，但书中没有他们的注释。

版本与校勘

《孙子算经》三卷在宋代有北宋秘书省刻本和南宋鲍澣之刻本。明代除《永乐大典》内辑录外，宋刻本几乎失传。清初太仓王杰家藏有南宋刻本一册。后来这个孤本先后为常熟毛晋、阳城张敦仁所得，今存上海图书馆。毛晋子毛扆又有一个影宋抄本，后来转入清宫，今有影印的《天禄琳琅丛书》本。

1773年戴震任四库全书馆纂修时，从《永乐大典》所载裒集编次，并且略加校订，得《孙子算经》三卷。《四库全书》本、武英殿聚珍版本、孔氏微波榭《算经十书》本、鲍廷博《知不足斋丛书》本、刘铎《古今算学丛书》本等都以戴震校本为蓝本。

戴震对《孙子算经》的校勘工作做得很差。如果用毛氏的影宋抄本作参考，大部分他手校的文字是多余的。为此我们重加校订，写下了校勘记三十条，其中一半以上是依照《天禄琳琅丛书》本驳正戴震的误校的。

孙子算经序

孙子曰：夫算者，天地之经纬，群生之元首^①，五常之本末，阴阳之父母，星辰之建号，三光之表里，五行之准平，四时之终始，万物之祖宗，六艺之纲纪。稽群伦之聚散，考二气之降升，推寒暑之迭运，步远近之殊同。观天道精微之兆基，察地理从横之长短。采神祇之所在，极成败之符验。穷道德之理，究性命之情。立规矩，准方圆，谨法度，约尺丈，立权衡，平重轻，剖豪厘，析黍粟，历亿载而不朽，施八极而无疆。散之不可胜究，敛之不盈掌握。向之者富有余，背之者贫且窆。心开者幼冲而即悟，意闭者皓首而难精。夫欲学之者必务量能揆己，志在所专。如是则焉有不成者哉。

① “群生之元首”是南宋本、《大典》本原文。孔刻本“元首”改作“元用”，似非必要。

孙子算经卷上

度之所起，起于忽。欲知其忽，蚕吐丝为忽。十忽为一丝，十丝为一毫^①，十毫为一厘^②，十厘为一分，十分为一寸，十寸为一尺，十尺为一丈，十丈为一引，五十尺为一端，四十尺为一疋。六尺为一步。二百四十步为一亩。三百步为一里。

称之所起，起于黍。十黍为一象，十象为一铢，二十四铢为一两，十六两为一斤，三十斤为一钧，四钧为一石。

量之所起，起于粟。六粟为一圭，十圭为一撮，十撮为一抄，十抄为一勺，十勺为一合，十合为一升，十升为一斗，十斗为一斛。斛得六千万粟。所以得知者，六粟为一圭，十圭六十粟为一撮，十撮六百粟为一抄，十抄六千粟为一勺，十勺六万粟为一合，十合六十万粟为一升，十升六百万粟为一斗，十斗六千万粟为一斛。十斛六亿粟，百斛六兆粟，千斛六京粟，万斛六垓粟，十万斛六秭粟，百万斛六壤粟，千万斛六沟粟，万万斛为一亿斛，六洞粟，十亿斛六正粟，百亿斛六载粟。

凡大数之法：万万曰亿，万万亿曰兆，万万兆曰京，万万京曰

① “毫”，南宋本、《大典》本原作“毫”，孔刻本改作“豪”。

② “厘”，南宋本、《大典》本原作“厘”，孔刻本改作“毫”。

陔，万万陔曰秭，万万秭曰壤，万万壤曰沟，万万沟曰澗，万万澗曰正，万万正曰载。

周三径一。方五邪七。见邪求方，五之，七而一。见方求邪，七之，五而一。

黄金方寸重一斤。

白金方寸重一十四两。

玉方寸重一十二两。

铜方寸重七两半。

铅方寸重九两半。

铁方寸重六两。

石方寸重三两。

凡算之法，先识其位。一纵十横，百立千僵，千十相望，万百相当^①。

凡乘之法，重置其位。上下相观，上位^②有十步至十，有百步至百，有千步至千。以上命下，所得之数列于中位。言十即过，不满自如。上位乘讫者先去之。下位乘讫者则俱退之。六不积，五不只。上下相乘，至尽则已^③。

凡除之法，与乘正异。乘得在中央，除得在上方。假令六为法，百为实。以六除百，当进之二等，令在正百下，以六除一，则法多而实少，不可除，故当退就十位。以法除实，言一六而折百为四十^④，故可除。若实多法少，自当百之，不当复退。故或步法十者置于十位，百者置于百位。上位^⑤有空绝者，法退二位^⑥。余法皆如乘时。实有余

① “万百相当”，南宋本、《大典》本讹作“百万相当”，戴震据《夏侯阳算经》改正。

② “上位”，殿本作“头位”，此依南宋本。

③ “至尽则已”系南宋本、《大典》本原文，孔刻本“则”改作“而”。

④ “折百为四十”系南宋本、《大典》本原文，谓一百除去六十，余四十也。孔刻本改作“折百为十十”，大可不必。

⑤ “上位”系南宋本原文，殿本作“头位”。

⑥ “法退二位”，南宋本“位”讹作“法”，此从戴震校改。

者，以法命之，以法为母，实余为子。

以粟求粳米，三之，五而一。

以粳米求粟，五之，三而一。

以粳米求饭，五之，二而一。

以粟米求粳饭，六之，四而一。

以粳饭求粳米，二之，五而一。

以粳米求饭，八之，四而一。

十分减一者，以二乘，二十除。减二者，以四乘，二十除。减三者，以六乘，二十除。减四者，以八乘，二十除。减五者，以十乘，二十除。减六者，以十二乘，二十除。减七者，以十四乘，二十除。减八者，以十六乘，二十除。减九者，以十八乘，二十除。

九分减一者，以二乘，十八除。

八分减一者，以二乘，十六除。

七分减一者，以二乘，十四除。

六分减一者，以二乘，十二除。

五分减一者，以二乘，十除。

九九八十一，自相乘，得几何？

答曰：六千五百六十一。

术曰：重置其位，以上八呼下八，八八六十四，即下六千四百于中位。以上八呼下一，一八如八，即于中位下八十。退下位一等，收上位^①八十。以上^②一呼下八，一八如八，即于中位下八十。以上一呼下一，一一如一，即于中位下一。上下位俱

① “上位”系南宋本原文，不误。《大典》本作“头位”，戴震又校改为“上头位”，俱非必要。

② “上”字下各本俱衍一“位”字，今删。

收，中位即得六千五百六十一。

六千五百六十一，九人分之，问人得几何？

答曰：七百二十九。

术曰：先置六千五百六十一于中位，为实。下列九人为法。上位置七百，以上七呼下九，七九六十三，即除中位六千三百。退下位一等，即上位置二十，以上二呼下九，二九十八，即除中位一百八十。又更退下位一等，即上位更置九，即以上九呼下九，九九八十一，即除中位八十一。中位并尽，收下位。上位所得即人之所得。自八八六十四至一一如一，并准此。

八九七十二，自相乘，得五千一百八十四。

八人分之，人得六百四十八。

七九六十三，自相乘，得三千九百六十九。

七人分之，人得五百六十七。

六九五十四，自相乘，得二千九百一十六。

六人分之，人得四百八十六。

五九四十五，自相乘，得二千二十五。

五人分之，人得四百五。

四九三十六，自相乘，得一千二百九十六。

四人分之，人得三百二十四。

三九二十七，自相乘，得七百二十九。

三人分之，人得二百四十三。

二九一十八，自相乘，得三百二十四。

二人分之，人得一百六十二。

一九如九，自相乘，得八十一。

一人得八十一。

右九九一条，得四百五。自相乘，得一十六万四千二十五。

九人分之，人得一万八千二百二十五。

八八六十四，自相乘，得四千九十六。

八人分之，人得五百十二。

七八五十六，自相乘，得三千一百三十六。

七人分之，人得四百四十八。

六八四十八，自相乘，得二千三百四。

六人分之，人得三百八十四。

五八四十，自相乘，得一千六百。

五人分之，人得三百二十。

四八三十二，自相乘，得一千二十四。

四人分之，人得二百五十六。

三八二十四，自相乘，得五百七十六。

三人分之，人得一百九十二。

二八十六，自相乘，得二百五十六。

二人分之，人得一百二十八。

一八如八，自相乘，得六十四。

一人得六十四。

右八八一条，得二百八十八。自相乘，得八万二千九百四十四。

八人分之，人得一万三百六十八。

七七四十九，自相乘，得二千四百一。

七人分之，人得三百四十三。

六七四十二，自相乘，得一千七百六十四。

六人分之，人得二百九十四。

五七三十五，自相乘，得一千二百二十五。

五人分之，人得二百四十五。

四七二十八，自相乘，得七百八十四。

四人分之，人得一百九十六。

三七二十一，自相乘，得四百四十一。

三人分之，人得一百四十七。

二七十四，自相乘，得一百九十六。

二人分之，人得九十八。

一七如七，自相乘，得四十九。

一人得四十九。

右七七一条，得一百九十六。自相乘，得三万八千四百一十六。

七人分之，人得五千四百八十八。

六六三十六，自相乘，得一千二百九十六。

六人分之，人得二百一十六。

五六三十，自相乘，得九百。

五人分之，人得一百八十。

四六二十四，自相乘，得五百七十六。

四人分之，人得一百四十四。

三六一十八，自相乘，得三百二十四。

三人分之，人得一百八。

二六一十二，自相乘，得一百四十四。

二人分之，人得七十二。

一六如六，自相乘，得三十六。

一人得三十六。

右六六一条，得一百二十六。自相乘，得一万五千八百七十六。

六人分之，人得二千六百四十六。

五五二十五，自相乘，得六百二十五。

五人分之，人得一百二十五。

四五二十，自相乘，得四百。

四人分之，人得一百。

三五一十五，自相乘，得二百二十五。

三人分之，人得七十五。

二五一十，自相乘，得一百。

二人分之，得五十。

一五如五，自相乘，得二十五。

一人得二十五。

右五五一条，得七十五。自相乘，得五千六百二十五。

五人分之，人得一千一百二十五。

四四一十六，自相乘，得二百五十六。

四人分之，人得六十四。

三四一十二，自相乘，得一百四十四。

三人分之，人得四十八。

二四如八，自相乘，得六十四。

二人分之，人得三十二。

一四如四，自相乘，得一十六。

一人得一十六。

右四四一条，得四十。自相乘，得一千六百。

四人分之，人得四百。

三三如九，自相乘，得八十一。

三人分之，人得二十七。

二三如六，自相乘，得三十六。

二人分之，人得一十八。

一三如三，自相乘，得九。

一人得九。

右三三一条，得一十八。自相乘，得三百二十四。

三人分之，人得一百八。

二二如四，自相乘，得一十六。

二人分之，人得八。

一二如二，自相乘，得四。

一人得四。

右二二一条，得六。自相乘，得三十六。

二人分之，人得十八。

一一如一，自相乘，得一；一乘不长。

右从九九至一一，总成一千一百五十五。自相乘，得一百三十三万四千二十五。

九人分之，人得一十四万八千二百二十五。

以九乘一十二，得一百八。

六人分之，人得一十八。

以二十七乘三十六，得九百七十二。

一十八人分之，人得五十四。

以八十一乘一百八，得八千七百四十八。

五十四人分之，人得一百六十二。

以二百四十三乘三百二十四，得七万八千七百三十二。

一百六十二人分之，人得四百八十六。

以七百二十九乘九百七十二，得七十万八千五百八十八。

四百八十六人分之，人得一千四百五十八。

以二千一百八十七乘二千九百一十六，得六百三十七万七千二百九十二。

一千四百五十八人分之，人得四千三百七十四。

以六千五百六十一乘八千七百四十八，得五千七百三十九万五千六百二十八。

四千三百七十四人分之，人得一万三千一百二十二。

以一万九千六百八十三乘二万六千二百四十四，得五亿一千六百五十六万六千五百五十二。

一万三千一百二十二分之，人得三万九千三百六十六。

以五万九千四十九乘七万八千七百三十二，得四十六亿四千九百四万五千八百六十八。

三万九千三百六十六人分之，人得一十一万八千九十八。

以一十七万七千一百四十七乘二十三万六千一百九十六，得四百一十八亿四千一百四十一万二千八百一十二。

一十一万八千九十八人分之，人得三十五万四千二百九十四。

以五十三万一千四百四十一乘七十万八千五百八十八，得三千七百六十五亿七千二百七十一万五千三百八。

三十五万四千二百九十四人分之，人得一百六万二千八百八十二。

孙子算经卷中

〔一〕今有一十八分之一十二。问约之得几何？

答曰：三分之二。

术曰：置十八分在下，一十二分在上。副置二位，以少减多，等数得六。为法约之，即得。

〔二〕今有三分之一，五分之二。问合之^①得几何？

答曰：一十五分之一十一。

术曰：置三分、五分在右方，之一、之二在左方。母互乘子，五分之二得六，三分之一得五。并之，得一十一，为实。右方二母相乘，得一十五，为法。不满法，以法命之，即得。

〔三〕今有九分之八，减其五分之一。问余几何？

答曰：四十五分之三十一。

术曰：置九分、五分在右方，之八、之一在左方。母互乘子，五分之一得九，九分之八得四十。以少减多，余三十一为实。母相乘得四十五为法。不满法，以法命之，即得。

〔四〕今有三分之一、三分之二、四分之三。问减多益少，几何而平？

答曰：减四分之三者二，三分之二者一，并，以益三分

^① “合之”下各本衍一“二”字，今删。

之一，而各平于一十二分之七。

术曰：置三分、三分、四分在右方，之一、之二、之三在左方。母互乘子，副并得六十三，置右为平实。母相乘，得三十六为法。以列数三乘未并者及法。等数得九，约讫。减四分之三者二，减三分之二者一，并，以益三分之一，各平于一十二分之七。

〔五〕今有粟一斗。问为粝米几何？

答曰：六升。

术曰：置粟一斗，十升。以粝米率三十乘之，得三百升为实。以粟率五十为法。除之即得。

〔六〕今有粟二斗一升。问为稗米几何？

答曰：一斗一升、五十分升之一十七。

术曰：置粟二十一升。以稗米率二十七乘之，得五百六十七升为实。以粟率五十为法，除之。不尽，以法而命分。

〔七〕今有粟四斗五升。问为粢米几何？

答曰：二斗一升、五分升之三。

术曰：置粟四十五升。以二约粢米率二十四，得一十二。乘之，得五百四十升，为实。以二约粟率五十，得二十五，为法。除之。不尽，以等数约之而命分。

〔八〕今有粟七斗九升。问为御米几何？

答曰：三斗三升一合八勺。

术曰：置七斗九升。以御米率二十一乘之，得一千六百五十九升为实。以粟率五十除之，即得。

〔九〕今有屋基南北三丈，东西六丈，欲以砖砌之。凡积二尺，用砖五枚。问计几何？

答曰：四千五百枚。

术曰：置东西六丈，以南北三丈乘之，得一千八百尺。以五乘之，得九千尺。以二除之，即得。

〔一〇〕今有圆窖下周二百八十六尺，深三丈六尺。问受粟几何？

答曰：一十五万一千四百七十四斛七升、二十七分升之一十一。

术曰：置周二百八十六尺，自相乘得八万一千七百九十六尺。以深三丈六尺乘之，得二百九十四万四千六百五十六。以一十二除之，得二十四万五千三百八十八尺。以斛法一尺六寸二分除之，即得。

〔一一〕今有方窖广四丈六尺，长五丈四尺，深三丈五尺。问受粟几何？

答曰：五万三千六百六十六斛六斗六升、三分升之二^①。

术曰：置广四丈六尺，长五丈四尺，相乘，得二千四百八十四尺。以深三丈五尺乘之，得八万六千九百四十尺。以斛法一尺六寸二分除之，即得。

〔一二〕今有圆窖周五丈四尺，深一丈八尺。问受粟几何？

答曰：二千七百斛。

术曰：先置周五丈四尺，自相乘^②得二千九百一十六尺。以深一丈八尺乘之，得五万二千四百八十八尺。以一十二除之，得四千三百七十四尺。以斛法一尺六寸二分除之，即得。

〔一三〕今有圆田周三百步，径一百步。问得田几何？

答曰：三十一亩、奇六十步。

① “三分升之二”，各本“二”俱讹作“一”，今改正。

② “自相乘”，各本俱脱落“自”字，今补。

术曰：先置周三百步，半之，得一百五十步。又置径一百步，半之，得五十步。相乘，得七千五百步。以亩法二百四十步除之，即得。

又术：周自相乘，得九万步，以一十二除之，得七千五百步。以亩法除之，得亩数。

又术：径自乘，得一万。以三乘之，得三万步。四除之，得七千五百步。以亩法除之，得亩数。

〔一四〕今有方田，桑生中央，从角至桑一百四十七步。问为田几何？

答曰：一顷八十三亩，奇一百八十步。

术曰：置角至桑一百四十七步，倍之，得二百九十四步。以五乘之，得一千四百七十步。以七除之，得二百一十步。自相乘，得四万四千一百步。以二百四十步除之，即得。

〔一五〕今有木方三尺。欲方五寸作枕一枚，问得几何？

答曰：二百一十六枚。

术曰：置方三尺，自相乘得九尺。以高三尺乘之，得二十七尺。以一尺木八枕乘之，即得。

〔一六〕今有索长五千七百九十四步。欲使作方，问几何？

答曰：一千四百四十八步三尺。

术曰：置索长五千七百九十四步。以四除之，得一千四百四十八步，余二步。以六因之，得一丈二尺，以四除之，得三尺。通计即得。

〔一七〕今有隄，下广五丈，上广三丈，高二丈，长六十尺。欲以一千尺作一方。问计几何？

答曰：四十八方。

法曰：置隄上广三丈，下广五丈，并之，得八丈，半之，得四丈。以高二丈乘之，得八百尺。以长六十尺乘之，得四万八千。

以一千尺除之，即得。

〔一八〕今有沟，广十丈，深五丈，长二十丈。欲以千尺作一方。问得几何？

答曰：一千方。

术曰：置广一十丈，以深五丈乘之，得五千尺。又以长二十丈乘之，得一百万尺。以一千除之，即得。

〔一九〕今有积二十三万四千五百六十七步。问为方几何？

答曰：四百八十四步、九百六十八分步之三百一十一。

术曰：置积二十三万四千五百六十七步为实。次借一算为下法。步之，超一位，至百而止。商置^①四百于实之上。副置四万于实之下，下法之上，名为方法。命上商四百，除实。除讫，倍方法。方法一退^②，下法再退。复置上商八十，以次前商。副置八百于方法之下，下法之上，名为廉法。方、廉各命上商八十，以除实。除讫^③，倍廉法，上从方法。方法一退^④，下法再退。复置上商四，以次前。副置四于方法之下，下法之上，名曰隅法。方、廉、隅各命上商四以^⑤除实。除讫，倍隅法从方法^⑥。上商得四百八十四，下法得九百六十八，不尽三百一十一。是为方四百八十四步、九百六十八分步之三百一十一。

① “商置”二字前，南宋本、《大典》本均无“上”字，不误。戴校本添一“上”字，原非必要。

② “倍方法。方法一退”，南宋本、《大典》本俱作“倍方法，一退”，亦通。今依戴震校本，添“方法”二字。

③ “以除实。除讫”，南宋本、《大典》本均作“以除，讫”，文字过简。今依戴震校补。

④ “方法一退”，南宋本作“一退方法”，此依武英殿本。

⑤ “以”，南宋本无此“以”字，今依殿本校补。

⑥ “倍隅法从方法”，南宋本、《大典》本均无此六字，戴震据术校补，今从之。

〔二十〕今有积三万五千步。问为圆几何？

答曰：六百四十八步、一千二百九十六分步之九十六。

术曰：置积三万五千步，以一十二乘之，得四十二万，为实。次借一算，为下法。步之，超一位，至百而止。上商置六百^①于实之上。副置六万于实之下，下法之上，名为方法。命上商六百，除实。除讫，倍方法。方法一退，下法再退。复置上商四十，以次前商。副置四百于方法之下，下法之上，名为廉法。方、廉各命上商四十^②，以除实。除讫，倍廉法，从方法。方法一退，下法再退。复置上商八，次前商。副置八于方法之下，下法之上，名为隅法。方、廉、隅各命上商八，以除实。除讫，倍隅法，从方法。上商得^③六百四十八，下法得一千二百九十六^④，不尽九十六。是为方六百四十八步、一千二百九十六^⑤分步之九十六。

〔二一〕今有丘田周六百三十九步，径三百八十步。问为田几何？

答曰：二顷五十二亩二百二十五步。

术曰：半周得三百一十九步五分，半径得一百九十步，二位相乘，六万七百五步。以亩法除之，即得。

〔二二〕今有筑城，上广二丈，下广五丈四尺，高三丈八尺，长五千五百五十尺。秋程人功三百尺。问须功几何？

答曰：二万六千一十一功。

① “六百”下，南宋本衍一“余”字，今从殿本删去。

② 南宋本无此“四十”二字，今从殿本校补。

③ 南宋本、《大典》本均无“得”字，今依戴震校补。

④⑤ “一千二百九十六”，南宋本、《大典》本均作“一千二百九十七”，今依戴震校改。

术曰：并上、下广，得七十四尺，半之，得三十七尺。以高乘之，得一千四百六尺。又以长乘之，得积七百八十万三千三百尺。以秋程人功三百尺除之，即得。

〔二三〕今有穿渠，长二十九里一百四步，上广一丈二尺六寸，下广八尺，深一丈八尺。秋程人功三百尺。问须功几何？

答曰：三万二千六百四十五人，不尽六十九尺六寸。

术曰：置里数，以三百步乘之，内零步，六之，得五万二千八百二十四尺。并上、下广得二丈六寸，半之，以深乘之，得一百八十五尺四寸。以长乘，得九百七十九万三千五百六十九尺六寸。以人功三百尺除之，即得。

〔二四〕今有钱六千九百三十。欲令二百一十六人作九分分之，八十一人，人与二分，七十二人，人与三分，六十三人，人与四分。问三种各得几何？

答曰：

二分，人得钱二十二。

三分，人得钱三十三。

四分，人得钱四十四。

术曰：先置八十一人于上，七十二人次之，六十三人在下。上位以二乘之，得一百六十二。次位以三乘之，得二百一十六。下位以四乘之，得二百五十二。副并三位，得六百三十，为法。又置钱六千九百三十为三位。上位以一百六十二乘之，得一百一十二万二千六百六十；又以二百十六乘中位得一百四十九万六千八百八十；又以二百五十二乘下位得一百七十四万六千三百六十，各为实。以法六百三十各除之，上位得一千七百八十二，中位得二千三百七十六，下位得二千七百七十二。各以人数除之，即得。

〔二五〕今有五等诸侯，共分橘子六十颗。人别加三颗，问五人各得几何？

答曰：

公一十八颗， 侯一十五颗，

伯一十二颗， 子九颗，

男六颗。

术曰：先置人数，别加三颗于下，次六颗，次九颗，次一十二颗，上十五颗。副并之，得四十五。以减六十颗，余，人数除之，人得三颗。各加不并者，上得一十八，为公分，次得一十五为侯分，次得十二为伯分，次得九为子分，下得六为男分。

〔二六〕今有甲、乙、丙三人持钱。甲语乙、丙，各将公等所持钱半以益我钱，成九十；乙复语甲、丙，各将公等所持钱半以益我钱，成七十；丙复语甲、乙，各将公等所持钱半以益我钱，成五十六。问三人元持钱各几何？

答曰：

甲七十二， 乙三十二，

丙四。

术曰：先置三人所语为位，以三乘之，各为积：甲得二百七十，乙得二百一十，丙得一百六十八。各半之，甲得一百三十五，乙得一百五，丙得八十四。又置甲九十，乙七十，丙五十六，各半之。以甲、乙减丙，以甲、丙减乙，以乙、丙减甲，即各得元数。

〔二七〕今有女子善织，日自倍。五日织通五尺。问日织几何？

答曰：

初日织一寸、三十一分寸之一十九。

次日织三寸、三十一分寸之七。

次日织六寸、三十一分寸之一十四。

次日织一尺二寸、三十一分寸之二十八。

次日织二尺五寸、三十一分寸之二十五。

术曰：各置^①列衰，副并得三十一为法。以五尺乘未并者，各自为实。如法而一，即得。

〔二八〕今有人盗库绢，不知所失几何。但闻草中分绢，人得六匹，盈六匹；人得七匹，不足七匹。问人、绢各^②几何？

答曰：贼一十三人，绢八十四匹。

术曰：先置人得六匹于右上，盈六匹于右下；后置人得七匹于左上，不足七匹于左下。维乘之，所得，并之为绢。并下盈、不足为人。

① 南宋本脱落“置”字，今依殿本补。

② “各”，南宋本讹作“得”，今依殿本。

孙子算经卷下

〔一〕今有甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬九家共输租。甲出三十五斛，乙出四十六^①斛，丙出五十七斛，丁出六十八斛，戊出七十九斛，己出八十斛，庚出一百斛，辛出二百一十斛，壬出三百二十五斛。凡九家，共输租一千斛。僦运直折二百斛外，问家各几何？

答曰：

甲二十八斛，

乙三十六斛八斗，

丙四十五斛六斗^②，

丁五十四斛四斗，

戊六十三斛二斗，

己六十四斛，

庚八十斛，

辛一百六十八斛，

壬二百六十斛。

术曰：置甲出三十五斛，以四乘之，得一百四十斛。以五除

① “四十六斛”，南宋本脱落“六”字，戴震校本依《大典》本补。

② 南宋本缺“六斗”二字，戴震据《大典》本补。

之，得二十八斛。乙出四十六斛，以四乘之，得一百八十四斛。以五除之，得三十六斛八斗。丙出五十七斛，以四乘之，得二百二十八斛。以五除之，得四十五斛六斗。丁出六十八斛，以四乘之，得二百七十二斛。以五除之，得五十四斛四斗。戊出七十九斛，以四乘之，得三百一十六斛。以五除之，得六十三斛二斗。己出八十斛，以四乘之，得三百二十斛。以五除之，得六十四斛。庚出一百斛，以四乘之，得四百斛。以五除之，得八十斛。辛出二百一十斛，以四乘之，得八百四十斛。以五除之，得一百六十八斛。壬出三百二十五斛，以四乘之，得一千三百斛。以五除之，得二百六十斛。

〔二〕今有丁一千五百万，出兵四十万。问几丁科一兵？

答曰：三十七丁五分。

术曰：置丁一千五百万为实。以兵四十万为法。实如法即得。

〔三〕今有平地聚粟，下周三丈六尺，高四尺五寸。问粟几何？

答曰：一百斛。

术曰：置周三丈六尺，自相乘得一千二百九十六尺。以高四尺五寸乘之，得五千八百三十二尺。以三十六除之，得一百六十二尺。以斛法一尺六寸二分除之，即得。

〔四〕今有佛书凡二十九章，章六十三字。问字几何？

答曰：一千八百二十七。

术曰：置二十九章，以六十三字乘之，即得。

〔五〕今有棋局方一十九道。问用棋几何？

答曰：三百六十一。

术曰：置一十九道，自相乘之，即得。

〔六〕今有租九万八千七百六十二斛，欲以一车载五十斛。问用车几

何？

答曰：一千九百七十五乘，奇一十二斛。

术曰：置租九万八千七百六十二^①斛为实，以一车所载五十斛为法。实如法即得。

〔七〕今有丁九万八千七百六十六，凡二十五丁出一兵。问兵几何？

答曰：三千九百五十人，奇一十六丁。

术曰：置丁九万八千七百六十六为实，以二十五为法。实如法，即得。

〔八〕今有绢七万八千七百三十二匹，令一百六十二人分之。问人得几何？

答曰：四百八十六匹。

术曰：置绢七万八千七百三十二匹为实，以一百六十二人为法。实如法，即得。

〔九〕今有三万六千四百五十四户，户输绵二斤八两。问计几何？

答曰：九万一千一百三十五斤。

术曰：置三万六千四百五十四户，上十之，得三十六万四千五百四十。以四乘之，得一百四十五万八千一百六十两。以十六除之，即得。

〔一〇〕今有绵九万一千一百三十五斤，给与三万六千四百五十四户。问户得几何？

答曰：二斤八两。

术曰：置九万一千一百三十五斤为实。以三万六千四百五十四户为法，除之，得二斤。不尽一万八千二百二十七斤，以一十六乘之，得二十九万一千六百三十二两。以户除之，即得。

① 南宋本脱落“二”字，《大典》本不误。

〔一一〕今有粟三千九百九十九斛九斗六升，凡粟九斗易豆一斛。问计豆几何？

答曰：四千四百四十四斛四斗。

术曰：置粟三千九百九十九斛九斗六升为实。以九斗为法。实如法，即得。

〔一二〕今有粟二千三百七十四斛，斛加三升。问共粟几何？

答曰：二千四百四十五斛二斗二升。

术曰：置粟二千三百七十四斛，以一斛三升乘之，即得。

〔一三〕今有粟三十六万九千九百八十斛七斗，在仓九年，年斛耗三升。问一年、九年各耗几何？

答曰：

一年耗一万一千九十九斛四斗二升一合，

九年耗九万九千八百九十四斛七斗八升九合。

术曰：置三十六万九千九百八十斛七斗，以三升乘之，得一年之耗。又以九乘之，即九年之耗。

〔一四〕今有贷与人丝五十七斤，限岁出息一十六斤。问斤息几何？

答曰：四两、五十七分两之二十八。

术曰：列限息丝一十六斤，以一十六两乘之，得二百五十六两。以贷丝五十七斤除之。不尽，约之，即得。

〔一五〕今有三人共车，二车空；二人共车，九人步。问人与车各几何？

答曰：

一十五车， 三十九人。

术曰：置二车^①，以三乘之，得六。加步者九人，得车一十

① “置二车”，各本俱讹作“置二人”，今依算术校正。“置二车”犹言置车数二也。

五。欲知人者，以二乘车，加九人即得。

〔一六〕今有粟一十二万八千九百四十斛九斗三合，出与人买绢，一匹直粟三斛五斗七升。问绢几何？

答曰：三万六千一百一十七匹三丈六尺^①。

术曰：置粟一十二万八千九百四十斛九斗三合为实。以三斛五斗七升为法。除之，得匹。余四十之，所得，又以法除之，即得。

〔一七〕今有妇人河上荡杯。津吏问曰：“杯何以多？”妇人曰：“家有客”。津吏曰：“客几何？”妇人曰：“二人共饭，三人共羹，四人共肉，凡用杯六十五，不知客几何？”

答曰：六十人。

术曰：置六十五杯，以一十二乘之，得七百八十，以十三除之，即得。

〔一八〕今有木，不知长短。引绳度之，余绳四尺五寸。屈绳量之，不足一尺。问木长几何？

答曰：六尺五寸。

术曰：置余绳四尺五寸，加不足一尺，共五尺五寸。倍之，得一丈一尺。减余四尺五寸，即得。

〔一九〕今有器中米，不知其数。前人取半，中人三分取一，后人四分取一，余米一斗五升。问本米几何？

答曰：六斗。

术曰：置余米一斗五升，以六乘之得九斗，以二除之得四斗五升。以四乘之得一斛八斗，以三除之，即得。

① 案“六尺”之下应有余分，三百五十七分尺之一百八，约计三寸。但各本俱不计余分，不知是否脱误。

〔二〇〕今有黄金一斤，直钱一十万。问两直几何？

答曰：六千二百五十钱。

术曰：置钱一十万，以一十六两除之，即得。

〔二一〕今有锦一匹，直钱一万八千。问丈、尺、寸各直几何？

答曰：

丈，四千五百钱。 尺，四百五十钱。

寸，四十五钱。

术曰：置钱一万八千，以四除之，得一丈之直。一退、再退，得尺、寸之直。

〔二二〕今有地长一千步，广五百步。尺有鹄，寸有鹇。问鹄、鹇各几何？

答曰：鹄一千八百万，鹇一亿八千万。

术曰：置长一千步，以广五百步乘之，得五十万步。以三十六乘之，得一千八百万尺，即得鹄数。上十之，即得鹇数。

〔二三〕今有六万口，上口三万人，日食九升；中口二万人，日食七升；下口一万人，日食五升。问上、中、下口共食几何？

答曰：四千六百斛。

术曰：各置口数，以日食之数乘之，所得并之，即得。

〔二四〕今有方物一束，外周一匝有三十二枚。问积几何？

答曰：八十一枚。

术曰：重置二位。上位减八，余加下位。至尽虚加一，即得。

〔二五〕今有竿不知长短，度其影得一丈五尺。别立一表，长一尺五寸，影得五寸。问竿长几何？

答曰：四丈五尺。

术曰：置竿影一丈五尺，以表长一尺五寸乘之，上十之，得二十二丈五尺。以表影五寸除之，即得。

〔二六〕今有物，不知其数。三、三数之，剩二；五、五数之，剩三；七、七数之，剩二。问物几何？

答曰：二十三。

术曰：三、三数之剩二，置一百四十；五、五数之剩三，置六十三；七、七数之剩二，置三十。并之，得二百三十三。以二百一十减之，即得。凡三、三数之剩一，则置七十；五、五数之剩一，则置二十一；七、七数之剩一，则置十五。一百六以上，以一百五减之，即得。

〔二七〕今有兽六首四足，禽四首二足。上有七十六首，下有四十六足。问禽、兽各几何？

答曰：八兽，七禽。

术曰：倍足以减首，余，半之，即兽。以四乘兽，减足，余，半之，即禽。

〔二八〕今有甲、乙二人持钱，各不知数。甲得乙中半，可满四十八。乙得甲大半，亦满四十八。问甲、乙二人元持钱各几何？

答曰：

甲持钱三十六，乙持钱二十四。

术曰：如方程求之。置二甲、一乙、钱九十六于右方。置二甲、三乙、钱一百四十四于左方。以右方二乘左方，上得四甲^①，中得六乙，下得二百八十八钱^②。以右行再减左行，左上空，中余四乙为法，下余九十六钱为实。上法下实得二十四钱

① “上得四甲”，南宋本脱落“甲”字，今依戴震校补。

② 孔刻本依戴震校，于“钱”字之下添“以左方二乘右方，上得四甲，中得二乙，下得一百九十二钱”二十三字。按《孙子算经》原术用《九章算术》方程章之直除法。下云“以右行再减左行”，谓在右行内两度除去左行也。戴震据互乘相消法而添补二十三字，显然不是《孙子》原术。

为乙钱。以减右下九十六，余七十二为实，以右上二甲为法。上法下实得三十六为甲钱也。

〔二九〕今有百鹿入城，家取一鹿不尽，又三家共一鹿适尽。问城中家几何？

荅曰：七十五家。

术曰：以盈不足取之。假令七十二家，鹿盈四^①。令之九十家，鹿不足二十。置七十二于右上，盈四于右下。置九十于左上，不足二十于左下。维乘之，所得，并为实。并盈、不足为法，除之，即得。

〔三十〕今有三鸡共啄粟一千一粒。雏啄一，母啄二，翁啄四。主责本粟，三鸡主各偿几何？

荅曰：

鸡雏主一百四十三，

鸡母主二百八十六，

鸡翁主五百七十二。

术曰：置粟一千一粒为实。副并三鸡所啄粟七粒为法，除之，得一百四十三粒，为鸡雏主所偿之数。递倍之，即得母、翁主所偿之数。

〔三一〕今有雉兔同笼，上有三十五头，下有九十四足。问雉、兔各几何？

荅曰：

雉二十三，兔一十二。

术曰：上置三十五头，下置九十四足。半其足得四十七。以少减多，再命之，上三除下四，上五除下七。下有一除上三，下

① “鹿盈四”，南宋本“盈”讹作“尽”，此从殿本。

有二除上五^①，即得。

又术曰：上置头，下置足。半其足，以头除足，以足除头，即得。

〔三二〕今有九里渠，三寸鱼，头头相次。问鱼得几何？

答曰：五万四千。

术曰：置九里，以三百步乘之，得二千七百步。又以六尺乘之，得一万六千二百尺。上十之，得一十六万二千寸。以鱼三寸除之，即得。

〔三三〕今有长安、洛阳相去九百里。车轮一匝一丈八尺。欲自洛阳至长安，问轮匝几何？

答曰：九万匝。

术曰：置九百里，以三百步乘之，得二十七万步。又以六尺乘之，得一百六十二万尺。以车轮一丈八尺为法，除之，即得。

〔三四〕今有出门望见九堤，堤有九木，木有九枝，枝有九巢，巢有九禽，禽有九雏，雏有九毛，毛有九色。问各几何？

答曰：

木八十一。

枝七百二十九。

巢六千五百六十一。

禽五万九千四十九。

雏五十三万一千四百四十一。

毛四百七十八万二千九百六十九。

① “上三除下四，上五除下七。下有一除上三，下有二除上五”，四句之末一数字各本俱误作与前一数字相同，如“四”讹作“三”，“七”讹作“五”，“三”讹作“一”，“五”讹作“二”，今均据算术校正。术文盖谓以上三十五减下四十七余一十二，以下一十二减上三十五余二十三，即雉数也。

色四千三百四万六千七百二十一。

术曰：置九堤，以九乘之，得木之数。又以九乘之，得枝之数。又以九乘之，得巢之数。又以九乘之，得禽之数。又以九乘之，得雏之数。又以九乘之，得毛之数。又以九乘之，得色之数。

〔三五〕今有三女，长女五日一归，中女四日一归，少女三日一归。问三女几何日相会？

荅曰：六十日。

术曰：置长女五日、中女四日、少女三日于右方。各列一算于左方。维乘之，各得所到数。长女十二到，中女十五到，少女二十到。又各以归日乘到数，即得。

〔三六〕今有孕妇行年二十九，难九月。未知所生？

荅曰：生男。

术曰：置四十九，加难月，减行年。所余，以天除一，地除二，人除三，四时除四，五行除五，六律除六，七星除七，八风除八，九州除九。其不尽者，奇则为男，耦则为女。

张邱建算经

张邱建算经提要

《张邱建算经》三卷，自序最后题“清河张邱建谨序”，不详著书年代。清河是张姓郡望，未必是作者的籍贯。《算经》卷中第十三题，“今有率户出绢三匹，依贫富欲以九等出之，令户各差除二丈”，这和《魏书·食货志》所载的，献文帝天安元年（公元 466 年）“因民贫富为租输三等九品之制”相合。《食货志》又说，孝文帝太和九年（公元 485 年）颁行均田法，三等九品的户调法就废弃不用。因此，我们断定《张邱建算经》的编写年代是在公元 466 年到 485 年之间。阮元《畴人传》列张邱建于晋代是缺少事实依据的。

《张邱建算经》继承了《九章算术》的数学遗产，并且提供了很多推陈出新的创见，主要的有下列几点：一、卷上第十题、第十一题是最大公约数和最小公倍数的应用问题。二、卷上第二十二题、第二十三题、第三十二题、卷中第一题和卷下第三十六题是等差级数问题。三、有些算术问题比较难解，在《九章算术》里用盈不足术来解答。张邱建对这些问题一一加以具体分析，从而可以分别获得直接解答的方法。四、卷中第二十二题和卷下第九题都须要开带从平方（求二次方程的正根）来解决。在《九章算术》句股章里有一个开带从平方的问题，《张邱建算经》又添上两个，推广开带从平方的应用。五、卷下最后一题是有名的百鸡问题。这是中国数学史上最早

出现的不定方程问题。

传本《张邱建算经》各卷的第一页上均有“汉中郡守、前司隶、臣甄鸾注经；唐朝议大夫、行太史令、上轻车都尉、臣李淳风等奉敕注释；唐算学博士臣刘孝孙撰细草”，三行。《四库全书提要》说：“其中称‘术曰’者乃鸾所注，‘草曰’者孝孙所增，其细字夹注称‘臣淳风等谨案’者不过十数处，盖有疑则释，非节节为之注也。”案古代数学书于问题、答案之后都有解题的术，术文是经文的主要部分，决不能是后人所加。《四库全书提要》说“称‘术曰’者乃鸾所注”，这种说法是立脚不住的。《隋书·经籍志》记录《张邱建算经》不说有甄鸾的注。《旧唐书·经籍志》说“《张邱建算经》一卷，甄鸾撰”，显然不对。《新唐书·艺文志》将《旧唐书》的“撰”字改为“注”字，亦毫无根据。

张邱建没有叙述分数四则、开平方法、开立方法、联立一次方程组解法等数字计算方法。依据刘孝孙的细草，我们可以知道一些南北朝时期通行的算法。刘孝孙广平人，初仕北齐，后仕隋，是一个第六世纪中的天文学家，事迹具见《隋书·律历志》。公元590年前后他“留直太史，累年不调”，可能有算学博士的名义，写出了《张邱建算经细草》。唐朝初年另有一个荆州人刘孝孙，他是秦王府十八学士之一，贞观六年任著作佐郎，决不是撰《算经细草》的算学博士。

《张邱建算经》解题术文有过于简略之处，李淳风等依据《九章算术》为它补立术文。卷上第十九题已知圆径二尺一寸，求内接正方形的边长，张邱建用“方五斜七”计算，得方边长一尺五寸。李淳风等以为方边应是一尺四寸、二十五分寸之二十一，这个答案是比较准确的。第二十题术，径一寸的弹丸体积为十六分寸之九，李淳风等认为应是二十一分寸之十一，补立“依密率术”和“依密率草”

于刘孝孙细草之后。但卷下第三十、三十一题球体积的计算不加校正。有关圆面积的问题,张邱建用“径一周三”计算,李淳风等亦不加批判。

《张邱建算经》的最后一题——百鸡问题,原术只有“鸡翁每增四,鸡母每减三,鸡雏每益三”十五字,又缺少刘孝孙的细草,读者很难体会这一问题的正规解法。宋元丰七年秘书省刻书时,“将算学教授谢察微拟立术草创新添入”。谢察微的解题方法显然是不合理的。

版本与校勘

《张邱建算经》三卷在清初有太仓王杰家藏的南宋刻本。这一个孤本后来为常熟毛晋所得，现在保存在上海图书馆。康熙元年毛扆有一影宋抄本，后来转入清宫作为天禄琳琅阁藏书，1932年故宫博物院把它影印为《天禄琳琅丛书》的一种。《四库全书》中的《张邱建算经》和孔氏《算经十书》本都以毛氏影宋抄本为底本。此后有《知不足斋丛书》本、《古今算学丛书》本、商务印书馆《万有文库》本，都是微波榭本的翻刻本。

南宋刻本《张邱建算经》传到清代的一册有缺页。卷中缺少最后的几页，失传的算术问题不知多少。卷下缺少最前二页，约计少了二、三个问题。流传到现在的有九十二个问题。

现在常见的各种版本既同出于南宋刻本，各本的文字大致相同。清代一般专靠版本校勘的人认为这里没有用武之地，从而书中偶有错误文字就很少被人注意。实际上，南宋本《张邱建算经》和《周髀》、《九章算术》等书一样，讹文夺字是在所难免的。今就管见所及，试为校订，得校勘记八十三条，改正四十三个错字，删去衍文二十七字，补足脱文五十四字。

张邱建算经序

夫学算者不患乘除之为难，而患通分之为难。是以序列诸分之本元，宣明约通之要法。上实有余为分子，下法从而为分母，可约者约以命之，不可约者因以名之。凡约法，高者下之，耦者半之，奇者商之。副置其子及其母，以少减多，求等数而用之。乃若其通分之法，先以其母乘其全，然后内子。母不同者母互乘子，母亦相乘为一母，诸子共之约之。通分而母入者，出之则定。其《夏侯阳》之“方仓”，《孙子》之“荡杯”，此等之术皆未得其妙。故更造新术，推尽其理，附之于此。余为后生好学有无由以至者，故举其大概而为之。法不复烦重，庶其易晓云耳。清河张邱建谨序。

张邱建算经卷上

〔一〕以九乘二十一、五分之三。问得几何？

答曰：一百九十四、五分之二。

草曰：置二十一，以分母五乘之，内子三，得一百八。然以九乘之，得九百七十二。却以分母五而一。得合所问。

〔二〕以二十一、七分之三乘三十七、九分之五。问得几何？

答曰：八百四、二十一分之十六。

草曰：置二十一，以分母七乘之，内子三，得一百五十。又置三十七，以分母九乘之，内子五，得三百三十八。二位相乘得五万七千七百为实。以二分母七、九相乘得六十三而一，得八百四，余六十三分之四十八。各以三约之，得二十一分之一十六。合前问。

〔三〕以三十七、三分之二乘四十九、五分之三、七分之四。问得几何？

答曰：一千八百八十九、一百五分之八十三。

草曰：置三十七，以分母三乘之，内子二，得一百一十三。又置四十九于上^①，别置五分于下右，之三在左。又于五分之

① “上”，各本俱讹作“下”，今校正。

下别置七分，之三^①之下置四。维乘之，以右上五乘左下四得二十，以右下七乘左上三得二十一，并之得四十一。以分母相乘得三十五。以三十五除四十一，得一，余六。以一加上四十九得五十。又以分母三十五乘之，内子六，得一千七百五十六。以乘上位一百一十三，得一十九万八千四百二十八为实。又以三分母^②相乘得一百五为法。除实得一千八百八十九，余一百五分之八十三。合所问。

臣淳风等按：以前三条，虽有设问而无成术可凭。宜云，分母乘全内子，令相乘为实。分母相乘为法。若两有分，母各乘其全内子，令相乘为实。分母相乘为法^③。实如法而得一。

〔四〕以十二除二百五十六、九分之八。问得几何？

答曰：二十一、二十七分之十一。

草曰：置二百五十六，以分母九乘之，内子八，得二千三百一十二为实。又置除数十二，以九乘之，得一百八为法。除实得二十一。法与余俱半之，得二十七分之十一。合所问。

〔五〕以二十七、五分之三除一千七百六十八、七分之四。问得几何？

答曰：六十四、四百八十三分之三十八。

草曰：置一千七百六十八，以分母七乘之，内子四，得一万二千三百八十。又以除分母五乘之，得六万一千九百为实。又置除数二十七，以分母五乘之，内子三，得一百三十八。又以分母七乘之，得九百六十六为法。除之，得六十四。法与余各折半，得四百八十三分之三十八。得合前问。

〔六〕以五十八、二分之一除六千五百八十七、三分之二、四分之三。

① “之三”，各本俱讹作“三分”，今校正。

② “三分母”，各本作“分母三母”，今以意校改。

③ “分母相乘为法”，各本脱落“相乘”二字，今校补。

问得几何？

答曰：一百一十二、七百二分之四百三十七。

术曰：置六千五百八十七于上。又别置三分于下右，之二于左。又置四分于三下，之三于左。维乘之，分母得十二，子得一十七。以分母除子得一，余五。加一上位，得六千五百八十八。以分母十二乘之，内子五，得七万九千六十一。又以除数分母二因之，得一十五万八千一百二十二。又置除数五十八于下。以二因之，内子一，得一百一十七。又以乘数分母十二乘之，得一千四百四为法。以除实得一百一十二。法与余俱半之，得七百二分之四百三十七。

臣淳风等谨按：此术以前三条亦有问而无术。宜云，置所有之数通分内子为实。置所除之数以分母^①乘之为法。实如法得一。若法实俱有分，及重有分者，同而通之。

〔七〕今有官猎得鹿，赐围兵。初围三人中赐鹿五头。次围五人中赐鹿七头。次围七人中赐鹿九头。并三围赐鹿一十五万二千三百三十三头、少半头。问围兵几何？

答曰：三万五千人。

术曰：以三赐人数互乘三赐鹿数，并以为法。三赐人数相乘并赐鹿数为实。实如法而得一。

草曰：置三人于右上，五鹿于左上；五人于右中，七鹿于左中；七人于右下，九鹿于左下。以右中乘左上五得二十五，又以右下七^②乘左上二十五得一百七十五。又以右上三乘左中七得二十一，又以右下七乘左中二十一得一百四十七。又以右上

① “分母”，各本讹作“三分”，今校正。

② “七”，南宋本讹作“十”。

三乘左下九得二十七，又以右中五乘左下二十七得一百三十五。将左三位并之，得四百五十七为法。以右三位相乘得一百五。别置一十五万二千三百三十三头、少半头位于上，先以三乘之，内子一，得四十五万七千。以一百五乘之，得四千七百九十八万五千。置除法四百五十七，以三因之，得一千三百七十一为法，除之，得三万五千人。合问。

〔八〕今有猎围，周四百五十二里一百八十步，布围兵十步一人。今欲缩令通身得地四尺。问围内缩几何？

答曰：三十里五十二步。

术曰：置围里步数，一退，以四因之为尺。以步法除之，即得缩数。

草曰：置四百五十二里，以里法三百步乘之，内子一百八十，得一十三万五千七百八十步。退一等，得一万三千五百七十八人^①。四因之，得五万四千三百一十二尺，以六尺除之为步，得九千五十二步。以里法三百除之，得三十里五十二步。合问。

〔九〕今有围兵二万三千四百人以布围周，各相去五步。今围内缩除一十九里一百五十步而止。问兵相去几何？

答曰：四步、四分步之三。

术曰：置人数，以五乘之，又以十九里一百五十步减之，余，以人数除之。不尽，平约之。

草曰：置围兵二万二千四百人，以五乘之，得一十一万七千步。置一十九里，以三百通之，内子一百五十步，得五千八百五十步。以减上位，得一十一万一千一百五十步。以围兵二万

① “人”，各本讹作“尺”，今校正。

三千四百除之，得四步。余以围兵数再折除，余得三，除法得四。

〔一〇〕今有封山周栈三百二十五里。甲、乙、丙三人同绕周栈行，甲日行一百五十里，乙日行一百二十里，丙日行九十里。问周行几何日会？

答曰：十日、六分日之五。

术曰：置甲、乙、丙行里数，求等数为法。以周栈里数为实。实如法而得一。

草曰：置甲、乙、丙行里数，甲行一百五十，乙行一百二十，丙行九十，各求等数，得三十，为法。除周栈数得十日，法三十^①，余二十五，各以五除之，法得六，余得五。各以三十约^②

甲、乙、丙行数，乃甲得五周，乙得四周。丙得三周。合前问。

〔一一〕今有内营周七百二十步，中营周九百六十步，外营周一千二百步。甲、乙、丙三人直夜，甲行内营，乙行中营，丙行外营，俱发南门。甲行九，乙行七，丙行五。问各行几何周，俱到南门？

答曰：

甲行十二周，

乙行七周，

丙行四周。

术曰：以内、中、外周步数互乘甲、乙、丙行率。求等数，约之，各得行周。

草曰：置内营七百二十步于左上，中营九百六十步于中，外营一千二百步于下。又各以二百四十约之，内营得三，中营

① “法三十”，各本脱落“三十”二字，今校补。

② “约”字下，各本衍一“之”字，今删去。

得四，外营得五^①。别置甲行九于右上，乙行七于右中，丙行五于右下。以求整数，以右位再倍，上得三十六，中得二十八，下得二十。以左上三除右上三十六得十二周。以左中四除右中二十八得七周。以左下五除右下二十得四周。是甲、乙、丙行周数^②。合前问。

〔一二〕今有津不知其广。东岸高一丈。坐岸东去岸五十步，遥望岸上，及津西畔，适与人目参合。人目去地二尺四寸。问津广几何？

答曰：二百八步、三分步之一。

术曰：以岸高乘人去岸为实。以人目去地为法。实如法而一。

草曰：置岸高一丈。又别置五十步于上，以六乘之，得三百尺。又以十尺乘之，得三千尺为实。以人眼去地二尺四寸为法。除三千尺得一千二百五十尺。又以六尺为步除之，得二百八步。步法六余二，各折半，得三分之一。合前问。

〔一三〕今有葭生于池中，出水三尺，去岸一丈。引葭趋岸，不及一尺。问葭长及水深各几何？

答曰：

葭长一丈五尺。

水深一丈二尺。

术曰：置葭去岸尺数，以不及尺数减之，余，自相乘。以出水尺数而一。所得加出水而半之，得葭长。减出水尺数，即得水深。

① “内营得三，中营得四，外营得五”，各本讹作“内营得四，外营得三，中营得五”，今校正。

② “甲、乙、丙行周数”，各本脱落“周”字，今补。

草曰：置去岸一丈，减不及一尺，余有九尺。自乘之，得八十一尺。以出水三尺除之，得二丈七尺。加出水三尺共得三丈，半之，得葭长一丈五尺。减出水三尺，余水深一丈二尺。合问。

〔一四〕今有木，不知远近、高下。立一表高七尺，人去表九步立，望表头适与木邪平。人目去地七尺二寸。又去表三十步，薄地遥望表头，亦与木端邪平。问木去表及高几何？

答曰：

去表三百一十五步。

木高八丈五寸。

术曰：以表高乘人立去表为实。以表高减人目去地为法而一，得木去表。以表高乘木去表为实。以人目薄地去表为法。实如法而一，所得加表高，即木高。

草曰：置表高七尺，以去表九步乘之，得六十三为实。以表高七尺减人目去地七尺二寸，余有二寸为法。除实得去表三百一十五步。又以表高七尺乘去表三百一十五步，得二千二百五，以去表三十步除之，得七丈三尺五寸。加入表高七尺，得木高八丈五寸。合问。

〔一五〕今有城，不知大小，去人远近。于城西北隅而立四表，相去各六丈，令左两表与城西北隅南北望参相直。从右后表望城西北隅，入右前表一尺二寸。又望西南隅，亦入右前表四寸。又望东北隅，亦入左后表二丈四尺。问城去左后表及大、小各几何？

答曰：

城去左后表一里二百步。

东西四里四十步，

南北三里一百步。

术曰：置表相去自乘，以望城西北隅入数而一，得城去表。

又以望城西南隅入数而一，所得减城去表，余为城之南北。以望城东北隅入左后表数，减城去表，余以乘表相去，又以入左后表数而一，即得城之东西。

草曰：置表相去六丈，自乘之，得三千六百尺。以西北隅入表一尺二寸除之，得三千尺。以六尺除之，得五百步。又以里法三百步除之，得一里，余二百步，为城去表步数。又别置三千六百尺，以望城西南隅入表四寸除之，得九千尺，以减城去表三千尺，余有六千尺。以六除之得一千步。里法而一，得三里，余有一百步，为城南北步数。又置望城东北隅入左后表二丈四尺，以减城去表三千尺，余有二千九百七十六尺。以表相去六丈乘之，得一十七万八千五百六十尺。以入左后表二丈四尺除之，得七千四百四十尺。以六尺除之，得一千二百四十步。里法而一，得四里，余四十步，为城东西步。合问。

〔一六〕今有甲日行疾于乙日行二十五里，而甲发洛阳七日至邳，乙发邳九日至洛阳。问邳、洛阳相去几何？

答曰：七百八十七里半。

术曰：以甲、乙所至日数相乘，又以甲日行疾里数乘之，为实。以甲至日减乙至日数，余为法。实如法而一。

草曰：置甲乙所至七日、九日相乘，得六十三。又以甲疾行二十五里乘之，得一千五百七十五为实。以甲至七日减乙至九日，余有二日为法。除实得七百八十七里半。合问。

〔一七〕今有官出库金五十九斤一两，赐王九人，公十二人，侯十五人，子十八人，男二十一人。王得金各多公五两，公得金各多侯四两，侯得金各多子三两，子得金各多男二两。问王、公、侯、子、男各得金几何？

答曰：

王一斤六两，
公一斤一两，
侯十三两，
子十两，
男八两。

术曰：置王、公、侯、子、男数。王位十四之，公位九之，侯位五之，子位二之。并之，以减出金两数。余，以凡人数而一，所得各以本差之数加之，得王、公、侯、子、男各所得金之数。不加即男之得金。

草曰：置王九人，公十二人，侯十五人，子十八人。以王位十四之，得一百二十六。公位九之，得一百八。侯位五之，得七十五。子位二之，得三十六^①。并之，得三百四十五。以减出金五十九斤一两，余六百为实。并五等人数得七十五为法。除实得八两。乃加十四得二十二^②两为王，加九得十七两为公，加五得十三两为侯，加二得十两为子。男不加，如数。如满斤法而一，不满者命为两。合问。

〔一八〕今有十等人^③ 甲等十人，官赐金依等次差降之。上三人先入，得金四斤，持出。下四人后入，得金三斤，持出。中央三人未到者，亦依等次更给。问各得金几何，及未到三人复应得金几何？

答曰：

甲一斤、七十八分斤之三十三，
乙一斤、七十八分斤之二十六，

① “子位二之”下各本脱落“得三十六”四字，今补。

② “乃加十四”下各本脱落“得二十二”四字，今补。

③ “今有十等人”下各本衍“大官”二字，今删。

丙一斤、七十八分斤之十九，
丁一斤、七十八分斤之十二，
戊一斤、七十八分斤之五，
己七十八分斤之七十六，
庚七十八分斤之六十九，
辛七十八分斤之六十二，
壬七十八分斤之五十五，
癸七十八分斤之四十八。

未到三人共得三斤、七十八分斤之十五。

术曰：以先入人数分所持金数为上率。以后入人数分所持金数为下率。二率相减，余为差实。并先后入人数而半之，以减凡人数，余为差法。实如法而一，得差数。并一、二、三，以差数乘之，以减后入人所持金数，余，以后入人数而一。又置十人减一，余，乘差数，并之即第一人所得金数。以次每减差数，各得之矣。并中央未到三人，得应持金数。

草曰：置先入人数于左上，置得金数于右上。又置后入人数于左下，置后得金数于右下。以后入人数乘先得金数得十六，以先入人数乘后得金数得九。以九直减十六得七为差实。又并先后入人数七，半之得三半，以减十人数，余六半。又以先后人数率分母三与分母四相乘得十二，以乘六半得七十八为差法。七十八是一斤也。置后入所得金数三，以乘差法得二百三十四。又置一、二、三并之得六^①，以七因之，得四十二。直减二百三十四，余有一百九十二。以后入四人数除之，人得四十八，乃是癸得之数。累加差七，乃合前问。

① “并之得六”，各本讹作“得差”。

〔一九〕今有圆材径头二尺一寸，欲以为方。问各几何？

答曰：一尺五寸。淳风等谨按：开方除之为一尺四寸、二十五分寸之二十一。

术曰：置径尺寸数，以五乘之，为实。以七为法。实如法而一。

草曰：置二尺一寸，以五乘之，得一百五寸。以七除之，得一尺五寸。合前问。

〔二〇〕今有泥方一尺，欲为弹丸，令径一寸。问得几何？

答曰：一千七百七十七枚、九分枚之七。

术曰：置泥方寸数，再自乘，以十六乘之，为实。以九为法。实如法得一。

草曰：置一尺为十寸，再自乘得一千。以十六乘之，得一万六千为实。以九为法。除实得一千七百七十七、九分之七。合前问。臣淳风等谨按密率，为丸^①一千九百九枚、十一分枚之一。

依密率术曰：令泥方寸，再自乘，以二十一乘之，为实。以十一为法。实如法而一，即得。

又依密率草曰：置泥方十寸，再自乘得一千寸。以二十一乘之，得二十一万为实。以十一为法，除之，得一千九百九枚，十一分枚之一。合问。

〔二一〕今有客不知其数。两人共盘，少两盘；三人共盘，长三盘。问客及盘各几何？

答曰：

客三十人，

十三盘。

① “为丸”，南宋本“丸”讹作“九”，戴校本无“丸”字，今以意校正。

术曰：以二乘少盘，三乘长盘，并之为盘数。倍之，又以二乘少盘数增之，得人数。

草曰：置二人于右上，少两盘于右下。置三人于左上，置剩三盘于左下。各以人乘盘，右下得四，左下得九，并之得一十三盘数。别置少盘二，以剩盘三乘之，得六，更并少剩盘乘之，得三十人。合前问。

〔二二〕今有女善织，日益功疾。初日织五尺，今一月日织九匹三丈。问日益几何？

答曰：五寸、二十九分寸之十五。

术曰：置今织尺数，以一月日而一，所得，倍之。又倍初日尺数，减之，余为实。以一月日数初一日减之，余为法。实如法得一。

草曰：置九匹，以匹法乘之，内三丈，得三百九十尺。以一月三十日除之，每日得一丈三尺。倍之得二丈六尺。又倍初日尺数得一丈，减之，余一丈六尺为实。又置一月三十日减一日，得二十九日为法，除之，得五寸、二十九分寸之十五。合前问。

〔二三〕今有女子不善织，日减功迟。初日织五尺，末日织一尺，今三十日织讫。问织几何？

答曰：二匹一丈。

术曰：并初、末日织尺数，半之，余以乘织讫日数，即得。

草曰：置初日五尺，讫日一尺，并之得六，半之得三。以三十日乘之，得九十尺。合前问。

〔二四〕今有绢一匹买紫草三十斤，染绢二丈五尺。今有绢七匹，欲减买紫草，还自染余绢。问减绢、买紫草各几何？

答曰：

减绢四匹一丈二尺、十三分寸之四。买草一百二十九

斤三两、一十三分两之九。

术曰：置今有绢匹数，以本绢一匹尺数乘之，为减绢实。以紫草三十斤乘之为买紫草实。以本绢尺数并染尺为法。实如法得一。其一术，盈不足术为之，亦得。

草曰：置绢七匹，以匹法乘之，得二百八十尺。又以买草绢一匹四十尺乘之，得一万一千二百尺为减绢实。以本绢尺数六十五尺为法。除实得一百七十二尺，法与余皆倍之，得一十三分尺之四。又置二百八十尺，以紫草三十斤乘之，得八千四百斤为买草实。亦以六十五尺为法除之，得一百二十九斤。余不尽者，十六乘之，得二百四十，又以法除之，得三两。余与法皆倍之，得一十三分两之九。合前问。

〔二五〕今有生丝一斤，练之折五两。练丝一斤，染之出三两。今有生丝五十六斤八两、七分两之四。问染得几何？

荅曰：四十六斤二两，四百四十八分两之二百二十三。

术曰：置一斤两数，以折两数减之，余乘今有丝斤两之数。又以出两数并一斤两数乘之为实。一斤两数自乘为法。实如法得一两数。

草曰：置五十六斤，以两法十六乘之，内子八两，得九百四两。又以分母七乘之，内子四，得六千三百三十二两为实。又以练率十一、染率十九相乘得二百九，以乘其实，得一百三十二万三千三百八十八为积。以十六自乘^①得二百五十六，又以分母七乘之，得一千七百九十二为法。除积得七百三十八两。

① “自乘”，各本讹作“相乘”，今校正。

余与法皆再折，得四百^① 四十八分两之二百二十三。若求练丝，折法置积两，以十六乘，以十一除得丝数。

〔二六〕今有铁十斤，一经入炉得七斤。今有铁三经入炉，得七十九斤一十一两。问未入炉本铁几何？

答曰：二百三十二斤五两四铢、三百四十三分铢之二百八十四。

术曰：置铁三经入炉得斤两数。以十斤再自乘，乃乘上为实。以七斤再自乘为法，实如法而得一。

草曰：置三经入炉得七十九斤，以十六乘之，内一十一两，得一千二百七十五两。以十斤再自乘得一千，以乘之，得一百二十七万五千为实。以七斤再自乘^② 得三百四十三为法。以除实得三千七百一十七两，余六十九。以二十四乘之，得一千六百五十六。又以法除之，得四铢、三百四十三分铢之二百八十四。又以十六除所得两数，得二百三十二斤五两。并前铢零，合前问。

〔二七〕今有丝一斤八两直绢一匹。今持丝一斤，裨钱五十，得绢三丈。今有钱一千。问得绢几何？

答曰：一匹二丈六尺六寸、太半寸。

术曰：置丝一斤两数，以一匹尺数乘之，以丝一斤八两数而一，所得，以减得绢尺数，余，以一千钱乘之为实。以五十钱为法。实如法得一。

草曰：置丝一十六两，以四十尺乘之，得六百四十。以一斤八两通为二十四两为法，除之，得二丈六尺六寸太半寸，为丝

① 各本俱脱落“四百”二字，今补。

② “再自乘”下各本衍“七两”二字，今删去。

所得之绢。以减三丈，余三尺三寸、少半寸，为钱之所直。以三尺三寸，三因之，内子一，得十尺。以乘一千钱，得一万尺。又以裨钱五十，以三因之，得一百五十为法。除实得六丈六尺六寸太半寸。合前问。

〔二八〕今有甲贷乙绢三匹。约限至不还，匹日息三尺。今过限七日，取绢二匹，偿钱三百。问一匹直钱几何？

答曰：七百五钱、十七分钱之十五。

术曰：以过限日息尺数减取绢匹尺数，余为法。以偿钱乘一匹尺数为实。实如法而一。

草曰：置七日。三匹绢日息三尺共九尺，以乘七日，得六十三尺。以减八十尺，余一十七尺为法。又置偿钱三百，以四十尺乘之，得一万二千元。以一十七为法除之，得七百五文，余十七分钱之十五。合前问。

〔二九〕今有金方七，银方九，秤之适相当。交易其一，金轻七两。问金、银各重几何？

答曰：

金方重十五两十八铢，

银方重十二两六铢。

术曰：金、银方数相乘，各以半轻数乘之为实。以超方数乘金、银方数，各自为法。实如法而一。

草曰：置金方七，银方九。相乘得六十三。以半轻数三两半乘得二百二十两半。又以金银超方数二，以乘金方数得一十四，为法。除实得一十五两。余不尽者以二十四乘之，得二百五十二铢。再以前法除之，得一十八铢。若求银方，又置前二百二十两半，以银方九二因得一十八为法。除之，得一十二两。余，二十四乘之，得一百八。以法除之，得六铢，为银方。合前

问。

〔三〇〕今有器容九斗，中有米，不知其数。满中粟，舂之，得米五斗八升。问满粟几何？

答曰：八斗。

术曰：置器容九斗，以米数减之。余，以五之，二而一，得满粟斗数。

草曰：置九斗，以米五斗八升减之，得三斗二升。以米数五因之，得一石六斗，以糠率二斗除之，得八斗，为粟。合前问。

〔三一〕今有七百人造浮桥，九日成。今增五百人。问日几何？

答曰：五日、四分日之一。

术曰：置本人数，以日数乘之，为实。以本人数，今增人数并之为法。实如法而一。

草曰：置七百人，以九日^①因之，得六千三百。又以增五百人加七百人，得一千二百人为法。除之，得五日，余四分日之一。合前问。

〔三二〕今有与人钱，初一人与三钱，次一人与四钱，次一人与五钱，以次与之，转多一钱。与讫还敛聚与均分之，人得一百钱。问人几何？

答曰：一百九十五人。

术曰：置人得钱数，以减初人钱数，余，倍之。以转多钱数加之，得人数。

草曰：置人得钱一百，减初人钱三文，得九十七。倍之，加转多一钱^②得一百九十五。合前问。

① “九日”，南宋本与其他各本俱讹作“九百”，今以意校正。

② “转多一钱”，各本讹作“初人”，今依术校正。

张邱建算经卷中

〔一〕今有户出银一斤八两一十二铢。今以家有贫富不等，令户别作差品，通融出之。最下户出银八两，以次户差各多三两。问户几何？

答曰：一十二户。

术曰：置一户出银斤两铢数，以最下户出银两铢数减之。余，倍之，以差多两铢数加之，为实。以差两铢数为法。实如法而一。

草曰：置二十四两，以二十四乘之，内一十二铢，得五百八十八铢。减最下户八两数一百九十二铢，余三百九十六。倍之得七百九十二。又加差多三两数七十二铢，共得八百六十四为实。以差多两数七十二为法，除实得一十二户。合前问。

〔二〕今有人盗马乘去，已行三十七里，马主乃觉。追之一百四十五里，不及二十三里而还。今不还追之，问几何里及之？

答曰：二百三十八里、一十四分里之三。

术曰：置不及里数，以马主追里数乘之为实。以不及里数减已行里数，余为法。实如法而一。

草曰：置马不及里数二十三里。以马主追去一百四十五里乘之，得三千三百三十五为实。以不及二十三里减已行三十七里，余一十四为法。除实，得二百三十八里、一十四分里之三。

合前问。

〔三〕今有马行转迟，次日减半疾，七日行七百里。问日行几何？

答曰：

初日行三百五十二里、一百二十七分里之九十六。

次日行一百七十六里、一百二十七分里之四十八。

次日行八十八里、一百二十七分里之二十四。

次日行四十四里、一百二十七分里之一十二。

次日行二十二里、一百二十七分里之六。

次日行一十一里、一百二十七分里之三。

次日行五里、一百二十七分里之六十五。

术曰：置六十四、三十二、一十六、八、四、二、一为差，副并为法。以行里数乘未并者，各自为实。实如法而一。

草曰：置七日为七位，以次倍之为一、二、四、八、十六、三十二、六十四为差。以副并之，得一百二十七为法。以七日行七百里乘未并者，初日得四百四十八里，次得二百二十四里，次得一百一十二里，次得五十六里，次得二十八里，次得十四里，次得七里，各自为实。实如法而一。各合问。

〔四〕今有驺马日初发家，良马日以七分之一发家。日乃五分之二，行四十五里，及驺马。问良驺马一日不止，各行几何？

答曰：

良马日行一百七十五里。

驺马日行一百一十二里、一百五十步。

术曰：置五分之二、七分之一，相减，余为良马行率。增七分日之一，为驺马行率。各以为法。以及里数乘二母为实。实如法而一。

草曰：置七分于右上，一于左上，五分于右下，二于左下。

以右上乘左下得十四，以右下乘左上得五，减十四得九，为良马率法。以五加九得十四，为驽马率法。以七分、五分相乘得三十五，以乘追及四十五里，得一千五百七十五里为实。以良马九法除之，得一百七十五里为良马行。又以十四除实，得一百一十二里，余七里。以里法三百通之，得二千一百步，再以十四除之，得一百五十步。合前问。

〔五〕今有迟行者五十步，疾行者七十步。迟行者以先发，疾行者以后发，行八十七里一百五十步乃及之。问迟行者先发行几何里？

答曰：二十五里。

术曰：以迟行步数减疾行步数，余，以乘及步数为实。以疾行步数为法。实如法而一。

草曰：置疾行七十步，以迟行五十步减之，余二十步。以乘及八十七里半，得一千七百五十里为实^①。以疾行七十步为法。除实，得二十五里。合前问。

〔六〕今有甲日行七十里，乙日行九十里。甲日以五分之一乃发，乙日以三分之二乃发。问乙行几何里及甲？

答曰：一百四十七里。

术曰：以五分日之一减三分日之二，余，以甲日行里数乘之，又以乙日行里数乘之为实。以甲、乙行里数相减，余以乘二分母为法。实如法而一。

草曰：置五分于右上，置之一于左上。又置三分于右下，之二于左下。以右上五乘左下二得一十，以右下三乘左上一得三，以减十余七。以甲行七十里乘之，得四百九十，又以乙行九

① 各本脱落“为实”二字，今补。

十里乘之，得四万四千一百为实^①。以甲行里数减乙行里数，余二十里，以二分母乘之，得三百。以除实得一百四十七里。乃合前问。

〔七〕今有筑城，上广一丈，下广三丈，高四丈。今已筑高一丈五尺。问已筑上广几何？

答曰：二丈二尺五寸。

术曰：置城下广，以上广减之。又置城高，以减筑高。余相乘，以城高而一，所得加城上广，即得。

草曰：置城下广三十尺，以上广减之，余二十尺。别以城高四十尺，以筑高一丈五尺减之，得二丈五尺。以乘二十尺，得五百尺，以城高四十尺为法除之，得一丈二尺五寸。所得加城上广一丈，得二丈二尺五寸。合前问。

〔八〕今有筑墙，上广二尺，下广六尺，高二丈。今已筑上广三尺六寸。问已筑高几何？

答曰：一丈二尺。

术曰：置已筑上广及下广，各减墙上广。以筑上广减余以减下广减余，余乘墙高为实。以墙上广减下广余为法。实如法而一。

草曰：置墙下广六尺，以筑高上广三尺六寸减之，余二尺四寸。以墙高二十尺乘之，得四十八尺。又以墙上广二尺减下广六尺，余四尺为法。除之，得一丈二尺。合前问。

〔九〕今有方锥，下方二丈，高三丈。欲斩末为方亭，令上方六尺。问斩高几何？

答曰：九尺。

① 各本脱落“为实”二字，今补。

术曰：令上方尺数乘高尺数为实。以下方尺数为法。实如法而一。

臣淳风等谨按：此术下方为句率，高为股率，上方为今有见句数。以见句乘股率，如句率而一，即得。

草曰：置上方六尺，以乘高三十尺^①得一百八十尺。以下方二十尺为法。除^②实得九尺。合前问。

〔一〇〕今有方亭，下方三丈，上方一丈，高二丈五尺。欲接筑为方锥。问接筑高几何？

答曰：一丈二尺五寸。

术曰：置上方尺数，以高乘之，为实。以上方尺数减下方尺数，余为法。实如法而一。

草曰：置上方十尺，以高二十五尺乘之，得二百五十尺。以上方一丈减下方三丈，余二丈为法。除实得一丈二尺五寸。乃合前问。

〔一一〕今有堠埽，方四丈，高二丈。欲以砖四面单垒之。砖一枚广五寸，长一尺一寸，厚二寸。问用砖几何？

答曰：一万四千七百二十七砖、一十一分砖之三。

术曰：置堠埽方^③寸数，以砖广增之，而以四乘之，以高乘之为实。以砖长厚相乘为法，实如法而一。

草曰：置四百寸加五寸，以四因之，得一千六百二十寸。又以高二百寸乘之，得三十二万四千寸。以砖长厚相乘得二十二寸为法，除之。得一万四千七百二十七枚、一十一分砖之三。合

① “尺”，各本讹作“又”，今校正。

② 各本脱落“除”字，今补。

③ “方”字下各本衍一“丈”字，今删去。

前问。

〔一二〕今有筑圆堞埽，周九丈六尺，高一丈三尺。问用壤土几何？

答曰：一万六千六百四十尺。

术曰：周自相乘，以高乘之，又以五乘为实。以三乘十二为法。实如法而一。

草曰：以周九丈六尺自相乘，得九千二百一十六尺。又以高一丈三尺乘之，得一十一万九千八百八，又以五乘之，得五十九万九千四十为实。以三乘十二得三十六为法。除实得一万六千六百四十尺。合前问。

〔一三〕今有率，户出绢三匹，依贫富欲以九等出之，令户各差除二丈。今有上上三十九户，上中二十四户，上下五十七户，中上三十一户，中中七十八户，中下四十三户，下上二十五户，下中七十六户，下下一十三户。问九等户，户各应出绢几何？

答曰：

上上户，户出绢五匹。

上中户，户出绢四匹二丈。

上下户，户出绢四匹。

中上户，户出绢三匹二丈。

中中户，户出绢三匹。

中下户，户出绢二匹二丈。

下上户，户出绢二匹。

下中户，户出绢一匹二丈。

下下户，户出绢一匹。

术曰：置上八等户，各求积差，上上户十六，上中户十四，上下户十二，中上户十，中中户八，中下户六，下上户四，下中户二。各以其户数乘，而并之。以出绢匹丈数乘凡户，所得，以

并数减之，余以凡户数而一，所得即下下户。递加差，各得上八等户所出绢匹丈数。

草曰：置上上户三十九，以十六乘之，得六百二十四，列于上。又置上中户二十四，以十四因之，得三百三十六，并上。又置上下户五十七，以十二因之，得六百八十四，并上位。又置中上户三十一，以十因之，得三百一十，并上位。又置中中户七十八，以八因之，得六百二十四，并上位。又置中下户四十三，以六因之，得二百五十八，并上位。又置下上户二十五，以四因之，得一百，并上位。又置下中户七十六，以二因之，得一百五十二，并上位。都得三千八十八。又并九等户三百八十六，以十二丈因之，得四千六百三十二丈。以减三千八十八丈，余一千五百四十四丈，以为平率。以众户数三百八十六^①除之，得四丈为一匹，是最下之户所出绢。以次各加二丈，至上上户，出五匹。皆合前问。

〔一四〕今有粟三千斛，六百人食之。其一百人，日食粳米八斛；二百人，日食粳米十四斛；三百人，日食粳米十八斛。问粟得几何日食之？

答曰：四十一日、四十九分日之一十六。

术曰：置粟数为实。以三等日食米积数各求为粟之数，并以为法。实如法得一。

草曰：置粳米八斛，以五十乘之，以粳米二十四除，得一十六斛，余一十六。以二十四，八约之得三^②，余得二。又置粳米

① “三百八十六”下各本衍“而一”二字，今删去。

② “八约之得三”，孔刻本“八”讹作“分”，南宋本不误。

十四斛，以五十乘之，得七百^①斛，以粳米率二十七除，得二十五斛，余二十七分之二十五。又置粳米十八斛，以五十乘之，三十除之，得三十斛。并三位得七十一斛。又置余分三于右上，二于左上；二十七于右下，二十五于左下。以右上三乘左下二十五得七十五，以右下二十七乘左上二得五十四，并之得一百二十九。又以分母三乘二十七，得八十一为法。除得一斛，加上位七十一得七十二。余四十八，分母八十一，各三约之，得二十七分之一十六。又以二十七分乘七十二斛，内子一十六，得一千九百六十为法。乃置粟三千斛，以母二十七乘之，得八万一千为实。以一千九百六十为法，除得四十一日。法与余俱再折，得四十九分日之十六。合前问。

〔一五〕今有三女各刺文一方，长女七日刺讫，中女八日半刺讫，小女九日太半刺讫。今令三女共刺一方。问几何日刺讫？

答曰：二日、一千二百五十六分日之九百三十九。

术曰：置日数以互乘方数，并为法，日数相乘为实，实如法得一。

草曰：置大女七日于右上，一于左上。中女八日半，半是二分之一^②，以分母通分，内子一得十七于右中，一于左中。小女九日太半，以分母三因之，内子二得二十九于右下，一于左下。乃互乘之。以右中十七乘左上一得十七，又以右下二十九乘之，得四百九十三。又以右上七乘左中一得七，又以右下二十九乘之，又以分母二因之，得四百六。又以右上七乘左下一，又以右中十七乘之，又以分母三因之，得三百五十七。并之得一

① “七百”，各本讹作“七十”，今校正。

② “半是二分之一”，各本脱落“半”字，今补。

千二百五十六为法。又以右上七乘中一十七得一百一十九，又以右下二十九乘之，得三千四百五十一为实。以法除之，得二日、一千二百五十六分日之九百三十九。合前问。

〔一六〕今有车运麦输太仓，去三十七里、十六分里之十一。重车日行四十五里。七日五返。问空车日行几何？

答曰：日行六十七里。

术曰：置麦去太仓里数，以返数乘之。以重车日行里数而一，所得为重行日数。以减凡日数，余为空行日数，以为法。以返数乘麦去太仓里数为实。实如法得一。

草曰：置去太仓里数三十七里，以十六乘之，内子一十一，得六百三里。又以返数五乘之，得三千一十五。以重车日行四十五以分母十六乘之，得七百二十为法。除三千一十五，得四日。不尽，二因，九约，约得十六分日之三。为重车行日数^①。又置七日，以十六乘之，得一百一十二。又置四日，以十六乘之，内子三，得六十七。以减一百一十二，余四十五为法。以除^②太仓里数三千一十五，得六十七里。合前问。

〔一七〕今有人持钱之洛贾，利五之二^③。初返归一万六千，第二返归一万七千，第三返归一万八千，第四返归一万九千，第五返归二万。凡五返，归本利俱尽。问本钱几何？

答曰：三万五千三百二十六钱、一万六千八百七分钱之五千九百一十八。

术曰：置后返归钱数，以五乘之。以七乘第四返归钱数加

① “重车行日数”，各本讹作“重车日行里”，今校正。

② “以除”下各本衍一“法”字，今删。

③ “五之二”，各本俱脱落“二”字，今补。五之二谓利居本钱五分之二也。

之，以五乘之。以四十九乘第三返归钱数加之，以五乘之。以三百四十三乘第二返归钱数加之，以五乘之。以二千四百一乘初返归钱数加之，以五乘之。以一万六千八百七而一，得本钱数。一法：盈不足术为之，亦得。

草曰：置最后返钱数，以五乘之，得十万。又以第四返钱一万九千，以七乘之，得一十三万三千，并上位得二十三万三千。又以五因之，得一百一十六万五千。又置第三返一万八千，以四十九乘之，得八十八万二千，又加上位，得二百四万七千。又以五乘之，得一千二十三万五千。又置第二返一万七千，以三百四十三乘之，得五百八十三万一千。加上位，得一千六百六万六千。又以五乘之，得八千三十三万。又置初返日一万六千，以二千四百一乘之，得三千八百四十一万六千。加上位得一亿一千八百七十四万六千。又以五乘之，得五亿九千三百七十三万，为实。又以一万六千八百七为法。除实得三万五千三百二十六文、一万六千八百七分钱之五千九百一十八。

〔一八〕今有清酒一斗直粟十斗；醕酒一斗直粟三斗。今持粟三斛，得酒五斗。问清、醕酒各几何？

答曰：

醕酒二斗八升、七分升之四，

清酒二斗一升、七分升之三。

术曰：置得酒斗数，以清酒直数乘之，减去持粟斗数，余为醕酒实。又置得酒斗数，以醕酒直数乘之，以减持粟斗数，余为清酒实。各以二直相减，余为法。实如法而一，即得。以盈不足为之，亦得。

草曰：置得五斗，以清酒十量乘之，得五斛。减持去粟三斛，余二斛，为醕酒实。又置酒五斗，以醕酒三量乘之，得一斛

五斗，以减三斛，余一斛五斗，为清酒实。以三减十余七为法。除醕酒实得二斗八升、七分升之四。又以法除清酒实，得二斗一升、七分升之三。合前问。

〔一九〕今有田积一十二万七千四百四十九步。问为方几何？

答曰：三百五十七步。

术曰：以开方除之，即得。

草曰：置前积步数于上。借一算子于下。常超一位，步至百止。以上商置三百于积步之上。又置三万于积步之下，下法之上，名曰方法。以方命上商，三三如九，除九万。又倍方法一退，下法再退。又置五十于上商之下。又置五百于下法之上，名曰隅法。以方、隅二法除实，余有四千九百四十九。又倍隅法以并方，得七千，退一等，下法再退。又置七于上商五十之下。又置七于下法之上，名曰隅法。以方、隅二法除实，得合前问。

〔二〇〕今有田方一百二十一步，欲以为圆。问周几何？

答曰：四百一十九步、八百三十九^①分步之一百三十一。

术曰：方自相乘，又以十二乘之为实。开方除之，即得。

草曰：以一百二十一步自相乘，得一万四千六百四十一。又以十二乘之，得一十七万五千六百九十二。借一算子于下。常超一位，步至百止。上商得四百，下置四万为方法，命上商除一十六万。倍下方法退一位，得八千，下法退二等。又置上商得一十。又置下法之上一百，名曰隅法。以方、隅除实八千一

① “八百三十九”，各本“三”讹作“二”，今校正。两倍四百一十九，加借算一得八百三十九。

百，又置倍隅法从方法，退一等，得八百二十。又置九于一十之下。又置九于下法之上，名隅法。以方命上商，八九七十二，除七千二百。又以方法二命上商九，除一百八十。又以隅法九命上商九，除八十一，余一百三十一。即四百一十九步、八百三十九^①之一百三十一。合前问。

〔二一〕今有圆田周三百九十六步，欲为方。问得几何？

答曰：一百一十四步、二百二十九分步之七十二。

术曰：周自相乘，十二而一。所得，开方除之，即得方。

草曰：置三百九十六自相乘，得一十五万六千八百一十六。以十二而一，得一万三千六十八。以开方法除。借一算子于下。常超一位至百止。上商置一百，下置一万于下法之上，名曰方法。以方法命上商，除实一万。退方法，倍之，下法再退。又置一十于上商之下。又置一百于下法上，名曰隅法。以方、隅二法皆命上商除实二千一百。又隅法倍之，以从方法，退一位。下法再退。又置四于上商一十之下。又置四于下法之上，名曰隅法。以方、隅二法皆命上商，除实八百九十六。余得七十二^②。合前问。

〔二二〕今有弧田，弦六十八步、五分步之三，为田二亩三十四步、四十五分步之三十二。问矢几何？

答曰：矢一十二步、三分步之二。

术曰：置田积步，倍之为实。以弦步数为从^③。

① “八百三十九”，各本“三”讹作“二”，今校正。

② “余得七十二”，各本脱落“七十二”三字，今补。

③ “从”字系中卷第二十一页之末一个字。此下所缺，不知页数。

张邱建算经卷下

甲^① 得一鹿四分鹿之二，

乙得一鹿四分鹿之一，

丙得一鹿，

丁得四分鹿之三，

戊得四分鹿之二。

术曰：列置甲六、乙五、丙四、丁三、戊二，各自为差。副并为法。以鹿数乘未并者各自为实。实如法得一。

草曰：置六、五、四、三、二。并之，得二十^② 为法。又以甲六乘五鹿，得三十，复以^③ 二十除之，得一鹿。余一与法俱倍之，得四分鹿之二。以乙五乘五鹿，得二十五。复以二十除，得一鹿、四分之一。又以丙四乘五鹿，得二十为一鹿。又以丁三

① “甲”字是原下卷第三页之第一字。所缺前二页无法校补。微波榭本于第二页上有本题题目“今有甲、乙、丙、丁、戊五人，共分五鹿，欲以六、五、四、三、二差之，问各得几何？”二十七字及另行“答曰”二字，想系戴震校补，可供参考。上阙几题亦无从查考，下题题次姑从〔二〕起。

② “草曰：置六、五、四、三、二。并之，得二十”十三字为南宋本所缺，此依微波榭本补足。

③ “以甲六乘五鹿，得三十，复以”十一字为南宋本所缺，此依微波榭本补足。

乘五鹿，得一十五鹿，乃得四分鹿之三。又以戊二乘五鹿，得一十，乃得四分鹿之二。合前问。

〔二〕今有鹿直西走，马猎追之，未及三十六步。鹿回直北走，马俱斜逐之，走五十步，未及一十步。斜直射之，得鹿。若鹿不回，马猎追之，问几何里而及之？

答曰：三里。

术曰：置斜逐步数，以射步数增之，自相乘。以追之未及步数自相乘减之。余，以开方除之。所得，以减斜逐步数，余为法。以斜逐步数乘未及步数为实。实如法得一。

草曰：置斜逐步五十，增未及步数十步，共六十步。自乘得三千六百。又置追之未及步数三十六步，自相乘得一千二百九十六，以减斜自乘步，余^①二千三百四步。以开方除之，得四十八步。以减斜逐步数五十，余二为法。又置未及三十六，以斜逐步数五十乘之，得一千八百。以法除之，得九百步。乃合前问。

〔三〕今有垣高一丈三尺五寸，材长二丈二尺五寸，倚之于垣，末与垣齐。问引材却行几何，材末至地？

答曰：四尺五寸。

术曰：垣高自乘，以减材长自乘，余，以开方除之。所得，以减材，余即却行尺数。

草曰：置垣高数自相乘，得一百八十二尺二寸五分。又以材长数自相乘，得五百六尺二寸五分。以垣高自乘减之，余三百二十四。以开方法除之，得一丈八尺。以减材长二丈二尺五寸，余四尺五寸。合前问。

① 各本脱落“余”字，今补。

〔四〕今有仓，东西袤一丈二尺，南北广七尺，南壁高九尺，北壁高八尺。问受粟几何？

答曰：得四百四十斛、二十七分斛之二十。

术曰：并南、北壁高而半之，以广、袤乘之，为实。实如斛法而一，得斛数。

草曰：置南、北壁高并之，得一十七，半之，得八尺五寸。又置长一十二尺，以广七尺因之，得八十四尺。又以高八尺五寸乘之，得七百一十四尺。以斛法一尺六寸二分除之，得四百四十斛。余一百二十^①，并法各以六除之，得二十七分之二十。合前问。

〔五〕今有圆囷，上周一丈八尺，下周二丈七尺，高一丈四尺。问受几何？

答曰：三百六十九斛四斗、九分斗之四。

术曰：上下周相乘，又各自乘，并以高乘之，以三十六而一，所得为实。实如斛法而一，得斛数。

草曰：置上周一丈八尺自相乘，得三百二十四尺。以下周二丈七尺自相乘，得七百二十九尺。又上下周相乘，得四百八十六尺。并三位，得一千五百三十九。又以高一丈四尺乘之，得二万一千五百四十六尺。以三十六除之，得五百九十八尺五寸，为实。以斛法除之，得三百六十九斛四斗。余与法各折半，皆以九除之，法得九，余得四。即合前问。

〔六〕今有窖，上广四尺，下广七尺，上袤五尺，下袤八尺，深一丈。问受粟几何？

答曰：得二百二十五斛三斗、八十一分斗之七。

① “得四百四十斛。余一百二十”，各本俱讹作“得四十四斛。余一十二”，今校正。

术曰：倍上袤，下袤从之。亦倍下袤，上袤从之。各以其广乘之，并，以深乘之，六而一。所得为实。实如斛法而一，得斛数。

草曰：置上长五尺，倍之得十尺，加下长八尺，为十八尺^①。倍下长八尺，得十六尺，加上长五尺，为二十一尺。以上广四尺乘上长一十八尺，得七十二尺。又以下广七乘下长二十一尺，得一百四十七尺。并之得二百一十九尺。又以深十尺乘之，得二千一百九十。以六除之，得三百六十五尺。以斛法除之，得二百二十五斛三斗。法、余各半之，得八十一分斗之七。即合前问。

〔七〕今有窖，上方五尺，下方八尺，深九尺。问受粟几何？

荅曰：二百三十八斛、九分斛之八。

术曰：上、下方相乘，又各自相乘，并，以深乘之，三而一，所得为实。实如斛法而一，得斛数。

草曰：置上方五尺，自相乘得二十五尺。置下方八尺，自相乘得六十四尺。又以上下方相乘得四十尺。并三位得一百二十九。又以深九尺乘之，得一千一百六十一。又以三而一得三百八十七尺。以斛法除得二百三十八斛。余与法皆半之，九约，得九分斛之八。合前问。

〔八〕今有仓，东西袤一丈四尺，南北广八尺，南壁高一丈，受粟六百二十二斛、九分斛之二。问北壁高几何？

荅曰：八尺。

术曰：置粟积尺，以仓广、袤相乘而一。所得，倍之，减南壁高尺数，余为北壁高。

① 各本脱落“为十八尺”四字，今补。

草曰：置六百二十二斛，以九因之，内子二^①，得五千六百。又以斛法一尺六寸二分乘之，得九千七十二尺，是粟积数。却以九除之，得一千八尺。以长、广相乘得一百一十二尺。以除一千八尺，得九尺。倍之，得一十八尺。减南壁高一丈，余即北壁高数。合前问。

〔九〕今有圆圃，上周一丈五尺，高一丈二尺，受粟一百六十八斛五斗、二十七分斗之五。问下周几何？

答曰：一丈八尺。

术曰：置粟积尺，以三十六乘之，以高而一。所得，以上周自相乘减之，余，以上周尺数从，而开方除之。所得即下周。

草曰：置粟一百六十八斛五斗，以分母二十七乘之，内子五，得四千五百五十。又以斛法乘之，得七千三百七十一。又以三十六乘，得二十六万五千三百五十六。又以二十七除之，得九千八^②百二十八。又以高一丈二尺除之，得八百一十九。又以上周自乘得二百二十五，以减上数，余五百九十四。又以上周一丈五尺为从法。开方，合前问。

〔一〇〕今有窖，上方八尺，下方一丈二尺，受粟九百三十八斛、八十一分斛之二十二。问深几何？

答曰：一丈五尺。

术曰：置粟积尺，以三乘之为实。上、下方相乘^③，又各自乘，并以为法。实如法而一。

草曰：置粟九百三十八斛，以分母八十一乘之，内子二十

① 各本俱脱落“内子二”三字，今补。

② “八”，各本讹作“三”，今校正。

③ “乘”字下，各本衍一“并”字，今删去。

二，得七万六千。以斛法乘之，得一十二万三千一百二十。又以三因之，得三十六万九千三百六十。以八十一除之，得四千五百六十，为实。又以上方自相乘得六十四，以下方自相乘得一百四十四，以上、下方相乘^①得九十六，三位并之，得三百四为法。除实得一丈五尺。合前问。

〔一一〕今有窖，上广五尺，上袤八尺，下广七尺，深九尺，受粟三百一斛八斗、八十一分斗之四十二。问下袤几何？

答曰：一丈。

术曰：置粟积尺，以六乘之，深而一，所得。倍上袤以上广乘之，又以下广乘上袤，并以减之。余，以倍下广，上广从之，而一，得下袤。

草曰：置三百一斛八斗，以分母八十一乘之，内子四十二，得二万四千四百五十。又以斛法乘之，得三万九千六百九。又以六乘之，得二十三万七千六百五十四。以分母八十一除之，得二千九百三十四。又以深九尺除之，得三百二十六，为实。又以倍上袤^②得一十六，以上广五尺乘之，得八十。又以下广乘上袤得五十六。并之得一百三十六。以减实，余一百九十。又倍下广七尺得一十四，又加上广五尺共一十九。除实得一丈。合前问。

〔一二〕今有上锦三匹、中锦二匹、下锦一匹直绢四十五匹。上锦二匹、中锦三匹、下锦一匹直绢四十三匹。上锦一匹、中锦二匹、下锦三匹直绢三十五匹。问上、中、下锦各直绢几何？

答曰：

① “相乘”上各本衍一“自”字，今删去。

② “倍上袤”下各本衍“除之”二字，今删去。

上锦一匹直绢九匹，

中锦一匹直绢七匹，

下锦一匹直绢四匹。

术曰：如方程。

臣淳风等谨按：此术宜云，以右行上锦遍乘中行，而以直除之。又乘其左，亦以直除。以中行中锦不尽者遍乘左行，又以直除。左行下锦不尽者，上为法，下为实。实如法得下锦直绢。求中锦直绢者，以下锦直绢乘中行下锦，而减下实。余，如中锦而一，即得中锦直绢。求上锦直绢者，亦以中、下锦^①直绢各乘右行锦数，而减下实。余，如上锦而一，即得上锦之数。列而别之，价直匹数杂而难分。价直匹数者一行之下实。今以右行上锦遍乘中行者，欲为同齐而去中行上锦。同齐者，谓同行首齐诸下，而以直减中行。术从简易，虽不为同齐，以同齐之意观之，其宜然矣。又转去上锦、中锦，则其求者下锦一位及实存焉。故以上为法，下为实，实如法得下锦一匹直绢。其中行两锦实，今下锦一匹直数先见，乘中行下锦匹数得一位别实，减此别实^②于下实，则其余专中锦一位价直匹数。故以中锦数而一。其右行三锦实，今中、下锦直匹数并见。故亦如前右行求别实，以减下实^③。余如上锦数而一。即得。

草曰：置上锦三匹于右上，中锦二匹于右中，下锦一匹于右下，直绢四十五匹于^④下。又置上锦二匹于中上，中锦三匹于中中，下锦一匹于中下，直绢四十三匹于下。又置上锦一匹于左上，中锦二匹于左中，下锦三匹于左下，直绢三十五匹于下。然以右上锦三匹遍乘中行，上得六，中得九，下得三，直绢一百二十九。又以右上锦三匹遍乘左行，得上三，中六，下九，直

① “锦”，各本讹作“绢”，今校正。

② “实”字下各本衍一“一”字，今删。

③ “以减下实”，各本于“减”字下衍“中”字，“实”字下衍“一”字，今删。

④ “于”字下各本衍一“右”字，今删去。

绢一百五。乃以右上、中、下并直绢再减中行，一减左行。余，有中行中五、下一、绢三十九；左行中四、下八、直绢六十。又以中行中五遍乘左行，中得二十，下得四十，直绢三百。以中行四度遍减左行，余只有下锦三十六，直绢一百四十四。以下锦为法，除绢一百四十四，得四匹，是下锦一匹之直。求中锦，以下锦绢乘中行下锦一匹，得四，以减下绢三十九，余三十五。以中锦五匹除之，得七匹，是中锦之直。求上锦，以中锦价乘右行中锦，得一十四，以下锦直乘下锦，得四，共一十八。以减下直四十五，余二十七。以上锦三除之，得九匹。合前问。

〔一三〕今有孟、仲、季兄弟三人，各持绢不知匹数。大兄谓二弟曰：“我得汝等绢各半，得满七十九匹。”中弟曰：“我得兄、弟绢各半，得满六十八匹。”小弟曰：“我得二兄绢各半，得满五十七匹。”问兄弟本持绢各几何？

答曰：

孟五十六匹，

仲三十四匹，

季一十二匹。

术曰：大兄二、中弟一、小弟一，合一百五十八匹。大兄一、中弟二、小弟一，合一百三十六匹。大兄一、中弟一、小弟二，合一百一十四匹。如方程而求，即得。

草曰：置大兄二于右上，中弟一于右中，小弟一于右下，绢一百五十八匹于下。又置大兄一于中上，中弟二于中中，小弟一于中下，绢一百三十六匹于下。又置大兄一于左上，中弟一于左中，小弟二于左下，绢一百一十四匹于下^①。以方程锦法

① 各本缺“于下”二字，今补。

求之。以右行上二遍因左行，孟得二，仲得二，季得四^①，合得二百二十八。以右行^②直减之，仲余一，季余三，合余七十。又以右行上二遍因中行，孟得二，仲得四，季得二，合得二百七十二。以右行直减之，仲得三，季得一，合余一百一十四。又以中行仲三遍因左行，仲得三，季得九，合得二百一十。以中行直减之，季余得八，合余得九十六，为实。以季余八为法除之，得季一十二匹。又中行合一百一十四，减一十二，余一百二。以仲三除之，得仲三十四匹。又右行合一百五十八，减季一十二匹，仲三十四匹，外余一百一十二。以孟二除之，得孟五十六匹。合前问。

〔一四〕今有甲、乙、丙三人，持钱不知多少。甲言：“我得乙太半，得丙少半，可满一百。”乙言：“我得甲太半，得丙半，可满一百。”丙言：“我得甲、乙各太半，可满一百。”问甲、乙、丙持钱各几何？

答曰：

甲六十，

乙四十五，

丙三十。

术曰：三甲、二乙、一丙，钱三百。四甲、六乙、三丙，钱六百。二甲、二乙、三丙，钱三百。如方程，即得。

草曰：置三甲于右上，二乙于右中，一丙于右下，钱三百于下。又置四甲于中上，六乙于中中，三丙于中下，钱六百于下。又置二甲于左上，二乙于左中，三丙于左下，钱三百于下。以右行上三遍因左行，甲得六，乙得六，丙得九，钱得九百。以右行再减之，余乙二，丙七，钱三百。又以右行上三遍因中行，得甲一十二，乙一十八，丙九，钱一贯八百。以右行四遍减之，余，乙一十，丙五，钱六百。左行进一位，得乙二十，丙七十，钱三贯。

① “仲得二，季得四”，各本脱落“二季得”三字，今补。

② “右行”，各本讹作“左行”，今校正。

以中行再减之，余得丙六十，钱一贯八百。以六十除之，得丙三十。又中行钱六百减一百五十，余四百五十，以乙一十除之，得乙四十五。又去右行钱减一百二十，余一百八十，以甲三除之，得甲六十。合前问。

〔一五〕今有甲、乙怀钱，各不知其数。甲得乙十钱，多乙余钱五倍。乙得甲十钱，适等。问甲、乙怀钱各几何？

答曰：

甲三十八钱，

乙十八钱。

术曰：以四乘十钱，又以七乘之，五而一。所得，半之，以十钱增之，得甲钱数。以十钱减之，得乙钱数。

草曰：置多钱五倍，除十钱，余，四因之，得四十。又以七乘之，得二百八十。却以五除之，得五十六。半之得二十八。加得乙十钱，共三十八钱，为甲怀钱。又以二十八钱减十钱，为乙怀钱。合问。

〔一六〕今有车五乘，行道三十里，雇钱一百四十五。今有车二十六乘，雇钱三千九百五十四、四十五分钱之十四。问行道几何？

答曰：一百五十七里、少半里。

术曰：置今有雇钱数，以行道里数乘之，以本车乘数乘之，为实。以本雇钱数乘今有车数为法。实如法得一。

草曰：置今雇钱三千九百五十四、四十五分钱之十四，通分内子得一十七万七千九百四十四。又以三十里乘之，得五百三十三万八千三百二十。又以本车五乘之，得二千六百六十九万一千六百为实。又以本雇钱一百四十五乘今有车二十六，得三千七百七十。又分母四十五乘之，得一十六万九千六百五十为法。除实得一百五十七里，余五万六千五百五十。与法各约

之，得三分里之一。合问。

〔一七〕今有恶粟一斛五斗，舂之得粳米七斗。今有恶粟二斛，问为粳米几何？

荅曰：八斗四升。

术曰：置粳米之数，求为粳米所得之数。以乘今有恶粟为实，以本粟为法。实如法得一。臣淳风等谨按：此术置粳米七斗^①，以粳米率九乘之，以十而一，得六斗、十分斗之三。是为恶粟十五斗，得作粳米六斗、十分斗之三。此今有术，恶粟二十斗为所有数，粳米六斗、十分斗之三为所求率，恶粟十五斗为所有率。

草曰：置粳米七斗，以九因得六十三，又以一十除，得六斗、一十分斗之三。却通分内子得六百三十。又以二斛因，得一万二千六百为实。又置一斛五斗，以十分因之，得一十五斛为法。除之，得八斗四升。合问。

〔一八〕今有好粟五斗，舂之得粳米二斗五升。今有御米十斗，问为好粟几何？

荅曰：二斛二斗八升、七分升之四。

术曰：置粳米数求御米之数为法^②。臣淳风等谨按问意，宜云“置粳米数求御米之数为法”。其术直云“置粳米数为法”者，错也。又置今御米数，以本粟乘之为实。实如法得一。臣淳风等谨按，此术置粳米二十五升，以御米率七乘之，以粳米率八而一，得二斗、十六分斗之三，为好粟五斗^③得作御米二斗、十六分斗之三。于今有术，御米十斗为所有数，好粟五斗为所求率，御米二斗、十六分斗之三为所有率。

① “七斗”，各本讹作“十斗”，今校正。

② “置粳米数求御米之数为法”，李淳风等所见抄本缺“求御米之数”五字，宋代刻书时已据李注补足。今依南宋本。

③ “好粟五斗”，各本脱落“斗”字，今补。

草曰：置粳米二斗五升，以御米率七因之，得一百七十五。八而一，得二斗、十六分之三。又却通分内子，得三十五为法。又置一十斗，以十六乘之，得一百六十为实。以法除之，得二斛二斗八升、七分之四。合问。

〔一九〕今有差丁夫五百人，合共重车一百一十三乘。问各共重几何？

答曰：

六十五乘，乘各四人共重。

四十八乘，乘各五人共重。

术曰：置人数为实，车数为法而一，得四人共重。又置一于上方命之。实余返减法讫，以四加上方一^①得五人共重。法余即四人共重车数，实余即五人共重车数。

草曰：置五百人，以一百一十三乘除之，得四人，余四十八。以减法，余六十五，为四人共一车。以四因六十五人得二百六十，减五百，余二百四十。以四十八除之，得五人共重一车量。合问。

〔二〇〕今有甲持钱二十，乙持钱五十，丙持钱四十，丁持钱三十，戊持钱六十，凡五人合本治生，得利二万五千六百三十五。欲以本钱多少分之。问各人得几何？

答曰：

甲得二千五百六十三钱、四分钱之二。

乙得六千四百八钱、四分钱之三。

丙得五千一百二十七钱。

丁得三千八百四十五钱、四分钱之一。

① “上方一”，各本讹作“十一方一”，今校正。

戊得七千六百九十钱、四分钱之二。

术曰：各列置本持钱数，副并为法。以利钱乘未并者，各自为实。实如法得一。

草曰：置甲等五人所持钱，并之，得二百为法。又以甲持钱二十，乘利钱二万五千六百三十五，得五十一万二千七百。以法除之，得二千五百六十三。余与法皆五除，得法四余二，是四分钱之二。求乙钱，以乙五十乘利钱，得一百二十八万一千七百五十。又以法除之，得六千四百八钱。余与法皆倍之，得四分钱之三。求丙^①钱，以四十乘利钱，得一百二万五千四百。以法除之，得五千一百二十七钱。求丁钱，以三十乘利钱，得七十六万九千五十。以法除之，得三千八百四十五钱、四分钱之一。求戊钱，以六十乘利钱，得一百五十三万八千一百。以法除之，得七千六百九十钱、四分钱之二。乃合前问。

〔二一〕今有甲、乙、丙三人共出一千八百钱，买车一量。欲与亲知乘之，为亲不取。还卖得钱一千五百。各以本钱多少分之，甲得五百八十三钱、三分钱之一，乙得五百钱，丙得四百一十六钱、三分钱之二。问本出钱各几何？

答曰：

甲出钱七百，

乙出钱六百，

丙出钱五百。

术曰：置甲、乙、丙分得之数，副并为法。以置车钱数乘未并者，各自为实。实如法得一。

草曰：置甲得钱五百八十三，以分母三乘之，内子一，得一

① “丙”下各本衍一“持”字，今删。

千七百五十。又以本置车钱一千八百乘之，得三百一十五万。又置求分钱一千五百，以分母三因之，得四千五百为法。以除实得七百，是甲钱。求乙，置分得钱数五百，以一千八百乘之，得九十万。以一千五百为法，除之，得六百。求丙，置分得钱数四百一十六，以钱分母三因之，内子二，得一千二百五十。又以一^①千八百乘之，得二百二十五万。又置未分钱一千五百，三因之，得四千五百为法。除实得五百。合前问。

〔二二〕今有雀一只重一两九铢，燕一只重一两五铢。有雀、燕二十五只，并重二斤一十三铢。问燕、雀各几何？

答曰：

雀十四只，

燕十一只。

术曰：置假令雀一十五只，燕十只，盈四铢于右行。又置假令雀十二只，燕十三只，不足八铢于左行。以盈不足维乘之，并以为实。并盈不足为法。实如法得一。

草曰：置雀一十五只于右上，置盈四铢于右下。又置雀一十二只于左上，置不足八铢于左下。维乘之，以右下四乘左上一十二，得四十八。以左下八乘右上一十五，得一百二十。并之，得一百六十八。以盈不足并之，得一十二为法。除实得一十四雀。求燕，置燕十于右上，四于右下。又置燕十三于左上，置八于左下。以左下八乘右上十，得八十。以右下四乘左上十三，得五十二。并之，得一百三十二。并盈不足为法。除实得一十一燕。得合前问。

〔二三〕今有七人九日造成弓十二张半。今有十七人造弓十五张，问

① “一”，各本讹作“八”，今校正。

几何日讫？

答曰：四日、八十五分日之三十八。

术曰：置今造弓数，以弓日数乘之，又以成弓人数乘之，为实。以今有人数，乘本有弓数为法。实如法得一。

草曰：置今造弓十五张，以成弓日数九乘之，得一百三十五。又以成弓人数七乘之，得九百四十五为实。又置本造弓十二张半，以今造弓十七人乘之，得二百一十二半为法。除之得四日。法与余皆退位，四因，得八十五分之三十八。合前问。
〔二四〕今有城周二十里，欲三尺安鹿角一枚，五重安之。问凡用鹿角几何？

答曰：六万一百枚。

城若圆，凡用鹿角六万六十枚。

术曰：置城周里尺数，三而一，所得，五之。又置五以三乘之，又自相乘，以三自乘而一，所得，四之。并上位，即得凡数。

城若圆者，置城周里尺数，三而一，所得，五之。又并一、二、三、四，凡得一十。以六乘之，并之，得凡数。

草曰：置二十里，以三百步乘之，得六千。步法六因之，得三万六千。以三尺除之，得一万二千。以重数五乘之，得六万于上位。又以五乘三得一十五，又自相乘得二百二十五。又以三自乘得九为法。以除二百二十五得二十五。四因之，得一百。若求圆者置城围尺数，三而一，得一万二千。所得，五因之，为六万于上位。又以一、二、三、四并之，得一十，以六因之，得六十。从上位得六万六十，是圆也。

〔二五〕今有粟二百五十斛，委注平地。下周五丈四尺，问高几何？

答曰：五尺。

术曰：置粟积尺，以三十六乘之，为实。以下周自乘为法。

实如法得一。

草曰：置粟二百五十，以斛法一尺六寸二分乘，又以三十六乘之，得一万四千五百八十。置下周五丈四尺自相乘，得二千九百一十六为法。除实得五尺。合前问。

〔二六〕今有客岁作臣淳风等谨按问意，三百五十四日。要与粟一百五十斛。已与之粟，先五十八日归。问折粟、与粟各几何？

答曰：

折粟二十四斛五斗、五十九分斗之四十五。

与粟一百二十五斛四斗、五十九分斗之十四。

术曰：置归、作日数，以与粟乘之，各自为实。以一岁三百五十四日为法。实如法得一。

草曰：置归日^①五十八日以粟一百五十斛乘之，得八千七百。又以岁三百五十四除，得二十四石五斗，余与法皆六除之，得五十九分斗之四十五。求与粟数，置^②作日二百九十六，以一百五十斛乘之，得四万四千四百。以岁三百五十四除之，得一百二十五斛四斗、五十九分斗之十四。合前问。

〔二七〕今有廩人人日食米六升。今三十五日，食米七千四百九十二斛八斗。问人几何？

答曰：三千五百六十八人。

术曰：置米数为实。以六升乘三十五日为法。实如法得一。

草曰：置米七千四百九十二斛八斗。以六乘三十五日，得二斛一斗为法。以除积数，得三千五百六十八人。合前问。

〔二八〕今有五十八人，二十九日食面九十五斛三斗一升、少半升。

① “置归日”，各本于“归”字下衍一“作”字，今删去。

② “置”，各本讹作“以”，今校正。

问人食几何？

答曰：五升、太半升。

术曰：置面斛斗升数为实。以人、日食相乘为法。实如法得一。

草曰：置面数，以三因之，内子一，得二万八千五百九十四。置人数五十八，以二十九乘之，得一千六百八十二。又以三因之，得五千四十六为法。除得五升。余皆三约之，得三分之二，为太半升。合前问。

〔二九〕今有二人三日镕铜，得一斤九两五铢。今一月日镕铜，得九千八百七十六斤五两四铢、少半铢。问人功几何？

答曰：一千二百五十三人、三百六十三分人之二百六十二。

术曰：置二人三日所得镕铜斤两铢，通之作铢。以二人、三日相乘，除之，为一人一日之铢。二十四而一。还以一人一日所得两铢，通分内子。复以一月三十日^①乘一人积分，所得，复以铢分母三通之，为法。又以今镕铜斤两通为铢。以少半铢者，三分之一。以三通分，内子一^②，以六乘之为实。实如法而一，得人数。不尽，约之为分。

草曰：置二人三日所得铜一斤九两，以十六通斤，得二十五两。又以铢数二十四乘之，内^③五铢，得六百五。以二人乘三日得六为法。除得一百铢、六分之五，是一日所得之数。以二十四除之，一人所得四两四铢、六分铢之五。却通分内子得

① “三十日”，各本脱落“十”字，今补。

② “以三通分，内子一”，南宋本脱落“分”字、“子”字，微波榭本补“子”字，未补“分”字，今均补正。

③ “内”，各本作“入”，今改正。

六百五。以一月三十日乘之，得一万八千一百五十。又以通分母三因之，得五万四千四百五十为法。置今铜，以十六两乘之，内五两，得一十五万八千二十一两。又以二十四铢乘之，内四铢，得三^①百七十九万二千五百八铢。又以通分母三因之，内子一，得一千一百三十七万七千五百二十五。又以法分母六因之，得六千八百二^②十六万五千一百五十为实。以法除之，得一千二百五十三人。法与余皆一百五十约之，法得三百六十三，余得二百六十二。合前问。

〔三〇〕今有立方九十六尺，欲为立圆。问径几何？

答曰：一百一十六尺、四万三百六十九分尺之一万一千九百六十八。

术曰：立方再自乘，又以十六乘之，九而一。所得，开立方除之，得丸径^③。

草曰：置九十六，再自乘得八十八万四千七百三十六。又以十六乘之，得一千四百一十五万五千七百七十六。以九除之，得一百五十七万二千八百六十四。以立方法除。借一算子于下，常超二位，步至百而止^④。商置一百。置一百万于下法之上^⑤，名曰方法。以方法命上商^⑥一百，除实一百万。方法三因之，得三百万。又置一百万于方法之下，名曰廉法，三因之。方

① “三”，各本讹作“二”，今校正。

② “二”，各本讹作“一”，今校正。

③ “得丸径”，南宋本于“得”字上衍“径”字，微波榭本“丸”又讹作“九”，今从知不足斋本改正。

④ “止”，各本讹作“上”，今改正。

⑤ “置一百万于下法之上”，各本作“下置一百万于法之上”，今改正。

⑥ “以方法命上商”，各本讹作“以法命上方”，今改正。

法一退，廉法再退，下法三退。又置一十于上商一百之下。又置一千于下法之上，名曰隅法。以方、廉、隅三法^①皆命上商一十，除实毕^②。又倍廉法，三因^③隅法，皆从方法。又置一百一十于方法之下，三因之，名曰廉法。方法一退，廉法再退，隅法三退。又置六于上商之下。又置六于下法之上，名曰隅法。乃自乘得三十六。又以六乘廉法得一千九百八十。以^④方、廉、隅三法，皆命上商六，除之。除实毕，倍廉法，三因隅法，皆从方法^⑤，得一百一十六尺、四万三百六十九分尺之一万一千九百六十八。合前问。

〔三一〕今有立圆径一百三十二尺。问为立方几何？

答曰：一^⑥百八尺、三万四千九百九十三分尺之三万四千二十。

术曰：令径再自乘，九之，十六而一。开立方除之，得立方。

草曰：置径一百三十二尺，再自乘得二百二十九万九千九百六十八。又以九因之，得二千六十九万九千七百一十二。又以十六除之，得一百二十九万三千七百三十二。以开立方法除之，得合前问。

〔三二〕今有立方材三尺，锯为方枕一百二十五枚。问一枚为立方几何？

答曰：一枚方六寸。

① “以方、廉、隅三法”，各本脱落“隅”字，今校正。

② “除实毕”，各本“实”讹作“十”，今校正。

③ “三因”下各本衍一“之”字，今删去。

④ “以”，各本讹作“五”，今校正。

⑤ “皆从方法”，各本脱落“法”字，今补。

⑥ “一”，各本讹作“二”，今改正。

术曰：以材方寸数再自乘，以枚数而一。所得，开立方除之，得枕方。

草曰：以三十寸再自相乘，得二万七千寸。以枕一百二十五枚除之，得二百一十六。以开立^①方除之。置上商六于上，借一算子于下。置六于下法之上，以自乘得三十六，名曰方法。以方法命上商除之，得方寸。乃合前问。

〔三三〕今有亭一区，五十人七日筑讫。今有三十人。问几何日筑讫？

答曰：十一日、三分日之二。

术曰：以本人人数乘筑讫日数为实。以今有人数为法。实如法得一。

草曰：置七，以五十人乘之，得三百五十。以三十人为法，除得十一日、三分之二。合问。

〔三四〕今有负他钱，转利偿之。初去转利得二倍，还钱一百。第二转利得三倍，还钱二百。第三转利得四倍，还钱三百。第四转利得五倍，还钱四百。还毕皆转利^②，倍数皆通本钱。今除初本，有钱五千九百五十。问初本几何？

答曰：本钱一百五十。

术曰：置初利还钱。以三乘之，并第二还钱。又以四乘之，并第三还钱。又以五乘之，并第四还钱。讫，并余钱为实。以四转得利倍数相乘，得一百二十，减一，余为法。实如法得一。

草曰：置初还钱一百，以三乘之，得三百。又并第二还钱得五百。以四乘之，得二千。又并第三还钱，得二千三百。以五

① 各本脱落“立”字，今补。

② “还毕皆转利”，各本讹作“得毕凡转利”，今校正。

乘之，得一万一千五百。又并第四还钱，并今有钱^①五千九百五十，共得一万七千八百五十。以四转利二、三、四、五相乘，得一百二十。除一，余一百一十九，为法。除实得一百五十本。合前问。

〔三五〕今有三人，四日客作，得麦五斛。今有七人，一月日客作，问得麦几何？

答曰：八十七斛五斗。

术曰：以七人乘一月三十日，又以五斛乘之，为实。以三人乘四日为法。实如法而得一。

草曰：以七人乘三十日，得二百一十。又五斛乘之，得一千五十为实。以三人乘四日得一十二为法。除实得八十七斛五斗。即合前问。

〔三六〕今有人举取他绢，重作券，要过限一日息绢一尺，二日息二尺，如是息绢日多一尺，今过限一百日。问息绢几何？

答曰：一百二十六匹一丈。

术曰：并一百日^②、一日息，以乘百日，而半之。即得。

草曰：置一百一尺，以一百日乘之，得一万一百尺。半之，得五千五十尺。以匹法四十尺除之，得一百二十六匹、一丈。合前问。

〔三七〕今有妇人于河上荡杯。津吏问曰：“杯何以多？”妇人答曰：“家中有客，不知其数。但二人共酱，三人共羹，四人共饭，凡用杯六十五。”问人几何？

答曰：六十人。

① “钱”字下各本衍一“得”字，今删去。

② “一百日”，各本脱落“日”字，今补。

术曰：列置共杯人数于右方，又置共杯数于左方。以人数互乘杯数，并以为法。令人数相乘，以乘杯数为实。实如法得一。

草曰：置人数二、三、四，列于右行。置一、一、一，杯数左行。以右中三乘左上一得三，又以右下四乘之，得一十二。又以右上二乘左中一得二，又以右下四乘之得八。以右上二乘左下一得二，又以右中三乘左下二得六。三位并之，得二十六为法，又以二、三、四相乘得二十四。以乘六十五杯得一千五百六十。以二十六除之，得六十人数。合前问。

〔三八〕今有鸡翁一，直钱五；鸡母一，直钱三；鸡雏三直钱一。凡百钱，买鸡百只。问鸡翁、母、雏各几何？

答曰：

鸡翁四，直钱二十；

鸡母十八，直钱五十四；

鸡雏七十八，直钱二十六。

又答：

鸡翁八，直钱四十；

鸡母十一，直钱三十三；

鸡雏八十一，直钱二十七。

又答：

鸡翁十二，直钱六十；

鸡母四，直钱十二；

鸡雏八十四，直钱二十八。

术曰：鸡翁每增四，鸡母每减七，鸡雏每益三。即得。所以然者，其多少互相通融于同价。则无术可穷尽其理。

此问若依上术推算，难以通晓。然较之诸本并同，疑其从

来脱漏阙文。盖流传既久，无可考证。自汉、唐以来，虽甄鸾、李淳风注释，未见详辨。今将算学教授^①谢察微拟立术草，创新添入。

其术曰：置钱一百在地，以九为法，除之，以九除之，既雏三直钱一则是每雏直三分钱之一。宜以鸡翁、母各三因，并之得九。得鸡母之数。不尽者返减下法，为鸡翁之数。别列鸡都数一百只在地，减去鸡翁、母数，余即鸡雏。得合前问。若鸡翁每增四，鸡母每减七，鸡雏每益三。或鸡翁每减四，鸡母每增七，鸡雏每损三。即各得又答之数。

草曰：置钱一百文在地，为实。又置鸡翁一，鸡母一，各以鸡雏三因之，鸡翁得三，鸡母得三。并鸡雏三并之，共得九，为法。除实得一十一为鸡母数。不尽一，返减下法九，余八为鸡翁数。别列鸡都数一百只在地，减去鸡翁八，鸡母一十一，余八十一为鸡雏数。置翁八以五因之，得四十，即鸡翁直钱。又置鸡母一十一，以三因之，得三十三，即鸡母直。又置鸡雏八十一，以三除之，得二十七，即鸡雏直。合前问。

又草曰：置鸡翁八增四得一十二，鸡母一十一减七得四，鸡雏八十一益三得八十四，得百鸡之数。如前求之，得百钱之数。亦合前问。

又草曰：置鸡翁八减四得四，鸡母一十一增七得一十八，鸡雏八十一损三得七十八。如前求之，各得百鸡百钱之数。亦合前问。

^① “授”字下各本衍一“并”字，今删去。

五 曹 算 经

五曹算经提要

《五曹算经》是一册为地方行政职员编写的应用算术书。全书分为五卷，用田曹、兵曹、集曹、仓曹、金曹五个项目标题。地方行政业务的分科，据《晋书·职官志》记载有户曹、法曹、金曹、贼曹、兵曹、吏曹等名目，《魏书·官氏志》又有田曹、集曹等名目。据此可知《五曹算经》的编写年代当在元魏初年以后。《隋书·经籍志》著录有“《九章六曹算经》一卷”。清钱曾《读书敏求记·〈五曹算经〉》条以为《隋志》的“六盖五字之讹，九章盖上有《九章》之书而误衍尔”。《旧唐书·经籍志》著录有《五曹算经》五卷甄鸾撰。《新唐书·艺文志》著录甄鸾《五曹算经》五卷，又有韩延《五曹算经》五卷。甄鸾是西魏、北周时人，搜集了当时与州县行政有关的算术问题，编成这五卷书是无可怀疑的。韩延是唐代人，他所撰（或所注）的《五曹算经》早已失传，无可详考。《四库全书提要》说：“甄韩二家皆注是书者也，其作者则不知为谁。”这是毫无根据的。传本《五曹算经》的内容浅近易晓，无须注解，实际上也没有注解。各卷的第一页上都有“唐朝议大夫、行太史令、上轻车都尉，臣李淳风等奉敕注释”一行，显然是虚设的。

《五曹算经》六十七个算术问题的解法都很浅近，所有数字计算都有意避免分数，掌握了整数的加、减、乘、除法就可解答问题。

田曹卷除了长方形、三角形、二平行四边形有正确的面积公式外,其他各式田形的面积公式不是有误差相当大的近似算法,就是不合理的错误公式。南宋杨辉在他的《田亩比类乘除捷法》(1275年)里,明白指出《五曹算经》腰鼓田、鼓田、四不等田的面积算法是错误的,并且说这些形式的田面积必须分两段测量,分别计算。但《五曹算经》田曹卷的错误公式谬种流传,在明、清二代的有些算术书里还没有校正过来。

版本与校勘

《五曹算经》五卷在宋代有北宋秘书省刻本和南宋鲍澣之刻本。清初太仓王杰家藏有一册南宋刻本。这个孤本后来为常熟毛扆所得，今存北京大学图书馆。毛扆又有一个影宋抄本，传入清宫，今存故宫博物院，并影印为《天禄琳琅丛书》之一。

戴震为四库全书馆纂修官时，于《永乐大典》中辑录《五曹算经》，首尾完具仍为五卷，与宋刻本大致相同，即为四库书的底本。此后有孔继涵所刻《算经十书》本、武英殿聚珍版本、《知不足斋丛书》本和各种翻印本。

《五曹算经》于诸算经中字数最少，误文夺字亦属极少。今加校订，仅得校勘记六条，其中两处脱落的字是依戴震校补的。

五曹算经卷第一

田曹生人之本，上用天道，下分地利。故田曹为首。

〔一〕今有方田，广、从各五十六步。问为田几何？

答曰：一十三亩，奇十六步。

术曰：列田五十六步，自相乘得三千一百三十六步。以亩法除之，即得。按亩法二百四十步。

〔二〕今有方田，广、从各六十八步。问为田几何？

答曰：一十九亩，奇六十四步。

术曰：列田六十八步，自相乘得四千六百二十四步。以亩法除之，即得。

〔三〕今有直田，广八十步，从一百九十步。问为田几何？

答曰：六十三亩，奇八十步。

术曰：列广八十步，以从一百九十步乘之，得一万五千二百步。以亩法除之，即得。

〔四〕今有圭田，从三十步，一头广二十四步，一头无步。问为田几何？

答曰：一亩，奇一百二十步。

术曰：列一头广二十四步，半之，得一十二步。以从三十步乘之，得三百六十步。以亩法除之，即得。

〔五〕今有腰鼓田，从八十二步，两头各广三十步，中央广十二步。问为田几何？

答曰：八亩，奇四十八步。

术曰：并三广得七十二步，以三除之，得二十四步。以从八十二步乘之，得一千九百六十八步。以亩法除之，即得。

〔六〕今有鼓田，两头各广四十步，中央广五十二步，从八十五步。问为田几何？

答曰：一十五亩，奇一百四十步。

术曰：并三广，得一百三十二步。以三除之，得四十四步。

以从八十五步乘之，得三千七百四十步。以亩法除之，即得。

〔七〕今有弧田，弦八十步，矢五步。问为田几何？

答曰：二百步。

术曰：列弦八十步，半之，得四十步。以矢五步乘之，即得。

〔八〕今有蛇田，头广三十三步，胸广五十七步，尾广十八步，从九十二步。问为田几何？

答曰：一十三亩，奇一百九十二步。

术曰：并三广，得一百八步。以三除之，得三十六步。以从九十二步乘之，得三千三百一十二步。以亩法除之，即得。

〔九〕今有墙田，方周一千步。问为田几何？

答曰：二顷六十亩，奇一百步。

术曰：列田方周一千步，以四除之，得二百五十步。自相乘得六万二千五百步。以亩法除之，即得。

〔一〇〕今有簪田，从四十八步，一头广二十五步，一头广三十五步。问为田几何？

答曰：六亩。

术曰：并二广，得六十步。半之，得三十步。以从四十八步

乘之，得一千四百四十步。以亩法除之，即得。

〔一一〕今有田，桑生中央，从隅至桑一百四十七步。问为田几何？

答曰：一顷八十三亩，奇一百八十步。

术曰：列一百四十七步，以二乘之，得二百九十四步。以五乘之，得一千四百七十步。以七除之，得二百一十步。自相乘，得四万四千一百步。以亩法除之，即得。

〔一二〕今有丘田，周六百四十步，径三百八十步。问为田几何？

答曰：二顷五十三亩，奇八十步。

术曰：列周六百四十步，半之，得三百二十步。又列径三百八十步，半之，得一百九十步。二位相乘得六万八百步。以亩法除之，即得。

〔一三〕今有箕田，一头广八十六步，一头广四十步，从九十步。问为田几何？

答曰：二十三亩，奇一百五十步。

术曰：并二广，得一百二十六步，半之，得六十三步。以从九十步乘之，得五千六百七十步。以亩法除之，即得。

〔一四〕今有四不等田，东三十五步，西四十五步，南二十五步，北一十五步。问为田几何？

答曰：三亩，奇八十步。

术曰：并东西得八十步，半之，得四十步。又并南北得四十步，半之，得二十步。二位相乘得八百步。以亩法除之，即得。

〔一五〕今有覆月田，从三十步，径十步。问为田几何？

答曰：一百五十步。

术曰：列径十步，半之，得五步。以从三十步乘之，即得。

〔一六〕今有田形如牛角，从五十步，口广二十步。问为田几何？

答曰：二亩，奇二十步。

术曰：列口广二十步，半之，得十步。以从五十步乘之，得五百步。以亩法除之，即得。

〔一七〕今有圆田，周七十八步，径二十六步。问为田几何？

答曰：二亩，奇二十七步。

术曰：先列周七十八步，半之，得三十九步。又列径二十六步，半之，得一十三步。二位相乘得五百七步。以亩法除之，即得。

〔一八〕今有环田，外周三十步，内周一十二步，径三步。问为田几何？

答曰：六十三步。

术曰：并内、外周得四十二步，半之，得二十一步。以径三步乘之，即得。

〔一九〕今有田，从一百步，广四十二步。中有圆池，周三十步，径一十步。问池占外，为田几何？

答曰：一十七亩，奇四十五步。

术曰：列从一百步，以广四十二步乘之，得四千二百步为田积。又列池周三十步，半之，得一十五步。列径一十步，半之，得五步。二位相乘得七十五步，为池积。以减田积，余四千一百二十五步。以亩法除之，即得。

五曹算经卷第二

兵曹即有田畴，必资人功。故以兵曹次之。

〔一〕今有丁二万三千六百九十二人，责兵五千九百二十三人。问几何丁出一兵？

答曰：四丁出一兵。

术曰：列二万三千六百九十二人，以五千九百二十三除之，即得。

〔二〕今有丁八千九百五十八人，凡三丁出一兵。问出兵几何？

答曰：二千九百八十六人。

术曰：列八千九百五十八人，以三除之，即得。

〔三〕今有兵九百七十人，人给米七升。问计几何？

答曰：六十七斛九斗。

术曰：列兵九百七十人，以七升乘之，即得。

〔四〕今有兵三千八百三十七人，人给钱五百五十六文。问计几何？

答曰：二千一百三十三贯三百七十二文。

术曰：列兵三千八百三十七人，以五百五十六文乘之，即得。

〔五〕今有兵三千一百四十八人，人给布一丈二尺三寸。问计几何？

答曰：七百七十四端二丈四寸。

术曰：列兵三千一百四十八人，以布一十二尺三寸乘之，得三万八千七百二十尺四寸。以五十尺除之，即得。

〔六〕今有兵一千三百六十二人，人给绢二丈八尺五寸。问计几何？

答曰：九百七十匹一丈七尺。

术曰：列兵一千三百六十二人，以绢二十八尺五寸乘之，得三万八千八百一十七尺。以四十尺除之，即得。

〔七〕今有一万人：大将十人，裨将二十人，队将一百人，散兵九千八百七十人。给绢有差，大将人给二丈，裨将人给二丈，队将人给一丈五尺，散兵人给九尺。问计几何？

答曰：二千二百七十五匹，奇三丈。

术曰：列大将十人，以三十尺乘之，得三百尺。又列裨将二十人，以二十尺乘之，得四百尺。又列队将一百人，以一十五尺乘之，得一千五百尺。又列散兵九千八百七十人，以九尺乘之，得八万八千八百三十尺。并四位，得九万一千三十尺。以匹法除之，即得。

〔八〕今有城周四十八里。欲令御贼，每三步置一兵。问用兵几何？

答曰：四千八百人。

术曰：列城周四十八里，以三百步乘之，得一万四千四百步。以三步除之，即得。

〔九〕今有军粮米三千二百四十六斛八斗七升，每斛直钱四百八十二文。问计几何？

答曰：一千五百六十四贯九百九十一文、三分四厘。

术曰：列米三千二百四十六斛八斗七升，以四百八十二文乘之，即得。

〔一〇〕今有车二万三千九百乘，欲作方营，每乘占地三步。问计几何？

答曰：七万一千七百步。

术曰：列车二万三千九百乘，以三步乘之，即得。

〔一一〕今有马六千二百四十三匹，匹给粟五升三合。问计几何？

答曰：三百三十斛八斗七升九合。

术曰：列马六千二百四十三匹，以粟五升三合乘之，即得。

〔一二〕今有牛六千五百头，头给刍七束。问计几何？

答曰：四万五千五百束。

术曰：列牛六千五百头，以七束乘之，即得。

五曹算经卷第三

集曹既有人众，必用食饮，故以集曹次之。

〔一〕今有粟七百五十斛，问为粳米几何？

答曰：四百五十斛。

术曰：列粟七百五十斛，以三十乘之，得二万二千五百斛。

以五十除之，即得。

〔二〕今有粟二百九十斛，问为稗米几何？

答曰：一百五十六斛六斗。

术曰：列粟二百九十斛，以二十七乘之，得七千八百三十斛。以五十除之，即得。

〔三〕今有粟五百六十斛，问为粳米几何？

答曰：二百六十八斛八斗。

术曰：列粟五百六十斛，以二十四乘之，得一万三千四百四十斛。以五十除之，即得。

〔四〕今有粟三百六十二斛，问为御米几何？

答曰：一百五十二斛四升。

术曰：列粟三百六十二斛，以二十一升乘之，得七千六百二斛。以五十除之，即得。

〔五〕今有粟五百六十斛，凡粟八斗易麦五斗，问得麦几何？

荅曰：三百五十斛。

术曰：列粟五百六十斛，以五十乘之，得二万八千斛。以八十除之，即得。

〔六〕今有豆八百四十九斛，凡豆九斗易麻七斗，问得麻几何？

荅曰：六百六十斛三斗三升三合，奇三升^①。

术曰：列豆八百四十九斛，以七十乘之，得五万九千四百三十斛。以九十除之，即得。

〔七〕今有钱二十七贯八百三十三文，凡五文买梨三枚，问几何？

荅曰：一万六千六百九十九枚，奇四文。

术曰：列钱二十七贯八百三十三文，以三乘之，得八万三千四百九十九。以五除之，即得。

〔八〕今有米一千五百七十七斛，斛别加八斗三升，问计几何？

荅曰：二千八百八十五斛九斗一升。

术曰：列米一千五百七十七斛，以加米一斛八斗三升乘之，即得。

〔九〕今有席一领，坐客一十二人。有席一千五百三十八领，问客几何？

荅曰：一万八千四百五十六人。

术曰：列席一千五百三十八领，以一十二人乘之，即得。

〔一〇〕今有席一领，坐客二十三人。有席一千五百领，问客几何？

荅曰：三万四千五百人。

术曰：列席数一千五百领，以二十三人乘之，即得。

〔一一〕今有席一领，坐客二十三人。有客五十三万三千六百八十

① “奇三升”谓有残余分数九十分升之三，亦即三分合之一。南宋本正作“奇三升”不误，孔刻本改作“奇三抄”则误矣。

人，问席几何？

答曰：二万三千二百三领，奇十一人。

术曰：列五十三万三千六百八十人，以二十三人除之，即得。

〔一二〕又有席一领，坐客一十五人。有客^① 四万四千六百二十五人，问席几何？

答曰：二千九百七十五领。

术曰：列四万四千六百二十五人，以一十五人除之，即得。

〔一三〕今有凡酱二升饲五人。有酱三百二十斛，问人几何？

答曰：八万人。

术曰：列三百二十斛，再^②上十之，得三万二千升。以五人乘之，得一十六万升。以二升除之，即得。

〔一四〕今有凡钱五文买雉三只。有钱一万七千五百二十五文，问得雉几何？

答曰：一万五百一十五只。

术曰：列钱数一万七千五百二十五文，以雉三只乘之，得五万二千五百七十五文。以五文除之，即得。

① 南宋本脱落“客”字，此从孔刻本补。

② “再”，各本讹作“每”，今校正。

五曹算经卷第四

仓曹众既会集，必务储蓄，故仓曹次之。

〔一〕今有二千七百户，户责租米一十五斛，问计几何？

答曰：四万五百斛。

术曰：列二千七百户，以一十五斛乘之，即得。

〔二〕今有官田九百亩。凡一步收粟三升二合，问计几何？

答曰：六千九百一十二斛。

术曰：列田九百亩，以二百四十步乘之，得二十一万六千步。以三升二合乘之，即得。

〔三〕今有粟七百斛，欲雇车运之，每一斛雇七升，问车主、粟主各几何？

答曰：

车主四十九斛。

粟主六百五十一斛。

术曰：列粟七百斛，以雇粟七升乘之，得四十九斛为车粟。

以减本粟七百斛，余为主粟。

〔四〕今有粟九百斛，斛别加二斗五升，问加几何？

答曰：二百二十五斛。

术曰：列九百斛，以二十五升乘之，即得。

〔五〕今有圆囷，周三丈，高一丈六尺，问受粟几何？

荅曰：七百四十斛，奇一尺二寸。

术曰：列周三丈，自相乘得九百尺。以高一丈六尺乘之，得一万四千四百尺。以十二除之，得一千二百尺。以斛法一尺六寸二分除之，即得。

〔六〕今有方窖，从一丈三尺，广六尺，深一丈，问受粟几何？

荅曰：四百八十一斛^①，奇七寸八分。

术曰：列从一丈三尺，以广六尺乘之，得七十八尺，以深一丈乘之，得七百八十尺。以斛法除之，即得。

〔七〕今有仓从一丈三尺，广六尺，高一丈。中有从牵二枚，方五寸，从一丈三尺。又横牵三枚，方四寸，从六尺。又柱一枚，周三尺，高一丈。问受粟几何？

荅曰：四百七十一斛，奇一百寸。

术曰：列从一丈三尺，上十之，得一百三十寸。以广六十寸乘之，得七千八百寸。又列高一丈，上十之，为一百寸。以乘之，得七十八万寸，为都积。又列从牵二枚，方五寸自相乘得二十五寸。以从一百三十寸乘之，得三千二百五十寸。以从牵二枚乘之，得六千五百寸。又列横牵三枚，方四寸自相乘得十六寸。以从六十寸乘之，得九百六十寸。以横牵三枚乘之，得二千八百八十寸。又列柱一枚周三尺，上十之，得三十寸。自相乘得九百寸。以高一百寸乘之，得九万寸。以十二除之，得七千五百寸。并从、横牵及柱等三位，得一万六千八百八十寸。以减都积，余七十六万三千一百二十寸为实。以斛法一千六百二十寸除之，即得。

① 各本于“斛”字下衍“四斗”二字，今删。

〔八〕又有仓，从一丈九尺，广一丈五尺，高一丈三尺，问受粟几何？

答曰：二千二百八十七斛三升，奇一分一厘四毫。

术曰：列从一丈九尺，以广一十五尺乘之，得二百八十五尺。又以高一十三尺乘之，得三千七百五尺。以斛法一尺六寸二分除之，即得。

〔九〕今有平地聚粟，下周三丈，高四尺，问粟^①几何？

答曰：六十一斛七斗二升，奇一分三厘六毫。

术曰：列下^②周三十尺，自相乘得九百尺。以高四尺乘之，得三千六百尺。以三十六除之，得一百尺。以斛法一尺六寸二分除之，即得。

〔一〇〕今有内角聚粟，下周五十四尺，高五尺，问粟几何？

答曰：一千斛。

术曰：列下周五十四尺，自相乘得二千九百一十六尺。以高五尺乘之，得一万四千五百八十尺。以九除之，得一千六百二十尺。以斛法一尺六寸二分除之，即得。

〔一一〕今有半壁聚粟，下周三十六尺，高四尺五寸。问粟几何？

答曰：二百斛。

术曰：列下周三十六尺，自相乘得一千二百九十六尺。以高四尺五寸乘之，得五千八百三十二尺。以十八除之，得三百二十四尺。以斛法一尺六寸二分除之，即得。

〔一二〕今有外角聚粟，下周四十八尺，高六尺，问粟几何？

答曰：三百一十六斛，奇八分。

术曰：列下周四十八尺，自相乘得二千三百四尺。以高六

① “粟”，南宋本作“米”，此从孔刻本。

② 南宋本无“下”字，从孔刻本补。

尺乘之，得一万三千八百二十四尺。以二十七除之，得五百一十二尺。以斛法一尺六寸二分除之，即得。

五曹算经卷第五

金曹 仓廩货币交质变易，故金曹次之。

〔一〕今有五百六十五户，户责丝一斤十一两八铢，问计几何？

荅曰：八石五斤三两八铢。

术曰：列一斤，通作十六两，内十一两，得二十七两。以二十四铢乘之，内八铢，得六百五十六铢。以乘户五百六十五，得三十七万六千四百四十铢。以二十四铢除之，得一万五千四百四十三两，奇八铢。又以十六两除之，得九百六十五斤，奇三两。以三十斤除之，得三十二钧，奇五斤。又以四钧除之，即得。

〔二〕今有五百六十五户，共责丝八石五斤三两八铢，问户出丝几何？

荅曰：一斤十一两八铢。

术曰：列丝八石五斤三两八铢。以四乘八石，得三十二钧。以三十斤乘之，内五斤，得九百六十五斤。以十六两乘之，内三两，得一万五千四百四十三两。以二十四铢乘之，内八铢，得三十七万六千四百四十铢。以五百六十五户除之，得一户六百五十六铢。以二十四铢除之，得二十七两，奇八铢。又以十六除之，即得。

〔三〕今有七百三十八户，共请丝二十七斤五两，问户得几何？

答曰：一十四铢二象一黍，奇一铢二黍。

术曰：列丝二十七斤，以十六两乘之，内五两，得四百三十七两。又以二十四铢乘之，得一万四百八十八铢。以七百三十八户除之，即得。

〔四〕今有丝一两，直钱五文。有丝一百八十八斤一十两，问计直几何？

答曰：一十五贯九十文。

术曰：列丝一百八十八斤，以一十六两乘之，内十两，得三千一十八两。以五文乘之，即得。

〔五〕今有丝九两，得绢一匹。有丝三百二十四斤，问计得几何？

答曰：五百七十六匹。

术曰：列三百二十四斤，以十六两乘之，得五千一百八十四两。以九两除之，即得。

〔六〕今有生丝一斤为练丝一十二两。有练丝一千五百八十七两，问生丝几何？

答曰：二千一百一十六两。

术曰：列练丝一千五百八十七两，以十六两乘之，得二万五千三百九十二两。以十二两除之，即得。

〔七〕今有贵丝一两直钱五十六文，贱丝一两直钱四十二文。有钱一百三十一贯八百一十文，问各得几何？

答曰：各二钧二十四斤一两。

术曰：列钱一百三十一贯八百一十文为实。并丝贵、贱价得九十八文为法。以法除实，得丝一千三百四十五两。以十六两除之，得八十四斤，余一两。次置之，以三十斤除之，即得。

〔八〕今有锦一匹直钱八贯文。问一丈、一尺、一寸各直几何？

答曰：一丈，二贯文；一尺，二百文；一寸，二十文。

术曰：列钱八贯，以四十尺除之，即尺价。进位即丈价。退位即寸价。

〔九〕今有金二斤，令九十六人分之，问人得几何？

答曰：八铢。

术曰：列金二斤，以十六两乘之，得三十二两。又以二十四铢乘之，得七百六十八铢。以九十六人除之，即得。

〔一〇〕今有钱二百三十八贯五百七十三文足，欲为九十二陌，问得几何？

答曰：二百五十九贯三百一十八文，奇足钱四分四厘。

术曰：列钱二百三十八贯五百七十三文足，以九十二除之，即得。

五 经 算 术

五经算术提要

《五经算术》二卷，北周甄鸾撰。东汉时期为儒家经籍作注解的人，如马融、郑玄等，都兼通算术。在他们的注解中参杂了为一般读经的人难以了解的数字知识。甄鸾的《五经算术》列举《易》、《诗》、《书》、《周礼》、《仪礼》、《礼记》、以及《论语》、《左传》等儒家经籍的古注中有关数字计算的地方加以详尽的解释，对于后世研究经学的人是有所帮助的。但有些解释不免穿凿附会，对于经义是否真有裨益是可以怀疑的。经书中出现了几个像万、亿、兆、秭等的大数名称，原来只是表示为数众多的意义，注经的人用十进位制或万进位制来解释已属多事，而甄鸾认为大数进法以“万万为亿，万万亿为兆”最为适当，以前的经注都不合适，事实上和《尚书》、《诗经》的原意相去更远了。《论语·学而》篇“道千乘之国”，东汉马融注，“千乘之国其地千成，居地方三百一十六里有畸”；《周礼·考工记》“轮人为盖”节郑玄注，“二尺为句，四尺为弦，求其股。……面三尺几半”；甄鸾俱用开平方法演算，得出更准确的结果。《仪礼》、《礼记》中的郑玄注，有关算术的部分，甄鸾亦详述它们的演算过程。《尚书·尧典》有“以闰月定四时成岁”这句话，他用战国时期的四分历法来解释它。《左传》中有很多有关历日的记录，也用四分历法中的所谓“周历”来推算。

本书有唐李淳风等的注释,只在有些章节之后,仿照其他算经的体例,补立了问题和术文,别无意义。

版本与校勘

《五经算术》的宋刻本到清代初年已无传本。戴震任四库全书馆纂修官时,从《永乐大典》中录出,辑成二卷,作为《四库全书》中的《五经算术》。此后有孔氏微波榭《算经十书》本,武英殿聚珍版丛书本和各种翻印本,都以戴震校定的为底本。

戴震于《永乐大典》中录出《五经算术》后,曾加以校订,并撰《五经算术考证》一卷,对《五经算术》所引经、史文字与今传本经籍古注和《后汉书·律历志》文字有互异之处,皆详加考证,辨别正讹。《五经算术》引用的经文和经注有脱误的地方,查对了原书就可改正。但甄鸾所用的经书是北周以前的古籍,可能有与今传本互异的字句,理应斟酌情况,或须保留原样,不加改动。卷下《汉书》“终于南事算之法”引司马彪《续汉志序》比较完整,可据以校正今本《后汉书·律历志》的误文夺字。

本书所引司马彪《续汉志》京房六十律的“实”数都是五、六位的数字,经过详细覆算,发觉有些个位数字偶有出入;律管长度的“小分”部分也有误差,和今传本《后汉书·律历志》核对,这些数字也有互异之处。现在依照乐律“上生”、“下生”的规则计算一过,重加校正,并将原本的讹字保留于校勘记中。除此以外,本书文字尽依戴震校定,没有更多的改动。

五经算术卷上

尚书定闰法：

“帝曰，咨汝羲暨和，期三百有六旬有六日。以闰月定四时成岁。”孔氏注云：“咨，嗟；暨，与也。匝四时曰期。一岁十二月，月三十日^①，正三百六十日。除小月六为六日，是为一岁^②。有余十二日，未盈三岁足得一月，则置闰焉，以定四时之气节，成一岁之历象。”

甄鸾按：一岁之闰惟有十日、九百四十分日之八百二十七，而云余十二日者，理则不然。何者？十九年七闰，今古之通轨。以十九年整得七闰，更无余分，故以十九年为一章。今若一年有余十二日，则十九年二百二十八日。若七月皆小则剩二十五日，若七月皆大犹余十八日。先推日月合宿以定一年之闰，则十九年七闰可知。

推日月合宿法：

置周天三百六十五度于上，四分度之一于下。又置月行十三度、十九分度之七，除其日一度，余十二度。以月分母十九乘十二度，积二百二十八，内子七，得二百三十五为章月。以度分母四乘章

① “月三十日”，《大典》本脱“月”字，戴震据《书·孔传》补。

② “是为一岁”，《大典》本脱“一”字，戴震据《书·孔传》补。

月得九百四十为日法。又以四分乘度三百六十五，内子一，得一千四百六十一。乃以月行分母十九乘之，得二万七千七百五十九为周天分。以日法九百四十除之，得二十九日，不尽四百九十九。即是一月二十九日、九百四十分日之四百九十九，与日合宿也。

求一年定闰法：

置一年十二月，以二十九日乘之，得三百四十八日。又置十二月，以日分子四百九十九乘之，得五千九百八十八。以日法九百四十除之，得六日，从上三百四十八日，得三百五十四日，余三百四十八。以三百五十四日减周天三百六十五度，不尽十一日。又以余分三百四十八减章月二百三十五，而章月少，不足减。上减一日，加下日法九百四十分，得一千一百七十五。以实余三百四十八乃减下法，余八百二十七。是为一岁定闰十日、九百四十分日之八百二十七。

臣淳风等谨按：此《五经算》一部之中多无设问及术。直据本条，略陈大数而已。今并加正术及问，仍旧数相符。其有泛说事由，不须术者，并依旧不加。据此问，宜云：注“一岁有余十二日，未盈三岁足得一月，则置闰焉”。按十九年为一章有七闰，问一年之中定闰几何？曰：十日、九百四十分日之八百二十七。其术宜云：置十二月，以章法十九乘之，纳七闰，为章月。以四乘之，为蔀月。又置周天分，以十九乘之，为蔀日。以蔀月除之，得一月之日及分。以十二乘之，所得以减周天分，余即一年闰数也。

求十九年七闰法：

置一年闰十日，以十九年乘之，得一百九十日。又以八百二十七分，以十九年乘之，得一万五千七百一十三。以日法九百四十除

之，得十六日，余六百七十三。以十六加上日，得二百六日。以二十九除之，得七月，余三日。以法九百四十乘之，得二千八百二十。以前分六百七十三加之，得三千四百九十三。以四百九十九命七月分之，适尽。是谓十九年得七闰月，月各二十九日、九百四十分日之四百九十九。

臣淳风等谨按：其问宜云：一年闰十日、九百四十分日之八百二十七。一月二十九日、九百四十分日之四百九十九。问一章十九年，凡闰日及月数各几何？曰：闰二百六日、九百四十分日之六百七十三。闰月有七。其术宜云：置一年闰日，通分内子，以章法十九乘之，为实。以日法九百四十除之，得闰日数。以一月之分二万七千七百五十九除之，得闰月之数。

《尚书》、《孝经》“兆民”注数越次法：

“天子曰兆民，诸侯曰万民。”甄鸾按：《吕刑》云：“一人有庆，兆民赖之。”注云：“亿万曰兆。天子曰兆民，诸侯曰万民。”又按《周官》，乃经土地而井，牧其田野。九夫为井，四井为邑，四邑为邱，四邱为甸，四甸为县，四县为都，以任地事而令贡赋。凡税敛之事所以必共井者，存亡更守，入出相同，嫁娶相媒，有无相贷，疾病相忧，缓急相救，以所有易以所无也。兆民者，王畿方千里，自乘得^①兆井。王畿者，因井田^②立法，故曰兆民，若言兆井之民也。如以九州地方千里者九言之，则是九兆，其数不越于兆也。诸侯曰万民者，公地方百里，自乘得一万井。故曰万民。所以言侯者，诸侯之通称也。

按注云“亿万曰兆”者，理或未尽。何者？按黄帝为法，数有十等。及其用也，乃有三焉。十等者，谓亿、兆、京、垓、秭、壤、沟、涧、

① “得”字下，《大典》本衍一“之”字，此依戴震校删。

② “井田”下，《大典》本衍一“之”字，此依戴震校删。

正、载也。三等者，谓上、中、下也。其下数者，十十变之。若言十万曰亿，十亿曰兆，十兆曰京也。中数者，万万变之。若言万万曰亿，万万亿曰兆，万万兆曰京也。上数者，数穷则变。若言万万曰亿，亿亿曰兆，兆兆曰京也。若以下数言之，则十亿曰兆。若以中数言之，则万万亿曰兆。若以上数言之，则亿亿曰兆。注乃云“亿万曰兆”者，正是万亿也。若从中数，其次则须有十万亿。次百万亿，次千万亿，次万万亿曰兆。三数并违，有所未详。按《尚书》无此注，故从《孝经》注释之。

《诗·伐檀》毛、郑注不同法：

“不稼不穡，胡取禾三百亿兮。不狩不猎，胡瞻尔庭，有县特兮。”注云：“万万曰亿。兽三岁曰特。”笺云：“十万曰亿。三百亿，禾秉之数也。”

甄鸾按：黄帝为法，数有十等。及其用也，乃有三焉。十等者，谓亿、兆、京、垓、秭、壤、沟、涧、正、载。三等者，谓上、中、下也。其下数者，十十变之。若言十万曰亿，十亿曰兆，十兆曰京也。中数者，万万变之。若言万万曰亿，万万亿曰兆，万万兆曰京也。上数者，数穷则变。若言万万曰亿，亿亿曰兆，兆兆曰京也。据此而言，郑用下数，毛用中数矣。

《诗·丰年》毛注数越次法：

“丰年多黍多稌，亦有高廩，万亿及秭。”毛注云：“丰，大。稌，稻。廩所以藏益盛之穗。数万至万曰亿，数亿至亿曰秭。”笺云：“丰年，大有之年。万亿及秭，以言谷数多也。”

甄鸾按：毛注云，数万至万曰亿者，此即是中数，万万曰亿也。又云数亿至亿曰秭者，或有可疑。何者？按黄帝数术云，中数者，万

万曰亿，万万亿曰兆，万万兆曰京，万万京曰垓，万万垓曰秭，此应云数亿至垓曰秭，而言数亿至亿曰秭者，有所未详。

《周易》策数法：

“天地之数五十有五，此所以成变化而行鬼神也。乾之策二百一十有六，坤之策百四十有四，凡三百有六十，当期之日。二篇之策，万有一千五百二十，当万物之数也。是故四营而成易，十有八变而成卦，八卦而小成。引而伸之，触类而长之，天下之能事毕矣。”

甄鸾按：天以一生水，地以二生火，天以三生木，地以四生金，天以五生土。天数奇，二十五。地数耦，三十。并天地之数，合五十五，谓之大衍之数。揲蓍得乾者，三十六策然后得九一爻。爻有三十六策，合二百一十六。揲蓍得坤者，二十四策然后得六一爻。爻有二十四策，合一百四十四。并乾、坤之策，三百六十，当一期之日者，举全数也。上、下经有六十四卦，卦有六爻，合三百八十四爻。阴阳各半。阳爻称九，阴爻称六。九、六^①各百九十二也。阳爻以三十六策乘之，得六千九百一十二。阴爻以二十四策乘之，得四千六百八。并阴阳之策，合得一万一千五百二十也。四营者，仰象天，俯法地，近取诸身，远取诸物也。十八变者，三变而成爻，十八变而六爻也。八卦而小成者，言虽成易，犹未备也。

《论语》“千乘之国”法：

“子曰，道千乘之国。”注云：“司马法：六尺为步，步百为亩，亩百为夫，夫三为屋，屋三为井，井十为通，通十为成。成出革车一乘。然则千乘之赋，其地千成也。”今有千乘之国，其地千成，计积九十

^① “九、六”，《大典》本讹作“九百”，此从殿本校改。

亿步。问为方几何？

答曰：三百一十六里六十八步、一十八万九千七百三十七分步之六万二千五百七十六。

术曰：置积步为实。开方除之，即得。

按千乘之国，其地千成。方十里，置一成地十里，以三百步乘之，得三千步。重张相乘，得九百万步。又以千成乘之，得积九十亿步。以开方除之，即得方数也。

开方法曰：借一算为下法。步之，常超一位，至万而止。置上商九万于实之上。又置九亿于实之下，下法之上，名曰方法。命上商九万，以除实毕。倍方法九亿得十八亿。乃折之，方法一折，下法再折。又置上商四千于上，以次前商之后。又置四百万于方法之下，下法之上，名曰隅法。方、隅皆命上商四千以除实毕。倍隅法得八百万，上从方法，得一亿八千八百万。乃折之，方法一折，下法再折。又置上商八百于上，以次前商之后。又置八万于方法之下，下法之上，名曰隅法。方、隅皆命上商八百以除实毕。倍隅法得十六万，上从方法，得一千八百九十六万。乃折之，方法一折，下法再折。又置上商六十于上，以次前商之后。又置六百于方法之下，下法之上，名曰隅法。方、隅皆命上商六十，以除实毕。倍隅法得一千二百，上从方法，得一百八十九万七千二百。乃折之，方法一折，下法再折。又置上商八于上，以次前商之后。又置八于方法之下，下法之上，名曰隅法。方、隅皆命上商八，以除实毕。倍隅法得一十六，上从方法。下法一亦从之，得一十八万九千七百三十七分步之六万二千五百七十六。以里法三百步除之，得三百一十六里，不尽六十八步。即得方三百一十六里六十八步、一十八万九千七百三十七分步之六万二千五百七十六也。

《周官》车盖法：

“参分弓长，以其一为之尊。”注云：“尊，高也。六尺之弓上近部平者二尺^①。爪末下于部二尺。二尺为句^②，四尺为弦，求其股。股十二^③，开方除之，面三尺几半。”

甄鸾按：句股之法，横者为句，直者为股，邪者为弦。若句三，则股四而弦五，此自然之率也。今此车盖，句二、弦四则股三，此亦自然之率矣。求之法，句、股各自乘，并而开方除之，即弦也。股自乘，以减弦自乘，其余开方除之，即句也。句自乘，以减弦自乘，其余开方除之，即股也。假令句三自乘得九，股四自乘得十六，并之得二十五，开方除之得五，弦也。股四自乘得十六，弦五自乘得二十五，以十六减之，余九，开方除之，得三，句也。句三自乘得九，弦五自乘得二十五，以九减之，余十六，开方除之，得四，股也。今车盖崇二尺，弓四尺。以崇下二尺为句，弓四尺为弦，为之求股。求股之法，句二尺自乘得四，弦四尺自乘得十六，以四减十六，余十二。开方除之，得三，即股三尺也。余三。倍方法三得六，又以下法一从之，得七。即股三尺、七分寸之三。故曰几半也。

臣淳风等谨按：其问宜云：车盖之弓，长六尺。近上二尺连部^④而平为高。四尺邪下字曲为弦。爪末下于部二尺为句。欲求其股。问股几何？

曰：三尺、七分寸之三。 术曰：句自乘以减弦自乘，其余，开方除之，即得股也。

① “上近部平者二尺”系郑玄《周礼》注原文，《大典》本脱落此七字。此从殿本校补。

② “二尺为句”，《大典》本作“为句也”。殿本据《周礼》注校改。

③ “求其股，股十二”，《大典》本作“其股十二”，殿本据《周礼》注补正。按以句幂四减弦幂得股幂十二。《考工记》注“股十二”，疑于“股”字下脱落“幂”字。

④ “部”，《大典》本讹作“步”，此依殿本。

《仪礼》丧服经带法：

“直经大搗，左本^①在下。去五分一以为带。齐衰之经，斩衰之带也，去五分一以为带。大功之经，齐衰之带也，去五分一以为带。小功之经，大功之带也，去五分一以为带。缌麻之经，小功之带也，去五分一以为带。”注云：“盈手曰搗；搗，掇也。中人之掇，围九寸。以五分一为杀者，象五服之数。”今有五服衰经，迭相差减五分之一。其斩衰之经九寸。问齐衰、大功、小功、缌麻、经各几何？

答曰：齐衰七寸、五分寸之一，大功五寸、二十五分寸之十九，小功四寸、一百二十五分寸之七十六，缌麻三寸、六百二十五分寸之四百二十九。

甄鸾按：五分减一者，以四乘之，以五除之。置斩衰之经九寸，以四乘之得三十六为经实，以五除之得齐衰之经，七寸、五分寸之一。以母五乘经七寸，得三十五，内子一，得三十六。以四乘之，得一百四十四为实。以五乘下母五，得二十五为法，除之，得大功经五寸、二十五分寸之十九。以母二十五乘经五寸，得一百二十五，内子十九，得一百四十四。以四乘之，得五百七十六，为实。以五乘下母二十五，得一百二十五为法。以除之，得小功经四寸、一百二十五分寸之七十六。以母一百二十五乘经四寸，得五百，内子七十六，得五百七十六。又以四乘之，得二千三百四为实。以五乘下母一百二十五，得六百二十五为法。以除之，得缌麻之经三寸、六百二十五分寸之四百二十九。

臣淳风等谨按：其术宜云：置斩衰之经九寸，以四乘之，五而一，得齐衰之经。其求大功已下者，准此。有分者同而通之。即合所问。

① “本”，《大典》本讹作“平”，殿本据《仪礼》改正。

丧服制食米溢数法：

“朝一溢米，夕一溢米。”注云：“二十两曰溢，一溢为米一升、二十四分升之一。”

甄鸾按：一溢米一升、二十四分升之一法：置一斛米，重一百二十斤，以十六乘之，为积一千九百二十两。以溢法二十两除之，得九十六溢为法。以米一斛为百升为实。实如法，得一升。不尽四升，与法俱再半之，名曰二十四分升之一。称法，三十斤曰钧，四钧曰石，石有一百二十斤也。所以名斛为石者，以其一斛米重一百二十斤故也。

臣淳风等谨按：其问宜云：丧服朝一溢米，夕一溢米，郑注云，二十两曰溢，为米一升、二十四分升之一。欲求其指如何。 术曰：置一斛升数为实。又置一斛米重斤数，以斤法十六两乘之，所得，以溢法二十除之，为法。实如法得一升。不尽者与法俱再半之，即得分也。

《礼记·王制》国及地法：

凡四海之内有九州，大界方三千里。三三而九，计方一千里者有九也。今为里田之法，方一千里为广一里，则长一百万里也。分方一千里为畿内，余为八州，州各得方一千里，各以方里自乘为积里。诸国皆仿方一百里国三十，一国万里，方百里自相乘。三十国合三十万里。方七十里国六十，一国四千九百里，六十国合二十九万四千里。方五十里国一百二十，一国二千五百里，一百二十国合三十万里。上法一州有二百一十国，合地八十九万四千里。以减一州之地大数一百万里，余一十万六千里为闲田。此据一州而言。若八州则地七百一十五万二千里，以减八州八百万里，余八十四万八千里，为闲田。

臣淳风等谨按：其问宜云：今有州方千里，其中封百里之国三十，七

十里之国六十，五十里之国百二十。问三等国别及当色总数并都合积里，余为闲田，得地几何？曰：百里之国，一国得积万里，总积三十万里。七十里之国，一国得积四千九百里，总积二十九万四千里。五十里之国，一国得积二千五百里，总积三十万里。都合得积八十九万四千里。闲田积十万六千里。术宜云：置方里，各自乘为一国之积里。各以本方国数乘之，得当方总数。并之即都合积里。以减一州方里自乘大数，余即闲田也。

畿内方百里国九，一国万里，九国合九万里。方七十里国二十一，一国四千九百里，二十一国合十万二千九百里。方五十里国六十三，一国二千五百里，六十三国合十五万七千五百里。上法，畿内有九十三国，计地三十五万四百里。以减一百万里，余六十四万九千六百里为闲田。以八州之地七百一十五万二千里并畿内三十五万四百里，九州之国合地七百五十万二千四百里。以减九州之地大数九百万里，余一百四十九万七千六百里，为闲田。此商制也。

臣淳风等谨按：其问宜云：今有畿内方千里。其中封百里之国九，七十里之国二十一，五十里之国六十三。问三等国别及当色总数并畿内都合积里，余为闲田，各几何？曰：百里之国，一国得积万里，总九万里。七十里之国，一国积四千九百里，总十万二千九百里。五十里之国，一国积二千五百里，总十五万七千五百里。都合积三十五万四百里。闲田积六十四万九千六百里。其术宜云：方里各自乘为一国之积里。各以本方国数乘之，得当方总数。并之，即都合积里。以减畿内方里自乘大数，余即闲田也。

郑注云：“周公制礼，九州大界方七千里。七七四十九，即四千九百万里。计方一千里者，四十九也。”分方千里为畿内，余为八州，州各得一千里者六，一州合地六百万里。方五百里国四，一国二十五万里，四国合一百万里。方四百里国六，一国十六万里，六国合九十六万里。方三百里国十一，一国九万里，十一国合九十九万里。方

二百里国二十五，一国四万里，二十五国合一百万里。方一百里国一百六十四，一国一万里，一百六十四国合一百六十四万里。上法，一州二百一十国，计地五百五十九万里。以减一州之地大数六百万里，余四十一万里，为附庸闲田。

按《周礼》据千里为法，则公国四，侯国六，伯国十一，子国二十五，男国一百六十四，合二百一十国者，非周之数矣。据地方一千里为地一百万里，五国合为地五百万里。方百里者五十九，方百里为地一万里，五十九国合为地五十九万里。上二法，计得地五百五十九万里，容前二百一十国。余方百里者四十一。方百里为地一万里，百里之国四十一，为地四十一万里。上据地以下三法合地六百万里，一州之大数。

臣淳风等谨按：其问宜云：今有一州方千里者六，其中封方五百里之国四，四百里之国六，三百里之国十一，二百里之国二十五，一百里之国一百六十四。问五等国别及当色总数并都合积里，余为附庸闲田，各几何？曰：五百里之国四，一国得积二十五万里，总积一百万里。四百里之国六，一国十六万里，总九十六万里。三百里之国十一，一国九万里，总九十九万里。二百里之国二十五，一国四万里，总一百万里。一百里之国一百六十四，一国一万里，总一百六十四万里。都合二百一十国，总积五百五十九万里。附庸闲田积四十一万里。术宜云：置五等方里，各自乘得一国之积里。各以本方国数乘之，得当方总数。并之，得都合积里。以减一州方里自乘积一百万里，余四十一万里，即附庸闲田。

“古者以周尺八尺为步，今以周尺六尺四寸为步。古者百亩当今东田百四十六亩三十步。古者百里当今百二十一里六十步四尺二寸二分。”注云：“周尺之数，未之详闻。按礼制，周犹以十寸为尺。盖六国时多变乱法度。或言周尺八寸，则步更为八八六十四寸。以此计之，古者百亩当今百五十六亩二十五步。古者百里当今百二十五里也。”

甄鸾按：“古者以周尺八尺为步，今以周尺六尺四寸为步，古者一百亩当今东田一百四十六亩三十步”，计之法：置古步八尺，以八寸乘之为六十四寸，自相乘得四千九十六寸，为古步法。又置今步六尺，以八寸乘之，内四寸，得五十二寸。自相乘得二千七百四寸，为今步法。置田一百亩，以百步乘之，得一万步。以古步法乘之，得四千九十六万寸为实。以今步法二千七百四寸除之，得一万五千一百四十七步。不尽二千五百一十二寸，约之，得一百六十九分步之一百五十七。以亩法一百步除积步，得一百五十一亩，余四十七步及分。以经中东田一百四十六亩三十步减之，计剩五亩一十七步及分。此即经自不合。

臣淳风等谨按：其问宜云：古者以周尺八尺为步，今以周尺六尺四寸为步。周制八寸为尺，问古者百亩当今几亩？又与经中当今亩数，所较几何？
 曰：一百五十一亩四十七步、一百六十九分步之一百五十七。多于经中五亩一十七步、一百六十九分步之一百五十七。术宜云：置古步尺数，以八寸乘之，又自相乘为古步法。又置今步尺数，亦以八寸乘之，内子，自相乘为今步法。列田百亩步数，以古步法乘之，今步法除之。所得，以经中当今亩数减之，余即所多之数。

求经云“古者百里当今一百二十一里六十步四尺二寸二分”法：

置百里，以三百步乘之，得三万步。以古一步六十四寸乘之，得一百九十二万寸。以今步法五十二寸除之，得三万六千九百二十三步，余四寸。以里法三百步除积步，得一百二十三里，不尽二十三步四寸。以经中一百二十一里六十步四尺二寸二分减之，计剩一里二百六十二步一尺三寸八分。亦经自不合。

臣淳风等谨按：其问宜云：周制八寸为尺。古以周尺八尺为步，今以周尺六尺四寸为步。问古者百里当今几里？又与经中当今里数所较几何？
 曰：一百二十三里二十三步四寸。多于经中一里二百六十二步

一尺三寸八分。术宜云：置百里步数，以古步寸数乘之，以今步寸数除之，以里法三百步除之，即得。以经中当今里数减之，余即所多之数。

求郑氏注云“古者百亩当今一百五十六亩二十五步”依郑计之法：

置经中古者八十寸，今六十四寸相约，古步率得五，今步率得四。古步率五自乘得二十五为古步法，今步率四自乘得十六为今步法。置田一百亩为一万步，以古步法二十五乘之，得二十五万。以今步法十六除之，得一万五千六百二十五步。以亩法一百步除之，得一百五十六亩，不尽二十五步。

臣淳风等谨按：其问宜云：郑注礼王制，“周犹以十寸为尺。或言周尺八寸，则步更为八八六十四寸。以此计之，古者百亩当今一百五十六亩二十五步。”欲求其旨趣如何。术宜云：置古步寸数，与今步寸数相约，所得各自为率。二率各自乘为步法。又列田百亩步数，以古步法乘之，今步法除之，即得。

求郑注云“古者百里当今一百二十五里”法：

置一百里，以三百步乘之，得三万步。以古步率五乘之，得一十五万为实。以今步率四乘里法三百步，得一千二百为法。实如法而一，得一百二十五里。按经自不合，郑注又不与经同。未详所以。

臣淳风等谨按：其问宜云：郑意以周犹以十寸为尺。或谓周尺八寸，以此计之，古者百里当今一百二十五里。求其旨趣如何。术宜云：以今步寸数等约古步寸数，各自为率。古步率得五，今步率得四。置百里步数，以古步率乘之，以今步率四而一，以里法三百步除之，即得。

五经算术卷下

《礼记·月令》黄钟律管法：

黄钟术曰：置一算，以三九遍因之为法。置一算，以三因之得三，又三因之得九，又三因之得二十七，又三因之得八十一，又三因之得二百四十三，又三因之得七百二十九，又三因之得二千一百八十七，又三因之得六千五百六十一，又三因之得一万九千六百八十三，为法。即是黄钟一寸之积分。重张其位于上，以三再因之，为黄钟之实。以法除之，得黄钟，十一月，管长九寸。

置黄钟一寸积分一万九千六百八十三，以三因之得五万九千四十九。又置五万九千四十九，以三因之，得十七万七千一百四十七，为黄钟之实。以寸法一万九千六百八十三除实，得黄钟之管长九寸。

律管之法，隔八相生。子午巳东为上生，子午巳西为下生。上生者三分益一，下生者三分损一。益者四乘，三除；损者二乘，三除。黄钟下生林钟，六月，管长六寸。置黄钟管长九寸，以二乘之，得十八，以三除之，得林钟管长六寸。

林钟上生太簇，正月，管长八寸。置林钟管长六寸，以四乘之，得二十四，以三除之，得太簇管长八寸。

太簇下生南吕，八月，管长五寸、三分寸之一。置太簇之管八

寸，以二乘之，得十六，以三除之，得南吕之管长五寸、三分寸之一。

南吕上生姑洗，三月，管长七寸、九分寸之一。置南吕管长五寸，以分母三乘之，内子一，得十六。以四乘之，得六十四。以三乘法三，得九为法。以除之，得姑洗之管长七寸、九分寸之一。

姑洗下生应钟，十月，管长四寸、二十七分寸之二十。置姑洗管长七寸，以分母九乘之，内子一，得六十四。以二乘之，得一百二十八。以分母九乘法三，得二十七为法。以除之，得应钟之管长四寸、二十七分寸之二十。

应钟上生蕤宾，五月，管长六寸、八十一分寸之二十六。置应钟管长四寸，以分母二十七乘之，内子二十，得一百二十八。以四乘之，得五百一十二。以分母二十七乘法三得八十一为法。除之，得蕤宾管长六寸、八十一分寸之二十六。

蕤宾上生大吕，十二月，管长八寸、二百四十三分寸之一百四。置蕤宾管长六寸，以分母八十一乘之，内子二十六，得五百一十二。以四乘之，得二千四十八为实。以分母八十一乘法三，得二百四十三为法。除之，得大吕之管长八寸、二百四十三分寸之一百四。

大吕下生夷则，七月，管长五寸、七百二十九分寸之四百五十一。置大吕管长八寸，以分母二百四十三乘之，内子一百四，得二千四十八。以二乘之，得四千九十六为实。以分母二百四十三乘法三，得七百二十九为法。除之，得夷则管长五寸、七百二十九分寸之四百五十一。

夷则上生夹钟，二月，管长七寸、二千一百八十七分寸之一千七十五。置夷则管长五寸，以分母七百二十九乘之，内子四百五十一，得四千九十六。以四乘之，得一万六千三百八十四为实。以分母七百二十九乘法三，得二千一百八十七为法。除之，得夹钟管长七寸、二千一百八十七分寸之一千七十五。

夹钟下生无射，九月，管长四寸、六千五百六十一分寸之六千五百二十四。置夹钟管长七寸，以分母二千一百八十七乘之，内子一千七十五，得一万六千三百八十四。以二乘之，得三万二千七百六十八为实。以分母二千一百八十七乘法三，得六千五百六十一为法。除之，得无射管长四寸、六千五百六十一分寸之六千五百二十四。

无射上生中吕，四月，管长六寸、一万九千六百八十三分寸之一万二千九百七十四。置无射管长四寸，以分母六千五百六十一乘之，内子六千五百二十四，得三万二千七百六十八。以四乘之，得十三万一千七十二为实。以分母六千五百六十一乘法三，得一万九千六百八十三为法。除之，得中吕之管长六寸、一万九千六百八十三分寸之一万二千九百七十四。

《礼记·礼运注》，始于黄钟终于南吕法。

“五行之动迭相竭。五行、四时、十二月还相为本。五声、六律、十二管还相为宫。五味、六和、十二食还相为滑。五色、六章、十二衣还相为质。”注云：“竭犹负载也。言五行运转，更相为始。五声，宫、商、角、徵、羽。其管阳曰律，阴曰吕。布在十二辰，始于黄钟九寸。下生者三分去一，上生者三分益一。终于南吕。更相为宫，凡六十律。”

甄鸾按：五声、六律、十二管还相为宫，终于南吕：

黄钟为宫，林钟为徵，太簇为商，南吕为羽，姑洗为角。

林钟为宫，太簇为徵，南吕为商，姑洗为羽，应钟为角。

太簇为宫，南吕为徵，姑洗为商，应钟为羽，蕤宾为角。

南吕为宫，姑洗为徵，应钟为商，蕤宾为羽，大吕为角。

姑洗为宫，应钟为徵，蕤宾为商，大吕为羽，夷则为角。

应钟为宫，蕤宾为徵，大吕为商，夷则为羽，夹钟为角。

蕤宾为宫，大吕为徵，夷则为商，夹钟为羽，无射为角。

大吕为宫，夷则为徵，夹钟为商，无射为羽，中吕为角。

夷则为宫，夹钟为徵，无射为商，中吕为羽，黄钟为角。

夹钟为宫，无射为徵，中吕为商，黄钟为羽，林钟为角。

无射为宫，中吕为徵，黄钟为商，林钟为羽，太簇为角。

中吕为宫，黄钟为徵，林钟为商，太簇为羽，南吕为角。

甄鸾按：《礼记》注一本乃有云，“始于黄钟，终于南事”者，更显之于后。

《礼运》一本注“始于黄钟，终于南事”法：

甄鸾按：司马彪《律历志》，黄钟下生林钟，林钟上生太簇，太簇下生南吕，南吕上生姑洗，姑洗下生应钟，应钟上生蕤宾，蕤宾上生大吕，大吕下生夷则，夷则上生夹钟，夹钟下生无射，无射上生中吕，中吕上生执始，执始下生去灭，去灭上生时息，时息下生结躬，结躬上生变虞，变虞下生迟内，迟内上生盛变，盛变上生分否，分否下生解形，解形上生开时，开时下生闭掩，闭掩上生南中，南中上生丙盛，丙盛下生安度，安度上生屈齐，屈齐下生归期，归期上生路时，路时下生未育，未育上生离宫，离宫上生凌阴，凌阴下生去南，去南上生族嘉，族嘉下生邻齐，邻齐上生内负，内负上生分动，分动下生归嘉，归嘉上生随期，随期下生未卯，未卯上生形始，形始下生迟时，迟时上生制时，制时上生少出，少出下生分积，分积上生争南，争南下生期保，期保上生物应，物应上生质末，质末下生否与，否与上生形晋，形晋下生夷汗，夷汗上生依行，依行上生色育，色育下生谦待，谦待上生未知，未知下生白吕，白吕上生南授，南授下生分乌，分乌上生南事，南事不生。

《汉书》“终于南事”算之法。

甄鸾按：司马彪《志》序云：“汉兴，北平侯张苍首治律、历。孝武正乐，置协律之官。至元始中，博征通知钟律者，考其意义。刘歆典领条奏。前史班固取以为志。而元帝时郎中京房知五声之音，六律之数。上使太子太傅元成，谏议大夫章杂试问房于乐府。房对，受学故小黄令焦延寿。六十律相生之法：以上生下皆三生二，以下生上皆三生四；阳下生阴，阴上生阳，始于黄钟，终于中吕，而十二律毕矣；中吕上生执始，执始下生去灭，上下相生，终于南事，六十律毕矣。夫十二律之变至于六十，犹八卦之变至于六十四也。宓戏作《易》，纪阳气之初。以为律法建日冬至之声。以黄钟为宫，太簇为商，姑洗为角，林钟为徵，南吕为羽，应钟为变宫，蕤宾为变徵，此声气之元，五音之正也。故各统一月，其余以次运行。当月者各自为宫，而商、徵以类从焉。《礼运》篇曰：‘五声、六律、十二管还相为宫’，此之谓也。以六十律分期之日，黄钟自冬至始，及冬至而复。阴阳、寒燠、风雨之占生焉。所以检摄群音，考其高下，苟非革木之声，则无不有所合。”

“竹声不可以度调，故作准以定数。准之状如瑟，长丈而十三弦。隐间九尺，以应黄钟之律九寸。中央一弦，下有画分寸以为六十律清浊之节。”

“律术曰，阳以圆为形，其性动。阴以方为节，其性静。动者数三，静者数二。以阳生阴倍之，以阴生阳四之，皆三而一。阳生阴曰下生，阴生阳曰上生。上生不得过黄钟之浊，下生不得不及黄钟之清。皆参天两地、圆盖方覆、六耦承奇之道也。黄钟律吕之首，而生十一律^①者

① “生十一律”，各本讹作“生十二律”，今据《续汉志》校正。

也。其相生也，皆三分而损益之。是故十二律之得十七万七千一百四十七，是为黄钟之实。”

如前置一算，以三九遍因之，得一万九千六百八十三为黄钟一寸之积分，即为一寸之法。即以三再因之，得一十七万七千一百四十七为黄钟之实。以寸法除之，得黄钟之管长九寸。又以二乘而三约之，是谓下生林钟之实。置黄钟之实一十七万七千一百四十七，以二因之，得三十五万四千二百九十四。以三除之，得一十一万八千九十八为林钟之实。以寸法一万九千六百八十三除之，得林钟之管长六寸。又以四乘而三约之，是谓上生太簇之实。置林钟之实一十一万八千九十八，以四因之，得四十七万二千三百九十二。以三除之，得十五万七千四百六十四为太簇之实。以寸法一万九千六百八十三除之，得太簇之管长八寸。自余诸管上、下相生，皆仿此。“推此上下以定六十律之实。以九三之，得万九千六百八十三^①为法”。实如法，“于律为寸，于准为尺；于律为分，于准为寸。不盈者十之所得为分，又不盈十之所得为小分。以其余正其强弱”。

子，黄钟实十七万七千一百四十七。律九寸。下生林钟。

臣淳风等谨按：此六十律上下相生之法，空有都术而无问目。今于此下附一都问。自余诸律问皆准此。其问宜云：黄钟实一十七万七千一百四十七，律长九寸。下生林钟，实、律各几何？曰：实，一十一万八千九十八。律长六寸。

色育实十七万六千七百七十七^②。律八寸九分。小分八微强。下生谦待。

① “以九三之，得万九千六百八十三”，谓九度三乘得一万九千六百八十三。今本《续汉志》“得”字讹作“数”，当以此所引为正。殿本反据今本《续汉志》将“得”字改作“数”字，则难以理解矣。

② “七”，各本作“六”，今依算法校正。

执始实十七万四千七百六十二。律八寸八分。小分七太强。下生去灭。

丙盛实十七万二千四百一十。律八寸七分。小分六微弱。下生安度。

分动实十七万八十九。律八寸六分。小分四微强。下生归嘉。

质末实十六万七千八百。律八寸五分。小分二半强。下生否与。

丑，大吕实十六万五千八百八十八。律八寸四分。小分三弱。下生夷则。

分否实十六万三千六百五十五^①。律八寸三分。小分一少强^②。下生解形。

凌阴实十六万一千四百五十二。律八寸二分。小分少弱^③。下生去南。

少出实十五万九千二百八十。律八寸。小分九强^④。下生分积。

寅，太簇实十五万七千四百六十四。律八寸。下生南吕。

未知实十五万七千一百三十五^⑤。律七寸九分。小分八强。下生白吕。

时息实十五万五千三百四十四。律七寸八分。小分九强^⑥。下生结躬。

① “五”，各本作“四”，今依算法校正。

② “少强”，各本作“强”，今依卢文弨校补“少”字。

③ “少弱”，各本作“一弱”，今依算法校正。“小分少弱”谓零数小于三分之一分也。

④ “强”，原本讹作“少强”，此从《续汉志》删去“少”字。

⑤ “五”，各本作“四”，今依算法校正。

⑥ “强”，各本讹作“少强”，衍少字。

屈齐实十五万三千二百五十四^①。律七寸七分。小分八半强^②。下生归期。

随期实十五万一千一百九十一^③。律七寸六分。小分八微强。下生未卯。

形晋实十四万九千一百五十六。律七寸五分。小分八弱。下生夷汗。

卯，夹钟实十四万七千四百五十六。律七寸四分。小分九微强。下生无射。

开时实十四万五千四百七十一^④。律七寸三分。小分九微强。下生闭掩。

族嘉实十四万三千五百一十三。律七寸二分。小分九微强。下生邻齐。

争南实十四万一千五百八十二。律七寸一分。小分九强。下生期保。

辰，姑洗实十三万九千九百六十八。律七寸一分。小分一微强。下生应钟。

南授实十三万九千六百七十六^⑤。律七寸。小分九半强^⑥。下生分乌。

变虞实十三万八千八十四。律七寸。小分一半强。下生迟内。

路时实十三万六千二百二十五。律六寸九分。小分二微强。下

① “四”，各本作“三”，今依算法校正。

② “八半强”，各本作“九弱”，今依算法校正。

③ 各本脱落此“一”字，今依算法校补。

④ 各本脱落“一”字，今依算法补正。

⑤ “六”，各本作“四”，今依算法校正。

⑥ “半强”，各本作“太强”今从卢文弨校正。

生未育。

形始实十三万四千三百九十二。律六寸八分。小分三弱。下生迟时。

依行实十三万二千五百八十三^①。律六寸七分。小分三半强。上生色育。

巳，中吕实十三万一千七十二。律六寸六分。小分六微弱。上生执始。

南中实十二万九千三百八。律六寸五分。小分七微弱。上生丙盛。

内负实十二万七千五百六十七。律六寸四分。小分八微强。上生分动。

物应实十二万五千八百五十。律六寸三分。小分九少强^②。上生质末。

午，蕤宾实十二万四千四百一十六。律六寸三分。小分二微强。上生大吕。

南事实十二万四千一百五十六^③。律六寸三分。小分一弱。不生。

盛变实十二万二千七百四十一。。律六寸二分。小分三半强。上生分否。

离宫实十二万一千八十九。律六寸一分。小分五微强。上生凌阴。

制时实十一万九千四百六十。律六寸。小分七微弱。上生少出。

① “三”，各本作“二”，今依算法校正。

② “少强”，各本脱落“少”字，此依卢文弨校补。

③ “六”，各本作“四”，今依算法校正。

未，林钟实十一万八千九十八。律六寸。上生太簇。

谦待实十一万七千八百五十一。律五寸九分。小分九弱。上生未知。

去灭实十一万六千五百八。律五寸九分。小分二^①微弱。上生时息。

安度实十一万四千九百四十。律五寸八分。小分四微弱。上生屈齐。

归嘉实十一万三千三百九十三。律五寸七分。小分六微强。上生随期。

否与实十一万一千八百六十七。律五寸六分。小分八少强^②。上生形晋。

申，夷则实十一万五百九十二。律五寸六分。小分二弱。上生夹钟。

解形实十万九千一百三。律五寸五分。小分四强。上生开时。

去南实十万七千六百三十五。律五寸四分。小分六太强。上生族嘉。

分积实十万六千一百八十六^③。律五寸三分。小分九少强^④。上生争南。

酉，南吕实十万四千九百七十六。律五寸三分。小分三少^⑤。上生姑洗。

① “二”，讹作“四”，当据《续汉志》校正。

② “少强”，各本脱落“少”字，此依卢文弨校补。

③ “六”，各本作“七”，今依算法校正。

④ “少强”，原本脱落“少”字，今从卢文弨校正。

⑤ “三少”，各本作“三强”，今依算法校正。

白吕实十万四千七百五十七^①。律五寸三分。小分二强^②。上生南授。

结躬实十万三千五百六十三。律五寸二分。小分六微强。上生变虞。

归期实十万二千一百六十九。律五寸一分。小分九微强。上生路时。

未卯实十万七百九十四。律五寸一分。小分二微强。上生形始。

夷汗实九万九千四百三十七。律五寸。小分五微强。上生依行。

戊，无射实九万八千三百四。律四寸九分。小分九少强^③。上生中吕。

闭掩实九万六千九百八十一^④。律四寸九分。小分三弱。上生南中。

邻齐实九万五千六百七十五。律四寸八分。小分六微强。上生内负。

期保实九万四千三百八十八。律四寸七分。小分九半强。上生物应。

亥，应钟实九万三千三百一十二。律四寸七分。小分四微强。上生蕤宾。

分乌实九万三千一百一十七^⑤。律四寸七分。小分三微强。上生南事。

① “七”，各本作“六”，今依算法校正。

② “强”，原本作“少强”，衍“少”字，今从《续汉志》校删。

③ “少强”，各本脱落“少”字，今依卢文弼补。

④ 各本脱落“一”字，今依算法补正。

⑤ “七”，各本作“六”，今依算法校正。

迟内实九万二千五十六。律四寸六分。小分八弱^①。上生盛变。
未育实九万八百一十七。律四寸六分。小分一少强^②。上生离宫。
迟时实八万九千五百九十五。律四寸五分。小分五强^③。上生制
时。

甄鸾按：刚柔殊节，清浊异伦，五音六律，理无相夺。隔八相生，又如合契。按司马彪《志》序云：“上生不得过黄钟之浊，下生不得不及黄钟之清。”是则上生不得过九寸，下生不得减四寸五分。且依行者，辰上之管也。长六寸七分。上生色育。然则色育者，亥上之管也。长四寸四分，减黄钟之清。其名仍就下生之名，其算变取上生之实。乃越亥就子，编于黄钟之下，律长八寸九分。非直名与实乖，抑亦违例隔凡。《志》又云，“始于黄钟，终于南事”，注云“不生”。且南事午上管也。计南事之律次得上生八寸四分之管。便是上生不过黄钟之浊。乃注云“不生”，此乃苟欲充六十之数。其于义理，未之前闻。

《礼记》投壶法：

“壶颈修七寸，腹修五寸，口径二寸半，容斗五升。”注云：“修，长也。腹容斗五升，三分益一，则为二斗，得圆囿之象，积三百二十四寸。以腹修五寸约之，所得求其圆周。圆周二尺七寸有奇，是为腹径九寸有余。”

甄鸾按：斛法一尺六寸二分，上十之，得一千六百二十寸为一斛。积寸下退一等，得一百六十二寸为一斗。积寸倍之，得三百二

① “小分八弱”，殿本讹作“小分八强”。卢文弨据《续汉志》校正。按算法应作“小分七太强”。

② “少强”，原本讹作“强”，此从《续汉志》补“少”字。

③ “小分五强”，殿本于“强”字上衍一“微”字，今从《续汉志》删去。

十四寸为二斗。积寸以腹修五寸约之，得六十四寸八分。乃以十二乘之，得积七百七十七寸六分。又以开方除之，得圆周二十七寸，余四十八寸六分。倍二十七，得方法五十四^①。下法一亦从方法，得五十五。以三除二十七寸得九寸。又以三除不尽四十八寸六分，得一十六寸二分。与法俱上十之，是为壶腹径九寸、五百五十分寸之一百六十二。母与子亦可俱半之，为二百七十五分寸之八十一。

臣淳风等谨按：其问宜云：今有壶腹修五寸，容斗五升。三分益一则为二斗，得圆圜之象。问积寸之与周径各几何？曰：积三百二十四寸。周二尺七寸、二百七十五分寸之二百四十三。径九寸、二百七十五分寸之八十一。术宜云：置二斗以斗法乘之，得积寸。以腹修五寸除之，所得以十二乘之。开方除之，得周数。三约之，即得径数。

推春秋鲁僖公五年正月辛亥朔法：

经云，僖公“五年春王正月辛亥朔日南至”。南至，冬至也。冬至之日南极至，故谓之日南至也。日中之时景最长，以景度之^②，知其南至。《周官》以土圭度日景，以求地中。夏至之日景尺有五寸。冬至之日立八尺之木以为表，度而知之。“公既视朔，遂登观台以望云气，而书，礼也。凡分、至启闭，必书云物，为备故也。”

臣淳风等谨按：此经皆有术无问。今并准其术意而加问焉。其问宜云：从周历上元丁巳至僖公五年丙寅，积二百七十五万九千七百六十九算。元法四千五百六十，章岁十九，章月二百三十五，岁中十二，闰余七，周天分二万七千七百五十九，日法九百四十。问僖公五年正月朔，闰余及大、小余各几何？并二月复是何朔？曰：闰余尽，大余四十七、小余二百三十五。正月辛亥朔，二月庚辰朔。术曰：置周历上元丁巳至僖

① “得方法五十四”，各本讹作“从方法得五十四”，今校正。

② “以景度之”，《大典》本讹作“以是表之”。今依戴震校正。

公五年岁在丙寅，积二百七十五万九千七百六十九算。以元法四千五百六十除之，得六百五，弃之。取不尽九百六十九，以章月二百三十五乘之，得二十二万七千七百一十五，以章岁十九除之，得一万一千九百八十五，为积月。不尽为闰余。闰余十二以上，其岁有闰。今闰余尽，则知五年无闰。

推积日法：

置积月一万一千九百八十五，以周天分二万七千七百五十九乘之，得三亿三千二百六十九万一千六百一十五为朔积分。以日法九百四十除之，得三十五万三千九百二十七为积日，不尽二百三十五为小余。以六十除积日得五千八百九十八，弃之。取不尽四十七为大余，命以甲子算外，即正月辛亥朔。

求次月朔法：

置正月朔大、小余，加朔大余二十九、小余四百九十九。若小余满日法九百四十，除之，从大余一。满六十除之，命以甲子算外，即次月朔。如是一加得一月朔。若小余满四百四十一以上，其月大，减者小也。

推僖公五年正月辛亥朔旦冬至法：

经云，僖公五年“春王正月辛亥朔日南至”。

臣淳风等谨按术意，其问宜云：一年二十四气。气有大余十五、三十二分之七。从周历上元至僖公五年，元余有九百六十九算，度余五日、四分度之一。欲求此年朔旦冬至及算此气之法。其术如何？曰：辛亥朔。术曰：置前推月朔积年九百六十九算，以余数二十一乘之，得二万三百四十九为实。以度分母四除之，得五千八十七为积日，不尽一为小余。以六十除积日，得八十四，弃之。取不尽四十七为大余。命以甲子算外，辛亥冬至与正月朔同，故曰朔旦冬至。臣淳风等谨按：术期三百六十五日、四分日之一，今以六十除之，余五日、四分日之一。通之得二十

一，故名余数。即与四为度法也。

求次气法：

加大余十五，小分二十一。小分满气法二十四，从小余一。小余满四，从大余一。大余满六十，去之，命以甲子算外，次气日。如是一加得一气。

臣淳风等谨按：一年之中有二十四气。欲求一气度者，以二十四气除周天之分，即得也。然周天分母有四，须以四乘之，二十四气得九十六为法，以除之，得一气十五日、九十六分日之二十一。等数约之，得三十二分之七也。术曰：小分二十一，满气法从小余，小余满四从大余者，乃是不约其分，不出分母虽合其数无所由来。若求次气者，宜云加大余十五，小分七。小分满三十二从大余一。如是一加得一气。

推文公元年岁在乙未，闰当在十月下，而失在三月法：

经云，文公元年“于是闰三月，非礼也。先王之正时也，履端于始，举正于中，归余于终。履端于始，序则不愆。举正于中，民则不惑。归余于终，事则不悖”。

臣淳风等谨按术意，其问宜云：从周历上元丁巳至鲁文公元年岁在乙未，积二百七十五万九千七百九十八算。岁中十二，闰余七。问其年有闰与不？若有闰，复在何月下？ 曰：其年有闰，在十月下。 术曰：置周历上元丁巳至鲁文公元年岁在乙未，积二百七十五万九千七百九十八算。以元法四千五百六十除之，得六百五，弃之。取不尽九百九十八，以章月二百三十五乘之，得二十三万四千五百三十。以章岁十九除之，得一万二千三百四十三为积月，不尽十三为闰余。经云，闰余十二已上其岁有闰。今有十三，即知文公元年有闰也。

推闰余十三在何月法：

置章岁十九，以闰余十三减之，不尽六。以岁中十二乘之，得七

十二。以章闰七除之，得十。命从正月起算外，闰十月下而尽。闰三月者，非也。

推文公六年岁在庚子，是岁无闰而置闰法：

经云，文公六年“闰月不告朔，犹朝于庙”。传曰，“闰月不告朔，非礼也。闰以正时，时以作事，事以厚生。生民之道于是乎在矣。不告闰朔，弃时正也。何以为民”。

臣淳风等谨按术意，问宜云：从周历上元至文公元年，元余九百九十八算。问文公六年合有闰不？曰：无闰。术曰：置文公元年算九百九十八，更加五得一千三算。以章月二百三十五乘之，得二十三万五千七百五。以章岁十九除之，得一万二千四百五为积月。不尽十为闰余。经云，闰余十二已上，其岁有闰。今止有十，即知六年无闰也。

推襄公二十七年岁在乙卯再失闰法：

襄公二十七年岁在乙卯，九月乙亥朔，是建申之月也。鲁史书“十二月乙亥朔，日有食之”。传曰，冬“十一月乙亥朔，日有食之。于是辰在申，司历过也。再失闰矣”。言时实以为十一月也。不察其建，不考之于天也。

臣淳风等谨按术意，问宜云：从文公十一年至襄公二十七年，合七十一年。以何术推求得知再失闰？术曰：置文公十一年岁在乙巳会于承匡之岁，至襄公二十七年岁在乙卯，合七十一年。闰余七，即以七乘七十一年得四百九十七。以章岁十九除之，得二十六闰。以长历校之，正二十四闰。故云再失闰。

推绛县老人生经四百四十五甲子法：

襄公三十年岁在戊午二月癸未，注：“二月一日丁卯朔。癸未十七日也。”“晋悼夫人食舆人之城杞者。绛县人年长矣，无子，而往与于食。有与疑年。使之年。曰：‘臣小人也。不知纪年。臣生之岁，

正月甲子朔，四百有四十五甲子矣。其季于今三之一也。吏走问诸朝。师旷曰，鲁叔仲惠伯会却成子于承匡之岁也。七十三年矣。’史赵曰：‘亥有二首六身，下二如身，是其日数也。’士文伯曰：‘然则二万六千六百有六旬也。’”

甄鸾按：“四百四十五甲子，其季于今三之一”者，计四百四十五甲子有二万六千七百日。其季三之一者，谓不满四百四十五甲子。于未滿一甲子六十日之中，三分取一，谓去四十日，止留二十日也。是以注云，三分六甲之一得甲子、甲戌尽癸未，谓止有四百四十四甲子，奇二十日，合二万六千六百六十日，以应史赵“亥有二首六身”之数也。

术曰：置积日二万六千六百六十日，以四乘之，得十万六千六百四十日为实。又置周天三百六十五日、四分日之一，以四乘之，内子一，得一千四百六十一为一岁之日法。以除实，得七十二岁。一千四百四十八，少十三分不满法。计四分为一日，更少三日，不终季年。算法，半法以上收成一，为七十三年。据多而言也。

推文公十一年，岁在乙巳，夏正月甲子朔，绛县老人生月法：

襄公三十年，绛县人曰：“臣小人，不知纪年。臣生之岁，正月甲子朔，四百四十五甲子矣。其季于今三之一也。”

臣淳风等谨按术意，问宜云：从周历上元至绛县老人生年，元余有一千八算。正月既甲子朔。问正月以前十二月、十一月大小，又各是何朔，及大余、小余之数，当月各有几何？ 曰：夏之十一月小，乙丑朔。大余一，小余一百一十三。十二月大，甲午朔。大余三十，小余六百一十二。正月小，甲子朔。大余尽，小余一百七十一。 术曰，置文公元年九百九十八算，更加十得一千八算。以章月二百三十五乘之，得二十三万六千八百八十。以章岁十九除之，得一万二千四百六十七为积月。不尽七为闰余。

推积日法：

置积月一万二千四百六十七，以周天分二万七千七百五十九乘之，得三亿四千六百七万一千四百五十三为朔积分。以日法九百四十除之，得三十六万八千一百六十一为积日，不尽一百一十三为小余。以六十除积日，不尽一为大余。命以甲子算外，乙丑。推次月朔法，如前僖公五年中术。

臣淳风等谨按：此术所推得乙丑朔者，是夏之十一月朔也。欲求十二朔者，置前月小余一百一十三，加朔小余四百九十九。又置前月大余一，加朔大余二十九。命以甲子算外，十二月大，甲午朔。次求正月朔者，置前月小余六百一十二，加朔小余四百九十九。又置前月大余三十，加大余二十九。小余满日法从大余，满六旬除之，适得尽。命以甲子算外，正月小，甲子朔，是老人所生之岁也。

推昭公十九年闰十二月后而以闰月为正月，故以正月为二月法：

臣淳风等谨按术意，问宜云：从周历上元至昭公十九年岁在戊寅，积二百七十五万九千九百一算。问此年合有闰与不，并正月复是何朔？

曰：有闰。正月乙丑朔。 术曰：置周历上元丁巳至昭公十九年岁在戊寅，积二百七十五万九千九百一算。以元法四千五百六十除之，得六百五，弃之。取不尽一千一百一，以章月二百三十五乘之，得二十五万八千七百三十五。以章岁十九除之，得一万三千六百一十七，为积月。不尽十二为闰余。经云：闰余十二已上，其岁有闰。今闰余有一十二，则知十九年有闰也。

推积日法：

置积月一万三千六百一十七，以周天分二万七千七百五十九乘之，得三亿七千七百九十九万四千三百三为朔积分。以日法九百四十除之，得四十万二千一百二十一为积日。不尽，五百六十三为

小余。以六十除积日，得六千七百二，弃之。不尽，一为大余。命以甲子算外，正月乙丑朔。

推昭公十九年，岁在戊寅，闰在十二月下法。

臣淳风等谨按术意，问宜云：昭公十九年闰余十二，既有闰，当在何月下？曰：在十二月下。术曰：置章岁十九，以闰余十二减之，不尽七。以十二乘之，得八十四。以章闰七除之，得十二。命从正月起算外，即闰在十二月下也。

推昭公十九年岁在戊寅月朔法。

臣淳风等谨按：昭公十九年依前求之，正月大，乙丑朔。大余一，小余五百六十三。问其年十二月及闰月大、小余，月朔甲子，并当月大、小余各几何？曰：正月大，乙丑朔。大余一，小余五百六十三。二月小，乙未朔。大余三十一，小余一百二十二。三月大，甲子朔。大余尽，小余六百二十一。四月小，甲午朔。大余三十，小余一百八十。五月大，癸亥朔。大余五十九，小余六百七十九。六月小，癸巳朔。大余二十九，小余二百三十八。七月大，壬戌朔。大余五十八，小余七百三十七。八月小，壬辰朔。大余二十八，小余二百九十六。九月大，辛酉朔。大余五十七，小余七百九十五。十月小，辛卯朔。大余二十七，小余三百五十四。十一月大，庚申朔。大余五十六，小余八百五十三。十二月小，庚寅朔。大余二十六，小余四百一十二。闰月大，己未朔。大余五十五，小余九百一十一。淳风等推求朔甲乙及月大小，并当月大小余之法：术曰，置前月大、小余，各加朔大、小余。满日法从大余一，大余满六十去之，余命起甲子算外，即次月朔。如是一加，得一月朔。若小余满四百四十一以上，其月大。不满者小。其昭公二十年推月朔法，亦准此。

推昭公二十年，岁在己卯，月朔法：

正月大，己丑朔。大余二十五，小余四百七十。二月小，己未朔。大余五十五，小余二十九。三月大，戊子朔。大余二十四，小余五百二十八。

推昭公二十年岁在己卯，正月己丑朔旦冬至，而失云二月^①己丑冬至法。

臣淳风等谨按术意，问宜云：从周历上元丁巳至昭公二十年己卯，积二百七十五万九千九百二十算。欲求此正月朔旦冬至，及大、小余各几何？曰：大余二十五，小余二。术曰：置周历上元丁巳至昭公二十年岁在己卯，积二百七十五万九千九百二十算。以元法四千五百六十除之，得六百五，弃之。取不尽一千一百二，以二十一乘之，得二万三千一百四十二。以度分母除之，得五千七百八十五，不尽二为小余。以六十除积日，得九十六，弃之。不尽二十五为大余。命以甲子算外，己丑冬至。与正月朔旦同。

甄鸾按周历，昭公十九年岁在戊寅，其年闰十二月。其月大，己未朔。二十年岁在己卯；正月大，己丑朔。即以己丑朔旦为冬至。而昭公十九年不置闰，乃以闰十二月为正月，故以为二月也。

推哀公十二年岁在戊午应置闰而不置，故书十二月有蠡法：

经云，哀公十二年“冬十有二月蠡”。“季孙问诸仲尼。仲尼曰，丘闻之，火伏而后蛰者毕。今火犹西流，司历过也。”

臣淳风等谨按术意，问宜云：从周历上元丁巳至哀公十二年岁在戊午，积二百七十五万九千九百四十二算。有闰与不？若有闰，复在何月之下？曰：有闰。在八月之下。术曰：置周历上元丁巳至哀公十二年岁在戊午，积二百七十五万九千九百四十二算。以元法四千五百六十除之，得六百五，弃之。取不尽一千一百四十二，以章月二百三十五乘之，得二十六万八千三百七十。以章岁十九除之，得一万四千一百二十四为积月。不尽十四为闰余。经云，闰余十二已上有闰。其岁有余十四，

① 各本于“二月”之前有一“闰”字，今删。据左传“春王二月己丑日南至”，“闰”字或是“王”字之误。

则知十二年有闰也。

求十二年闰月法。

置章岁十九，以闰余十四减之，不尽五。以岁中十二乘之，得六十。以章闰七除之，得八。命从正月起算外，即闰在八月下。

甄鸾按，周十二月，夏之十月也。哀公十二年闰在夏八月下。当时实是夏之九月，而失以闰月为九月，以九月为十月。故书“冬十有二月螽”也。

緝古算經

缉古算经提要

《缉古算经》一卷，王孝通撰并注。王孝通生卒年代不详。《唐书·历志》说，他在唐朝初年为算历博士，后来升任太史丞。武德六年（公元 623 年）他和吏部郎中祖孝孙一起，批评当时颁行的傅仁均戊寅元历的缺点。王孝通在天文学方面的认识是保守的，他认为颁行的历书不当用定朔，天文计算中不应有岁差，因而遭到了傅仁均的反驳。武德九年又同大理卿崔善为一起，对戊寅元历作了许多校订工作。他在《上缉古算术表》中说：“臣长自闾阎，少小学算，镌磨愚钝，迄将皓首，钻寻秘奥，曲尽无遗。代乏知音，终成寡和。伏蒙圣朝收拾，用臣为太史丞。比年已来，奉敕校勘傅仁均历，凡驳正术错三十余道，即付太史施行。”可见王孝通上表年代是在武德九年之后，而《缉古算术》的写成年代是相当早的。《缉古算术》于显庆元年（公元 656 年）立于学官后，被称为《缉古算经》。

《缉古算经》只有二十个问题，它的主要内容大致如下：

第一题，已知某年十一月初一日合朔时刻，和夜半时日所在赤道经度，求夜半时月所在赤道经度。王孝通解答这个问题比他所看到的旧法更为简捷。月行速，日行缓。从月行速度中减去日行速度，以这个差数乘夜半到合朔的时间，就得到夜半时月在日后的度数。据他的自注说，这和《九章算术》均输章的犬追兔问题的解法，理论

上是一致的。王孝通把这个十分简单的算术问题作为他的杰作,《缉古算术》的第一题,也许是针对刘焯皇极历法而提出来的。皇极历求定朔时刻术中月离加减数和日躔陟降率,单用月行速度作分母,忽略了日行速度就犯了理论上的错误。

从第二题到第六题和第八题六个问题是土木工程中的土方体积问题,一方面要依据工程的具体情形计算体积和长、阔、高尺寸,另一方面要从已知的某一部分工程的体积,返求这一部分的长、阔、高尺寸。王孝通于他的《上缉古算术表》中说:“伏寻商功篇有平地役工受袤之术。至于上宽下狭,前高后卑,正经之内阙而不论。”因此,他“昼思夜想”,得“于平地之余续狭邪之法”。例如第三题中的筑堤问题,东头堤身低,西头堤身高,要从东头起筑一定数量的土方,求这一段堤工的长度。这个长度解决了工程上逐段验收中的一个问题。由已给土方的体积返求一条边线的长,须要立出一个三次方程,开带从立方(求这个三次方程的正根)得所求的长度。

第七题和从第九到第十四题是能有一定容量的仓房和地窖问题。这些仓房和地窖的大小也须依照题示数据,用三次方程来解答。

第十五题到第二十题是句股问题。在前四题中所给的二个数据,一个是句股、句弦或股弦的相乘幂,一个是句弦或股弦的差。要解这些句股形须要用着三次方程。后二题所给的数据是股弦相乘幂与句,和句弦相乘幂与股,解句股形要用着四次方程。这二个四次方程都可以先开带从平方得一正根,再开平方得所求的股或句。

《缉古算术》的大部分问题用着高次方程来解决,这在当时看来是比较艰深的。在每一条有关高次方程的术文之下,都有他的自注,说明方程的各项系数(实、方、廉、隅)的来历。我们根据这些自注,可以了解王孝通立方方程的程序。

清嘉庆年间,古代数学的研究成为一时的风气。为《缉古算经》作细草的就有张敦仁、李潢、揭廷锵、陈杰四家。张敦仁于嘉庆八年撰《缉古算经细草》一卷,卷末题“李锐算校”。李潢死于嘉庆十七年,遗稿有《缉古算经考注》二卷,二十年后道光十二年始有广州刻本。揭廷锵于嘉庆二十四年手抄李氏考注的稿本,并补图立说,道光十一年有《缉古算经图草》二卷刻本。陈杰先撰《缉古算经细草》一卷,十余年后又撰《图解》三卷,《音义》一卷,与王孝通原著一卷共为六卷,有道光三年刻本。因王孝通原著词旨深奥,不易通晓,传世刻本颇多误文夺字。李潢《考注》以《九章算术》解释《缉古算经》最为得体,但亦有误会作者原意之处。张敦仁以元人的天元术演细草,揭廷锵、陈杰以明、清之际传入的西法作解释,显然不能符合王孝通的原意。

版本与校勘

《缉古算经》一卷在宋代有北宋秘书省刻本和南宋鲍澣之刻本。经过元、明二朝，宋刻本渐次散佚。到明代末季只在章邱李开先家中保存一册南宋刻本。这个孤本到清代，先后为常熟毛扆和曲阜孔继涵所得，现在不知流落何处。毛扆曾收藏一个影宋抄本，后来传入四库馆，作为《四库书》的底本。又转入清宫，今存故宫博物院，并有影印的《天禄琳琅丛书》本。

孔氏微波榭《算经十书》本基本上依影宋抄本翻刻。此后，李调元《函海集》本、鲍廷博《知不足斋丛书》本和各家翻刻的《算经十书》本都以微波榭本为蓝本。

南宋本《缉古算经》最后三页有烂脱的文字，四库馆员未能校补。微波榭本补足了第十五题术文及注文十三字，第十六题题目二字，第十七题术文及一部分注文十三字。1803年张敦仁撰《缉古算经细草》，根据最后三题残存的文字，经过细致的数字计算，补足了题目、答案和术文部分。王孝通自注中脱落的字很多，他就没有校补。李潢《缉古算经考注》对于全书文字作了校订，“刊误补阙凡七百余字”（吴兰修跋）。但有些地方如第一题、第二题王孝通的自注中改字太多，似非原注本意。第十八、十九题原注阙文过多，李潢所补亦未必精确。骆腾凤《艺游录》卷一有“重订《缉古算经》仰观台求

乙高术”一篇,对第二题“求均给积尺受广袤术”自注的讹文夺字,作了校补,基本能符合作者原意。陈杰对《缉古算经》中的错误文字亦有所校订,但数量不多且多与李潢所校正的雷同。今又重加校订,写出了校勘记九十余条,其中各本俱讹而以私意校改的有二十余处。

上缉古算术^① 表

臣孝通言：臣闻九畴载叙，纪法著于彝伦；六艺成功，数术参于造化。夫为君上者司牧黔首，有神道而设教，采能事而经纶，尽性穷源莫重于算。

昔周公制礼，有九数之名。窃寻九数即“九章”是也。其理^②幽而微，其形秘而约，重句聊用测海，寸木可以量天，非宇宙之至精，其孰能与于此者。汉代张苍删补残缺，校其条目，颇与古术不同。魏朝刘徽笃好斯言，博综纤隐，更为之注。徽思极毫芒，触类增长，乃造重差之法，列于终篇。虽即未为司南，然亦一时独步。自兹厥后，不继前踪。贺循、徐岳之徒，王彪、甄鸾之辈，会通之数无闻焉耳。但旧经残驳，尚有阙漏。自刘以下更不足言。其祖暅之《缀术》，时人称之精妙。曾不觉方邑进行之术全错不通，乌薨方亭之问于理未尽。臣今更作新术，于此附伸。

臣长自间阎，少小学算，镌磨愚钝，迄将皎首，钻寻秘奥，曲尽无遗。代乏知音，终成寡和。伏蒙圣朝收拾，用臣为太史丞。比年已来，奉敕校勘傅仁均历，凡驳正术错三十余道，即付太史施行。伏

① “术”，各本作“经”。

② “理”，各本作“礼”，依南宋刻本校改。

寻《九章》商功篇有平地役功受袤之术。至于上宽下狭、前高后卑，正经之内阙而不论。致使今代之人不达深理，就平正之间同欹邪之用。斯乃圆孔方枘，如何可安。臣昼思夜想，临书浩叹，恐一旦瞑目，将来莫睹。遂于平地之余，续狭斜之法，凡二十术，名曰《缉古》。请访能算之人考论得失，如有排其一字，臣欲谢以千金。轻用陈闻，伏深战悚。谨言。

缉古算经

〔一〕假令天正十一月朔、夜半，日在斗十度、七百分度之四百八十。以章岁为母，朔月行定分九千，朔日定小余一万，日法二万，章岁七百，亦名行分法^①。今不取加时日^②度。问天正朔夜半之时，月在何处？推朔夜半月度，旧术要须加时日度。自古先儒虽复修撰改制，意见甚众，并未得算妙，有理不尽，考校尤难。臣每日夜思量，常以此理屈滞，恐后代无人知者。今奉敕造历，因即改制，为此新术。旧推日度之术，已得朔夜半日度，仍须更求加时日度，然知月处。臣今作新术，但得朔夜半日度，不须加时日度，即知月处。此新术比于旧术，一年之中十二倍省功，使学者易知^③。

答曰：在斗四度、七百分度之五百三十。

术曰：推朔夜半月度新术不须加时日度，有定小余乃可用之^④。以章岁减朔月行定分，余以乘朔日定小余，满日法而一，为先行分。不尽者，半法已上收成一，已下^⑤者弃之。若先行分满日行分而一为度分，以减朔日夜半日所在度分。若度分不足减，加往

① “法”，南宋本讹作“也”，依李潢校改。

② 南宋本脱去“日”字，依李潢校补。

③ 李潢因此段注文复乱，重加校勘。但恐非作者原意，故悉仍其旧。

④ “须”，南宋本讹作“复”，“有定小余”讹作“月蚀”，依李潢校改。

⑤ “下”，南宋本讹作“上”，依李潢校正。

宿度。其分不足减者，退一度为行分而减之。余，即朔日夜半月行所在度及分也。凡入历当月行定分即是月一日之行分。但此定分满章岁而一为度。凡日一日行一度。然则章岁者即是日之一日行分也。今按《九章·均输篇》有犬追兔术，与此术相似。彼问：犬走一百步，兔走七十步。令兔先走七十五步，犬始追之，问几何步追及？答曰：二百五十步追及。彼术曰：以兔走减犬走，余者为法。又以犬走乘兔先走为实。实如法而一，即得追及步数。此术亦然。何者？假令月行定分九千，章岁七百，即是日行七百分，月行九千分。令日月行数相减，余八千三百分者，是日先行之数。然月始追之必用一日而相及也。今^①定小余者，亦是日月相及之日分。假令定小余一万，即相及定分，此乃无对为数。其日法者，亦是相及之分，此又同数，为有八千三百是先行分也。斯则异矣。但用日法除之，得^②四千一百五十，即先行分。故以夜半之时日在月前，月在日后，以日月相去之数四千一百五十，减日行所在度分，即月夜半所在度分也。

〔二〕假令太史造仰观台，上广袤少，下广袤多。上下广差二丈，上下袤差四丈，上广袤差三丈，高多上广一十一丈。甲县差一千四百一十八人，乙县差三千二百二十二人，夏程人功常积七十五尺，限五日役台毕。羨道从台南面起，上广多下广一丈二尺，少袤一百四尺，高多袤四丈。甲县一十三乡，乙县四十三乡，每乡别均赋常积六千三百尺，限一日役羨道毕。二县差到人共造仰观台，二县乡人共造羨道，皆从先给甲县，以次与乙县。台自下基给高，道自初登给袤。问台道广、高、袤，及县别给高、广、袤，各几何？

答曰：

台高一十八丈，

上广七丈，

① “今”，南宋本讹作“令”，依李潢校改。

② “得”，各本作“即”，依李潢校改。

下广九丈，
上袤一十丈，
下袤一十四丈。
甲县给高四丈五尺，
上广八丈五尺，
下广九丈，
上袤一十三丈，
下袤一十四丈。
乙县给高一十三丈五尺，
上广七丈，
下广八丈五尺，
上袤一十丈，
下袤一十三丈。
羨道高一十八丈，
上广三丈六尺，
下广二丈四尺，
袤一十四丈。
甲县乡人给高九丈，
上广三丈，
下广二丈四尺，
袤七丈^①。
乙县乡人给高九丈，
上广三丈六尺，
下广三丈，

① “袤七丈”，南宋本讹作“上袤七丈，下袤一十四丈”，此依李潢校正。

表^①七丈。

术曰：以程功尺数乘二县人，又以限日乘之，为台积。又以上下表差乘上下广差，三而一为隅阳幂。以乘截高为隅阳截积^②。又半上下广差乘斩上表为隅头幂，以乘截高为隅头截积^③。并二积以减台积，余，为实。以上下广差并上下表差，半之为正数。加截上表，以乘截高，所得，增隅阳幂加隅头幂，为方法。又并截高及截上表与正数，为廉法，从。开立方除之，即得上广。各加差，得台下广及上下表、高。

求均给积尺受广表术曰：以程功尺数乘乙县人，又以限日乘之，为乙积。三因之，又以高幂乘之，以上下广差乘表差而一，为实。又以台高乘上广，广差而一，为上广之高。又以台高乘上表，表差而一，为上表之高。又以上广之高乘上表之高，三之为方法。又并两高，三之，二而一，为廉法，从。开立方除之，即乙高。以减本高，余，即甲高。此是从下给台甲高。又以广差乘乙高，如本高而一^④，所得，加上广，即甲上广。又以表差乘乙高，如本高而一，所得，加上表，即甲上表。其甲上广、表即乙下广、表。台上广、表即乙上广、表。其后求广、表，有增损者，皆放此。此应六^⑤因乙积，台高再乘，上下广差乘表差而一。又以台高乘上广，广差而一^⑥，为上广之高。又以台高乘上表，表差而一^⑦，为上表

① “表”字上南宋本衍一“下”字，依李潢校正。

② “积”字下各本衍一“幂”字，依李潢校删。

③ “积”字下各本衍“所得”二字，依李潢校删。

④ “又以广差乘乙高，如本高而一”，影宋本“乙”讹作“之”，“如”讹作“以”，此从孔刻本。

⑤ “六”，各本讹作“三”，今依骆腾凤校正。

⑥ 各本脱落“广差而一”四字，今依骆腾凤补。

⑦ 各本脱落“表差而一”四字，今依骆腾凤补。

之高。以上广之高乘上表之高^①为小幂二。因下表之高为中幂一。凡下表、下广之高即是截高与上表、上广之高相连并数。然此有中幂定有小幂一，又有上广之高乘截高为幂^②一。又下广之高乘下表之高为大幂二。乘上表之高为中幂一。其大幂之中又有^③小幂一，复有上广、上表之高^④各乘截高为中幂各一，又截高自乘为幂一。其中幂之内有小幂一，又上表之高乘截高为幂一。然则截高自相乘为幂二，小幂六，又上广上表之高各三，以乘截高为幂六。令皆半之，故以三乘小幂。又上广上表之高各三，今但半之，各得一又二分之一，故三之二而一。诸幂乘截高为积尺^⑤。

求羨道广表高术曰：以均赋常积乘二县五十六乡，又六因为积。又以道上广多下广数加上广少表为下广少表。又以高多表加下广少表为下广少高。以乘下广少表为隅幂^{*}。又以下广少上广乘之，为鳖隅积^⑥。以减积，余，三而一，为实。并下广少表与下广少高，以下广少上广乘之，为鳖从横廉幂，三而一，加隅幂为方法。又以三除上广多下广，以下广少表、下广少高加之，为廉法，从。开立方除之，即下广。加广差即上广，加表多上广于上广即表，加高^⑦多表即道高。

求羨道均给积尺，甲县受广、表术曰：以均赋常积乘甲县一十三乡，又六因为积。以表再乘之，以道上下广差乘台高为

① “以上广之高乘上表之高”十字为各本所缺，今补。

② “幂”字下各本衍一“各”字，今依骆腾凤校删。

③ 各本脱落“有”字，今补。

④ “高”字下各本衍“为中幂”三字，今依骆腾凤删去。

⑤ “诸幂乘截高为积尺”，各本脱落“乘”字与“高”字，今依骆腾凤补。

⑥ 各本脱落“积”字，依李潢校补。

⑦ “高”，各本讹作“广”，依李潢校正。

* “隅”下原印本有“阳”字，今依作者《王孝通〈缉古算术〉第二题、第三题术文疏证》（下称《疏证》）删。

法而一，为实。又三因下广，以袤乘之，如上下广差而一，为都廉，从。开立方除之，即甲袤。以广差乘甲袤，本袤而一，以下广加之，即甲上广。又以台高乘甲袤，本袤除之，即甲高。

〔三〕假令筑堤，西头上、下广差六丈八尺二寸，东头上、下广差六尺二寸，东头高少于西头高三丈一尺，上广多东头高四尺九寸，正袤多于东头高四百七十六尺九寸。甲县六千七百二十四人，乙县一万六千六百七十七人，丙县一万九千四百四十八人，丁县一万二千七百八十一人。四县每人一日穿土九石九斗二升。每人一日筑常积一十一尺四寸、十三分寸之六。穿方一尺得土八斗。古人负土二斗四升八合，平道行一百九十二步，一日六十二到。今隔山渡水取土，其平道只有一十一步，山斜高三十步，水宽一十二步。上山三当四，下山六当五，水行一当二。平道踟蹰十加一，载输一十四步。减计一人作功为均积，四县共造，一日役毕。今从东头与甲，其次与乙、丙、丁。问给斜、正袤，与高，及下广，并每人一日自穿、运、筑程功，及堤上、下高、广各几何？

答曰：

一人一日自穿、运、筑，程功四尺九寸六^①分。

西头高三丈四尺一寸，

上广八尺，

下广七丈六尺二寸。

东头高三尺一寸，

上广八尺，

下广一丈四尺二寸，

正袤四十八丈，

① “六”，各本讹作“二”，依李潢校正。

斜袤四十八丈一尺。

甲县正袤一十九丈二尺，

斜袤一十九丈二尺四寸，

下广三丈九尺，

高一丈五尺五寸。

乙县正袤一十四丈四尺，

斜袤一十四丈四尺三寸，

下广五丈七尺六寸，

高二丈四尺八寸。

丙县正袤九丈六尺，

斜袤九丈六尺二寸，

下广七丈，

高三丈一尺。

丁县正袤四丈八尺，

斜袤四丈八尺一寸，

下广七丈六尺二寸，

高三丈四尺一寸。

求人到程功，运、筑积尺术曰：置上山四十步，下山二十五步，渡水二十四步，平道一十一步，踟蹰之间十加一，载输一十四步，一返计一百二十四步。以古人负土二斗四升八合，平道行一百九十二步，以乘一日六十二到为实。却以一返步为法除，得自运土到数也。又以一到负土数乘之，却以穿方一尺土数除之，得一人一日运功积。又以一人穿土九石九斗二升，以穿方一尺土数除之为法，除之，得穿用人数。复置运功积，以每人一日常积除之，得筑用人数。并之得六人，共成二十九尺七寸六分。以六人除之，即一人程功也。

求堤上、下广及高、袤术曰：一人一日程功乘总人为堤积。以高差乘下广差，六而一，为鳖幕。又以高差乘^①小头广差，二而一，为大卧塹头幕。又半高差乘上广多东头高之数，为小卧塹头幕。并三幕为大小塹鳖率。乘正袤多小高之数，以减堤积，余为实。又置半高差，及半小头广差与上广多小头高之数，并三差，以乘正袤多小头高之数。以加率为方法。又并正袤多小高^②、上广多小高及半高差，兼^③半小头广差加之为廉法，从。开立方除之，即小高。加差即各得广、袤、高。又正袤自乘、高差自乘并，而开方除之，即斜袤。

求甲县高、广、正、斜袤术曰：以程功乘甲县人，以六因取积。又乘袤幕，以下广差乘高差为^④法除之，为实。又并小头上、下广，以乘小高，三因之为垣头幕。又乘袤幕，如法而一，为垣方。又三因小头下广，以乘正袤，以广差除之，为都廉，从。开立方除之，得小头袤^⑤，即甲袤。又以下广差乘之^⑥，以正袤除之，所得，加东头下广即甲广。又以两头高差乘甲袤，以正袤除之，以加东头高，即甲高。又以甲袤自乘，以堤东头高减甲高，余，自乘，并二位，以开方除之，即得斜袤^⑦。若求乙、丙、丁，各以本县人功积尺，每以前大高、广为后小高、广。凡廉母自乘为方母，廉母乘方母为实母。此平堤在上，差除在下。两高之差即除

① 各本脱落“乘”字，依李潢校补。

② 各本“高”字下衍“并”字，今删。

③ 各本“兼”字上有“而增之”三字。李潢说“‘而增之兼’四字衍文”，今删去“而增之”三字而保留“兼”字。

④ “为”，各本讹作“以”，依李潢校改。

⑤ “小头”下各本脱落“袤”字，依李潢校补。

⑥ “乘之”下各本衍“所得”二字，依李潢校删。

⑦ “斜袤”下各本衍“求高广以本袤及高广差求之”十二字，依李潢校删。

高。其除^①两边各一鳖臑，中一堑堵。今以袤再乘积^②，广差乘高^③差而一，得截鳖臑袤再自^④乘为立方一。又堑堵袤自乘为幂一^⑤，又三因小头下广，大袤乘之，广差而一，与幂为高，故为廉法。又并小头上、下广又三之，以乘小头高为头幂^⑥，意同六除。然此头幂，本乘截袤。又袤再^⑦乘之，差相乘而一。今还依数乘除^⑧头幂为从。开立方除之，得截袤为广^⑨。

求堤都积术曰：置西头高倍之，加东头高，又并西头上、下广，半而乘之。又置东头高倍之，加西头高，又并东头上、下广，半而乘之。并二位积，以正袤乘之，六而一，得堤积也。

〔四〕假令筑龙尾堤，其堤从头高、上阔以次低狭至尾。上广多，下广少。堤头上、下广差六尺，下广少高一丈二尺，少袤四丈八尺。甲县二千三百七十五人，乙县二千三百七十八人，丙县五千二百四十七人。各人程功常积一尺九寸八分。一日役毕。三县共筑，今从堤尾与甲县，以次与乙、丙。问龙尾堤从头至尾高、袤、广，及各县别给高、袤、广各多少？

答曰：

高三丈，

上广二丈四尺，

① “除”，南宋本讹作“余”，李潢校本不误。

② “积”字上各本脱落“六因”二字，依李潢校补。

* 编者按：原印本“积”上有“六因”二字，作者《疏证》认为不当补此二字。今删。

** “高”，原印本作“袤”，依作者《疏证》校正。

③ 各本“乘”字上脱落“自”字，依李潢校补。

④ “一”，各本讹作“三”，今校正。

⑤ “以乘小头高为头幂”八字为各本所缺，依李潢校补。

** 原印本无“再”字，今依作者《疏证》校补。

** “除”下原印本有“一”字，今依作者《疏证》校删。

⑧ “开立方除之，得截袤”，各本讹作“得截袤为广”，今校正。

** 编者按：原印本删“为广”二字，作者《疏证》认为“为广”二字非衍文，今恢复。

下广一丈八尺，

袤六丈六尺。

甲县高一丈五尺，

袤三丈三尺，

上广二丈一尺。

乙县高二丈一尺，

袤一丈三尺二寸，

上广二丈二尺二寸。

丙县高三丈，

袤一丈九尺八寸，

上广二丈四尺。

求龙尾堤广、袤、高术曰：以程功乘总人为堤积，又六因之为虚积。以少高乘少袤为隅幂，以少上广乘之为鳖隅积^①。以减虚积，余，三约之，所得为实。并少高、袤，以少上广乘之，为鳖从横廉幂。三而一，加隅幂为方法。又三除少上广，以少袤、少高加之，为廉法，从。开立方除之，得下广。加差即高、广、袤。

求逐县均给积尺受广、袤术曰：以程功乘当县人为积尺。各六因积尺，又乘袤幂，广差乘高为法除之，为实。又三因末广，以袤乘之，广差而一，为都廉，从。开立方除之，即甲袤。以本高乘之，以本袤除之，即甲高。又以广差乘甲袤，以本袤除之，所得，加末广，即甲上广。其甲上广即乙末广，其甲高即垣高。求实与^②都廉如前。又并甲上、下广，三之，乘甲高，以乘袤幂，以法除之，得垣方，从。开立方除之，即乙袤。余放此。此

① “积”，各本讹作“幂”，依李潢校正。

② “实与”二字各本误脱，今补。

龙尾犹羨除也。其塹堵一、鳖臑一，并而相连。今以袤再乘积，广差乘高而一，所得，截鳖臑袤再自乘为立方一^①。又塹堵袤自乘为幂一^②，又三因末广，以袤乘之，广差而一，与幂为高，故为廉法。

〔五〕假令穿河，袤一里二百七十六步，下广六步一尺二寸；北头深一丈八尺六寸，上广十二步二尺四寸；南头深二百四十一尺八寸，上广八十六步四尺八寸。运土于河西岸造滑，北头高二百二十三尺二寸，南头无高；下广四百六尺七寸五厘，袤与河同。甲郡二万二千三百二十人，乙郡六万八千七十六人，丙郡五万九千九百八十五人，丁郡三万七千九百四十四人。自穿、负、筑，各人程功常积三尺七寸二分。限九十六日役河滑俱了。四郡分共造滑，其穿^③河自北头先给甲郡，以次与乙、丙、丁^④，合均赋积尺。问逐郡各给斜、正袤、上广及深，并滑上广各多少？

答曰：

滑上广五丈八尺二寸一分。

甲郡正袤一百四十四丈，

斜袤一百四十四丈三尺，

上广二十六丈四寸，

深一十一丈一尺六寸。

乙郡正袤一百一十五丈二尺，

斜袤一百一十五丈四尺四寸，

上广四十丈九尺二寸，

深一十八丈六尺。

① “立方一”下各本衍“又以一鳖臑截袤再自乘为立方一”十四字，依李潢校删。

② “为幂一”，各本“一”讹作“三”，今校正。

③ 各本脱落“穿”字，今补。

④ 各本脱落“丙、丁”二字，今补。

丙郡正袤五十七丈六尺，
 斜袤五十七丈七尺二寸，
 上广四十八丈三尺六寸，
 深二十二丈三尺二寸。
 丁郡正袤二十八丈八尺^①，
 斜袤二十八丈八尺六寸，
 上广五十二丈八寸，
 深二十四丈一尺八寸。

术曰：如筑堤术入之。覆堤为河，彼注甚明。高深稍殊，程功是同，意可知也。以程功乘甲郡人，又以限日乘之，四之，三而一，为积。又六因，以乘袤幕，以上广差乘深差为法，除之，为实。又并小头上、下广，以乘小头深，三之，为垣头幕。又乘袤幕，以法除之，为垣方。三因小头上广，以乘正袤，以广差除之，为都廉，从。开立方除之，即得小头袤^②，为甲袤。求深、广，以本袤及深广差求之^③。以两头上广差乘甲袤，以本袤除之，所得，加小头上广，即甲上广。以小头深减南头深，余，以乘甲袤，以本袤除之，所得，加小头深，即甲深。又正袤自乘，深差自乘，并，而开方除之，即斜袤。若求乙、丙、丁，每以前大深、广为后小深、广，准甲求之，即得。

求濬上广术曰：以程功乘总人，又以限日乘之为积。六因之为实。以正袤除之，又以高除之。所得，以下广减之，余，又半之，即濬上广。

① “八尺”下影宋本衍“六寸”二字，今依李潢校删。

② “小头”下各本脱“袤”字，依李潢校补。

③ “之”字下各本衍“为法”二字，依李潢校删。

〔六〕假令四郡输粟，斛法二尺五寸。一人作功为均，自上给甲，以次与乙、丙、丁^①。其甲郡输粟三万八千七百四十五石六斗，乙郡输粟三万四千九百五石六斗，丙郡输粟二万六千二百七十石四斗，丁郡输粟一万四千七十八石四斗。四郡共穿窖，上袤多于上广一丈，少于下袤三丈，多于深六丈，少于下广一丈。各计粟多少，均出了夫。自穿、负、筑，冬程人功常积一十二尺，一日役毕^②。问窖上、下广、袤、深，郡别出人及窖深、广，各多少？

答曰：

窖上广八丈，

上袤九丈，

下广一十丈，

下袤一十二丈，

深三丈。

甲郡八千七十二人，

深一十二尺，

下袤一十丈二尺，

广八丈八尺。

乙郡七千二百七十二人，

深九尺，

下袤一十一丈一尺，

广九丈四尺。

丙郡五千四百七十三人，

深六尺，

① 各本脱落“丙、丁”二字，今补。

② 各本脱落“毕”字，今补。

下袤一十一丈七尺，

广九丈八尺。

丁郡二千九百三十三人，

深三尺^①，

下袤一十二丈，

广一十丈。

求窖深、广、袤术曰：以斛法乘总粟为积尺，为实^②。又广差乘袤差，三而一，为隅阳幂。乃置截^③上广，半广差加之，以乘截上袤，为隅头幂。又半袤差乘截上广，以隅阳幂及隅头幂加之，为方法。又置截上袤及截上广，并之为大广。又并广差及袤差，半之，以加大广，为廉法，从。开立方除之，即深。各加差，即合所问。

求均给积尺受广、袤、深术曰：如筑台^④术入之。以斛法乘甲郡输粟为积尺。又三因，以深幂乘之，以广差乘袤差而一，为实。深乘上广，广差而一，为上广之高。深乘上袤，袤差而一，为上袤之高。上广之高乘上袤之高，三之，为方法。又并两高，三之，二而一，为廉法，从。开立方除之，即甲深。以袤差乘之，以本深除之，所得，加上袤，即甲下袤。以广差乘之，本深除之，所得，加上广，即甲下广。若求乙、丙、丁，每以前下广、袤为后上广、袤。以次，皆准此求之，即得。若求人数，各以程功约当郡积尺。

① “三尺”，微波榭本讹作“三丈”，影宋本不误。

② 各本脱落“为实”二字，今补。

③ “截”，各本讹作“塹”。“截”或作“斩”，因而讹为“塹”。下文诸“截”字都讹作“塹”。

④ “台”，各本讹作“堤”，依李潢校正。

〔七〕假令亭仓，上小、下大。上下方差六尺，高多上方九尺，容粟一百八十七石二斗。今已运出五十石四斗。问仓上、下方、高及余粟深、上方各多少？

答曰：

上方三尺，

下方九尺，

高一丈二尺。

余粟深、上方俱六尺。

求仓方、高术曰：以斛法乘容粟为积尺。又方差自乘，三而一，为隅阳幂。以乘截高，以减积，余为实。又方差乘截高，加隅阳幂，为方法。又置方差，加截高，为廉法，从。开立方除之，即上方。加差，即合所问。

求余粟高及上方术曰：以斛法乘出粟，三之，以乘高幂，令方差幂而一，为实。此是大、小高各自乘又相乘，各乘取高。凡^①大高者，即是取高与小高并。高乘上方，方差而一，为小高。令自乘，三之，为方法。三因小高为廉法，从。开立方除之，得取出高。以减本高，余即残粟高。置出粟高，又以方差乘之，以本高除之，所得，加上方，即余粟上方。此本术曰：上下方相乘，又各自乘，并以高乘之，三而一。今還元，三之，又高幂乘之，差幂而一，得大小高相乘，又各自乘之数。何者？若高乘下方，方差而一，得大高也。若高乘上方，方差而一，得小高也。然则斯本下方自乘，故须高幂^②乘之，差自乘而一，即得大高自乘之数。小高亦然。凡大高者，即是取高与^③小高并，相连。今大高自乘为大方。大方之内即有取高自乘幂一，隅头小高自乘幂

① “凡”，各本讹作“是”，依李潢校改。

② “高”字下各本脱落“幂”字，依李潢校补。

③ “与”，孔刻本讹作“于”，影宋本不误。

一，又其两边各有^①以取高乘小高为幂二。又大小高相乘为中方。中方之内即有小高乘取高幂一，又小高自乘即是小方之幂又一。则小高乘大高，又各自乘三等幂，皆以乘取高为立积。故三因小幂为方，及三小高为廉也。

〔八〕假令刳薨，上表三丈，下表九丈，广六丈，高一十二丈。有甲县六百三十二人，乙县二百四十三人。夏程人功常积三十六尺，限八日役，自穿筑。二县共造，今甲县先到。问自下给高、广、表各多少？

答曰：

高四丈八尺，

上广三丈六尺，

表六丈六尺。

求甲县均给积尺，受广、表术曰：以程功乘乙县人数，又以限日乘之，为积尺。以六因之，又高幂乘之，又表差乘广而一，所得，又半之为实。高乘上表，表差而一，为上表之高。三因上表之高，半之为廉法，从。开立方除之，得乙高。以减薨高，余即甲高。求广、表，依率求之。此乙积本倍下表，上表从之，以下广及高乘之，六而一，为一薨积。今还无须六因之，以高幂乘之为实^②，表差乘广而一。得取高自乘。以乘三上表之高^③，则三小高为廉法，各以取高为方。仍有取高为立方者二^④。故半之为立方一，又须半廉法。

〔九〕假令圆囤上小、下大。斛法二尺五寸。以率径一周三。上下周差一丈二尺，高多上周一丈八尺。容粟七百五斛六斗。今已运出二

① “有”，各本讹作“一”字，今为校正。

② “实”字下各本衍一“乘”字，依李潢校删。

③ “三上表之高”，各本作“二上表之高”，李潢校作“上表之高者三”。又“高”字下各本衍“并大广表相连之数”八字，依李潢校删。

④ “为立方者二”，各本脱落“二”字，依李潢校补。

百六十六石四斗。问残粟去口上、下周、高，各多少？

答曰：

上周一丈八尺，

下周三丈，

高三丈六尺，

去口一丈八尺，

粟周二丈四尺。

求圆囤上、下周及高术曰：以斛法乘容粟，又三十六乘之，三而一，为方亭之积。又以周差自乘，三而一，为隅阳幂。以乘截高，以减亭积，余为实。又周差乘截高，加隅阳幂，为方法。又以周差加截高为廉法，从。开立方除之，得上周。加差而合所问。

求粟去口术曰：以斛法乘出斛，三十六乘之，以乘高幂，如周差幂而一，为实。高乘上周，周差而一，为小高。令自乘，三之为方法。三因小高为廉法，从。开立方除之，即去口。三十六乘讫即是截方亭，与^①前方窖不别。置去口，以周差乘之，以本高除之，所得^②，加上周，即粟周。

〔一〇〕假令有粟二万三千一百二十斛七斗三升。欲作方仓一，圆窖一，盛各满中而粟适尽。令高深等，使方面少于圆径九寸，多于高二丈九尺八寸。率径七、周二十二。问方、径、深各多少？

答曰：

仓方四丈五尺三寸，容粟一万二千七百二十二斛九斗五升八合。

① “与”，各本讹作“之”，依李潢校正。

② 各本脱落“得”字，依李潢校补。

容径四丈六尺二寸，容粟一万三百九十七石七斗七升二合。

高与深各一丈五尺五寸。

求方径高深术曰：十四乘斛法，以乘粟数，二十五而一，为实。又倍多加少，以乘少数，又十一乘之，二十五而一。多自乘加之，为方法。又倍少数，十一乘之，二十五而一，又倍多加之，为廉法，从。开立方除之，即高、深。各加差即方径。一十四乘斛法以乘粟为积尺。前一十四除，今還元一十四乘。为径自乘者^①一十一，方自乘者^②一十四，故并之为二十五。凡此方圆二径长短不同，二径各自乘为方，大小各别。然则此截^③方二丈九尺八寸截径三丈七寸皆成方面^④。此应截方自乘一十四乘之，截径自乘一十一乘之，二十五而一，为隅幂，即方法也。但二隅幂^⑤皆以截数为方面。今此术就省，倍小隅方加差为矩袤^⑥，以差乘之为矩^⑦幂。一十一乘之，二十五而一。又差^⑧自乘之数即是方圆之隅同有此数，若二十五乘之，还须二十五除。直以差^⑨自乘加之，故不复乘除。又须倍二廉之差，一十一乘之，二十五而一，倍差加之为廉法^⑩，不复二十五乘除之也。

還元术曰：仓方自乘，以高乘之，为实。圆径自乘，以深乘之，一十一乘，一十四而一，为实。皆以斛法除之，即得容粟。斛法二尺五寸。

①② 两“者”字下，各本均有“是”字，乃是衍文，今删去。

③ “截”，各本讹作“整”，下文四“截”字亦讹，今均校改。

④ “方面”，各本讹作“立方”，依李潢校改。

⑤ “幂”，各本讹作“方”，依李潢校正。

⑥ “矩袤”，各本讹作“短”。李潢校谓“短当作矩”，但未补“袤”字。

⑦ “矩”，各本讹作“短”，依李潢校改。

⑧⑨ 二“差”字，各本讹作“小隅方”，今改。差是方面与高之差。

⑩ “倍差加之为廉法”，各本讹作“倍二廉加之，故为廉法”。李潢校改为“倍小廉加之为廉法”，“小廉”之名亦无根据。

〔一一〕假令有粟一万六千三百四十八石八斗。欲作方仓四，圆窖三，令高深等。方面少于圆径一丈，多于高五尺。斛法二尺五寸。率径七、周二十二。问方、高、径各多少？

答曰：

方一丈八尺，

高深一丈三尺，

圆径二丈八尺。

术曰：以一十四乘斛法，以乘粟数，如八十九而一，为实。倍多加少，以乘少数，三十三乘之，八十九而一。多自乘加之，为方法。又倍少数，以三十三乘之，八十九而一，倍多加之，为廉法，从。开立方除之，即高、深。各加差即方、径。一十四乘斛法，以乘粟，为径自乘及方自乘数与前同。今方仓四即四因十四，圆窖三即三因十一，并之为八十九，而一。此截径一丈五尺，截方五尺^①，以高为立方。自外意同前。

〔一二〕假令有粟三千七十二石。欲作方仓一，圆窖一，令径与方等，方多于窖深二尺，少于仓高三尺，盛各满中而粟适尽。圆率、斛法并与前同。问方、径、高、深各多少？

答曰：

方径各一丈六尺，

高一丈九尺，

深一丈四尺。

术曰：三十五乘粟，二十五而一为率。多自乘，以并多少乘之，以乘一十四，如二十五而一，所得，以减率，余，为实。并多少，以乘多，倍之，乘一十四，如二十五而一。多自乘加之，为方

① 各本“截径”讹作“璽径”，“截方”讹作“璽方”。

法。又并多少，以乘一十四，如二十五而一，倍多加之，为廉法，从。开立方除之，即窖深。各加差即方、径、高。截高五尺，截径及方二尺，以深为立方。十四乘斛法，故三十五乘粟。多自乘并多少乘之为截高隅积^①，即二廉，方^②，各二尺，长五尺。自外意旨皆与前同。

〔一三〕假令有粟五千一百四十五石。欲作方窖、圆窖各一，令口小底大，方面与圆径等，两深亦同。其深少于下方七尺，多于上方一丈四尺，盛各满中而粟适尽。圆率、斛法并与前同。问方、径、深各多少？

答曰：

上方径各七尺，

下方径各二丈八尺，

深各二丈一尺。

术曰：以四十二乘斛法，以乘粟，七十五而一，为方亭积。令方差自乘，三而一，为隅阳幂。以截多乘之，减积，余，为实。以多乘差，加幂为方法。多加差为廉法，从。开立方除之，即上方。加差即合所问。凡方亭，上、下方相乘，又各^③自乘，并以乘高，为虚。命三而一，为方亭积。若圆亭，上、下径相乘，又各自乘，并以乘高，为虚。又十一乘之，四十二而一，为圆亭积。今方圆二积并在一处，故以四十二复乘之，即得圆虚十一，方虚十四，凡二十五，而一，得一虚之积。又三除虚积为方亭实。乃依方亭^④覆问法，见上、下方差及高差与积求上下方高术入之。故三乘，二十五而一。

〔一四〕假令有粟二万六千三百四十二石四斗。欲作方窖六，圆窖四，令口小、底大，方面与圆径等，其深亦同。令深少于下方七尺，多

① 各本“积”字下衍“减率余”三字，今删。

② “廉方”二字各本误倒，今改正。二廉以二尺平方为底，共长五尺。

③ “各”，各本讹作“命”，依李潢校正。

④ “方亭”，各本讹作“方高”。

于上方一丈四尺。盛各满中，而粟适尽。圆率斛法并与前同。问上、下方、深数各多少？

答曰：

方窖上方七尺，

下方二丈八尺，

深二丈一尺，

圆窖上下径^①与方窖同。

术曰：以四十二乘斛法，以乘粟，三百八十四而一，为方亭积尺。令方差自乘，三而一，为隅阳幂。以^②多乘之，以减积，余为实。以多乘差，加幂为方法。又以多加差为廉法，从。开立方除之，即上方。加差即合所问。今以四十二乘。圆虚十一者四，方虚十四者六，合一百二十八虚，除之，为一虚之积。得者仍三而一为方亭实积。乃依方亭见差覆问求之，故三乘一百二十八除之。

〔一五〕假令有句股相乘幂七百六、五十分之一，弦多于句三十六、十分之九。问三事各多少？

答曰：

句十四、二十分之七，

股四十九、五分之一，

弦五十一、四分之一。

术曰：幂自乘，倍多数而一，为实。半多数为^③廉法，从。开立方除之，即句。以弦多数加之^④即弦。以句除幂即股。句股

① “径”，各本讹作“方”，依陈杰校正。

② “以”字下各本衍一“截”字。今删。

③ 南宋本脱“数为”二字，依孔刻本补。

④ 南宋本脱“数加之”三字，依孔刻本补。

相乘幂自乘，即^①句幂乘股幂之积。故^②以倍句弦差而一，得一句与半差相连，乘句幂为方^③。故半差为廉法^④，从，开立方除之。

〔一六〕假令有句股相乘幂四千三十六、五分之一，股^⑤少于弦六、五分之一。问弦多少？

答曰：弦一百一十四、十分之七。

术曰：幂自乘，倍少数而一，为实。半少为廉法，从。开立方除之，即股。加差即弦。

〔一七〕假令有句弦相乘幂一千三百三十七、二十分之一，弦多于股一、十分之一。问股多少？

答曰：九十二、五分之二。

术曰：幂自乘，倍多而一，为立幂。又多再自^⑥乘，半之，减立幂，余为实。又多数自乘，倍之^⑦，为方法。又置多数，五之，二而一，为廉法，从^⑧。开立方除之，即股。句弦相乘幂自乘，即句^⑨幂乘弦幂之积。故以倍^⑩股弦差而一，得一股与^⑪半差□□□□□为方今多再自乘半之为隅□□□□□横虚二立廉□□□□□□□□□□倍之为从隅□□□□□□□□□□多为上廉即二多□□□法故

① 南宋本脱“乘即”二字，依孔刻本补。

② 南宋本脱“之积故”三字，依孔刻本补。

③ “得一句与半差相连，乘句幂为方”，南宋本脱“相连乘”三字，今补。孔刻本补“再乘得”三字，失去原意。

④ “廉”字下各本脱落“法”字，今补。

⑤ 南宋本缺“一股”二字，微波榭本不缺。

⑥ 南宋本缺“自”字，依孔刻本补。

⑦ 南宋本缺“倍之”二字，依孔刻本补。

⑧ 南宋本缺“法从”二字，依孔刻本补。

⑨ 南宋本缺“乘即句”三字，依孔刻本补。

⑩ 南宋本缺“积故以倍”四字，依孔刻本补。

⑪ 此术王孝通自注，自此以下缺字很多，颇难补足，只得阙疑。

五之二而一□□□

〔一八〕假令有股弦相乘幂^①四千七百三十九、五分之三，句少于弦五十四、五分之二。问股多少？

答曰：六十八。

术曰：幂自乘，倍少数而一，为立幂。又少数再自乘，半之，以减立幂，余为实。又少数自乘，倍之，为方法。又置少数，五之，二而一，为廉法，从。开立方除之，即句。加差即弦。弦除幂即股。

〔一九〕假令有股弦相乘幂^②七百二十六，句七、十分之七。问股多少？

答曰：股二十六、五分之二。

术曰：幂自乘为实。句自乘为方法，从。开方除之，所得，又开方即股。□□□□□□□□□□□□□□数亦是股□□□□□□□□□□□□□□为长以股□□□□□□□□□□□□□□得股幂又开……股北分母常……

〔二〇〕假令有股十六、二分^③之一，句弦相乘幂一百六十四、二十五分之十四。问句多少？

答曰：句八、五分之四。

术曰：幂自乘为实。股自乘为方法，从。开方除之，所得，又开方即句。

- ① 此题题目残存“假令有股弦相乘幂”“三句少于弦五十”十五字，答案存“答曰六”三字，术文存“术曰幂自乘”“再自乘半之以”“乘倍之为方法”“廉法从开立方”“幂即股”二十六字，今俱依张敦仁校补。
- ② 此题题目残存“假令有股弦相乘幂”“七问股多少”十三字，答案存“答曰股二十”五字，术文存“术曰幂自”“除之所得”八字，此依张敦仁校补。王孝通自注缺文太多，不予补足。
- ③ 此题题目残存“假令有股十六二分”“十四二十五分”十四字，答案存“答曰二”字，术文存“术曰幂自乘”“除之所得又开方”十二字，此依张敦仁校补。

附录:

数 术 记 遗

数术记遗提要

《数术记遗》一卷，卷首题“汉徐岳撰，北周汉中郡守、前司隶，臣甄鸾注”。徐岳，后汉末东莱人，曾撰《九章算术注》二卷，见《隋书·经籍志》，而所撰《数术记遗》未被著录。作者自言于太山见刘会稽，转述刘会稽得数术之传于天目山中的隐者，足见这份数学遗产是脱离群众、脱离现实的。又据《后汉书·天文志》刘昭注引袁山松书，刘洪为泰山郡蒙阴县人，曾为会稽东部都尉，领丹阳太守，卒于官。洪未为会稽太守，不得称为“刘会稽”。书中有“未识刹那之賒促，安知麻姑之桑田”等语，注者不能不引《楞伽经》和《神仙传》来注解，决不是后汉末徐岳的著作。《数术记遗》全书本文非常简略，如果没有后人的注解，作者的原意是很难了解的。因此，我们认为它是北周甄鸾依托伪造的书，反映了当时的某些数学思想。

大数进法，在先秦时期早有万、亿、兆、经、姦等名目都从十进，汉以后人改从万进。南北朝时有董泉所撰的《三等数》，大概是讨论大数进法的，但书已失传，无可详考。《数术记遗》亦讨论了三等数，认为“下数”为十进位制，如云十万曰亿，十亿曰兆；“中数”为万万进位制，如云万万曰亿，万万亿曰兆；“上数，数穷则变”，如云“万万曰亿，亿亿曰兆，兆兆曰京”。甄鸾认为记录大数用中数法最便，他在《五经算术》里就用这种进位法来批评毛萇、郑玄等的经注。实际

上记录大数取万进位制是比较便利的。

《数术记遗》列举了十四种不同的记数法。第一种“积算”，就是当时人一般用算筹记数的方法。最后一种“计数”是心算，根本用不着记数法。其他十二种是太乙算、两仪算、三才算、五行算、八卦算、九宫算、运筹算、了知算、成数算、把头算、龟算、珠算，或用少数着色的珠，由珠的位置表示各位数字，或用少数特制的筹，由筹的方向表示各位数字。当时人们熟悉的算筹记数法要同时应用很多算筹，布置各位数字又有纵横相间的规则。甄鸾提出各种办法来简化记数法，是可以理解的。但这些杜撰的方法不是从实践中产生，也很难应用到计算工作中去，从而在后世数学的进展中没有起任何作用。

《数术记遗》书内容浅陋，原无传世的价值。唐代举行明算科考试时，规定以董泉《三等数》和徐岳《数术记遗》为“帖读”的两个小册子，用纸条掩盖书上的三个或四个字，令应试者默读，须要达到百分之九十的准确。《数术记遗》是应试明算科的必须熟读的书，因得流传于后世。

版本与校勘

南宋鲍澣之刻本《数术记遗》到现在还有一个孤本，保存在北京大学图书馆里。鲍澣之于嘉定五年（1212年）撰序云：“国家文治煊兴，经籍道备，徐岳《数术记遗》犹在《崇文总目》之数。及至中兴，馆、阁收拾遗书，乃不复见。民间藏书之家亦无其本。”他在杭州七宝山（今紫阳山的一部分）三茅宁寿观所藏道书中发见此书，“即就录之，以补算经之阙”。按鲍氏翻刻诸算经，卷终俱有“元丰七年九月、日校定”等字，而此书独无，可见《数术记遗》在北宋时原无刻本，而宁寿观所藏的只是一个手抄本。

明万历中胡震亨刻《秘册汇函丛书》，数学书有《周髀算经》和《数述记遗》两种，都经赵开美校过。稍后又有常熟毛晋的《津逮秘书》本。明刻本校正了几处南宋本的错误，但亦增添了很多讹文夺字。

清乾隆中，《四库全书》以明刻本为底本，略加校订，编入子部天文算法类。同时，孔继涵刻微波榭本《算经十书》，以《数术记遗》为附录。此后，《学津讨原》本，《槐庐丛书》本，《古今算学丛书》本，及商务印书馆《万有文库》本都取《津逮秘书》本或微波榭本为底本。

现在参考南宋本、明刻本、和微波榭本重加校订，写出校勘记一百条，还有很多无法校改的错误文字，只能付之阙疑。

数 术 记 遗

余以天门金虎，呼吸精泉，按《星经》云，昴者，西方白虎之宿。太白者，金之精也。太白入昴，金虎相薄，主有兵乱^①。周宣王时有人采薪于郊，闻歌曰^②：“金虎入门，呼长精，吸玄泉。”时人莫能知其义。老君曰^③：“太白入昴，兵其乱。”徐氏名岳，东莱人。盖以汉室版荡，又谪诡见于天，将访名山，自求多福也。羽檄星驰，郊多走马，按汉征天下兵，必露檄插羽也。老君曰：“天下有道，却走马以粪；天下无道，戎马生于郊也。”遂负帙游山，蹠迹志道，蹠迹者，两足共蹠一足迹也。汉文时^④河上公蹠迹为士。备历丘岳，林壑必过。乃于太山，见刘会稽博识多闻，遍于数术。余因受业，颇染所由。余时问曰：“数有穷乎？”会稽曰：“吾曾游天目山中，会稽，官号。汉中也。按历志称灵帝光和中，谷城门候^⑤太山刘洪造《乾象历》。又制月行迟疾阴阳历，自洪始也。方于《太初》、《四分》，转精密矣。洪后为会稽太守。刘洪付《乾象》于东莱徐岳，又授吴中书令阚泽。泽甚重焉，为注解。今案《地记》，天

① “主有兵乱”，“主”各本讹作“法”，据文义校正。

② “有人采薪于郊，闻歌曰”，系南宋本原文，明刻本讹作“有人采薪于郊闻歌曰”。

③ “时人莫能知其义。老君曰”，南宋本作“时人莫能知之。唯老君曰”，今从明刻本校改。

④ “汉文时”，系南宋本原文，明刻本讹作“汉文帝”。

⑤ “谷城门候”，南宋本作“谷城中门候”，明本作“谷城守门候”，今依《后汉书·律历志》删去衍文。

目山在吴兴之界。见有隐者，世莫知其名，号曰天目先生。余亦以此意问之。先生曰，世人言三不能比两，乃云捐闷与四维。《艺经》云，捐闷^①者周公作也。先布本位，以十二时相从^②。其文曰：“同有文章^③，虎不如龙。豕者何为，来入兔宫。王孙出卜^④，乃造黄钟。犬就马厩^⑤，非类相从。羊奔蛇穴，牛入鸡笼。”徐援称，捐闷乃是奇两之术。发首即奇一，后乃奇两者，即为疑更词^⑥曰：大猪东行随^⑦虎坑，兔子欲宿入马厩，羊来入村狗所屯，大牛何知乘龙上，蛇往西方入猴乡，鸡鸟不止夜鼠藏^⑧。其言三不能比两者，孔子所造也。布十干于其方，戊己在西南维。其文曰：“火为木生甲呼丁，夫妇义重己随壬，贵遗则统领辛参南丙妻则须守乙后火戊子天癸就庚^⑨。”四维，东莱子所造也。布十二时，四维之^⑩一。其文曰：“天行星纪，右^⑪随龙渊，风吹羊圈，天门地连，兔居蛇穴，马到猴边，鸡飞猪乡，鼠入虎廛。”摯虞亦有^⑫四维之戏，与此异焉。数不识三，妄谈知十。三者上、中、下也。十数昴一数也。于先之意非止十等之名，将关大衍之旨事一也。犹川人士^⑬迷其指归，乃恨司方之手爽。司方者，指南车也。《狐疑论》称：“黄帝将见大隗于具茨之山，

① “捐闷”，《太平御览》引《艺经》作“恂闷”。

② “先布本位，以十二时相从”，各本脱落“布”字，据《太平御览》所引校补。

③ “同有文章”，明刻本“同”讹作“周”，南宋本不误。

④ “王孙出卜”，《太平御览》引作“王孙昼卜”。

⑤ “犬就马厩”，《太平御览》引作“犬往就马”。

⑥ “词”，明刻本作“调”。

⑦ “随”，明刻本作“通”，南宋本不误。

⑧ “鸡鸟不止夜鼠藏”，南宋本、明本俱脱“鼠藏”二字，微波榭本补出“鼠”字，据奇门遁甲例，末一字似是“藏”字。

⑨ “贵遗则……癸就庚”二十二字颠倒错乱，不成文义，各本皆同，无从校正。

⑩ “之”，南宋本作“又”，今从明刻本校改。

⑪ “右”，各本讹作“石”，今以意校改。

⑫ “摯虞”，各本脱落“虞”字，今补。按摯虞于晋惠帝时官卫尉，据李秀《四维赋》序言虞有四维之戏。

⑬ “士”，明刻本讹作“事”，南宋本不误。

至襄城之野，川谷之形^①率多斜曲。川人曰：‘积习生常，乃固已之，非指南车而为爽^②。’乃指谓曰：‘按司方所指者乃为我等之西也^③，然则指南岂其谬也？’乃行数里，川人又曰：‘司方所指我等之东也。’众共论之，为疑笑于时。容成子怪而问之，川人以其状白对。容成曰：‘在此望之，具茨之山于汝住所复在何方？’川人曰^④：‘在我之东。’容成曰：‘汝向言在西，今更在东，何言不常也！此非山川之移，盖川曲之斜，人心之惑耳^⑤。’川人乃请于斜曲之中定东西南北之术。容成曰：‘当竖一木为表，以索系之表，引索绕表画地为规。日初出影长则出圆规之外，向中影渐短，入规之中^⑥。候西北隅影初入规之处则记之^⑦。乃过中，影渐长出规之外^⑧。候东北隅影初出规之处又记之^⑨。取二记之所，即正东西也。折半以指表，则正南北也。’川人志之，以为知方之术。”未识刹那之賒促，安知麻姑之桑田。按《楞伽经》云：“称量长短者，积刹那数以成日夜。”刹那量者，壮夫一弹指顷过遥六十四刹那^⑩。二百四十刹那名一怛刹那^⑪，三十怛刹那名一罗婆，^⑫三十罗婆名一摩睺罗多，三十摩睺罗

① “川谷之形”，明本“形”讹作“山”，南宋本不误。

② “积习生常，乃固已之，非指南车而为爽”是南宋本原文。明刻本“习生”作“数之”，“已”作“以”，“而”作“之”。

③ “乃指谓曰：按司方所指者乃为我等之西也”，明本于“曰”字处空白，又“按”字讹作“擢”，今从南宋本。“乃为”，南宋本作“为乃”，依明本校改。

④ “川人曰”系南宋本原文，明本作“川人又曰”。

⑤ “盖川曲之斜，人心之惑耳”，明本缺“盖”字，南宋本缺第二“之”字，今补足。

⑥ “日初出影长则出圆规之外，向中影渐短，入规之中”，南宋本作“日初出影长则员规之外，向中渐短则影入之”，今从明刻本。

⑦ “候西北隅影初入规之处则记之”，南宋本缺少“候”字、“规”字，今依明本校补。

⑧ “乃过中影渐长出规之外”，南宋本于“影”字下衍一“入”字，今依明本删去。

⑨ “候东北隅影初出规之处又记之”，南宋本缺“候”字、“影”字，依明本补。

⑩ “壮夫一弹指顷过遥二十四刹那”，南宋本、明本于“弹”字下衍一“日”字，今删去。又“顷过”二字，明本误倒。

⑪ “二百四十刹那名一怛刹那”，明本脱落“十”字。又，“怛”南宋本讹作“恒”，明本作“恒”。据译音应作“怛”，今校正。下同。

⑫ “罗婆”各本讹作“婆罗”，依《法苑珠林》校改。下同。

多^①为一日一夜。其一日一夜有六百四十八万刹那。《神仙传》称：“麻姑谓王方平曰：‘自接待以来^②，见东海为桑田。向到蓬莱，水乃浅于往者略半也^③。岂复将为陵陆乎^④？’方平乃曰：‘东海行复扬尘耳^⑤。’”不辨积微之为量，诂晓百亿于大千。按《楞伽经》云：“积微成一阿耨，七阿耨为一铜上尘，七铜上尘为一水上尘，七水上尘为一兔毫上尘^⑥，七兔毫上尘为一羊毛上尘，七羊毛上尘为一牛毛上尘，七牛毛上尘为一乡中由尘，七乡中由尘成一虬，七虬成一虱，七虱成一麦横，七麦横成一指节，二十四指节为一肘，四肘为一弓，去村五百弓为阿兰惹^⑦。”据若摩竭国人，一拘庐舍为五里^⑧，八拘庐舍为一由旬，一由旬计之为四十里也。及以算校之，正得一十七里，何者？计二尺为一肘，四肘为一弓，弓长八尺也。计五百弓，有四千尺也。八拘庐舍则有三万二千尺。除之，得五千三百三十三步。以里法三百步除之，得一十七里，余二百三十三步。《华严经》云：“四天下共一日月，为一世界。有千世界有一小铁围山绕之，名曰小千世界。有一千小千世界^⑨有中铁围山绕之，名曰中千世界。有一千中千世界^⑩有大铁围山绕之，名曰大千世界。此大千世界之中^⑪，有百亿须弥山。”乃今校之，世有十亿日月，十亿须弥山。何者？置小千世界之中有一千日月，以

① 各本于“多”字下衍一“子”字，今删去。

② “自接待以来”，明本“待”讹作“待”，南宋本不误。

③ “向到蓬莱，水乃浅于往者略半也”，南宋本缺“向”字及“半也”二字，今依明本补。

④ “岂复将为陵陆乎”，南宋本讹作“未宣将复录乎”，今依明本校正。

⑤ “方平乃曰，东海行复扬尘耳”，南宋本作“方平曰圣人乃曰东海扬尘也”，今依明本校正。

⑥ “一兔毫上尘”，明本脱落“一”字，南宋本不误。

⑦ “去村五百弓为阿兰惹”，各本“村”讹作“肘”。《俱舍论》云：“五百弓为一俱庐舍，是从村至阿练若中间道量也。”

⑧ “一拘庐舍为五里”，南宋本脱落“为”字，依明本校补。

⑨ “有一千小千世界”，南宋、明本缺第二个“千”字，据微波榭本补。

⑩ “有一千中千世界”，南宋本作“有千中世界”，明本作“有中千世界”，今依微波榭本校正。

⑪ “此大千世界之中”，各本于“此”字下衍“三千”二字，今删去。

一千乘之，得一百万，即中千世界中日月数也。置中千世界^①日月之数以一千乘之，得即大千世界日月之数也。又云：“四天下者，须弥山南曰阎浮提，山北曰郁丹越，山东曰浮提^②，山西曰俱瞿耶尼^③。其日月一日一夜照四天下，山南日中，山北夜半，山东日中，山西夜半。”及以成事验之，则有疑矣。何者？按阎浮提人在须弥山南，及至二月、八月春、秋分昼夜停，以漏刻度之，则昼夜各五十刻也。然则日初出时，东向视日之当我之东，即漏刻，及其日没当我之西则五十刻^④。其一日一夜之中，绕三天下而来，所以至晓亦得五十刻也。胡以十万为亿，有百亿日月^⑤，四天下等事，有所未详也。

“黄帝为法，数有十等。及其用也，乃有三焉。十等者，亿、兆、京、垓、秭、壤、沟、涧、正、载。三等者，谓上、中、下也。其下数者，十十变之，若言十万曰亿，十亿曰兆，十兆曰京也。中数者，万万变之，若言万万曰亿，万万亿曰兆，万万兆曰京也。上数者，数穷则变，若言万万曰亿，亿亿曰兆，兆兆曰京也。按《诗》云“胡取禾三百亿兮”，毛注曰“万万曰亿”，此即中数也。郑注云“十万曰亿”，此即下数也。徐援《受记》云：“亿亿曰兆，兆兆曰京也”，此即上数也。郑盖以数为多，故合而言也^⑥。从亿至载，终于大衍。按《易》^⑦“大衍之数五十，其用四十有九”。又云，“天一、

① “置中千世界”，南宋本于“中”字上衍一“百”字，今依明本删去。

② “山东曰浮提”，南宋本“浮”讹作“甚”，明本于“浮”字处阙文，今依微波榭本改正。

③ “山西曰俱瞿耶尼”，南宋本于“尼”字下衍一“山”字，今据微波榭本删去。又按东晋译《华严经》作“俱耶尼”，唐译《华严经》作“瞿耶尼”，则“俱”、“瞿”二字必有一衍。

④ “及其日没当我之西则五十刻”，明本“没”讹作“浸”，又脱落“则”字，南宋本不误。

⑤ “有百亿日月”，各本“亿”讹作“倍”，今以意校正。

⑥ “郑盖以数为多，故合而言也”，系南宋本原文。明本作“郑注以数为多，故合而言之”。

⑦ 明本于“易”字下衍一“经”字。

地二、天三、地四、天五、地六、天七、地八、天九、地十”。“天数五，地数五”。“天数二十有五，地数三十。凡天地之数，五十有五”也。下数浅短，计事则不尽。上数宏廓，世不可用。故其传业，惟以中数耳。”余时问曰：“先生之言上数者数穷则变，即云终于大衍，大衍有限，此何得无穷^①？”先生笑曰：“盖未之思耳。数之为用，言重则变，以小兼大，又加循环。循环之理，岂有穷乎。”小兼大者，备加董氏《三等术数》^②。加更载为烦，故略焉。

余又问曰：“为算之体皆以积为名为复，更有他法乎？”

先生曰：隶首注术乃有多种。及余遗忘，记忆数事而已。

其一积算^③，其一太乙，其一两仪，其一三才，其一五行，其一八卦，其一九宫，其一运筹^④，其一了知，其一成数，其一把头，其一龟算，其一珠算，其一计数^⑤。

此等诸法随须更位。唯有九宫守一不移，位依行色，并应无穷。从积算以来^⑥至珠算，从一至于百、千已上，位更不变改。位依行色者，位依五行之色。北方水色黑，数一。东方木色青，数三。南方火色赤，数二。西方金色白，数四。中央土色黄，数五。言位依行色者^⑦，一位第一用玄珠，十位第二用赤珠，百位第三用青珠，千位第四用白珠，万位第五用黄珠，十万位以赤缁系黄珠，百万位以青缁系黄珠^⑧，千万位以白缁系黄珠，万万位曰亿，以黄缁系黄珠。自余诸位唯兼之，故曰并应无穷也。余慕其术，虑恐遗忘，故与好

① “此何得无穷”系南宋本原文，明本脱落“无”字，不合本意。

② “备加董氏三等术数”，按《唐书·经籍志》著录董泉《三等数》，“术”字疑系衍文，“加”字疑系“如”字之讹。

③ “积算”，明本讹作“积等”，南宋本不误。

④ “运筹”各本讹作“运算”，今据下文校改。

⑤ “计数”，明本讹作“计算”，南宋本不误。

⑥ “从积算以来”，明本脱落“算”字。

⑦ “言位依行色者”，系南宋本原文，明本于“者”字处阙文，微波榭本补一“若”字。

⑧ 明刻本脱落“十万位以赤缁系黄珠，百万位以青缁系黄珠”二句。

事后生记之云耳。

积算。今之常算者也。以竹为之。长四寸，以放四时^①。方三分，以象三才。言算法是包括天地，以烛人情。数始四时^②，终于大衍，犹如循环。故曰今之常算是也。

太一算，太一之行，去来九道。刻板横为九道，竖以为柱。柱上一珠，数从下始。故曰去来九道也。

两仪算，天气下通，地禀四时。刻板横为五道，竖以为位^③。一位两珠，上珠色青，下珠色黄^④。其青珠自上而下，至上第一刻主五^⑤，第二刻主六，第三刻主七，第四刻主八，第五刻主九。其黄珠自下而上，至下第一刻主一^⑥，第二刻主二，第三刻主三，第四刻主四，而已。故曰天气下通，地禀四时也。

三才算，天地和同，随物变通。刻板横为三道，上刻为天，中刻为地，下刻为人，竖为算位。有三珠，青珠属天，黄珠属地，白珠属人。又其三珠通行三道。若天珠在天为九，在地主六，在人主三。其地珠在天为八，在地主五，在人主二。人珠在天主七，在地主四，在人主一。故曰天地和同，随物变通。亦况三元^⑦，上元甲子一、七、四，中元甲子二、八、五，下元甲子三、九、六^⑧，随物变通也。

五行算，以生兼生，生变无穷。五行之法：水玄生数一，火赤生数二，木青生数三，金白生数四，土黄生数五。今为五行算，色别九枚，以五行色数相

① “以放四时”系南宋本原文。明本作“以效四时”。

② “数始四时”，南宋本缺“始”字，此依明本补。

③ “竖以为位”，明本脱“以”字，南宋本不误。

④ “上珠色青，下珠色黄”，南宋本脱落“上珠”二字，明本则讹作“色青上珠，色黄下珠”。今据下文校正。

⑤ “其青珠自上而下，至上第一刻主五”，南宋本作“其上珠至上第一刻主五”，明本则脱落“至上”二字。

⑥ “至下第一刻主一”，明本脱落“至下”二字，南宋本不误。

⑦ “亦况三元”，南宋本作“亦况三九”，微波榭本作“亦况于三元”。此从明刻本。

⑧ “下元甲子三、九、六”，各本“九、六”讹作“六、九”，今校正。

配，为算之位。假令九亿八千七百六十五万四千三百二十一者，则以白算配黄^①为九亿，以青算配黄为八千，以赤算配黄为七百，以玄算配黄算为六十，以一黄算为五万。以一白算为四千，以一青算为三百，以一赤算为二十，以玄算为一也。故曰，以生兼生，生变无穷。

八卦算，针刺八方，位阙从天。为算之法^②，位用一针锋所指以定算位。数一从离起，指正南离为一，西南坤为二，正西兑为三，西北乾为四，正北坎为五，东北艮为六，正东震为七，东南巽为八。至九位阙，即在中央，竖而指天。故曰，位阙从天也。

九宫算，五行参数，犹如循环。九宫者，即二、四为肩，六、八为足，左三、右七，戴九、履一，五居中央。五行参数者，设位之法依五行，已注于上是也。

运筹算，小往大来，运于指掌。此法，位别须算筹一枚，各长五寸。至一筹上各为五刻，上头一刻近一头刻之^③，其下四刻迭相去一寸，令去下头亦一寸也^④。入手取四指三间，间有三节。初食指上节间为一位，第二节间为十位，第三节间为百位。至中指上节间为千位，中节间为万位，下节间为十万位。无名指上节间为百万位，中为千万位，下为亿也。他皆仿此。至算刻近头者，一刻主五；其远头者，一刻之别从下面起，主一、主二、主三、主四也^⑤。若一、二、三、四，头则向下于掌中。若其至五^⑥，则回取上头向掌中，故曰小往大来也。回游于手掌之间，故曰运于指掌也。

了知算，首唯秉五，腹背两兼。了算之法，一位为一了字。其了有三曲，其下股^⑦之末，内主一，外主九。下次第一曲，内主二，外主八。其第二曲^⑧，

① “以白算配黄”，南宋本缺“配黄”二字，依明本校补。

② “为算之法”，各本俱作“算为之法”，今为改正。

③ “近一头刻之”，南宋本“一头”讹作“头一”，依明本校改。

④ “亦一寸也”系南宋本原文，明本无“也”字。

⑤ “主四也”，南宋本有“也”字，明本无。

⑥ “若其至五”，南宋本于“若”字上衍一“中”字，今删。明本讹作“中若具五”。

⑦ “下股”，南宋本讹作“下服”，依明本校正。

⑧ “其第二曲”，明本“其”作“当”。

内主三，外主七。其第三曲，内主四，外主六。当了字之首独主五^①。故曰首唯乘五，腹背两兼也。

成数算，春夏生养，秋冬收成^②。算之法，位别须五色算一枚。其一算之象头，各以黄色为本，以生数也；余色为首，其五行各配土，为成数也。水玄，生数一，成数六。火赤，生数二，成数七。木青，生数三，成数八。金白，生数四，成数九。若以首向东及南为生数，向西及北为成数。假令有九亿八千七百六十五万四千三百二十一者，则以白算首向北为九亿，以青算首向西为八千，以赤算首向北为七百，以玄算首向西为六十，以黄算一枚竖为五万，以白算首向东为四千，以青算首向南为三百，以赤算首向东为二十，以玄算首向南为一也。故首向东向南为生数，向西向北为成数。故云春夏生养，秋冬收成也^③。

把头算，以身当五，目视四方。把头之法，位别须算二枚，一漫一齿^④。齿者一面刻为一，其一面为二；一面为三，其一面为四也。漫者为把头^⑤，即当五算。至齿者^⑥为把头，一目当一算。故曰以身当五，目视四方也。

龟算，春夏秋成，遇冬则停。为算之法，位别一龟，龟之四面为十二时。以龟首指寅为一^⑦，指卯为二，指辰为三，指巳为四，指午为五，指未为六，指申为七，指酉为八，指戌为九。龟头指亥、子、丑，不以为数^⑧。故云遇冬则停也。

珠算，控带四时，经纬三才。刻板为三分，其上下二分以停游珠，中

① “当了字之首独主五”，系南宋本原文。明本改“独”为“则”，亦通。

② “秋冬收成”系南宋本原文，明本作“秋收冬成”。

③ “秋冬收成也”，明本作“秋收冬成也”。

④ “位别须算二枚，一漫一齿”，南宋本脱“齿”字，明本又脱去“位”字，今补足。

⑤ “漫者为把头”，各本“头”字讹作“为犹”二字，今以意校改。

⑥ “至齿者”系南宋本原文，明本作“生齿者”。

⑦ “以龟首指寅为一”，南宋本“以”讹作“心”，依明本校改。

⑧ “龟头指亥、子、丑，不以为数”，南宋本作“指亥子丑，龟头指不以为数”，明本妄改为“指亥为十，龟头指不以为数”。今依文义校正。按在算位上为数最多者是九，不是十。又兼亥、子、丑三月为冬季，龟头指亥、子、丑不以为数是也。

间一分以定算位。位各五珠，上一珠与下四珠色别。其上别色之珠当五^①。其下四珠，珠各当一。至下四珠所领，故云控带四时。其珠游于三方之中，故云经纬三才也。

计数，既舍数术，宜从心计。言舍数术者，谓不用算筹，宜以意计之^②。或问曰：“今有大水不知广狭，欲不用算法，计而知之^③。”假令于水北度之者，在水北置三表，令南北相直，各相去一丈。人在中表之北，平直相望水北岸，令三相直，即记南表相望相直之处，其中表人目望处亦记之。又从中相望处直望水南岸，三相直，看南表相直之处亦记之。取南表二记之处高下，以等北表点记之。还从中表前望之所北望之，北表下记三相直之北，即河北岸也。又望上记三相直之处，即水南岸^④。中间则水广狭也。或曰：“今有长竿一枚，不知高下，既不用筹算，云何计而知之？”答曰：取竿之影任其长短，画地记之。假令手中有三尺之物，亦竖之，取杖下之影长短以量竿影，得矣。或问曰：“今有深坑，在上看之，可知尺数已否？”答曰：以一杖任意长短^⑤，假令以一丈之杖掷著坑中，人在岸上手捉之一杖^⑥，舒手望坑中之杖，遥量知其寸数。即令一人于平地捉一丈之杖，渐令却行，以前者遥望坑中寸量之，与望坑中数等者即得。或问曰：“令甲乙各驱羊一群，人问各多少^⑦。甲曰：‘我得乙一口，即与乙等。’乙曰：‘我得甲一口，即加半多于甲^⑧。’问各几何？”答曰：甲九口，乙十一口。或问曰：“甲乙各驱羊，行人问其多少。甲曰：‘我得乙一口，即与乙等。’乙曰：‘我得甲一口，则五倍于甲^⑨。’问各几何？”答曰：甲二，乙四。或问曰：

① “其上别色之珠当五”，各本俱脱落“五”字，今补。

② “宜以意计之”，明本“意”改作“心”。

③ “欲不用算法，计而知之”，明本“法”讹作“筹”，“计”讹作“度”。

④ “水南岸”，明本讹作“河北岸”，南宋本不误。

⑤ “以一杖任意长短”，南宋本“杖”讹作“丈”，明本“任”又讹作“极”，今以意校正。

⑥ “手捉之一杖”系南宋本原文，明本“捉”改作“提”，是不合原意的。

⑦ “人问各多少”，南宋本、明本俱作“人各问多少”，此从微波榭本。

⑧ “甲曰，我得乙一口即与乙等。乙曰，我得甲一口，即加半多于甲”，南宋本、明本俱讹作“而甲曰更得乙一口即加五多于甲”。此从微波榭本。

⑨ “则五倍于甲”，各本俱讹作“则倍多于甲”，今据答案校正。

“今有鸡翁一只直五文，鸡母一只直四文，鸡儿一文得四只。今有钱一百文^①，买鸡大小一百只。问各几何？”答曰：鸡翁十五只，鸡母一只，鸡儿八十四只，合大小一百只。计数多少略举其例。或问曰：“今有鸡翁一只直四文，鸡母一只直三文，鸡儿三只直一文。今有钱一百文^②，还买鸡大小一百只。问各几何？”答曰：鸡翁八只，鸡母十四只，鸡儿七十八只，合一百只。

或问鸾曰：“世人乃云算位者算子则竖，信有之乎？”鸾答之曰：“依如针算，则以针锋指八卦之位，一从离起，左行周匝，至巽八，位既合。及其至九，无位可指，是以在中竖而指天，故有位合算子竖之名也^③。”又问鸾曰：“昔有吴人赵达，用一算之法^④，头乘尾除，其有此术乎？”鸾答之曰：“此乃传之失实，犹哀公获夔一足^⑤，丁氏穿井而获一人也。何者？按乘之法，重张其位，以上呼下^⑥，置得于中。置所除之数于下，又置得于上，亦三重张位。然则乘之与除法用不同。欲以一算上下当六重之身，增损为众位之实，若其神也，则藉一算之功如其凡也。理不可尔。”问者又曰：“若如来指为妄矣，此言何从而至？”鸾答之曰：“此亦传之过实也。何者？积算者^⑦，盖一位用一算也。头乘、尾除者，欲使乘、除别位^⑧，乘时以针锋指之，除时则用针尾拗之，故有头乘、尾除之名也。”

① “今有钱一百文”系南宋本原文。明本“今”讹作“合”。

② “今有钱一百文”，明本“今”讹作“合”。

③ “故有位合算子竖之名也”，明本于“故”字下衍一“曰”字。

④ “用一算之法”，明本“算”讹作“等”。

⑤ “犹哀公获夔一足”，明本脱落“哀”字。

⑥ “以上呼下”，各本俱讹作“以上呼一”，今以意校正。

⑦ “积算者”，各本于“积”字下衍“一”字，今删。

⑧ “欲使乘除别位”，各本脱落“除”字，今补。

夏侯阳算经

《夏侯阳算经》提要

北宋元丰七年秘书省所刻《算经十书》中的《夏侯阳算经》是一部伪书，不是唐代立于学官的《夏侯阳算经》。《张邱建算经》自序说，“其夏侯阳之方仓，孙子之荡杯，此等之术皆未得其妙”，可证《夏侯阳算经》的著作年代是在《张邱建算经》之前。而现在有传本的所谓《夏侯阳算经》则是唐代中叶的作品。作者自序明言他自己搜集了各家算法，写出一部结合当代法令的实用算术书。这部书有三卷，卷上的第一章“明乘除法”引“夏侯阳曰，夫算之法，省约为善”等等约六百字。宋欧阳修等撰《新唐书·艺文志》时（约1060年），误认这部书为韩延所传的《夏侯阳算经》；韩延可能是这部书的作者。元丰七年（1084年）刻书时就以这部书为《算经十书》的一种。

根据下列史料，我们认为传本《夏侯阳算经》是在唐代宗在位时期（公元763～779年）写成的。本书卷上引田令、赋役令、仓库令、杂令等都是唐代刑部颁行的法令。“课租庸调”章所引赋役令户调法和杜佑《通典·食货六》所载的开元二十五年（公元737年）的法令相同。卷中“求地税”章有按亩收谷二题，“定脚价”章有两税米、两税钱各一题，卷下又有两税钱三题。《新唐书·食货志》说：“自代宗时始以亩定税而敛以夏秋。至德宗相杨炎遂作两税法。”据

此可知代宗在位时期已征收两税米和两税钱与租庸调法并行。本书在叙述租庸调的计算方法的同时,兼收有关两税米、两税钱的问题是符合当时实际的。卷中“分禄秩”章有一个分配官本利息给州郡官吏的问题,题中列举的官吏名称及人数和《唐书·职官志》所载“下州”佐吏相合。又据《新唐书·百官志》说:“上元二年(公元761年)诸州复置别驾,德宗时复省。”本题中有别驾官,亦足证本书为代宗时期的作品。戴震《夏侯阳算经跋》以为夏侯阳为晋代人。传本《夏侯阳算经》所引田令、赋役令、仓库令、杂令“皆据隋制言之,则是韩延传其学而以己说篡入之”。又说“韩延为隋人盖无可疑”。可是他拿不出真凭实据来,信口雌黄是不能令人信服的。

古人作乘法要用算筹布置乘数、相乘积、乘数三层,作除法要布置除数、被除数、商数三层,演算程序相当麻烦。唐代数学者为了简化演算程序,想尽方法使乘除可以在一个横列里演算。传本《夏侯阳算经》就有很多乘除速算的例题。乘数或除数是一位数时,乘除法是可以放在一个横列里演算的。因此,乘数或除数可分解为二个(或多个)一位因数时,多位数的乘除法亦可以在一个横列里演算。乘数的第一位数码是一的可以用“身外添几”法做乘法。例如以十七乘的可于被乘数的十倍上再加七倍。除法的第一位数码是一的亦可以用“身外减几”法。这些乘除速算法到宋代都得到了更进步的发展。

古代钱币以制钱一文为最低单位。碰到计算所得的结果有奇零时借用分、厘、毫、丝等长度单位名目来表示文以下的十进小数。《夏侯阳算经》推广了这种十进小数的应用。例如卷下第十一题,解答时化绢一千五百二十五匹(四丈为一匹)三丈七尺五寸为一五二五匹九三七五,不为匹以下的四位数码另立单位名目,这和现在的十进小数记法更为接近。

据《唐书·经籍志》、《新唐书·艺文志》、《宋史·艺文志》等记录,唐、宋人民遗留下来的算术书很多。但是,在唐显庆元年(公元656年)李淳风等注释十部算经以后到南宋秦九韶写成他的《数书九章》(1247年)以前,所有五百九十年中唐、宋人的数学著作现在都没有传本。只有韩延的算术因宋人给它带上一顶《夏侯阳算经》的帽子,混在《算经十书》里流传到现在。传本《夏侯阳算经》是数学史研究中的一个重要文献,它的丰富多彩的内容是值得珍视的。

版本与校勘

《夏侯阳算经》的北宋秘书省刻本和南宋鲍澣之刻本，经过元、明两代渐次散佚。到清初仅存太仓王氏家藏的一个孤本。这个南宋刻本康熙初年为常熟毛扆所得，乾隆中归曲阜孔继涵，今存上海图书馆。毛扆又有一个影宋抄本，后来传入清宫天禄琳琅阁，今有影宋的《天禄琳琅丛书》本。

戴震任四库全书馆纂修官时，从《永乐大典》中辑录《夏侯阳算经》的全文，作为《四库书》的底本。此后有孔氏微波榭《算经十书》本、武英殿聚珍版本、《知不足斋丛书》本、《古今算学丛书》本和各种翻印本。

《夏侯阳算经》的南宋本和《永乐大典》本文字大致相同，很少有互异的地方。清代学者一般认为《夏侯阳算经》于诸算经中最为简要，没有任何难以通晓之处。从而对于各本的误文夺字都未加考订。现在我们参互考校，写出了校勘记五十六条，其中各本俱误而获得订正的有二十五条。

夏侯阳算经序

夫博通九经为儒门之首，学该六艺为伎术之宗，若非材性通明，孰能与于此也。然算数起自伏羲，而黄帝定三数为十等，隶首因以著《九章》。逮乎有虞，乃同律度量衡。孔子曰：“谨权量，审法度。”汉备五数，“纪于一，协于十，长于百，大于千，衍于万”。“度长短者不失豪厘，量多少者不失圭撮^①，权轻重者不失黍粟”。《五曹》、孙子述作滋多，甄鸾、刘徽为之详释。稽之往古，妙绝其能，储校今时，少有闻见。余以总角，志好其文，略寻古今，备览差互。其如明数造术，诂晓端倪，寻考遗言，颇知梗概。且计课租庸调，无术可凭。步数奇残，若为销尽。永变米谷，经旨未贍。正耗共升，何由剖析。三分五分取一，法理为明焉。况今令式与古数不同，奚能则定。代相沿革，互议短长，经术尤深，难可意测。是以跋涉川陆，参会宗流，纂定研精，刊繁就省，祛荡疑惑，括诸古法，烛尽毫芒。谨录异同，列之于左。

① “量多少者不失圭撮”系《汉书·律历志》原文。南宋本“圭”字作“抄”，疑非恰当。

夏侯阳算经卷上

明乘除法^①

辩度量衡

言斛法不同

课租庸调

论步数不等

变米谷

明乘除法

夏侯阳曰：夫算之法，约省为善。有分者通之，分不均者同之^②，位高者下之，可约者约之，耦则半之，五则倍而折之。一、三、七、九，商用所宜。于此不得，乃为之命分。分母入者须出之，然后为定。子可半者半之，不可半者倍母而入之。此算之要道也。凡除分者全数易了，奇残难用。心意之劳正在于此。后当随事释之。其物残分求尺，尺之求寸，皆上十之。斤之求两，二而八之。两之求铢，

① “法”，孔刻本讹作“上”，汲古影宋抄本不误。

② “分不均者同之”，各本“不”讹作“为”，今改正。

三而八之。铢之求黍、黍，皆上十之。斗之求升、合、勺^①、撮，皆上十之。里之求步，三百之。步之求尺，六之。厘、毫、丝、忽，可以意知。

夫乘除之法，先明九九。一从十横，百立千僵，千、十相望，万、百相当。满六已上，五在上方，六不积算，五不单张。上、下相乘，实居中央。言十自过，不满自当。以法除之，宜得上商。从算相似，横算相当。以次右行，极于左方。言步^②之，上见十步至十，见百步至百，见千步至千，见万步至万。悉观上数，以安下位。上不满十，下不满一^③。步随多少，以为楷式。以少呼多，因法为母，积实为子。二分之一为中半，三分之二为太半，三分之一为少半，四分之一为弱半，此漏刻之数也。

凡算者，有五乘、五除。除者散繁除约，乃以除减为名。乘者令少乘多，乃以乘长为称。乘盈、除缩，故曰乘除也。

一曰法除。上下置位，以少呼多，言十自过，不满自当，实居中央，故曰法除也。

二曰步除。如斛中求斗，斗中求升，升中求合，合中求勺，勺中求抄，及丈中求尺，尺中求寸，寸中求分，皆言上十之，上百之，故曰步除也。

三曰约除。如等数所得者约实、约法，各得分数，故曰约除也。

四曰开平方除。借一算为下法，步之，超一位。幂方十，其积有百。幂方百，其积有万。至百言十，至万言百，故曰开平方除也。

五曰开立方除。借一算为下法，步之，超二位。立方十，其积有千。立方百，其积有百万。至千言十，至百万言百，故曰开立方除也。

《时务》云，十乘加一等，百乘加二等，千乘加三等，万乘加四等。十除退一等，百除退二等，千除退三等，万除*退四等。

① “勺”，各本讹作“求”，今改正。

② “步”，武英殿聚珍本据《永乐大典》抄本作“法”，此从毛氏影宋本。

③ “下不满一”，毛本脱落“一”字，此从殿本校补。

* “除”，原印本作“乘”，系依微波榭本而误。汲古阁本、殿本均作“除”。

辩度量衡

田曹云，度之所起，起于忽。十忽为一丝，十丝为一毫，十毫为一厘，十厘为一分，十分为一寸，十寸为一尺^①，十尺为一丈，十丈为一引。四丈为一匹，五丈为一端。六尺为一步。二百四十步为一亩。三百步为一里。

仓曹云，量之所起，起于粟。十粟为一圭，十圭为一撮，十撮为一抄，十抄为一勺，十勺为一合，十合为一升，十升为一斗，十斗为一斛。

金曹云，称之所起，起于黍。十黍为一象，十象为一铢，二十四铢为一两，十六两为一斤，三十斤为一钧，四钧为一石。

《汉书·律历志》曰，度者所以度长短，本起于黄钟之长。以子谷秬黍中者一黍之广度之，九十分黄钟之长。一黍为分，十分为寸，十寸为尺，十尺为丈，十丈为引，而五度审矣。

量者所以量多少，本起于黄钟之龠。用度数审其容，以子谷秬黍中者千二百实其龠。合龠为合^②，十合为升，十升为斗，十斗为斛，而五量嘉矣。

权者，所以称物平施，知轻重，本起于黄钟之重。一龠容千二百黍，重十二铢。二十四铢为两，十六两为斤，三十斤为钧，四钧为石，而五权谨矣。两者，两黄钟之重^③、二十四铢，象二十四气^④。十六两为斤，象

① “十寸为一尺”，各本脱落此五字，今补。

② “合龠为合”系《汉书·律历志》原文，“合龠”谓二龠也。《大典》本讹作“十龠为合”，毛氏影宋本不误。

③ “两者，两黄钟之重”，各本脱第二个“两”字，今补。《汉书·律历志》云“两者两黄钟律之重也”。

④ “二十四气”，孔刻本“气”讹作“象”，影宋本不误。

四时乘四方。三十斤为钧，象一月。四钧为石，象四时也。权与物钧而生衡。谓锤^①与物均，所称适停时，衡平也。衡运生规，规圆生矩，矩方生绳，绳直生准。立准以望绳，以水为平也。是为五则。规者，所以规圆器械，令得其类也。矩者，所以矩方器械，令不失其形也。规矩相须，阴阳位序，圆方乃成。准者，所以揆平取正也。绳者，上下端直，经纬四通也。准绳连体，权衡合德，百工繇焉以定法式。已上古法。

在京诸司及诸州各给称尺，并五尺度，斗、升、合等样，皆用铜为之。

仓库令诸量函所在官造。大者五斛，中者三斛，小者一斛，以铁为缘，勘平印书，然后给用。以上^②今时用之也已。

言斛法不同

仓曹云：古者凿地方一尺，深一尺六寸二分，受粟一斛。至汉王莽改铸铜斛，用积一尺六寸二分^③。至宋元嘉二年徐受重铸，用二尺三寸九分^④。至梁大同元年甄鸾校之，用二尺九寸二分。然时异事变，斗尺不同。以古就今，临时校定，始可行用。若欲审之，以掘地作穴方广三尺已下，以今时用斗量米一斛，置诸穴中，概令平满。

① “锤”，宋本讹作“钟”，殿本讹作“重”，今据《汉书·律历志》孟康注校正。

② “以上”，影宋本无“上”字，此从孔刻本。

③ “用积一尺六寸二分”，各本“积”讹作“深”，“六”讹作“九”，今校正。案王莽铜斛铭云：“募一百六十二寸，深一尺，积一千六百二十寸。”如以一立尺作为积的单位，斛积正是一尺六寸二分。

④ “至宋元嘉二年徐受重铸，用二尺三寸九分”，孙诒让《札迻》卷十一谓徐受当作徐爰。徐爰为宋人，见《宋书·恩倖传》。按徐受重铸的斛，有二千三百七十立方寸，似是元魏朝规定的量制，而非刘宋朝的量制。“徐受”似非“徐爰”的误文。

如有少剩，临时增减，取米^①适平。然后出之径量，以知深浅，乃可以斛法定数。

〔一〕今有方窖，长一丈三尺，广六尺，深一丈。问受粟几何？

答曰：四百八十一斛四斗八升、二十七分升之四。

术曰：置长尺数，以广尺数乘之，又以深乘之，得积尺。以斛法除之^②，即粟数。凡斛法一尺六寸二分。

〔二〕今有圆箒，周三丈，高一丈六尺。问受粟几何？

答曰：七百四十斛七斗四升、二十七分升之二。

术曰：置周尺数自相乘，以高数乘之，十二而一，得积尺。以斛法除之，即粟数。

〔三〕今有平地聚粟下周三丈，高四尺。问受粟几何？

答曰：六十一斛七斗二升、八十一分升之六十八。

术曰：置周尺数自相乘，以高乘之，三十六而一，得积尺。以斛法除之，即粟数^③。

〔四〕今有仓，南北一丈五尺，东西三丈五尺，高八尺。问受粟几何？

答曰：二千五百九十二斛五斗九升、二十七分升之七。

术曰：以东西、南北丈尺相乘，又以高乘之，得积尺。以斛法除之，即粟数。

〔五〕今有仓，广二丈六尺，长三丈四尺，深一丈二尺。中有二柱，长一丈二尺，圆三尺。牵二枚，长二丈六尺，方五寸。梁二枚，长二丈六尺，方三尺。问受粟几何？

① “米”，宋本讹作“半”，此从殿本。

② “以斛法除之”，各本脱落“斛”字，今补。

③ “即粟数”，“粟”字下孔刻本脱落“数”字，影宋本不脱。

答曰：六千二百四十斛一斗二升、八十一分升之二十八。

术曰：置广、长相乘，以其深乘，得一万六千八百尺。柱圆三尺自相乘得九尺，以乘其长得一百八尺，倍之得二百一十六尺，以十二除之得一十八尺。牵方自相乘，退位得二寸五分。复乘其长，得六尺五寸。倍之，得一十三尺。梁方自乘得九尺，复乘其长，得二百三十四尺。倍之，得四百六十八尺。并柱、牵、梁^①得四百九十九^②尺。以减大数，余一万一百九尺。以斛法除之，即粟数。

〔六〕今有方仓，长三十一丈六尺，广七十二尺，高一十七尺。中有九柱，各圆三尺五寸，长十七尺。又有六柱，各方二尺八寸，长十七尺。梁三枚，长三十二尺，厚、广二尺。牵三枚，长三十二尺，各方七寸。问受粟几何？

答曰：二十三万七千八百九十九斛四斗^③三升、五十四分升之五十三。

术曰：置长、广相乘，以高乘为实。圆柱周^④自乘，以长乘，十二而一，九因之为实。柱方^⑤自乘，以乘长，六因之，为实。梁厚、广相乘，以乘长，三因之为实。牵方自乘，以乘长，三因之，为实。并柱、梁、牵等，减仓实为积尺。以斛法除之，即粟数。

① “并柱、牵、梁”，南宋本脱“牵”字，《大典》本脱“梁”字，今依戴震校补。

② “四百九十九”，南宋本脱落第二个“九”字，《大典》本不误。

③ “斗”，各本讹作“十”，今校正。

④ “圆柱周”，各本脱落“周”字，今补。

⑤ “柱方”，各本作“方柱”，今校正。

课租庸调

赋役令：诸户一丁租粟二斛。其调，各随乡土所出，绢、绌各二丈，布二丈五尺。输绢、绌者绵三两，输布者麻三斤。若当户不成端、匹、屯、绡者，皆丈尺折半之。

求庸七丈五尺^①法，置丁数三因之，折半。丈尺折半之。又法：置丁数以七丈五尺^②为法乘之，以五丈除之。不满为奇丁丈尺。佗皆放此。又法：重张丁数，下位退一等，五因之，以添上位。丈尺折半。又法：置丁数，退一等^③，三而五之，丈尺折半之。凡年中除闰月外，有二月谓五月、十月，一云九月。为农事之月，免庸。若役五十日，租、庸、调并免。佗皆放此。

求每丁闰有二尺五寸法：置丁数，退二等^④，五因之。丈尺折半之。

求有闰年每丁布二端二丈二尺五寸法：置丁数，七而七之，退一等，折半。丈尺折半之。又法^⑤：置丁数，以二百四十五乘之，退二等，丈尺折半^⑥之。

求庸闰布，每丁一端三丈二尺五寸法：重置丁数，各三因之。下位退一等，添上位，讫，半之。其丈尺已下更半之。

求无闰年每丁布二端一丈五尺法：重置丁数，上位二因之，下位退一等，三因之，丈尺折半，添上位。又法：置丁数以二十三乘，退一等。丈尺折半之。

①② “七丈五尺”，各本均讹作“七尺五寸”，今校正。

③ “置丁数”下各本脱落“退一等”三字，今补。

④ “置丁数”下各本脱落“退二等”三字，今补。

⑤ “又法”，各本脱落“法”字，此依殿本校补。

⑥ “折半”，南宋本脱落“折”字，此从殿本校补。

求每丁调绢布四丈法：置丁数，八因，退一等。丈尺折半之。

求每丁闰年庸、调布二端二丈二尺五寸法^①。列置丁数三^②位，上位二因，端也。中位退一等，四因，丈也。下位退二等，五因。尺也。丈尺半之。百丁已上不折半。并三位，即都数^③。

若每丁庸、调并剩布二丈五尺，都当二端二丈五尺。亦列丁数二位，上位二因。端也。下位^④退一等五因。丈^⑤也。奇丁丈尺折半之。并二位，得都数。

若每丁庸、调并剩布一尺六寸七分，都当二端一丈六尺六寸七分。亦列丁数五位，上位二因，端也。次位退一等三因，丈也。次位退二等三因，尺也。次位退三等三因，寸也。下位退四等四因，分也。奇丁丈尺折半之。并得都数。

凡算布，从丈尺已下皆倍本因之数。

论步数不等

田曹：以六尺为步，三百步为一里。此古法。

杂令：诸度地以五尺为一步，三百六十步为一里。

田令：诸田广一步，长二百四十步为亩。亩百为顷。此今用之。

方田四方平等，名曰方田。

术曰：方自乘为积步。以亩法除之。

① 各本脱落“法”字，今补。

② “三”，各本讹作“之”，今校正。

③ 此下，南宋本有“若每丁因一位，端也，中位退一等二位，丈也，下位退二等五因，尺也，奇丁丈尺折半，三位即得”三十六字，似是衍文。此从殿本。

④ “下位”，前孔刻本衍“中位退一等四因”七字，又小注“丈也”二字，南宋本、《大典》本均不误。

⑤ “丈”，孔刻本讹作“尺”。

直田从长而广狭，故曰直田。

术曰：以从、广相乘为积步。以亩法除之。

腰鼓田形似腰鼓细。

术曰：并三广，以三而一，乘长为积步。以亩法除之。

圆田形如鼓面。

术曰：周自乘，以十二而一，得积步。又术：周乘径，四而一，亦得。又术：半周乘半径亦得。各得积步，并以亩法除之。

环田此外周而心空，如环。

术曰：并外、内周而半之，以径乘为积步。以亩法除之。

丸田形如覆半弹丸。

术曰：径乘周，四而一，得积步。以亩法除之。

圭田三角之田。

术曰：半长乘广为积步。以亩法除之。

弓田形如弓样。

术曰：矢乘弦，矢又自乘，并之，二而一。以亩法除之。

箕田一头广，一头狭。

术曰：并二广而半之，以乘长，为积步。以亩法除之。

四不等田二广、二长不齐。

术曰：并二长而半之，又并二广而半之，相乘为积步。以亩法除之。

〔七〕今有田二十一顷七十八亩一百八十步，问为方几何。

答曰：七百二十三步，奇百七十一。

术曰：先置顷、亩于上，以二百四十步乘之，得五十二万二千七百二十步。内零一百八十步。以开方除之。借一算为下法。步之，超一位，至百止。万上置上商七百。下亦置七万于

实位之下，下法之上，名曰方法^①。命上商除实讫。倍方为一十四万。方法一退，下法再退。又置上商二十于前商后。又置二百于方法之下，下法之上，名曰隅法。以方、隅二法皆命上商，以除实，讫。倍隅法为四百，从上。方法一退，下法再退。又置上商三，于前商二十之后。又置三步于方法之下，下法之上，名曰隅法。以方、隅二法皆命上商，除实讫。倍隅法得六，从上方法，得一千四百四十六。即是上方得七百二十三步，奇一百七十一歩。

变米谷

仓库令云，其折糙米者，稻三斛折纳糙米一斛四斗。

若谷求米法，十四乘，三除。除毕以米数^②折退一等。

又法，四二乘，九除；一四乘，三除；二八乘，六除。

若米求谷法，三乘十四除。

又法，九乘，四二除；三乘，一四除；六乘，二八除。

粟五斗为粳米三斗，三十乘之，五十而一。为粳米二斗七升，二十七乘之，五十而一。为粳米二斗四升，二十四乘之，五十而一。为御米二斗一升，二十一乘之，五十而一。

〔八〕今有粟五千五百一十斛九斗，欲每斛为粳米六斗，粳米五斗四升，粳米四斗八升，御米四斗二升。问各几何？

答曰：

粳米三千三百六斛五斗四升。

粳米二千九百七十五斛八斗八升六合。

① 各本脱落“名曰方法”四字，今补。

② “米数”，孔刻本讹作“米谷”，影宋本不误。

粳米二千六百四十五斛二斗三升二合。

御米二千三百一十四斛五斗七升八合。

术曰：置粟，退一等，以六斗乘，为粳米。以五斗四升乘，为稗米。以四斗八升乘，为粳米。以四斗二升乘，为御米。

返求粟法：置粳米数，以五因之，三除之。置稗米数，以上十之，以五斗四升除之。粳米、御米^①，各以本米数除之，皆得本粟。

〔九〕今有谷一千八百四十三斛八斗三升，欲依租变米，每谷三斛，为米一斛四斗。问合得米几何？

答曰：八百六十斛四斗五升四合。

术曰：置谷数，以一斛四斗为法乘之，以三斛为法除之，得米数。

① 各本脱落“御米”二字，今补。

夏侯阳算经卷中

求地税

分禄料

计给粮

定脚价

称轻重

求地税

〔一〕今有田三百七十九亩，亩出税谷三升纳官，每斛加二升耗。问输正及耗各几何？

答曰：

正一十一斛三斗七升。

耗二斗二升七合四勺。

术曰：置田亩数，以三升因之，得一十一斛三斗七升为正。

又二因之，得二斗二升七合四勺为耗。

〔二〕今有田一亩计税谷三升，问一步合计几何？

答曰：一步，一勺二抄五撮。

术曰：置谷三升，再上十之，为三百勺。以二百四十步为法，除之，即得。

〔三〕今有地收谷一千二百六十三斛九斗六升七合三勺，斛别加二升耗。问正、耗共计几何？

答曰：一千二百八十九斛二斗四升六合六勺四抄六撮。

术曰：置谷，以隔位加二，即得。

〔四〕今有上官田七十四亩一百五十三步，亩别计米六斗输官，官令纳谷三斛准米一斛四斗。问米及谷各几何？

答曰：

米四十四斛七斗八升二合五勺。

谷九十五斛九斗六升二合五勺。

术曰：置亩数，以二百四十步乘之，内余步，得一万七千九百一十三步，为实。以上田斛法四百步除之，得米数。欲求谷者，以三斛因米，为一百三十四斛三斗四升七合五勺。以米一斛四斗除之。欲知上田一斗步数谷者，置田一亩二百四十步，以米六斗为法，除得四十步计米一斗。以斗法上十之为四百步，即斛法。上田一步计米二合五勺。欲知者，置米六斗，再上十之，以二百四十步除之，见每步之数。

〔五〕今有次官田五十七亩一百五十步，亩别计米五斗输官，官令纳谷三斛准米一斛四斗。问米及谷各几何？

答曰：

米二十八斛八斗一升二合五勺。

谷六十一斛七斗四升、二十八分升之三。

术曰：置亩数，以二百四十步乘之，内一百五十步，得一万三千八百三十步为实。以次田法四百八十步除之，得米数。欲求谷，以三斛因米得八十六斛四斗三升七合五勺。以米一斛四斗除之，得谷数。不尽者与法俱倍之，命分。何以次田四百八

十步为斛法？术曰：置二百四十步于上，米五斗为法而一，得四十八步，以为一斗之法。上十^①之为四百八十步，即斛法。欲知次田一步计米二合、一十二分合之一，术曰：置米五斗，再上十之为五百合，为实。以二百四十步除之，得二合。不尽者退位，与法俱半之，命分，即见每步之法。

〔六〕今有下官田八十九亩一百九十五步，亩别计米四斗输官，官亦令纳谷三斛准米一斛四斗。问合计米及谷几何？

答曰：

米三十五^②斛九斗二升五合。

谷七十六斛九斗八升、一十四分升之三。

术曰：置田亩数，以二百四十步乘之，内一百九十五步，得二万一千五百五十五步，为实。以下田斛法六百步除之，得米数。欲求谷者，以三斛因米，得一百七斛七斗七升五合为实。以一斛四斗除，为谷数。不尽者命分。何以知下田六百步为法？术曰：置二百四十步，以米四斗为法除，得六十步，为一斗之法。上十之，为六百步，乃为一斛之法。欲知下田一步计米一合、三分合之二，术曰：置米四斗，再上十之为四百合，为实。以二百四十步除之，得一合。不尽者与法俱八约之，命分。

分禄料

〔七〕今有官本钱八百八十贯文，每贯月别收息六十^③，计息五十二

① 各本脱落此“十”字，今补。

② “五”，影宋本、孔刻本俱讹作“三”，殿本不误。

③ “每贯月别收息六十”，各本“十”讹作“分”，今校正。按《九章算术·衰分章》最后一题云：“今有贷人千钱，月息三十。”此云每贯月息六十，文理相仿。如依宋朝人习惯，月息以分、厘计算，便不应有“每贯”二字。

贯八百文。内六百文充公廨食料。五十二贯二百文逐官高卑共分，太守十分，别驾七分，司马五分，录事参军二人各三分，司仓参军三分，司法参军三分，司户参军三分，参军二人各二分。问各钱几何？

答曰：

太守十分，计十二贯七百三十一文、四十一分文之二十九。

别驾七分，计八贯九百一十二文、四十一^①分文之八。

司马五分，计六贯三百六十五文、四十一分文之三十五。

录事参军二人各三分，各得三贯八百一十九文、四十一分文之二十一。二人共七贯六百三十九文、四十一分文之一。

司仓参军三分，计三贯八百一十九文、四十一分文之二十一。

司法参军三分，计三贯八百一十九文、四十一分文之二十一。

司户参军三分，计三贯八百一十九文、四十一分文之二十一。

参军二人各二分，各二贯五百四十六文、四十一分文之十四。二人共五贯九十二文、四十一分文之二十八。

术曰：置本钱八百八十贯文，以六因之，退二位为息数。先除六百文公廨食料，余令诸官均分。并诸分得四十一分为法，除之，得一贯二百七十三文，不尽四十一分文之七。副置之，各

① 影宋本、孔刻本脱落“一”字，今补。

以所求分乘之，各得其钱及分数。

〔八〕今有县令每月课料七贯三百六十一文、五分二厘。寻即交承，旧官任六日，新官任二十四日。问新、旧官各得几何？

答曰：

旧官得一贯四百七十二文三分四毫。

新官得五贯八百八十九文二分一厘六毫。

术曰：置钱数，以三十日为法，除之，得一日之钱二百四十五文三分八厘四毫。六因之，得旧官数。三、八因之^①，得新官数。

计给粮

〔九〕今有兵九千五百六十七人，人给绢二匹，问绢几何？

答曰：一万九千一百三十四匹。

术曰：置兵数，以二因之，即得。

〔一〇〕今有兵六千七百九十二人，人日^②给米二升。问一日、一月、一年各几何？

答曰：

一日，一百三十五斛八斗四升。

一月，四千七十五斛二斗。

一年，四万八千九百二斛四斗。

术曰：置兵数，以二因之，得一日之数。上十之，得十日之数。以三因之，得一月之数。以十二因之，得一年之数。

① “三、八因之”系南宋本原文，不误。殿本改作“又四因之”，亦通。孔刻本作“三分因之”，则不可理解矣。

② 各本均脱落“日”字，今补。

〔一一〕今有马七千六百八十匹，匹日给料五升。问一日几何？

答曰：一日，三百八十四石。

术曰：置马匹数，以五因之，得三万八千四百升，再退为石^①数。

〔一二〕今有粟三千八百四十斛，欲给马每匹五升。问给几何？

答曰：给马七万六千八百匹。

术曰：置粟数，再上十之，为升。以五升除之，得马匹数。

〔一三〕今有酒五百六十五斛八斗三升，欲给兵每人三升。问给几何？

答曰：给兵一万八千八百六十一人。

术曰：置酒数，再上十之为升。以三除之，得兵数。

〔一四〕今有兵八万人，凡五兵共给酱二升。问日给几何？

答曰：日给三百二十斛。

术曰：置兵数，以二因之，得一十六万。以五兵除之，得酱数。

〔一五〕今有酱二升给五兵。见有三百二十斛，问给几何？

答曰：给兵八万人。

术曰：置酱数，再上十之，为升。以五因之，得一十六万。以二升为法，除之，即得。

〔一六〕今有兵四万八千六百二十五人，人凡五日给盐二升。问一月几何？

答曰：一月，五千八百三十五斛。

术曰：置兵数，以二因之，退二等，得五日盐数九百七十二斛五斗。求一月数，以六因之。

① 南宋本、《大典》本脱落“石”字，依戴震校补。

〔一七〕今有醋三升给七兵。见有四百五十七斛，问给几何？

答曰：给兵十万六千六百三十三人、三分人之一。

术曰：置醋数，再上十之为升。以七因之，又以三升除之，即得。

定脚价

〔一八〕今有租布一万三千七百九十五端三丈七尺，送纳洛州。计从州到彼，别一十八文充水脚，又抽一文充积叠，并于数内抽给。其布准时估端别一百五十文。问正及水脚、积叠等三色各几何？

答曰：

正布，一万二千二百四十四端三丈六尺九寸、一百六十九分寸之一百三十九。

水脚，一千四百六十九端一丈八尺四寸、一百六十九分寸之六十四。

积叠，八十一端三丈一尺五寸、一百六十九分寸之一百三十五。

术曰：置元布数，倍丈、尺，以估一百五十文乘，得二百六万九千三百六十一文，为实。置一百五十文，加水脚一十八文，又加积叠一文，得一百六十九文为法。除实，得正布一万二千二百四十四端。不尽一百二十五文，进位，五因之，得六千二百五十，以下法除之，得三丈六尺九寸。不尽者与法俱退位，得一百六十九分寸之一百三十九，为命分也。欲知水脚，先置元布数，倍丈、尺、寸，以水脚一十八文乘之，得二十四万八千三百二十三文三分二厘，为实。以法一百六十九除，得一千四百六十九端。不尽六十二文三分二厘，进位，五因之，得三千一百一十六。以下法除之，得一丈八尺四寸。不尽，一百六十九分寸

之六十四为命分也。欲求积叠，置元布数，倍丈尺寸，訖，所得以一文因之，得一万三千七百九十五文七分四厘。以法除之，得八十一端。不尽一百六文七分四厘，进位，以五因之，得五千三百三十七。以下法除，得三丈一尺五寸。不尽者与法俱退，得一百六十九分寸之一百三十五，为命分也^①。

〔一九〕今有布三百九十六端二丈五尺，端别一百八十文充脚。其布准时估端三百六十文，并于数内抽给。问正、脚各几何？

答曰：

正，二百六十四端一丈六尺六寸、三分寸之二。

脚，一百三十二端八尺三寸、三分寸之一。

术曰：置布数，倍丈、尺，以一百八十文乘之，得七万一千三百七十文为实。列脚钱一百八十文，并入价钱三百六十文，得五百四十文为法。实如法得脚端。不尽九十文，进位，五因之^②，得四千五百。以下法除，得八尺三寸。不尽者与法俱一十八约之，得三分寸之一，为命分。以减都数，余即正^③。

〔二〇〕今有布二万五千四百二十八端二丈七尺，欲折布为轻货绢。其绢匹价三贯八百七十文，其布端价二贯六百文。问为绢几何？

答曰：绢一万七千八十三匹三丈九寸、一百二十九分寸之五十九。

术曰：置布数，倍丈、尺^④，以价二贯六百文乘之，得六万六千一百一十四贯二百四文。以绢价三贯八百七十文除，得绢匹。不尽二千九百九十四文，进位，四因之，得一十一万九千七

① “为命分也”，各本“为命”二字误倒，今改正。

② “五因之”，影宋本、殿本、孔刻本俱脱落“五”字，今补。

③ “正”，孔刻本讹作“止”，今从影宋本改正。

④ “倍丈、尺”，影宋本、孔刻本俱脱落“尺”字，今补。

百六十。以下法除之，得三丈九寸，不尽者与法俱三约之，得一百二十九分寸之五十九。

〔二一〕今有两税米一千五百七十八斛九斗送州。每斗脚一十三文，并于身内抽充。时估斗别一百三十文。问正及脚各几何？

答曰：

正米一千四百三十五斛三斗六升、一十一分升之四。

脚米一百四十三斛五斗三升、一十一分升之七。

术曰：置米数，以每斗一百三十文乘之，为实。又置一百三十文，加脚一十三文，得一百四十三文为法。除得正米数。欲求脚米数，以每斗一十三文乘税数为实。以一百四十三文为法。除之即脚数。

〔二二〕今有两税钱一千五百二十四贯二百四十文送州。每贯一十七文七分充脚，于身内抽给。问正钱及脚价各几何？

答曰：

正钱一千四百九十七贯七百三十文、一万一百七十七分文之一千七百九十。

脚价二十六贯五百九文、一万一百七十七分文之八千三百八十七。

术曰：置税钱数，以一贯文加一十七文七分为一贯一十七文七分，为法除之，得正钱数。欲求脚价，以一十七文七分为法乘正钱，得脚价。

称轻重

〔二三〕今有户五百六十五户，别纳丝一斤一十一两八铢。问得丝几何？

答曰：八石五斤三两八铢。

术曰：置户数。下列二十七两，以二十四铢乘之，内八铢，为六百五十六铢。以乘户数，得三十七万六百四十铢。以二十四铢为法，除，得一万五千四百四十三两，零八铢。以一十六两为法，除得九百六十五斤三两。以三十斤为法，除得三十二钧五斤三两。以四钧为法除，得八石五斤三两八铢。

〔二四〕今有丁一千八百六十五人，人纳丝一斤一十三两一十七铢。问丝几何？

答曰：丝三千四百六十二斤一十四两一铢。

术曰：置丁数。又以丝一斤，二而八之，为一十六两，内一十三两。三而八之，内一十七铢，为七百一十三铢。以乘丁数，得一百三十二万九千七百四十五铢。以二十四铢为法，除得五万五千四百六两一铢。以一十六两为法，除得三千四百六十二斤一十四两一铢。

〔二五〕今有生铁六千二百八十一斤，欲炼为黄铁，每斤耗五两。问为黄铁几何？

答曰：黄铁四千三百一十八斤三两。

术曰：置生铁数，以一十一两乘，以一十六两除之，即得。

〔二六〕今有黄铁四千三百一十八斤三两，欲炼为钢铁，每斤耗三两。问钢铁几何？

答曰：钢铁三千五百八斤八两一十铢五綮。

术曰：置黄铁数，以一十三两乘之，一十六两除之，即得。

〔二七〕今有钢铁二千五百斤，依前所耗数，却求为黄铁。问得几何？

答曰：黄铁三千七十六斤一十四两、一十三分两之一十。

术曰：置铁数，一十六乘之，一十三除之，即得。

〔二八〕今有黄铁三千七十六斤一十四两、一十三分两之一十，却求

钢铁。问得几何？

荅曰：二千五百斤。

术曰：置黄铁数，一十三乘之，一十六除^①之，即得。

〔二九〕今有官银三千四百六十二斤一十四两一铢，充赏赐兵一千八百六十五人，问人得几何？

荅曰：人得一斤一十三两一十七铢。

术曰：置银斤，以二而八之，内一十四两，又三而八之，内一铢，得一百三十二万九千七百四十五铢。以兵数除之，得七百一十三铢。以二十四铢为法除之，得二十九两零一十七铢。以一十六两为法除之，得一斤一十三两零一十七铢。

① “除”，孔刻本讹作“乘”，影宋本、殿本均不误。

夏侯阳算经卷下

说诸分

〔一〕今有黄金一斤，直绢一千二百匹。问每两直绢几何？

荅曰：一两直绢七十五匹。

术曰：置绢数，以一十六两除之，即得。

〔二〕今有丝一百九十二两，问为铢几何？

荅曰：四千六百八铢。

术曰：置丝数，以二十四乘之，即得。

〔三〕今有锦一匹，直钱一十八贯。问丈、尺、寸各得几何？

荅曰：

一丈，四贯五百文。

一尺，四百五十文。

一寸，四十五文。

术曰：置钱数，以四丈除之，得丈价。一退为尺价。再退为寸价。

〔四〕今有金一斤，直钱一百贯。问一两几何？

荅曰：一两，六贯二百五十文。

术曰：置钱数，以十六两除之，即得。

〔五〕今有金一斤，令五十人分之，问人得几何？

答曰：人得七铢六铢八黍。

术曰：置金一斤，二而八之为两，三而八之为铢。以人数除之，即得。

〔六〕今有丝三百二十四斤，欲九两为绢一匹，问绢几何？

答曰：五百七十六匹。

术曰：置丝斤数，二而八之，以九而一，即得。

〔七〕今有下户欠钱一百二十三贯五百文，准条于上户均摊。今有上户见在钱三万一千二百五十贯文，问合每贯均著几何？

答曰：每贯三文九分五厘二毫。

术曰：置下户钱数，以上户见在钱除之，即得。

〔八〕今有钱一十七贯五百二十五文，欲五文买鸡三只，问得几何？

答曰：得鸡一万五百一十五只。

术曰：置钱数，以三因之，五而一，即得。

〔九〕今有钱二贯四百文，买锡一斤。问两、铢、铢各几何？

答曰：

两，一百五十文。

铢，六文二分五厘。

铢，六分二厘五毫。

术曰：置钱数，以十六除之，得两价。欲知铢价，即置两价，以二十四除为铢价。退铢价一等为铢价。

〔一〇〕今有十五家共纳两税钱一十贯文。甲三人，人各一贯文；乙五人，人各七百文；丙七人，人各五百文。续奉符令，都却还七贯三百。问随元纳数，给付各几何？

答曰：

甲三人各还七百三十文。各有二百七十文在。

乙五人各还五百一十一文。各有一百八十九文在。

丙七人，人各还三百六十五文。各有一百三十五文在。

术曰：置却还数，以百除之，所得为每百还钱之数。置百文减之，余为每百钱在库之数。各置此数，以各人所纳钱数乘之，各得其数。

〔一一〕今有绢一千五百二十五匹三丈七尺五寸，欲送州。每匹一十五文充脚，并于身内抽给。其绢时估，每匹一贯一百文。问正及脚各几何？

答曰：

正，一千五百五匹一丈六尺三寸、二百二十三分寸之一百五十一。

脚，二十匹二丈一尺一寸、二百二十三分寸之七十二。

术曰：置绢数，于丈尺已下折半五因，以时估一贯一百文乘，得一千六百七十八贯五^①百三十一文二分五厘。复置一贯一百文加一十五文为法，除得一千五百五匹。不尽四百五十六文二分五厘，进位，四因之，得一万八千二百五十。以下法除之，得一丈六尺三寸。不尽者与法退位，倍之，得二百二十三分寸之一百五十一。欲知脚价者，置元绢数，丈尺寸折半，五因，又以脚钱一十五文乘之，得二万二千八百八十九文六厘二毫半。以一贯一百一十五文为法，除得二十匹。不尽五百八十九文六厘二毫半，进位，四因之，得二万三千五百六十二文半。以下法除之，得二丈一尺一寸。不尽者如前约之，得二百二十三分寸之七十二。

〔一二〕今有绢一匹，当脚一十五文。问丈、尺、寸各几何？

① “五”，孔刻本讹作“三”，影宋本、殿本均不误。

荅曰：

丈，三文七分五厘。

尺，三分七厘五毫。

寸，三厘七毫五丝。

术曰：置脚一十五文，以四丈除之，得一丈脚数。退一等得尺，再退得寸脚数。

〔一三〕今有绢一匹，直一贯一百文。问丈、尺、寸各几何？

荅曰：

丈，二百七十五文。

尺，二十七文五分。

寸，二文七分五厘。

术曰：置钱数，以四丈除之，得丈价。一退得尺价。再退得寸价。

〔一四〕今有米二千五百六十七斛五斗。其米粗，欲再舂，每八升耗一升。问合得熟米几何？

荅曰：熟米二千二百四十六斛五斗六升二合五勺。

术曰：置米数，以七因，八除，得数。返求米，以八因，七除。

〔一五〕今有米一千五百三十二斛七斗，欲贷与人，每八升加息一升。问本息共几何？

荅曰：一千七百二十四斛二斗八升七合五勺。

术曰：置米数，以九因，八除之。若求元数，八因，九除之。

〔一六〕今有两税钱二千贯文。欲送州，每贯数内抽一十文充脚。问正及脚各几何？

荅曰：

正，一千九百八十贯一百九十八文、一百一分文之

二。

脚，一十九贯八百一文、一百一分文之九十九。

术曰：置钱数。下置一贯文，又加脚十文为法，除之，得正数。却减都钱，余即脚钱。

〔一七〕今有绌五千六百二十五匹，匹欲作複^①七条。问合几何？

答曰：三万九千三百七十五条。

术曰：置绌数，以七因之，即得。

〔一八〕今有金方一寸，重一斤。有金方六寸，问重几何？

答曰：二百一十六斤。

术曰：置金寸数，再乘之，即得。

〔一九〕今有绢二千四百五十四匹，每匹直钱一贯七百文。问计钱几何？

答曰：四千一百七十一贯八百文。

术曰：先置绢数，七添之，退位一等，即得。

〔二〇〕今有布一万三千四百六十三端二丈五尺六寸，每端直钱一贯八百文。问计钱几何？

答曰：二万四千二百三十四贯三百二十一文六分。

术曰：先置布数，丈尺倍之。从下八添，直至数首，退一等，即得。

又术：退位，减一，余以二因之，亦得。

〔二一〕今有布积尺一万八千四百六十三尺四寸二分，问为端几何？

答曰：三百六十九端一丈三尺四寸二分。

术曰：先置尺数，以五十尺除之，即得。

〔二二〕今有绢三千四百六十三匹一丈三尺四寸，每匹三贯五百文，问计钱几何？

① “複”，影宋本、孔刻本讹作“複”，今从殿本校正。

答曰：一万二千一百二十一贯六百七十二文五分。

术曰：先置绢数，丈尺已下折半五因^①。以五、七因之，即得^②。

又术：从头七因讫，折半即得。

〔二二〕今有绢积尺一万三千四百六十三尺五寸四分，问为匹几何？

答曰：三百三十六匹二丈三尺五寸四分^③。

术曰：先置积尺数，以匹四十尺为法除之，即得。

〔二四〕今有丝一千五百二十五斤，每两一百七十文，问钱几何？

答曰：四千一百四十八贯。

术曰：先置丝数，以二、八因之，以两价乘之，即得。

又术：添七亦得。

〔二五〕今有丝三千四百八十五两。令织纱一匹，用丝五两。问得纱几何？

答曰：六百九十七匹。

术曰：先置丝数，以二因之，退位一等即得。

又术：以五两除之，亦得。

〔二六〕今有丝一万三千四百六十七两，问斤几何？

答曰：八百四十一斤一十一两。

术曰：先置丝两数，四折半即是斤。逢零，六添之，归实。

又术：以十六除之，亦得。

〔二七〕今有两税钱四万三千六百七十五贯二百文，抽身内充脚，每贯二百文，问正及脚各几何？

① “丈尺已下折半五因”，影宋本作“丈尺已下，折半，以五因之”，《大典》本脱落“五因”二字，今从殿本校补。

② “以五、七因之，即得”，影宋本术文残缺，仅存“所得”二字。今从殿本。

③ 影宋本脱落“四分”二字，此从殿本校补。

答曰：

正，三万六千三百九十六贯文。

脚，七千二百七十九贯二百文。

术曰：先置元钱，折半，六除，是正钱数。将正钱二因，即得脚。

又术：但置钱数，身外减二，得正。倍之，得脚。

〔二八〕今有钱三千四百六十三贯五百文，欲每贯垫四十二文，问垫几何？

答曰：一百四十五贯四百六十七文。

术曰：先置钱数，以六、七因之，退位即得。

〔二九〕今有绢四十二匹，每匹当钱四贯三百六十六文四分七厘八毫九丝四忽，问钱几何？

答曰：一百八十三贯三百九十二文一分一厘五毫四丝八忽。

术曰：先置绢匹之价，以七、六因之，即得。

〔三〇〕今有钱五千四百六十三贯四百五十文，准例每贯纳五十文充垫陌，问合垫几何？

答曰：二百七十三贯一百七十二文五分。

术曰：先置钱，折半，退位，即得。

又术：五因之，亦得。

〔三一〕今有糯米三千四百六十三斛六斗，每斗酝酒一斗四升，问酒几何？

答曰：四千八百四十九斛四升。

术曰：先置米数，以二、七因之，即得。

又术：以四添之，亦得。

〔三二〕今有大豆一万三千四百五十四斛五斗，每斗造豉一斗五升，

问豉几何？

答曰：二万一百八十一斛七斗五升。

术曰：先置豆数，以五添之，即得。

又术：以一斗五升乘之，亦得。

〔三三〕今有小麦五万六千四百七十三斛五斗，每斗造曲五斤，问曲^①几何？

答曰：二百八十二万三千六百七十五斤。

术曰：先置麦数，从下五因之，即得。

〔三四〕今有米一万三千四百六十四斛五斗，每斗一百二十文，问钱几何？

答曰：一万六千一百五十七贯四百文。

术曰：先置米数，二、六因之，即得。

又术：以二添之，亦得。

〔三五〕今有米一万三千四百六十五斛四斗三升，每斗一百三十五文，问钱几何？

答曰：一万八千一百七十八贯三百三十文五分。

术曰：先置米数，三、九因之，折半，即得。

又术：九因，五添，亦得。

〔三六〕今有糙米八千四百六十七斛五斗，每一斗五升碾熟米八升，问米几何？

答曰：米四千五百一十六斛。

术曰：先置糙米数，以八因之，十五^②除之，即得。

〔三七〕今有米三千四百六十三斛四斗四升七合一勺，每斗身内抽

① “曲”，南宋本、孔刻本俱讹作“斤”，今从殿本校改。

② “十五”下，影宋本衍一“升”字，孔刻本衍一“斗”字，今删去。

三合充脚，问正及脚各几何？

答曰：

正，三千三百六十二斛五斗七升。

脚，一百斛八斗七升七合一勺。

术曰：先置米数，以一斗三合除之，得正米。以三因之，得脚米。

〔三八〕今有糙米三千四百六十四斛五斗七升三合四勺，每斗舂得熟米九升，问熟米几何？

答曰：三千一百一十八斛一斗一升六合六抄。

术曰：先置米数，九因，退之，即得。

又术：但从十内减一^①，亦得。

〔三九〕今有麻三千四百七十五斛四斗五升，每三斛三斗作油一斛，问油几何？

答曰：一千五十三斛一斗六升、三分升之二。

术曰：以三斛三斗除，得油数。不尽，约之为命分。

〔四〇〕今有米三千四百五十六斛，每斗身内抽二升充脚，问正、脚各几何？

答曰：

正，二千八百八十斛。

脚，五百七十六斛。

术曰：先置米数，去二得正米。以二因，退位，得脚米。

〔四一〕今有兵一万四千五百七十五人，每人给钱一贯四百四十文，问钱几何？

答曰：二万九百八十八贯文。

^① “十内减一”，各本讹作“下内减一”，今校正。

术曰：先置人数，添四四，即得。

又术：以人数乘一人所给之数，得都钱。

〔四二〕今有兵三千四百八十五人，每人赐绢一丈三尺，问绢几何？

答曰：一千一百三十二匹二丈五尺。

术曰：先置人数，添三得丈数。以四为法除之，得匹。

〔四三〕今有开城濠，深二丈，阔三丈，长一里。每方三尺用一功。问功几何？

答曰：四万功。

术曰：先置深、阔相乘，又以长里通尺乘之，为实。以功数方三尺再自乘为法除之，即得。

〔四四〕今有筑城，高三丈，上阔一丈五尺，下阔二丈五尺，长一百丈。每方二尺用一功。问功几何？

答曰：七万五千功。

术曰：先置上、下阔并之，折半，以高乘之，又以长乘之，为实。以功数方二尺再自乘为法，除之，即得。

附

钱宝琮诗词

编者说明

《钱宝琮诗词》原名《骈枝集》，集起 1935 年迄 1960 年钱宝琮先生诗作 146 首、词 2 首，1990 年浙江大学校友总会出版时，又增收集到的七律 5 首，并改为今名。原稿有自注在句中，为印刷方便，均移至诗后。先生长子钱克仁、四女钱煦又对诗词中涉及的人物加以说明，一并排印。诗言志，这些诗词抒发了钱先生热爱祖国、献身科学与教育、爱憎分明的情感，表现了他甘于淡泊、不忧贫寒、热爱生活、虚怀若谷、平等待人、提携后学的为人，以及坚持真理、刻苦自励、实事求是的学风。以科学事件入诗，反映了钱先生具有广博的科学知识和高度的文化修养，开诗作新生面。这次付梓前，钱煦先生对浙江大学校友总会本作了订正。

《李俨钱宝琮科学史全集》编辑委员会

骈枝集序

繆 钺

挚友嘉兴钱琢如先生宝琮逝世十余年矣，追念昔游，时萦于怀。先生少时游学英国，习土木工程，归国后任教于各大学，以精研中国天文历算史驰誉当世，余慕其名而未获相识也。抗战军兴，浙江大学内迁宜山。1938年秋，余应聘任教，时先生亦授学于浙江大学数学系。余以友人郭洽周先生之介谒先生于寓庐。先生豪爽坦易，倾怀畅谈，并出所作诗相示。余读毕，曰：“何其似赵甌北耶？”先生大笑曰：“子诚知我者。”盖甌北喜以诗说理，先生之作与之相近也。此后时相过从，交谊日笃。余性孤介，不喜谄随，而先生亦耿直特立，论学方人，从不假借，意气投合，出於自然。1940年春，浙江大学北迁遵义，先生随理学院居于湄潭，相隔百里，晤面遂稀。抗战胜利，余来成都，先生返归杭州，益相睽隔。50年代中期，先生赴北京任中国科学院中国自然科学史研究室研究员。1956年夏，余赴京开会，寓居西郊，先生闻讯，远道来访，欢然道故，久之乃去；先生校点《算经十书》，亦嘱余写书名题签；其盛意均可感也。“文革”浩劫，天地翻覆，士人多罹其灾，先生亦未能幸免。1972年春，患偏枯之疾，1974年1月，病逝苏州。余闻讣惊痛，潜然流涕者久之，盖为天下恻，为士林悲，非独哭其私也。

中国天文历算史为专门绝学，先生竭毕生之力，覃研深邃，论著精宏，如撰写《中国数学史话》、《古算考源》、主编《中国数学史》、校点《算经十书》，并发表论文30余篇，均足以信今传后矣。先生治

学之余，亦喜吟咏，存稿百余首，名曰《骈枝集》。哲嗣钱熙及其夫周本淳两君谋付诸剞劂，以余与先生交谊笃厚，驰函乞序，余义不敢辞。

先生为自然科学史名家，以平日治学心得形诸吟咏，乃极自然之事。故《骈枝集》中有《草戴震算学天文著述考毕系以二章》、《牛顿天体力学赞》、《旧历甲申正月朔纪历》、《读殷翰质数之分布三首》、《读考工记六首》、《论二十八宿之来历脱稿后作》诸什，实能别开生面，为古今人诗集中极所罕见者。或谓诗以缘情绮靡为宗，今写入天文历算之学，无乃枯寂寡味乎？余谓是亦在于作者如何处理之而已。东晋孙绰，许询以玄言入诗，曾蒙“平典似《道德论》”之讥，然谢灵运为之，则无损诗意。今先生以五七言诗叙写精微奥衍之天文历算之学，殊见精思与功力。固不妨在诗坛中别树一帜，况其中不乏可以启迪新思者，非尽枯寂寡味也。兹举一事以明之。

戴东原以天算之学卓著清代。余尝与先生论及戴氏，谓其学问才力固称超绝，然治学态度实不无可议者。余举王静安先生所撰《聚珍本戴校水经注跋》为例，曰：“王氏指出，戴本不独厚诬《大典》本，抹杀诸家本，且有私改《大典》假托他本之迹。凡此等学问上可忌可耻之事，东原悉为之而不顾，则皆由气矜之一念误之。”先生曰：“余董理戴东原算学天文著述，亦发现同类情况，曾撰《戴震算学天文著述考》以辨析之。”因书示所系诗二首。

朴学奇材众所望，研经象数艺兼长。

西洋弧矢传疑旧，北极璇玑解异常。

引史频讹浮大白，读书未遍下雌黄。

亲家难得微波榭，肯为先生校刻忙。

纂要钩玄著作传，网罗算氏绍前贤。

割圆体仿荆川论，原象功犹《玉海》编。

筹策纵横添异训，纬经颠倒失真诠。

公书惟恐人能解，解得渠时亦枉然。

此二诗指出戴氏算学天文著作中之失误及其治学态度可议之处，而措语谐婉，饶有意趣，固不失风人之旨也。

《骈枝集》篇什虽寡，涵蕴甚丰。其中叙写研治天文历算心得之作，上文已论及矣。此外，有慨叹抗战时之国难民瘼者；有描绘随浙江大学内迁途中行旅艰阻及山川景物者；有叙写抗战期中教师生计困窘而仍能安贫自守者。先生之诗盖深有得于韩昌黎，善以遒劲盘折之笔作长篇古诗，曲尽事情物态。如《建德行》、《香港劫》、《旅次桂林》、《冠英阁下岩洞》、《吃饭难》、《场坝》等篇皆是。至于描写山水之诗，刻划险峻似郑子尹。如《水碓沟》诗中一段云：

远山草色苍茫里，夭矫清冷挂玉虹。

前进十里忽不见，但闻沟水鸣淙淙。

水声转挟雷霆重，仰看银浪翻腾空。

三叠贯连足千尺，赴壑力撼左右峰。

岭脊有云随润下，山根无雨常空濛。

乍惊龙斗动魂魄，面壁相习披心胸。

胸怀抑塞不平气，付与奔湍一泻中。

余气磅礴澄潭底，回波激荡生寒风。

先生所作抒情写景之七言律诗，不仅情韵不匮，且往往含蕴哲理。如《暮春》：

万物荣枯委曜灵，繁英绰约任飘零。

桃根遗孽能伤李，柳絮随风竟化萍。

风信屡催啼鸟变，雨来顿失远山青。

四时代序君休恼，终古韶光不肯停。

又如《落花》：

飘零身世总前因，辜负东皇宠命新。

未必两情皆逝水，更无一语委香尘。

红霞散去成红雨，闰月由来不闰春。

杜牧重寻嗟已晚，请歌金缕惜斯辰。

此两诗，或观万物变易，而见大化运转不停之机，或叹良时易逝，而兴才士身世飘零之感，均足以发人深省者。盖先生以科学家敏锐精密之思观生察物，自能洞微烛隐，引发玄机，与流连光景泛泛之作不同矣。

总之，《骈枝集》情思内涵及艺术风格均有独到之处，余所评介，粗引其端，读者可自得之。至于所述先生平生之介性清操，绝学精诣，则于知人论世或有补焉。昔欧阳永叔作《苏氏文集序》，谓苏子美之诗文如金玉然，其精气光怪能常自发现。余固不敢仰企欧公，然撰《骈枝集序》时，则亦确信琢如先生之诗，其精气光怪亦将长留天地间也。

1990年5月，写于四川大学历史系

• 1935 •

草《戴震算学天文著述考》
毕系以二章

(一)

朴学奇材众所望，研经象数艺兼长。
西洋弧矢传疑旧，北极璇玑解异常。
引史频讹浮大白，读书未遍下雌黄。
亲家难得微波榭，肯为先生校刻忙。

(二)

纂要钩玄著作传，网罗算氏绍前贤。
割圆体仿荆川论，原象功犹《玉海》编。
筹策纵横添异训，纬经颠倒失真詮。
公书唯恐人能解，解得渠时亦枉然。

小 鸟

小鸟无大志，亦无身外欲。
翱翔数仞间，迎风避炎燠。
掠水惊渊鱼，濯足波心碧。
倦飞入林去，一枝栖已足。
燕雀各自适，何必羨黄鹄。

• 1936 •

月 语

躔离有常度，绕地天行健。
当日则光盈，就日则光欠。
生霸复死霸，一月一周遍。
朏朏尽诬言，满亏可课验。
浅人昧盈虚，皎洁徒瞻恋。
团栾世共欢，残缺众所厌。
同是一弯弓，前后异观念。
爱憎由人心，往往挟成见。
夜夜对世人，总是此一面。
相看亿万载，此面何曾变。
尔自看不全，非我擅隐见。
寄言痴儿女，莫发长圆愿。

湖 滨 秋 色

难得此身闲，寻幽远市闾。
水深桥见矮，云去鸟飞还。
婀娜风前柳，清新雨后山。
白沙堤上望，秋色正斓斑。

落 花

一春花事到荼蘼，又见流莺别故枝。
清白超群非作态，深红落地尚多姿。
夜来风雨愁何似，判入泥途辱可知。
连夕绿章披沥上，痴心难挽景光移。

飘零身世总前因，辜负东皇宠命新。
未必两情皆逝水，更无一语委香尘。
红霞散去成红雨，闰月由来不闰春。
杜牧重寻嗟已晚，请歌金缕惜斯辰。

月 华

广寒宫里羽衣翔，争奈凡夫不可望。
逐去闲云三舍外，今宵月府炫霓裳。

井 底 引 银 瓶

井底银瓶影上腾，升沉消息托丝绳。
几番欲引还垂手，直恐绳丝力不胜。

• 1937 •

赠林馨侯教授

空山忽听响笳然，差喜相逢月正圆。
一样饥驱多浪迹，半生劳顿感流年。
读君飞动惊人句，愧我阑珊咏物篇。
倘许周旋诗律事，不才愿为执吟鞭。

和 氏 璧

卞和获宝玉，不识自藏蓄。
奉以献国王，两度刖其足。
如何食粟者，不辨珠与珞。
匍匐楚山下，抱恨吞声哭。
时君悯其遇，命付玉人琢。
刖者固贞士，所怀亦完璞。
美玉韞椟藏，足断不可续。
举世皆浊我独清^①，以清入浊必困辱^②。
但闻赵璧直连城，不闻和氏高官禄。

① 自注：《楚辞·渔父》。

② 自注：《淮南子·说山训》。

自题诗草

故纸蝇钻计太痴，慰情赖有性灵诗。
参寥漫诩禅心定，结习难忘咏絮时。

敝帚堪珍不忍抛，风花有句自推敲。
偶逢知己难韬晦，我末如何解客嘲。

游西天目倒挂莲花

中峰二千尺，萦回造云阙。
梯缘绝壁下，磴窄心战栗。
喜有铁索扪，跬步防颠蹶。
梯尽稍平衍，触景先呀吓。
两崖忽中断，疑是巨灵擘。
广可容一人，深乃不可测。
下有阴森洞，壑底殊难即。
其上跨石梁，于此渡罅隙。
俯仰顾盼间，奇境又另辟。
一亭镇高冈，尘襟快荡涤。
亭周无半亩，冈外唯峭壁。
四顾真茫然，遗世而独立。
峰擅莲花名，倒挂尤奇特。
绝顶少磊石，花在峰之侧。
贾勇趋极端，萼枿凌空碧。

俯瞩不见茎，抽身气郁抑。
山中多悬崖，无如此崩芳。
醉心返古寺，奇快记所历。
薄暮仙顶还，盘纡异前迹。
径转睇云间，有峰当前揖。
平视缥渺巅，依稀六郎颊。
何当下幽谷，仰看笑蕖药。
全豹未得窥，归途犹惋惜。

月夜过严陵濑

清浅严陵濑，携家一苇航。
水声祛俗虑，夜气接岚光。
月映秋江冷，云归远岫苍。
高山徒仰止，行色太匆忙。

山游绝句

山中乌柏正明鲜，山上松杉半入烟。
此用画家敷色法，丹青点染互争妍。

泉自琮琤石自顽，任他奔溜去无还。
闲时领取山游趣，奚必买山方乐山！

严江道中

荒郊古渡暮烟生，远近山衔落日明。
一叶扁舟蒿历碌，半江乱石溜纵横。
冲寒苦乏东风便，上濂还宜浅处行。
谁识溪流曾几折，波声尽作不平鸣。

建德行

浙西寇氛恶，尽室走避胡。
舟车至建德，卜邻城北隅。
一家都十口，伦纪乐叙俱。
山荆共举案，中馈得不虚。
老母体康健，犹喜视庖厨。
大儿入太学，勤读不废书。
幼女才韶陂，怜渠事嬉娱。
优游此间乐，抑塞聊可苏。
弦诵况未辍，斯文犹有徒。
奈此半月来，恶息变斯须。
传说敌登陆，长驱犯嘉湖。
诸将坐镇地，夜遁学哥舒。
士卒望风溃，无间精与粗。
遂令寇势张，旬日沼全吴。
得寸复进尺，直欲逼新都。
家乡遭丧乱，亲族音耗无。

出门见故人，晤对空欷歔。
顾此建德城，相守竟何如。
东关伤兵到，西郊军火储。
古城梅花堞，久已成废墟。
昨日警钟响，敌机袭近郭。
市民惶亟甚，奔窜各喧呼。
一朝堕浩劫，幽恨永难祛。
嗟予身世拙，行止受牵拘。
既无持云翼，南冥未易图。
远去委沟壑，不如暂拮据。
邑境多幽谷，早晚可藏逋。
西北通大道，恐是战守区。
东乡有机场，早为敌覬覦。
南乡兰溪水，上游达金衢。
自通浙赣路，此已非要途。
江上诸山中，地僻径盘纡。
茅屋倘可借，何处非蓬庐。
距江六七里，离城廿里余。
于彼度残岁，戎马当无虞。
约伴入山去，缓急相依予。
但求粮粒足，宁使食无鱼。
欣然南山下，亦得心欣愉。
所虑风俗陋，睢盱难与居。
一再事回顾，欲去犹踟蹰。

• 1938 •

兴安杂诗

闲坊陋室且安居，客至宁知礼数疏。
蟋蟀在堂君莫笑，劫余故里我无庐^①。

忍辞故国已年余，鲈鲙虾羹愿总虚。
下饭偶添颊尾鲤，山乡莫道食无鱼^②。

朝已晚申日二餐，釜羹坐拥举家欢。
鲜肥菰韭同炊熟，可作调和鼎鼎观^③。

无分文士与舆台，短褐戎衣意自恢。
市上偶逢衫履客，语音知是外江来。

表地秋风未戒寒，交衢晓日任盘桓。
诸峰尤让西南美，伫立移时不厌看。

埋名遁迹避胡尘，金鼎峰头寄此身。

① 自注：于西郊赁屋三间，皆系泥地。

② 自注：市上于少数溪鱼外，无他鲜味。

③ 自注：居民佐餐以鱼肉蔬合煮一镬，围炉共食。

三百年来昭仰止，点灯夜读更何人^①！

湘流湍急漓流缓，异派同源一堰分。
始信秦皇开百粤，凿渠史禄策殊勋^②。

挹彼湘源注此漓，沟通楚粤迹堪奇。
朝朝万里桥边过，不废江湖汗漫思^③。

次韵奉怀张子石^④先生

君向桃源我溯湘，萍踪聚散不能忘。
故乡门巷余荆棘，客地通家话梓桑。
帐触烽烟惊旅雁，会看弧矢指天狼。
放怀且乐佳山水，暂撇陶园菊傲霜。

大溶江彭清如^⑤馈鱼，戏以诗谢

关河万里未清凉，堪笑先生酒食忙。
异味熊蹯非所欲，时鲜龙眼已先尝。
新诗偶动莼鲈思，远道仍分鲤鲙香。

① 自注：县西三里金鼎山有明末陶公读书处，公尝挑灯夜读，土人遥见灯光，因有点灯山之名。

② 自注：县东四里为湘漓分派处，秦史禄始开灵渠，设堰于此，分湘水入漓也。

③ 自注：万里桥在市中灵渠上。

④ 张子石，名卓身，浙江平湖人，前清秀才。早年留学日本，参加中国同盟会。

⑤ 彭清如，江苏省第二工业专门学校早期毕业生，当时在湘桂公路局工作。

禹迹茫茫何处好，羨君占住水云乡。

旅次桂林，不及遍揽名胜，唯于
七星岩作半日游，诗以志之

我闻画石有心授，三字真传透皱瘦。
天生丽质良有之，不难洒墨描肤腠。
山岭更非摹石比，不辞土壤其积厚。
偶得一二已奇矫，三字求全难缔构。
凝眸今豁桂林山，海内奇观此辐辏。
有洞皆如三曲曲，有峰皆如独秀秀。
背负巉岩腹洞穿，岩自玲珑洞剔透。
瘦如骨立少肌肉，古拙峻嶒不嫌陋。
皱如叠彩忌平滑，峰岑攒簇疑钉铰。
掀崖凿窍阅沧桑，艺苑天开万古寿。
附郭岩洞未遍游，擅名七星亦既覩。
浮桥东去花桥北，层峦耸翠烟云逗。
洞门轩朗进渐隘，买炬循行乱昏昼。
岩石诡变多象形，备诸怪状胜雕镂。
或幻鱼龙纷曼衍，或垂瓜果初蓂茂。
或如老僧入定时，或如猛兽负嵎吼。
立如铜柱悬如磬，扣之果作金鼓奏。
一径屈曲磴低昂，穹庐乳幙无私覆。
有时下临忽无地，亦有丘壑有涧岫。
支穴旁午难尽探，幽邃嶮巇不可究。
重门复道将二里，出山乃在山之后。

坐惊洞口水涓涓，溯源犹有蛟龙窠。
到此浑忘霞客记，哪知水穴文章富。
勿嫌灵迹善闾匿，应悔兹游殊急就。

悼恽生鸿昆^①

名门文采自清淳，太学声华早轶伦。
读破篇章同苦战，乞来薪火未愁贫。
流离何至肝肠裂，存没无闻骨肉亲。
黄舍三迁投岭徼，水滨吊尔一杯新。

冠英阁下岩洞

薄暮出北城，聊作看山行。
渡江不半里，精舍峙峥嵘。
曩称观音阁，今则字冠英。
映日仍朱栋，凌云尚翠甍。
层楼罗蝙蝠，佛殿饲骊驂。
沦为厮养地，尘土拥阶楹。
尤怜澄碧庵，遗址避难侦^②。
人事有兴废，造化无亏盈。
阁前临奔溜，嶽翠列纵横。

① 恽鸿昆，江苏常州人，1934年考入浙大数学系，1938年夏因伤寒症，病逝于广西宜山。

② 自注：《徐霞客游记》载宜山北门外对河有观音阁、澄碧庵二寺。

有洞呀然见，忘言惊喜并。
初入口逼隘，稍进腹彭亨。
窟穷无路处，崖隙透余晶。
危岩递倒影，虚室绝市声。
垂乳纷环堵，鏤镂百态呈。
乡人性淳朴，灵迹少经营。
宦游饶俗子，宜乏揽胜情。
人自不知山，山亦未逢迎。
遂令烟霞窟，寂寞对江澄。
苟其在吴会，奇丽莫与京。
榜名必典则，雅俗恣品评。
洞门勤点缀，庶可驻车旌。
游眺少年客，裘马尚肥轻。
题诗推硕彦，勒石贵簪缨。
冀以传不朽，与石同寿贞。
洞名亦藉甚，美誉溢苍瀛。
此邦与吴会，远隔万里程。
山川殊封域，风土异权衡。
胜地绝浮藻，崖石都裸程。
不镌党人碑，时去旋仆倾。
不雕大士像，膜拜劳蚩氓。
毋为花石纲，无道致显荣。
愿凭大匠斫，寒素亦恢宏。
江岸多岩穴，相随如弟兄。
幽姿各逞异，无事妒与争。
悠悠历浩劫，兀兀傲太清。

唯有龙江水，日夜鸣不平。

呜呼名胜之名不在胜，名胜之胜乃在名！

反昌黎《驽骥》篇步原韵

驽骥生渥洼，泉醴稻粱稠。
真龙辄自负，云路志易酬。
时无王良驭，不领监牧刍。
骄嘶频顾影，矫矫目无余。
一落厮养手，乃与驽骀俦。
丝缰白玉勒，幽谷不可留。
忧伤减饮食，长啸思故丘。
牵驱来中土，踣躅赴南州。
日行二百里，汗出浹背流。
刍秣有至味，饱食更奚求。
最恨浮薄子，假乘汧渭游。
时复困辕下，峻坂无安辀。
周穆事荒唐，言之聊破愁。
又言韩干画，肉重徒遗羞。
驽骀在其侧，大笑口不收。
问君不羁才，摆脱岂无由。
如何老伏枥，潦倒丝络头。
驽骀诚耀黻，驽骥未必优。
才命虽异致，道食应兼谋。
贤者生圣世，同声击壤讴。

旧历十一月朔冬至

风云惊变幻，消息问何如。
日至周正朔，天行汉太初。
阳春几已兆，剥极气应舒。
永夜萧萧雨，朝晖溢静虚。

• 1939 •

雨后渡龙江，见向所游
岩洞沦为水穴

春尽雨连宵，新晴游兴亟。
携筇出北城，岚气袭胸臆。
咄哉龙江水，滚滚来无极。
浩渺黄沙黄，夺却青黝色。
十万横磨剑，一一甘藏匿。
孤城峙于南，连山倚其北。
中流若沸羹，水石暗相贼。
龙蟠石砥柱，鹢退水湍沔。
随势作蟠涡，奔驰哪得直。
飞涛扫丛莽，狂澜逐芄楫。
乱写云雷文，轮转目眩惑。
鼓枻越深广，行险心战栗。
过江北山下，一径迂而仄。
右盼水潺湲，左顾山崩劣。
殷地忽惊雷，脚底泉汨洩。
建瓴沟壑中，直泻不得息。
忆昔渡江来，爱此清静域。
避劫走岩下，枯坐殊默默。
兹来讶陆沉，向路迷难识。
昔日烟霞府，今作鱼乐国。

水到自成渠，爬高复快塞。
激驶山根摇，摩荡石髓蚀。
年年春涨生，窠臼一冲拭。
持埴论天工，椎凿见水力。
他山石一卷，碎作沙千亿。
运之为鬼斧，至坚无不克。
奔溜如激矢，射岂三足域。
岩隙注蒙泉，侵蚀尤深刻。
陵谷孰雕镌，静观当自得。

欢送数学系毕业同学，戏
以四生姓氏为韵

象数由来非绝学，群材挺秀我军张^①。
天涯负笈传薪火，适意规圆与矩方^②。
黉舍三迁乡国异，师门四度日星周^③。
竿头直上从兹始，稳卧元龙百尺楼^④。

赴黔道中三江口候渡

荒江明月夜，风露立无眠。

① 张素诚。

② 方淑姝(女)。

③ 周茂清。

④ 楼仁泰。

云气横山腹，朝曦出岭颠。
征车如赶集，渡楫莫争先。
身世随官牒，浮沉不自怜。

独山道中

朝发独山道，时闻击壤歌。
上坡何峻急，逾岭转平拖。
悬瀑寻常见，重关顷刻过。
要知民物力，利用胜天多。

花溪

原田错落乱峰间，朝暮殷勤日往还。
莫谓故乡风味在，江南难得此溪山。

清溪九曲走雷霆，多少亭台上画屏。
澹宕云开疏雨后，晴空历历数峰青。

似闻山鸟劝登跻，佳树葱茏百级梯。
识得石头麟一角，心期未负到花溪。

梦醒起坐听溪声，却怪天公不肯明。
豹隐南山人莫测，晓寒犹觉夹衣轻。

闻说花溪避暑宜，商量旧学忝为师。

可怜垂老蹉跎甚，日涉林皋赋小诗。

夏至三庚无溽暑，火流七月未知秋。
山中一住兼旬日，犹与来时物候侔。

不 寐

故里神游浙水西，云何身在此羁栖。
千点万点浇愁雨，四更五更戒旦鸡。
残腊已无羊祀灶，飘风未许絮沾泥。
茫茫来日知何处，百虑参差曙色迷。

• 1940 •

吃 饭 难

黔南物力艰，生计慎挥霍。
途来困征输，物价尤腾跃。
旅食至青岩，米贵不亚筑。
谁怜臣朔饥，委顿侏儒禄。
五人共膳食，日计升半粟^①。
何以佐白粳？四簋一羹臠。
太常多斋日，下箸厌蔬蕮。
白菜黄豆芽，番薯葫芦菰。
点缀肉零星，量少味自薄。
相互劝加餐，努力果吾腹。
五人月百金，肥甘尝不足。
有家固多累，无家累更酷。
故人具鸡黍，推食食茆独。
欲使饕餮徒，染指鼎中餽。
风味本家常，哺啜叨口福。
主人殊殷勤，难为客不速。
时或过酒家，开樽招近局。
翁意不在酒，而在鸡与肉。
请戴和椒麻，烹制拟巴蜀。

① 自注：一斗米约重 30 市斤。

食单无多味，遑论备珍错。
所费已不貲，即此难频数。
长安居不易，其病在征逐。
今乏声色场，无以娱耳目。
徒为糊口计，遭遇乃穷蹶。
明年舍之去，还就浙水曲。
置我莼鲈乡，饮膳恣所欲。

场 坝

城中拓场址，浹辰四集市。
大场虎羊日，小场蛇与豕^①。
以有易所无，挹彼堪注此。
蚊聚甚嚣尘，蝇营日中晷。
场南何所见？肥鲜与甘旨。
场北何所见？布帛与针黹。
村妇采溪毛，贾竖居盐米。
材质纵卑劣，物价今倍蓰。
纷纷泉布流，往还略可抵。
苗黎善自守，犹作井蛙喜。
翩翩青苗女，趁场约邻里。
著襦不须褙，直领而长袂。
腰缠百褶裙，微步故旖旎。
幘巾舞零乱，压倒花苗俚。

^① 自注：青岩人以寅巳未亥日赶场。

亦有仲家女，风姿多姝美。
衣裤尚缘饰，围腰胸前被。
我母嫁时衣，裁制差可拟。
束发布缠头，赤足屣露趾。
正色屏脂粉，大布胜罗绮。
仲家早归化，邕管旧流徙。
苗族系职方，支派遍南纪。
生聚与教训，乌得再歧视。
况复寇患深，忧乐共一体。

游狮子山

深山藏冷寺，入门脱然喜。
郁郁古木阴，青青春草圯。
千岩环一壑，幽绝净尘滓。
更上狮子巔，领鬣石齿齿。
狂啸指天壤，群山悉披靡。
折得杜鹃归，持以傲桃李。

即景

城内山花丽，城外山草翳。
同岑隔一墙，人事有兴替。

几度风和雨，春寒天一涯。
夭桃先叶绽，生意似梅花。

晨夕向南山，翼然亭在望。
陟冈见废寺，延伫转悵悵。

墙外有枯株，二巢风雨俱。
乌鸦与鸛鵒，谁为别贤愚。

无 书 叹

西征客似打包僧，维护巾箱力不胜。
汲古苦无深井绠，守残空对短檠灯。
关山万里成何事，著述千秋愧未能。
犹有闲情亲笔砚，推敲诗眼学模棱。

挽章俊之^① 教授

章生志倜傥，与人无畦町。
讲学姿清臞，钩深习渊静。
孤怀少过从，独守书窗冷。
食贫安澹薄，虚名等画饼。
自识紫芝颜，三岁逝俄顷。
学古有同调，焉用相汲引。

① 章俊之，名用(1911—1939)，湖南长沙人，章士钊之子。在哥廷根大学专攻数学，研究中国古算，有《阳历甲子考》等著作，1937年任浙江大学数学系教授。1939年拟再度出国深造，不幸于九龙病逝。

愧予事蝇钻，识小资众哂。
贼来焚我巢，汲深失修绠。
便欲弃前业，著书谢不敏。
而君谓不然，学要功夫尽。
倾心但捧土，功到自成岭。
把卷拾丛残，犹得玩光景。
覆瓿蒙赏味，罅隙为修整。
秘钥时一启，商略辄中肯。
余事工吟哦，造语争焕炳。
胸中无俗尘，落笔宋入境。
赏舍屡迁易，聚散悲萍梗。
记得去年春，送君归定省。
事亲知色难，饮和遂幽屏。
仍复勤述作，胡为计笑悯。
操积术精微，疏通发新颖。
焚夷佛历解，推轂匡愚瞢。
二文鯁在喉，不吐终耿耿。
赤水遗玄珠，流露人世永。
颇闻病肺渴，体衰心目醒。
谁知旷世才，英年遽倾陨。
噩耗传黔南，道远疑信并。
即今余四月，友生始追愍^①。
世乱多横夭，长吁问溟津。
空余子敬琴，弹弦意未忍。

^① 自注：1940年5月在遵义开追悼会。

赞陆纘何^①先生

工校始建立，即今卅年久。
陆子展长才，端不落人后。
象数格物基，初学赖善诱。
叹息光景驰，俄焉柳生肘。
强君领簿书，要会冀不苟。
杞柳为桮棬，无乃太矫揉。
弱冠涉知命，耕耘从初亩。
被褐怀珠玉，遑问数奇偶。
名理自可探，何事浪奔走。
最伤国难作，故乡不可守。
尽室避西南，生产弃乌狗。
固知天爵尊，所获亦良厚。
子少喜添孙，妇贤亲井臼。
融融一家乐，黜陟呿众口。
四时景不常，雨云翻覆手。
春日桃李花，岁寒究何有。
惟看松柏姿，苍颜尚抖擞。
相识一星终，友我直谅友。
元夜灯红里，举觞献春酒。
光荣祝浙大，健康颂陆叟。

① 陆纘何系总务处老会计，服务浙江大学 30 年。

• 1941 •

五十述怀

流年去荏苒，五十忽焉至。
回首少壮时，恍如昨日事。
繁余困学年，材质了无异。
艰难入世早，尚知别义利。
老母爱子深，不教有奇志。
岂不愿显荣，循德无余累。
再拜聆母言，浮云薄富贵。
卅载拥皋比，十口免冻馁。
崎岖投黔南，尽室求避地。
但愿长康乐，骨肉日相慰。

象数非绝学，异代焕光彩。
源委犹可探，独往情不怠。
六历辨周秦，十书正鲁亥^①。
窥豹才一斑，论疵骋駉駉。
臧否及古人，聊自消磊块。
年来失素守^②，不学思则殆。
谁与共析疑，苍海百川汇。

① 自注：尝为《算经十书》作校勘。

② 自注：所集算书尽遭兵燹。

奈何道边李，味苦人不采。
岂真名山业，发冢托千载。
时哉不我与，知命不知悔。

垂老学韵语，乐志不尚奢。
但如遵渚鸿，留迹在汀沙。
偶然有警句，瑜曾不掩瑕。
朋从频过奖，何以答宠嘉！
乐府贵蕴藉，放歌善矜夸。
两俱非素习，负手空咄嗟。
热情玩山水，冷眼看龙蛇。
苟能切体会，本色亦清华。
诗思随时有，诗境原无涯。
多师古作者，奚必主一家！

唯予览揆辰，翌日庆端午^①。
绳以太阳历，月亦当夏五。
其日二十九，东西异历谱。
年年二历日，后先辄失伍。
相隔纵不远，而难屈指数。
今兹年五十，阴阳整旗鼓。
四十九年非，又得合其序。
穷通有天理，岂因衰暮阻。
感此积悃除，眉轩心欲舞。

① 光绪十八年壬辰五月初四日生，合阳历 1892 年 5 月 29 日。

题诗以自娱，快事当记取。

煨 红 薯

甘脆肥脓肠腐，淫邪奢侈身煎。
此日当共艰苦，养生还须养廉。
何不回家吃煨薯，温淳细腻味香甜。
手灼热，口流涎，
晚食先逢可口，充饥十足安全。

教学讳言新义，讲坛敷说陈编。
任尔金针度与，总如投石深渊。
何不回家吃煨薯，温淳细腻味香甜。
下教室，莫留连，
老母倚闾候望，呼儿自取炉沿。

天下滔滔皆是，时艰泄泄无然。
哪顾他家恩怨，要全自己性天。
何不回家吃煨薯，温淳细腻味香甜。
风飒飒，雨绵绵，
闭户自尝珍味，会心不落言筌。

有时兴来访友，主宾让座推迁。
商略湄红潭绿^①，谈谐北陌南阡。

① 自注：湄潭茶场茶叶名目。

何不回家吃煨薯，温淳细腻味香甜。
风窗下，行灶前，
适意原足千古，谁谙礼数周旋。

懒残煨芋衡岳，李泌异而问焉。
胜地高人雅事，偏为名利拘牵。
不如在家吃煨薯，温淳细腻味香甜。
此时乐，不羡仙，
且喜天伦共叙，遑论贵贱他年！

阿三晚温唐史，阿四知慕宋贤。
五儿勤习象数，年轻未解穷研。
山妻捧出煨红薯，温淳细腻味香甜。
书桌上，油灯边，
分食每人半个，夜凉肚暖安眠。

• 1942 •

牛顿天体力学赞^①

日夜相代兮莫知其萌，
 始卒若环兮莫得其伦，
 拱极周游兮经星，次舍参差兮五辰。
 日月亏蚀兮何因？圜有九重兮孰营？
 殊说兮纷陈，一得兮自宁。
 大辑兮未泯，后来兮积薪。
 参验兮求真，知几兮其神。
 歌白尼兮金声，刻白尔兮玉振。
 维牛顿之神智兮树文教之型，
 现象以求合兮知天地之纯。
 乾以清静兮高明，坤以顺动兮至诚。
 永无离贰兮日心，小轮缪轳兮澄清。
 轨辙可循兮椭圆形，面积可度兮平行。
 往来兮屈伸，光彩兮亏盈
 微积兮权衡，消息兮准平。
 有力芴漠兮自本自根，
 苹果堕地兮孰送孰迎？
 纲纪万物兮宇宙无垠，
 算数可及兮实验可征。

① 自注：为浙江大学物理学会牛顿诞生三百周年纪念会作。

学术迈进兮其书愈珍，
海王发覆兮其理弥新。
推步天象兮巧历能精，
条理一贯兮科学大成。

作者后记：

希腊天文学远源巴比伦，积数百年之观测而渐臻进步。但群氏纠纷，莫审其会，有以地静天动日月五星绕地周行者，亦有以太阳为宇宙中心者。天体运行之轨道多主圆形，或以不同心圆 eccentric 为说，或以本轮之周另有小轮旋转为说 epicycles。至第二世纪中有多禄某 Ptolemy 者，坚持地静学说，撰书十三卷，解释天象较能周密，后人称其书曰大辑 Almagest，奉为天文矩矱。至十六世纪，波兰人耿白尼 Copernicus 始复主太阳中心说，十七世纪初德人刻白尔 Kepler 又以五星与地之轨道同为椭圆而运行，速率则以椭圆面积平均进行为准。所立天体运动三定律，与当时精密之观察相符。英国牛顿 Isaac Newton 究心天算，创万有引力学说，世人乃知刻白尔三定律非各自独立，特万有引力定理应有之诸现象耳。牛顿主张天文学须数学演绎与实测证明并重，立自然科学研究之典型。十九世纪中叶，天算家依据牛顿力学计算天王星之不规则运动，谓天王星外应另有第八行星为之牵掣，果于一八四六年某夕发现海王星。牛顿力学之成功，尤得明证云。

次韵胡哲敷^① 咏兰

谷口斜阳媚石梁，花开柔曼叶舒刚。
处阴休影方遗世，聚族环居自散芳。
小草每羸山鬼伴，清标宁让水仙王。
怪他入骨寒梅瓣，肯为宫娃点额妆。

颠倒名花又一年，幽寻曳策晚风前。

① 注：胡哲敷，安徽合肥人，时为浙江大学中文系教授。

涓涓零露青桐底，冉冉微香翠嶂边。
赖有岫云慰岑寂，断无浪蝶妒清妍。
快心移植伤根蒂，空手归来亦黯然。

弈棋再次前韵

坐隐何如性陆梁，争先斗志气方刚。
运筹孰与万人将，胜算无关百世芳。
飞骑突围须杀敌，奇兵掠阵可擒王。
湘东一目难为战，残局惊看半面妆。

樵柯烂尽不知年，三百枯棋一席前。
歧路亡羊难得道，中原逐鹿始筹边。
疆场晋楚图更霸，声色姬姜欲斗妍。
收拾河山多急劫，两忘胜负各欣然。

• 1943 •

湄江吟社第一集，分韵得一字

湄水绕山城，滩声何激切。
前去汇江汉，东流入吴越。
吴越久沦丧，音信渺萧瑟。
异乡文字交，清兴相助发。
风雅江参政^①，脱手生花笔。
祝公亦好事^②，酬唱乏虚日。
咏兰句秀挺，观棋词俊逸。
起予豁俗氛，属和七言律。
肩随从郢斧，所恨非妙质。
骚坛初主盟，贱子忽言别。
永兴未云远，回首失倚匹。
坐见春景驰，邂逅良难必。
公等真率会，我今独契阔。
悲绪乱如麻，矢诗陈百一。

① 自注：江问渔恒源，江苏灌云人，国民参政会参政员。其子江希明时为浙江大学生物系教授。

② 自注：祝廉先文白，浙江衢县人，时为浙江大学中文系教授。

湄江吟社第一集，社课以朱文公
“无边光景一时新”分韵，即以七
字为韵，得五言七首，首各四句

山川兴不孤，翰墨以自娱。
文物湄潭盛，归心无日无。

湄江旧盟友，和韵欲蝉联。
语妙能医俗，移情水竹边。

文会事寻常，难期在异乡。
南明大错辈，邑乘乞余光^①。

休笑广文冷，废书迷簿领。
洗眼看青山，初昏足烟景。

俟命心眼逸，焉知马得失？
达人观万物，成毁通为一。

曲辕不材木，行者诟厉之。
荣悴寄于社，保无翦伐时。

① 自注：明末钱邦芭隐湄潭，祝发为僧，号大错和尚，见县志。

貽讥等自郅，困穷犹在陈。

闲愁无处着，诗思得常新。

香 港 劫

知夏不知夷则愚，知夷不知夏则妄。
愚者犹有同仇心，合志移山世所仰。
妄人不能别汉贼，江湖魏阙常鞅鞅。
一生只为稻粱谋，身死名随付恼恍。
珠江口外朱明天，良港天然汉弃捐。
西夷治下遁逃客，梦魂不到江淮边。
江淮倭寇势猖獗，羊狼狼贪侵百粤。
西夷妙策虚委蛇，数岁相于儻与忽。
寄迹殊邦随所安，漫漫长夜客心酸。
中兴王业求才亟，心欲从之行路难。
买诗喜有鸡林贾，歌舞豪奢真乐土。
谁料战神旦夕临，奔投路绝泪如雨。
闻道飞船汉使来，先登捷足声喧阗。
命穷莫及淮南犬，白日升举逃凶灾。
轰雷遍地从天落，神焦鬼烂水源涸。
孤军无计竖降幡，不悼虫沙悼猿鹤。
寇至仓卒豕狼奔，连山杀气天为昏。
求生无术死无国，劫后衣冠谁复存。
君不见马来吕宋势并危，正我长沙歼敌时，
援缅旌旗云变色，南荒复我旧藩篱。

湄永道中得暖字

征途值细雨，安步春泥软。
但见菜花黄，固知烟谷暖。
莺黄风送来，梨树雪堆满。
耳目自堪堪，里程何足算！

新晴难苦留，已恨假期短。
云物异来时，笑言犹曩伴。
依屏树色娇，罨画溪容暖。
便欲穷幽谷，牵拘厌文馆。

暮 春

万物荣枯委曜灵，繁英绰约任飘零。
桃根遗孽能伤李，柳絮随波竟化萍。
风信屡催啼鸟变，雨来顿失远山青。
四时代序君休恼，终古韶光不肯停。

升旗典礼

一日复一日，一朝复一晚。
敬事升降旗，居常遵教典。
养志重操舍，平旦气不损。
闻角起披衣，忍垢废巾盥。

趋跄附雁行，容止极赫咍。
浩歌声入林，神王气弥满。
青天白日旗，高举牵众眼。
吹金疾以清，仰望情无限。
为学勗尔勤，夙兴常黽勉。
许国教尔忠，将事宁惓款。
勤勇行所宜，忠信礼之本。
威仪在俄顷，其意则深远。

试新茶得人字

诗送落英眉未伸，玉川畅饮便骄人。
乳花泛绿香初散，谏果回甘味最真。
旧雨来时虚室白，清风生处满城春。
漫夸越客探焙法，话到西湖总怆神。

贺苏步青教授孪生子女

城南苏母贤，一举珠玉联。
门右既设悦，左复双弧悬。
涪溪国学中，佳话争先传。
孪生都相似，今也异陶甄。
女子子袅袅，男子子翩翩。
安知受生初，姊妹孰后先。
昔时彭泽令，兼种粳秫田。
秋至各有获，饮食庶安便。

虽云尽地力，亦待丰腴年。
咸欲抱儿女，莫识造化权。
或言多子累，或求一子艰。
天独厚苏氏，世德相贯连。
庭兰竞爽秀，并蒂奇可怜。
起居太夫人，重闱一破颜。
万里延殊庆，楂荣梨共妍。
周亲贺且美，欢跃暨江边。

三十二年八月十三日，炜女与洪君子波
在重庆订婚，长歌志喜

嫁夫当嫁吉士都，娶妇当娶静女姝。
我儿恂幅无殊质，標梅未字人嗤迂。
开春酒绿灯红夜，学友相逢辇毂下。
故人尽道阿洪贤，顽钝磨砢窥大雅。
阿洪故是不羁才，难得从容笑语陪。
互勉在公著劳绩，相期能久漫疑猜。
蜀江三月春光暮，一笑情亲红豆树^①。
更把相思仔细倾，容华不避汀鸥妒。
家书屡诉女儿怀，生亦陈辞愿孔皆。
我家喜有东床婿，情发金石终和谐。
六年沪海烽烟起，汉业中兴从此始。
艰难险阻俱备尝，所不同心如江水。

① 自注：炜女任教四川国立女子師院附属中学，校址在江津白沙红豆树。

秋郊裙幄风花香，嘉宾济济眉飞扬。
清歌流响意何长，指点松柏在山冈。
今朝文定启厥祥，百年好合家之光。

水 硐 沟

黔山直立水横冲，幽奇荒昧未易穷。
旧友相逢秋爽日，近郊胜概恣游踪。
征途零雨苦无笠，须臾开朗谢天公。
远山草色苍茫里，夭矫清泠挂玉虹。
前进十里忽不见，但闻沟水鸣淙淙。
水声转挟雷霆重，仰看银浪翻腾空。
三叠贯连足千尺，赴壑力撼左右峰。
岭脊有云随涧下，山根无雨常空濛。
乍惊龙斗动魂魄，面壁相习披心胸。
胸怀抑塞不平气，付与奔湍一泻中。
余气磅礴澄潭底，回波激荡生寒风。
偕游少壮俱不弱，褰衣涉水笑语同。
万事我且居人后，右手扶杖，左手提履，
跣足出没波涛洪。
涧清流乱难照影，任他人笑颡放空。
驾公自惬沧浪兴^①，应有佳什投诗筒。

① 自注：王驾吾兄自遵义来同游，驾吾先生名煥鑄，江苏南通人，时为浙江大学中文系教授。

冬日感怀得墮字

宿雾满空山，日出烈如火。
朝霞速变灭，湿云辄昼锁。
暘若雾足征，雨若霞证左。
物理自有常，委曲测诚叵。
枫林蒙肃霜，叶化珊瑚朵。
炫煌曾几时，零落随风簸。
行行天地间，我身亦细麽。
造物本不仁，于何悲坎坷。
亡羊道多歧，归马或召祸。
得失凭化迁，龙蛇无不可。
诗书慰吾怀，独伴寒灯坐。
轩冕非所欽，遽惜甌已墮。

• 1944 •

三十三年元旦

莫定南都日，颁时仿泰西。
凝寒消一九，献岁履端倪。
冬至阳初复，明生月竟睽。
风吹松柏劲，雨润蕙兰萋。
国步栖栖者，予怀渺渺兮。
不闻谢豹唤，惯听夜乌啼。
强寇凭三楚，穷兵犯五溪。
谁知出柙兕，竟作触藩羝。
破敌如翻手，良图免噬脐。
功高歌统帅，战捷慰群黎。
椒酒盈杯进，桃符信笔题。
已忘苦羁旅，共庆出涂泥。
休沐胶庠例，旌旗列肆齐。
欢声动朝野，乐事到孩提。
新旧年相错，阴阳历总睽。
月非子丑建，岁在未申迷。
墟市承前绪，郊园理故畦。
家无羊祀灶，食有粥和羹。
汉腊今虽废，夏时古与稽。
韶华随缱绻，流俗漫诋訾。

旧历甲申正月朔纪历

寅月戊子朔，日有食之既。
中南美可见，巧历预推计。
日食不为灾，昔贤固昭示。
惟于正阳月，过分而未至。
春秋术数家，乃谓为变异。
告君修刑德，聊用励政治。
天文重观测，历术昌后世。
交会知有常，遂无此顾忌。
但逢岁朝食，人心生芥蒂。
臣工罢观贺，天子斋戒避。
自奉太阳历，夏时未尽废。
值兹春正朔，仍行荐岁事。
号曰农民节，休沐循惯例。
知交走相庆，避凶趋吉利。
日月如合璧，未可谓天瑞。
故阴胜新阳，愤恚复奚济！
所幸天体浑，垂象本不齐。
人行如蚁附，地转如磨推。
仰观有先后，宇徙景改为。
一方见薄蚀，他方恒阻睽。
此日金环食，昼晦加立皮^①。

① 自注：Caribbean Sea.

远在海岱东，亦在弱水西。
原非南北戒，星野乌可稽？
海人乏占验，甘石非所知。
更以里差算，晷漏半日迟。
彼食加巳刻，正我昏定时。
西向不见日，安睹月所离？
天运非不臧，智者洞其微。
听我隔年话，读我元旦诗。
朝迎喜神方，夕醉屠苏卮。
卜昼勿卜夜，早睡静钲鼙。
何为过忧虑，新年乐事滋。

炉边得煮字

同云十日暗江浒，已看快雪仍多雨。
纒千山雀寂无声，阴壑滋兰奈何许。
谁能忍冻踏泥泞，改岁何为不室处。
纸窗竹壁砚未冰，仗有药炉共环堵。
闲翻松炭足清娱，脱尽寒酸非小补。
故纸丛残聊就温，短檠灯下字堪煮。
枯肠热后吟兴豪，硬语盘空一起舞。
炉灰欲澹灯欲地，诗成支枕梦栩栩。

读殷翰《质数之分布》^①

算术初入门，即知有质数。
疏密至不齐，而似有法度。
畴人多好事，动辄求其故。
谁知理幽微，万古深闭锢。
静观质数列，密度自深著。
极限识端倪，立成屡回顾。
最近百年中，函数穷复素。
返治整数论，解析实多助。
分布说日新，为学启玄悟。
述作垂不朽，尚论企遐慕。
譬如入深山，须要济胜具。
峰回路乍辟，先驱导云路。
造极纵未能，时时得真趣。
作诗志高风，自惭守故步。

茫茫整数集，质数列差池。
数集无限大，质数无限滋。
然与全体比，亦复无限稀。
平均计密度，对数相因依。
积微以成著，多寡乃可稽。
用课质数表，近似堪惊奇。

① 自注：Ingham: Distribution of Prime Numbers.

因知二者比,极限有所归。
 所憾凭实测,析理未以辞。
 高斯创此说^①,犹在冲龄时。
 涵养转深造,流露故迟迟。
 遂许来荣德^②,一代独步推。
 群贤附疏证,篇牒见珠玑。
 极限虽可即,存在犹阙疑。
 择术恐非智,结论终难期。

先是欧栗氏^③,立一恒等式。
 左设级数和,右置连乘积。
 乘积函质数,级数属解析。
 从此有津逮,可探质数域。
 争奈水深广,康济乏舟楫。
 实数以为舟,险阻难为力。
 利用复数素,彼岸方能即。
 黎曼^④初问津,千古仰创辟。
 绩学阿达麦^⑤,继往疏阂隔。
 遂令当世士,快作乘槎客。
 参彼分布论,勘彼疏密率。
 极限证存在,误差审等级。

① 自注:Gauss。

② 自注:Legendre。

③ 自注:Euler。

④ 自注:Riemann。

⑤ 自注:Hadamard。

析疑或赏奇，集思更广益。
尚余未竟功，绝学谁绍述。

试将自然数，揲之每以四。
奇一或奇三，奇数各无际。
两俱富质数，多寡岂有异。
分布虽参差，无害匹配义。
此于质数论，琐碎诚余事。
理则同艰深，解之了非易。
再就质数表，精勤作统计。
最初五千万，奇三实优势。
李德^①用解析，不遗数巨细。
谓从某数起，分布当异致。
翻让奇一数，尚质出头地。
积苦辨微芒，立言破众议。
谁知此数大，巧算未能逮。
析理得其真，所指有不至。

水 车

出山泉水天马徕，日行千里超尘埃。
逶迤浊世坐毡屨，一村一濑一徘徊。
竭来附郭绝滌洄，澄江涯涘犹恢恢。
忽惊沙际轻波回，嶙峋石堰不可摧。

^① 自注：Littlewood。

怒潮奋勇相排推，东西荡决流喧阗。
 堰边孔道谁修开，争投隘口响奔雷。
 飞轮孤竿何崔嵬，徒有多翼滞江隈。
 旁行斜上背负崑，俯挹湍流如绿醅。
 遂缘轂转上危台，同队零落浇苍苔。
 回望故国乱峰堆，溪山佳处沦草莱。
 漫漫前路思悠哉，建瓴直下难剪裁。
 接筒莫挽颓波颓，淹留陇亩历梯陔。
 苦寒地裂诚可哀，着意浸灌长春荄。
 朝宗早晚漫疑猜，济世还须山泽材。

戏题张鸿谟^① 兄跨马游春肖影

遮眼山横新翠，低头果下飞花。
 风物纷迎马首，可怜游子天涯。

缓轡独寻芳草，开怀满贮秣春。
 看尔摇鞭官道，村童谁识诗人。

读徐世大《周易阐微》

《周易阐微》言《周易》为春秋晋人中行明所作，明于晋灵公时旅行至赤狄，因故为狄人所俘，备尝艰苦，乃以隐语叙述经过，冀得流传于外，以求友朋

^① 张鸿谟，江苏泗阳人，当时为浙江大学农学院助教，农场技士。现任华中农业大学教授。

拯救，原非占筮之书也。徐君曾长浙江水利局及华北水利委员会，颇著劳绩，商功余暇，究心易学，考覈精详，得此杰作，亦足以自豪矣。甲申中秋，徐君令郎道觉^①兄以稿本见示，捧读再三，弥深钦佩，爰赋长句志之。

徐君说《易》如说《诗》，弥缝发覆能解颐。

宏才无愧闾微字，篇章三复仰真知。

安时处顺殷周世，行事休咎问灵龟。

筮法嗣兴卜未废，龟长筮短良可嗤。

春秋卜筮实兼用，《归藏》即龟《连山》著。

占筮何由有三易，《周易》未与《连山》歧。

积爻成卦记以画，连者为雄断者雌。

即以刚柔证八卦，风雷日雨无不宜^②。

重卦相生六十四，称名取类通指归。

胞与《同人》邑聚《井》，国君至《临》百官《随》。

往我《无妄》藏我《贲》^③。《大有》有年《小畜》饥。

《剥》极须《复》说在《革》^④，《否》往《泰》来顺逆时。

《序卦》释文多创获，抉剔旧传非诤疵。

明于忧患始作《易》，《系辞》此语当三思。

文王事载《明夷》彖，作彖辞者更伊谁。

名明字光中行氏，年代族望俱可推。

周行有易写彖象^⑤，题称《周易》名永垂。

① 徐道觉，1941年浙江大学植物病虫害系毕业生，当时留校任助教。现为美国德克萨斯州休斯敦安德森医院细胞生物研究室主任。

② 自注：以《离》卦象日，《兑》卦象雨。

③ 自注：《无妄》，死亡也；《贲》坟墓也。

④ 自注：《剥》，剥削也；《复》，报复也；《革》，革命也。

⑤ 自注：易，地名，赤狄所居。

尔时狄人为晋患，鄆舒跋扈潞子悲。
 丧朋东北《旅》途《蹇》^①，病《蛊》阨《困》《履》嶮^②。
 《咸》亨利贞取女吉^③，饮食宴乐日昃《离》。^④
 邂逅适逢大董怒，乃乱乃《萃》将为牺^⑤。
 有孚困禴占无咎^⑥，身甘剗刖据蒺藜。
 三年习《坎》安柔顺，度词呼吁见《明夷》^⑦。
 鸣鹤在阴同类应，心期利往西南维。
 叙言虽自托卦象，宁为筮者占繇辞。
 儒家杂采阴阳说，见仁见智终存疑。
 空标十翼垂《易》教，孰能絜静孰精微。
 两汉纷纶卦体论，旁通互变徒矜奇。
 解经辅治逞臆说，等之自《郅》焉用讯。
 近世名家工聚讼，鲜能奋角决藩篱。
 如君妙达作《易》旨，宿学安能梦见之。
 推溯六经征信史，流派回沅纷难治。
 考工余闲枕藉久，深造自得赤水遗。
 善为《易》者不言占，荀卿高论洵不欺。

① 自注：《旅》，行旅也；《蹇》，难行也。

② 自注：《蛊》，疾病也；《困》，困苦也；《履》，履历也。

③ 自注：《咸》情感也。

④ 自注：《离》，会合也。

⑤ 自注：《萃》，屠宰也。

⑥ 自注：孚，俘虏也。

⑦ 自注：《明夷》，明哲也。

偶读《宋诗纪事》得集句七绝一首

要同学问文章乐^①，学到根源物物无^②。

我辈月叨官九斗^③，每因囊粟叹侏儒^④。

甲申双十节结婚三十周年纪念示内^⑤

忆从结发始完姻，太岁闹逢第四巡。

天地之间原一体，闺门以内各千春。

每因国庆添家庆，笑看新人换老人。

犹有痴心延寿纪，相依尘世更三旬。

吴门赁庑昔游仙，长水家庐石火缘。

往事秋蓬随俯仰，劳生小草感迁延。

多君柴米油盐计，度此辛壬癸甲年。

差喜书窗小儿女，知将课业斗婵妍。

① 自注：姜大伾《怀王龟龄》。

② 自注：林季仲《送虞仲琳》。

③ 自注：王十朋《东屯》。

④ 自注：陆游《记梦》。

⑤ 先妣朱慧真(1892—1968)，上海人，毕业于上海徐家汇启明女中，曾任英语教师，1914年与先君成婚。

秋菊有佳色

秋花黄可怜，霜晴寄微尚。
掇英置砚北，伊与高士抗。
宁惟悔吝消，逸情复云上。
陶令归去来，赋诗成绝唱。
谁知千载后，有菊无元亮。
枝叶欲其肥，扶疏满盆盎。
颜色欲其丽，百态殊偃仰。
是朱或非素，臧否难一当。
何若东篱下，佳色故无恙。

青松在东园

东园三径废，突兀见孤松。
纵无凌云意，百尺何郁葱。
古色鳞之而，沦落荆杞丛。
开径锄丛草，愿与盟寒冬。
崇朝洒清露，向晚鸣劲风。
飘摇云间鸟，念之过园中。
盘空舒六翮，依栖谁与同。
陋巷希颜子，瓜田怀邵公。
本根信已美，何必升华嵩！

哀黄羽仪^①教授

十月十八加时中，秋风秋雨喧城闉。
羽仪先生易菁濒，斯人斯疾问何因。
病床振奋绝浮尘，直薄云汉诉高旻。
天何靳与三十春，长使夙志不得伸。
天神默默摇首频，未喻厥旨徒闾闾。
呜呼羽仪人中英，五岁能文老宿惊。
清夷和惠仰丰神，交十五年乐与亲。
我闻噩耗泪沾巾，又悲其遇增酸辛。
君岂不读《齐物论》，彭殇寿夭非不均。
古来毫厘鬼为邻，抑君不忍身后名。
亦知名乃实之宾，盖棺万物尽委沦。
惟有学术遗后人，要当戮力为传薪。
天不假年恨不泯，心性精微说尚新。
流派回沅何纷纶，君之所好在完形。
通几质测求其真，浙雍掌教轶侔伦。
图书仪器颇具陈，丁丑寇犯东海滨。
黄舍内徙仍扶轮，襟怀中年尤嶙峋。
学能传世不忧贫，珠玑偶吐人同珍。
惜哉杰作期晚成，乃以尽瘁伤其身。
友生哀挽空嗟称，绝学何人重问津。

① 黄羽仪(1903~1944)，名翼，福建同安人。时为浙江大学心理学教授。

遵义劳军

三十三年孟冬，日寇自粤西侵黔，征调大军防堵，过遵义而南者，为第九、第十三军等五六万人。浙大学生自治会发起劳军运动，费兼旬之力，集百万巨款以振奋军心，诚盛举也。

东夷肆侵夺，中国有征诛。
移师三十万，冲寒赴战区。
黔疆寇已深，赤子幸来苏。
戎行自劳苦，蜀道尤崎岖。
行李同困乏，愧无供车徒。
我有纸与笔，为尔寄家书。
我有针与线，为尔补衣襦。
他事唯所命，屏障应急需。
新排白话剧，今夕上氍毹。
相逢不我弃，共谋清夜娱。
明朝杀敌去，客气何在乎！

奉命复侵地，火急理征鞍。
黔患不足靖，计当克南丹。
不辞赴汤火，宁畏行路难。
所憾今春暮，故垒失梁韩。
战守实无状，流言道里寒。
男儿誓许国，戎衣忍反穿。
时论或未惬，宜逢白眼看。
不图夜郎国，乃见劳军团。

敌忾何热烈，心铭涕洟澜。
今夕宿贵筑，明日抵且阗。
独山好消息，凭君拭目看。

军为常胜军，士皆百战士。
南口台儿庄，丰功在青史。
将军百胜余，偶挫亦常耳。
豫民实不力，知非战之罪。
善败得全师，纪纲振未坠。
相忍为国谋，献功先明耻。
浩浩扬天风，胡马应披靡。
岭微烟雾中，旌旗恣所止。
文章复何用，国忧良未已。
请缨亦有心，当下投笔起。
戮力执干戈，将勿笑庸猥。

时维孟冬，气肃霜晨。
戎车既发，接轸回轮。
忽瞻先路，学子莘莘。
交歌悲壮，爆竹惊尘。
飞旆当道，乞驻逡巡。
微物投赠，遍及士兵。
高呼胜利，握手挥巾。
官长感激，致辞朴诚。
军人天职，保国卫民。
及时振奋，屈蠖宜伸。

莫忘此日，东道殷勤。
中华万岁！浙大千春！

• 1945 •

三十四年元旦

残历阴霾压峻原，云开献岁负朝暄。
阳生至后刚初九，好向春前作上元。
岭徼王师新立帜，滇边穷虏已空屯。
升平有象惊人眼，下里讴歌尽榜门。

八年元旦寄他乡，休沐归家湄水阳。
孰谓孟陬今殄灭，由来正朔费平章。
天将除岁月既望^①，春未回时日渐长。
我辈相濡鱼上陆，诗盟重缔许清狂。

操南^② 说《红楼梦·葬花词》感赠

东风何孟浪，可怜复可恼。
乍惊节物新，满地生芳草。
花开也多事，惆怅春归早。
伤春泪已枯，瘞花心未了。
情思断复连，清夜梦魂绕。

① 自注：旧历仲冬十八日元旦。

② 刘操南，江苏无锡人。浙江大学中文系 1942 年毕业后留校任助教。现任杭州大学古籍研究所教授。

明明相见时，咫尺蓬山杳。
此情被茫茫，此恨穷渺渺^①。

凄恻《葬花词》，语语摧肺肝。
细绎恼春句，深扣《长恨》端。
二百年前梦，凭君反复观。
窗外雨声细，宵深炉火残。
微言动四座，听者泪暗弹。
时运开世网，未觉天地宽。
桃李依东风，恩怨何漫漫！
美人感迟暮，今古同辛酸。

湄潭女生梁仙翠^②言“校中膳食
艰难，啖白饭有味”感赋

人皆食米饭，鲜知米饭味。
佐餐四五簋，真味失精粹。
鱼头欲其鲜，熊掌欲其腻。
盐梅和鼎鼐，不厌清与细。
可口或腐肠，饮膳常堪议。
昔贤诏后生，善养廉隅志。
能咬菜根香，胜彼肉食鄙。

① 自注：书中渺渺真人、茫茫大士似含时空之意。

② 梁仙翠，当时为浙江大学物理系二年级学生。后为杭州大学物理系副教授，现已离休。

攻读勤有余，饥者为食易。
迩来物力艰，学子亲饷馈。
所幸诸生中，十九仰官饩。
脱粟不足忧，难为副食计。
肴炙久荒疏，藜苳亦奢恣。
蜀盐点芦菹，磊饭原非戏。
下饭一碗余，空盘更无继。
饱食已逾分，白粲有同嗜。
但绝鲑菜缘，味腴可尝试。
譬如读经传，须达圣贤意。
倘从注疏入，茫茫迷大义。
穷理须即物，物格知可致。
学问大无边，毋为人见蔽。
借问说者谁？学生梁仙翠。
闻之忽起予，作诗乃余事。

乙酉新正初三日，问老招饮补学斋，
即席赋诗，次韵奉酬

难忘厄闰戒庚申，匕鬯无惊旅泊人。
朔旦鸡号千户晓，海天龙战百灵嗔。
临流不尽苍茫感，环堵能容啸傲身。
何意丰盘叨盛饌，高斋诗酒会斯辰。

时危未许便抽簪，斗柄看移六十正。
晏卧高堂唯咏雪，独怜空谷屡迁莺。

江湖鱼乐忘言说，风雨鸡鸣互爱情。
即事共谋诗力进，开樽花下几狂生！

读《考工记》六首

考工补冬官，庠序皆弦诵。
智创巧述功，厚生世所重。
轮舆垂法式，稽古豁雾蒙。
金锡上下齐，乃有刚柔用。
列钟递清响，疾舒律吕中。
妙揭格物端，数度自参综。
惜哉语不详，文辞异雅颂。
群说荟周秦，旁征愁杞宋。
郑注号淹通，贾疏绝诤讼。
鸿儒徒记丑，凌杂难折衷。
赏析偶及之，探索非云纵。
聊贡一得愚，论疵博众哄。

创物记百工，绍述非急就。
作者名不传，时代难重究。
胡貉弓车良，吴越金银富，
时当大一统，材用见相凑。
绘事后素功，黼黻文章绣。
方位配五采，习尚踵悠谬①。

① 自注：记言画绘之事杂五色，东方谓之青云云，又言杂四时五色之位以章之，俱用五行家说。

盖弓二十八，云仿四七宿。
制器象天文，旌旗饰龙兽^①。
释人作皋鼓，蒙革顺物候。
启蛰孟春中，西汉民时授^②。
所论多近语，谋新未舍旧。
礼记传汉初，书成为先后。
周官缺司空，旁搜补罅漏。

牝服次大车，辕下并用牛^③。
羊车更轻捷，驱策过平畴^④。
柯斧为尺度，车制旧率由。
耕地有坚壤，耒庇别倨勾^⑤。
亦隶车人事，农器实兼谋。
周人尚舆饰，清蹕扬华旂。
行泽轮欲杆，行山轮欲倅。
軹盖轴鞅轅，无不精是求。
一器众工聚，乃分轮与辘。
兵车六等数，千乘森戈矛。

① 自注：二十八宿之分配当在战国之际。

② 自注：释人章云凡冒鼓必以启蛰之日。西汉初始以启蛰为二十四气之一。吕氏《十二月纪》只言分至启闭八节，尚无二十四气之说。

③ 自注：郑司农云牝服为车箱，贾公彦疏：内轸子于其中而又向下服，故谓之牝服也。俱不言用牛。窃以为服当训驾，大车驾公牛，牝服则驾母牛也。

④ 自注：先郑云羊车谓车羊门也，后郑谓羊善也，亦未言驾羊之车，窃疑其穿凿失真。

⑤ 自注：坚，坚土也；壤，柔土也；见《九章算术·商功章》注。倨勾谓角之钝锐。

工事增筑冶，更非攻木俦。
大辂始推轮，积薪在上头。

大小无合并，居材强弱别。
相倚材小摧，相引则先绝^①。
斫桢如不中，强干徒虚设。
鲍人事韦带，信之欲其直。
所用若为枉，先自急者裂。
虽博亦奚为，褊浅转替戾。
任力贵能均，朴属久不折。
国工飭五材，矩矱存前哲。

栗氏为觚量，深尺无余分。
其积满一觚，权重准一钧。
器成观四国，法度知所遵。
后世遭丧乱，制作遂失真。
记言简且奥，笺注何纷纶。
内方推幂积，外圆为之唇。
方外矢二寸，厚薄殊不伦^②。

① 自注：与人章云凡大与小无并，大倚小则摧，引之则绝。郑君注云，并，偏邪相就也。用力之时，其大并于小者，小者强，不堪则摧也。其小并于大者，小者力不堪则绝也。诠释未能明晰。窃以为倚，相撻拄也，引，相牵掣也，《墨子·经说下》有“倚拒背坚”“丝绝引也”二语，可作旁证。记文盖谓任用木材须审其负力之轻重，负力重者用大材，负力轻者用小材，无论所负者为撻拄之力或为牵掣之力，不宜大小材并用也。否则小材必先摧，或先绝，大材强固有余，等于虚设矣。

② 自注：方边一尺，外接圆径一尺四寸一分四厘有奇，从方边至圆周矢距二寸零七厘余。若依郑注则觚量之唇，厚处须较薄处多二寸余，殊难索解。

刘歆造铜斛，旧制宜相因。
 数度存铭款，斛实算圆圉^①。
 莽量留尚方，郑君尝博询^②。
 何意《考工》注，悬断还自珍。
 補实疑未析，敢以质通人。

倨勾或中矩，方正宜无偏。
 磬折一矩半，名因磬氏传^③。
 皋陶与耒耜，倨勾悉仿旃。
 车人立名目，半矩谓之宣。
 楸柯至磬折，加半序不愆^④。
 旧法本疏阔，名数难穷研。
 尝疑天子弓，合九成规圆。
 量其圆心角，视宣略锐焉。
 取之为首数，等比级数连。
 云楸者纪限，柯犹中矩然。

-
- ① 自注：王莽时律嘉量斛今尚存清故宫博物院，王国维曾据实物观测，及其所铸铭语撰文考证，圆圉谓柱体也，见《九章算术·商功章》注。
- ② 自注：《汉书·律历志》注引郑氏曰，今尚方有王莽时铜斛，制尽与此同云云。
- ③ 自注：磬氏为磬，倨勾一矩有半，谓一直角又二分直角之一，一百三十五度也。郑注云，必先度一矩为勾，一矩为股，而求其弦，既而以一矩有半触其弦，则磬之倨勾也。解释繁而无当。
- ④ 自注：半矩四十五度为宣，加半得六十七度又二分度之一为楸，又加半得一百零一度又四分度之一为柯，又加半得一百五十一度又八分度之七为磬折，其角度较磬氏所定者为钝矣。旧法疏阔，难以名数详校也。虽然，宣、楸、柯、磬折，四者显系角度名目，郑君一以长度释之，殊多费解。

加半登磬折，乃合磬氏诂^①。
 九章著勾股，名数皆在边。
 测望高远术，不用角转旋。
 遂令《考工记》，专美千古前。

寒食得东字

乍暖乍寒春过半，清明前日雨迷濛。
 梨花落尽千堆雪，黄卷抛残一亩宫。
 父老痴顽谈晋乘^②，婴孩活泼沐欧风^③。
 神州兵气苍茫里，遥念松楸云海东。

文英塔下岩洞旧无名，仲浦^④名之曰
 漱石，作诗记游，且命同赋

芳草趁未歇，坦步春水浔。
 岸隈既窈窕，枳棘捉吾襟。
 溪尽见岩洞，班荆快盍簪。
 峻屏障晴曦，悬磬气肃森。
 承宇收返照，奔溜激清音。

① 自注：合九成规则弓弧居圆周九分之一，圆心角当四十度也。由此起算，加半得六十度为橢。明末算家译六十度角为纪限，又加半得九十度为柯，即中矩之角。又加半得一百三十五度为磬折，适合一矩有半之角度。

② 自注：谓介之推事。

③ 自注：四月四日儿童节，各地有健康比赛。

④ 张仲浦，时为浙江大学中文系助教。

川流岂无地，嶙峋弗能禁。
凿窍浑沌穿，历劫无古今。
情往悼濡足，奇踪如可寻。
偕游张仲子，臭味苔同岑。
漱石锡嘉号，托意沧浪吟。
愧余莺迁谷，和尔鹤在阴。

端 午

三百六十日，斯辰殊可珍。
挺生王镇恶，愤死屈灵均。
慷慨摧强虏，忠诚却暴秦。
余情千载下，肝胆欲轮囷。

赠 胡 哲 敷

欲庇寒儒勤筑室，多士颂声隆此日。
可因闲事惹心兵，入袋胡孙今复出。
人世歧路空徬徨，五君不数山与王。
痴梦经年官事了，投冠还我溷阴乡。

念 奴 娇

日本于八月十日向同盟国乞降感赋

东夷黠武，肆侵陵、豕突狼奔初歇。
海外忽传风色换，万里波涛哀咽。

广岛车辐，长崎檣橈，武库星罗列。
二弹丸下，一时都付陈迹。

只见群丑游魂，一夫残喘，委伏求存恤。
貔虎移军收失地，火速中原传檄。
同气同仇，我疆我理，共奋中兴业。
马关遗恨，者番当可清涤。

凯歌四章

隔海悬旌万里遥，橈枪妖气一时销。
归人已作安巢计，残寇何妨作简招。

风景依稀故国秋，二陵奏告解千忧。
扶桑白日沉光彩，终见降幡出石头。

万方报捷喜连踪，大汉军威振桂邕。
却让鲜卑攻不意，单于系颈在黄龙。

倚天剑斩长鲸死，拓土何烦守四夷。
寸地尺天原我有，台湾重睹汉官仪。

月夜抒怀

中秋前二夕，皓月当空作人面状，深目高鼻，神态斐然。偶忆李白《上云乐》云：“金天之西，白日所没，康老胡雏，生彼月窟，巉岩容仪，戍削风骨。”又

云：“西海栽若木，东溟植扶桑，别未几多时，枝叶万里长。”格调拟古而设想奇特，盖对月兴感之作也。今我同盟胜利，寰宇澄清，睹斯月色有同感焉。

夜凉到骨秋将半，浮云廓尽疏星见。
青天放月欠端正，分明皎净映人面。
磅礴四海君子光，隆准方口七宝装。
深深银海修眉下，形神奕奕照蚊虻。
康老胡雏岂苗裔，容仪风骨何昂藏。
传之近世枝叶茂，西邻若木东扶桑。
忆昨狂风吹古月，江湖摇落天为泣。
遥夜难招去国魂，羁人孰愿亲颜色。
海上初传奏凯歌，剧怜今夕月明多。
唱彻谪仙《上云》曲，中庭散发沐金波。

赠苏步青教授之台湾辅导教育复员

还我台湾府，梯航何足云。
不愁夷猾夏，直使马空群。
率土更新化，观风理故纷。
羨君解蛮语，横海作参军。

还都

京畿形胜控荆吴，龙蟠虎踞论岂诬。
孰料东倭突骑粗，禁旅难守金城孤。
唯廿六年冬日初，百官避寇西之渝。

川原转战八载逾，朝报几见流民图。
瀛海友国同征诛，拯民水火计不疏。
我军奋竦勇有余。貔貅百万争驰驱。
倭皇畏罪修降书，昔何骄悍今何愚！
爰命大将翔故都，石城风景应无殊。
受降甲帐军政枢，渠魁屈膝堪胡卢。
尽收兵械益军储，胡马杂沓归骐驎。
汪直自毙叔宝俘，爱钱惜死心肝无。
蚩蚩者氓原无事，农收免尔今岁输。
百端待理急所需，有司东下风云趋。
金张许史联冠裾，往来起忽浮空虚。
携家避地昔亡遁，今兹莫不怀粉榆。
江水汤汤直且纡，无钱买棹空踟蹰。
五胡之乱两京墟，刘裕光复才斯须。
靖康北虏沦祥符，嗣皇仅保东南隅。
还都大计系荣枯，旷古稀有难规摹。
与民更始仰许谟，万方和协苍生苏。

• 1946 •

《论二十八宿之来历》脱稿后作

运转不能止，常象著天球。
仰观星见伏，乘时服田畴。
苍龙特天矫，朱雀何清道。
白虎駭排翳，龟蛇同拍浮。
月躔四七宿，圜道自周流。
一夕宿一星，历历如传邮。
团圞旋复缺，向背互明幽。
晦朔岂异日，交会空中沓。
清台课弦望，告朔先绸缪。
盈月离角亢，太阳在奎娄。
两仪舞道中，相隔天半周。
圉仪勤考验，迎日善运筹。
规量黄道度，后密胜前修。
日行循常轨，其故堪深求。
至日别冬夏，节气序春秋。
当可坐而致，千岁无愆尤。
彗孛惯凌犯，五纬多逆留。
天文占灾异，术数干王侯。
史官星土说，肇分十二州。
繁星耀赤道，去极齐四游。
谓为廿八舍，不与列宿侔。

狼弧正当道，井鬼何须收。
建星南斗北，横渡云汉稠。
黄赤既殊道，甘石不相谋。
所论杂米盐，书传皆谬悠。
兵气天上合，世乱使人愁。
不如畴人子，历术绍箕裘。
先天天弗悖，革故树新猷。
或散之夷狄，绝域明珠投。
谁何不解事，摘星天上头。
匏瓜本无匹，织女亦寡俦。
俯羨银河侧，嫫女随牵牛。
龙首自有角，大角诚赘疣。
躔离所不及，安用空名酬？
源流难具悉，异说徒相仇。
梵夹苦未识，古书亡《索》《丘》。
《述学》务考信，经传容冥搜。
为文涉星历，自笑殊倡优。
兴来议得失，下笔不肯休。
稿成换新历，岁淹茂孟陬。

闻梅湾里徐姓有面湖堂屋
可以借居，因作长句

许假湖边屋数椽，愚知景物足清妍。
观鱼濠上闲凭槛，放鹤洲前夕泛船。

深幸伯通犹有庑，独怜子敬已无毡。
流入久作莼鲈计，安得壶公缩地鞭！

归 思

战伐流尘化素衣，凯还故里未应非。
云何苦守蛮荒邑，只送人归自不归^①。
春江水涨东流注，落梅风里船争附。
南趋两粤北走秦，回行同指江南路。
时贤骑鹤富腰缠，荆吴瞬息风冷然。
亦思决起湄溪畔，菱蚌窃比均须怜。
归人音信来沪海，虾菜腾踊今万倍。
翻羨他乡胜故乡，长途于役姑徐待。
早计归程心意宽，共谋入蜀板舆安。
便从三峡寻诗去，应是秋高落木寒。
九岁投荒今返棹，浮家且作胜游看。
南湖烟雨喜无恙，联盟诗酒堪盘桓。

二十六年十一月，倭寇嘉兴，家庐被灾，
手集算学书二百五十余种尽毁，
怆恻之情，未尝去怀，追作此篇

丈夫不得志，但有书作伴。

虽非群玉府，涉猎见璀璨。

^① 自注：黄景仁诗句。

丁丑倭寇深，四海蒙国难。
兵氛满家乡，流亡空里闭。
吾庐乃焚如，烈焰何人煽。
最怜环堵书，弃置任凌乱。
网罗垂廿年，縲紲毁一旦。
善初鲜有终，多聚不如散。
去国日悠悠，回望再三叹。
余年二十七，始读《畴人传》。
象数学专门，不绝仅如线。
千古几传人，光芒星斗灿。
每获算氏书，什袭森爱玩。
册府宝元龟，残帙各明算。
集成历法典，史志赖贯穿。
编目若水斋，辑遗海山馆。
珍本或丛残，故纸多断烂。
同具汲古功，奚为分畔岸。
九数培本原，四元畅条段。
钻研意颇严，创述迹重按。
尚论昔贤踪，文献得殊观。
自谓坎井乐，一壑希久擅。
所憾闻见窄，未能破万卷。
搜奇日有益，积薪更何惮。
不图天厌之，藏舟适夜半。
群籍苦无存，一辞谅难赞。
久客坐蹉跎，东归增愤惋。
饮啄愧残生，杜陵有明断。

• 1947 •

侶琴^① 寄示近诗，有《独燕》
一首，次韵和之

众禽各鸣春，园柳争雄霸。
社燕海外来，微雨春无价。
何处王谢家，安巢不问舍。
穀食喜啁啾，殷勤遣长夏。

经始亟衔泥，几见月生霸。
主人旧相识，攸居不论价。
岂不怀南溟，高举绝庐舍。
所愿安得酬，方春已徂夏。

寿斐谿^② 师七十

吾乡郑夫子，学术通体要。
经师兼人师，身教与言教。
诸生各有成，童蒙亦可造。
浮名何足论，继志敦宿好。
少耽畴人业，曾不计悯笑。

① 顾侶琴，苏州人，原江苏省立第二工业专门学校职员。

② 郑斐谿，嘉兴府学堂教师。

游艺共颉颃，程课穿奥窅^①。
仍译《新数学》，巧算资模效。
《消闲》发妙理，谁与麋同调^②。
逊国命维新，储材兴学校。
秀水初发源，广文实先导。
贱子附门墙，同学年最少。
谨受孟子书，痴騃昧堂奥。
曩时弦诵地，今看丰草萋。
惟余筵擅声，梦魂屡颠倒。
沧海掀鲸鲵，谷口号虎豹。
棠棣托同生，流离到荒徼。
师独契莲社，正气能不挠。
禅悦心地平，文采玉山照。
得养定延年，时清映德劭。
仰观南极星，朱天正辉耀。

赠曹行素教授

治历顺星辰，肇自古巫史。
养生资药石，网罗古方技。
精义兼利用，人智盛积累。
化学万物宗，滥觞聊尔耳。
炼钢起顽矿，煮石充服饵。

① 自注：有《游艺斋算学课艺》。

② 自注：《新数学》后附《消闲录》。

百世乐其成，鲜知尽根柢。
汉皇好神仙，方士言谲诡。
黄白至无因，儒冠所不齿。
锻灶与丹鼎，谁复求形似。
曹君研化机，识解独瑰伟。
遗文探《道藏》，摭实穷物理。
汲深绠亦修，自守良有以。
十载随风波，百城失凭恃。
北窗坐晡晚，虚室安止止。
平生尚友心，到此稍宽弛。
为学譬为山，安忍废丘址！
子亦久投荒，青箱轻敝屣。
抱帙欲何为，归来乏故纸。
相见夔怜兹，心口徒愤悱。
夙愿哪得酬，艰难同一轨。
即令瀛海外，奋发多奇士。
创述尊所闻，绝学究终始。
数典天方朝，愚断辄自喜。
詎知大食人，稗贩遍遐迩。
铅汞术西流，重译功可纪。
要非扶其微，何由远倍鄙。
祀水必先河，贵能析原委。
惟君津逮勤，淹贯莫与比。
炉火未尽寒，披灰曷云已。
但传腹中书，旷代光有炜。

某生应大学招生考试，成绩颇优，
以化学卷撕去一页，未蒙录取

昔有求仙者，浮海阻风涛。
神仙倏已近，引去复迢迢。
读书务上达，国学仰弥高。
投试结初愿，袖砖门再敲。
不辞场屋困，宁畏行役劳！
诸科谨射答，六卷并前茅。
一卷偶离析，过失视捉刀。
司成竟不荐，甄别明秋毫。
回首穀中游，奇厄空郁陶。
上庠重章则，勿谓如牛毛。

• 1948 •

题罗韵珊^①《蠖庐诗存》

我辈还乡君远客，宜州结伴到临安。
江东才调今谁续，汉北行吟古所难。
非为诗狂增愤慨，且凭酒德罄交欢。
春明旧梦休相问，朝暮齑盐意自宽。

秋日杂咏

熙女治虫鱼，乍入学士林。
课蚕观演化，荒斋愜素襟。
一日上舍归，倾囊喜不禁。
飞钞不盈握，云直七十金。
千金奉阿母，难尽寸草心。
致胎及诸妹，一商表微忱。
出门买衣履，价贵儿自任。
涸辙今许润，斗水非蹄涔。

邻家今夕喧，翁媪将八子。
长女才及笄，最小未毁齿。
值媪华诞辰，趋庭各献技。

① 罗韵珊，广西宜山人，时为浙江大学文书。

合唱称庆词，嘹亮声悦耳。
咿优羯母歌，母歌协宫徵。
咩缓《寒衣曲》，鞠育情无已。
大火天际流，转眼霜风起。
衣褐岂无忧，群儿哪解此！

感 事

迅雷除积暑，匕鬯一时惊。
李树因桃仆，泾流入渭清。
醉醒人自昧，朱碧看难明。
举世滔滔是，浮沉惜俊英。

• 1949 •

次韵卢彬翁《可园早春闻鸟啼有感》

谷口乱飞羽翮轻，谁何伐木一声声？
木折巢倾须早计，争林终日喧啼莺。
旧山人厄遽如许，枝头饶舌同类惊。
上天云雨手翻覆，非鸟安知鸟哀乐。
时艰群雀守空仓，未必良禽栖择木。
又值江南桃李春，鸣禽园柳几番新。
纵心把酒得一适，莫待提壶鸟唤人。

解放叠前韵

黄金为重功名轻，官好由他笑骂声。
京师委弃等传舍，绝岛偏听汉苑莺。
犀兕尚多足防御，当关虎豹下人惊。
佳兵勿戢终颠覆，富贵峥嵘非管乐。
连云战垒易堕除，社鼠熏之恐烧木。
湖山暗蹙正伤春，拭目争看易帜新。
匹夫匹妇仇今复，开怀同作太平人。

教育工作

叔世风俗偷，襟裾马牛走。

孰非庠序生，学优行则苟。
伤哉道不行，人师当引咎。
此语虽谦光，肌理未悉剖。
昔人有恒产，祖遗善继守。
为政不谋新，教育亦何有！
近复重资财，商战决胜负。
文物商舶来，濡染类雕朽。
衰世多曲学，竊败原非偶。
所以革命军，为民破械杻。
政异而俗殊，后生庶开诱。
黉舍为导师，迷途其可久！
新学时习之，反躬涤藏垢。
尤宜集众思，箴言置座右。
政教寓军令，瞻依唯马首。
最怜教育家，有似丧家狗。

科 学 工 作

城市劝纺织，乡村课耕耨。
图治先工农，民生亟匡救。
饮水不忘源，科学遵左右。
学各有专门，迈进殊步骤。
或探造化奇，物理穷宇宙。
或尚开济功，制用资生厚。
一致而百虑，合志相传授。
探奇规独往，违世益孤陋。

制用备战争，助虐遭诅咒。
律吕欲和同，广乐钧天奏。
毋为僧院钟，鸣以大小扣。
国事无町畦，英才竞入彀。
穷达亦何常，跃冶非敢后。
革面总无成，豹变急难就。
秀才自秀才，学究自学究。
质测与通几，识小何须诘！

旧历闰七月初三日海宁陈文港观潮

驱车直过海宁城，闰月三日看潮生。
壮观不须月既望，了知今日哉生明。
两仪对立共嘘吸，当其同度力合并。
闰余正值秋涛候，初三十八同虚盈。
长城屹起东南角，回环中规气象肃。
有声隐隐复匆匆，万骑合围森约束。
连峰积铁忽崩颓，旋见银山涌作堆。
蛟龙潜伏知何处，翻腾海窟排空来。
江流忘却西来意，迎上潮头又折回。
奔涛泼雨征衣湿，壁上观者神魂摧。
八堡塘工称最险，眼前海口成箕敛。
狂澜吞吐基动摇，鱼鳞枉自整而伊^①。

① 自注：旧鱼鳞塘工有破坏者皆基土坍塌所致；而石砌仍得完整。在建筑中之斜坡塘在旧塘后百余步。

捍障难期垂久远，犹须割地求清晏。
不见钱塘整子门，隔岸赭瓮遥指点。

观潮有感

海水不得平，江水不得直，
大地孰纲维，机缄莫能识。
潮声日夕喧，川流苦逼仄。
平生怀奇伟，临眺转惶惑。
河伯投海若，在势不在德。
见少敢自多，相依为善国。

• 1950 •

杂 感 四 首

鍼矢不行时，疾进犹畴曩。
飞鸢偶留影，未着戾天想。
力学穷化迁，几何究形象。
所论非一端，并观便牵强。

墨子言无厚，虽小犹有间。
自乖小一义，安得位最前。
惠施善历物，譬病已尽蠲。
如何觭偶者，反覆理陈编。

圆锥有截线，缠绕将无同。
开翕换形态，孰与推始终。
回顾截面斜，缓急非相蒙。
漫将变易义，小试效融通。

有线曲而全，矫枉伤其性。
飞腾九天上，颇与直线近。
渐近岂平行，支离原本分。
大匠废绳墨，造微庶洁净。

• 1960 •

水调歌头

历法溯源远，算术更流长。
畴人功业千古，辛苦济时方。
分数齐同子母，累积青朱移补，经注要端详。
古意为今用，何惜纸千张！

圆周率，纤微尽，理昭章。
况有重差勾股，《海岛》不难量。
谁是刘徽私淑？都说祖家父子，成就最辉煌。
继往开来者，百世尚流芳！

· 补辑 ·

送春得何字

声声布谷唤伊何，燕语莺啼怨正多。
芳草有心难报答，落花有意但婆娑。
惜阴欲奏通明殿，向暮空挥返日戈。
文士不忘春浩荡，尚余来月号清和。

（摘自《渭潭文史资料》第三辑《渭江吟社诗存第一辑》）

隔江挹翠

——茶场八景之一

连冈曲涧抱城南，佳胜今朝次第探。
隔岸微风摇绿竹，西山斜日落清潭。
溪光岚彩交明瑟，画境诗心此浑涵。
归鹭不知歌舞事，烟云供养独无惭。

（出处同前）

夏日遣兴

暂抛课职我何求，徒步归家乐事幽。
旭日在天容昼懒，繁星烛地耐宵游。
谋篇选韵从吟社，托兴哀时接胜流。
十里溪云纷变灭，书空咄咄只垂头。

（出处同前）

湄江秋思得初字

山城无屋不凌虚，渺渺情怀废读书。
一涧奔腾新雨后，数峰飞动晚晴初。
枯禾得雨眉方展，战士无衣计尚疏。
东海何年洗兵甲，鲈鱼风起返乡闾。

（出处同前）

《中国数学史》定稿

积人积智几番新，算术流传世界珍。
微数无名前进路，明源活法后来薪。
存真去伪重评价，博古通今孰主宾。
合志共谋疑义析，衰年未许作闲人。

（摘自 1984 年 11 期《科学史集刊》梅荣照《怀念钱宝琮先生》。）

后 记

先君谢世忽忽已逾 16 年。16 年来,予等兄妹思亲之情无时或已。1982 年初,曾在淮阴师专《活页文史丛刊》127 期上刊出先君《〈论二十八宿之来历〉脱稿后作》等诗 7 首,以为诞辰 90 周年纪念。年底喜获长兄克仁由中国科学院自然科学史研究所索回而加以复印之先君手抄诗集《骈枝集》,反复诵读,先君之声音笑貌,历历如在目前,一如亲聆教诲,益增孺慕之情。亟欲付之剞劂而力有未逮。近岁予家经济情况根本好转,外子周本淳一再建议将其付印,传之久远,以纪念先君百年诞辰,予乃于今春专程赴杭向母校浙大校友总会申请正式出版,终蒙允诺,其内心之欣慰自不可言喻也。

先君讳宝琮,字琢如,生于 1892 年 5 月 29 日(光绪十八年壬辰五月初四),浙江嘉兴人。早年官费留英,甫弱冠,毕业于伯明罕大学。历任江苏第二工业专门学校、南开大学、中央大学、浙江大学教员、副教授、教授 40 余年,弟子遍及海内外数以千计。业余从事中国算学史研究,旁及天文、历法,卓有所成。1921 年起在《学艺》、《科学》等杂志上发表论文,1932、1933 年相继出版《中国算学史》(上卷)、《古算考源》等著作。1944 年,英国科技史专家李约瑟博士曾两次至贵州湄潭参观考察浙大科研情况,特意奉访先君,相得甚欢。

竺藕舫(可桢)世伯与先君共事多年,深推其为人。竺老任中国

科学院副院长,力促先君赴院专事研究,乃于1956年至自然科学史研究室(现已改为“所”),为一级研究员,先后发表重要论文10余篇。专著有《中国数学史话》、《算经十书》(校点),主编《中国数学史》、《宋元数学史论文集》等。先君对自然科学史之研究坚持亲自挂帅青老合作方法,成果卓著。《中国数学史》定稿时,曾为诗云:“积人积智几番新,算术流传世界珍。微数无名前进路,明源活法后来薪。存真去伪重评价,博古通今孰主宾。合志共谋疑义析,衰年未许作闲人!”方期继续扩大与深入,而10年浩劫,先君以洁白之身、垂暮之年横遭折磨,先妣悲忧成疾,1968年含恨先逝。1969年底,先君被“疏散”至苏州长子处,1971年春不幸中风卧床,予等屡往省视,每言及尚有墨子等9题亟待成文。予兄妹曾请其口述大意,以便代笔,则曰:“为学不可假手于人,我必能起床重新写作。”众亲友咸望能重起操觚,孰料1974年元旦病情恶化,至5日终因抢救无效,赍志以歿,呜呼痛哉!其后科学院于北京开会追悼,骨灰安葬于八宝山革命公墓。1983年,中国科学院自然科学史研究所为纪念先君诞辰90周年,特出版《钱宝琮科学史论文选集》,共收论文34篇。

先君一生热爱祖国,献身科学、教育事业,爱憎分明,为学刻苦自励,实事求是,生活甘于淡泊,不忧贫窶,虽学有所长,名声大震而平等待人,虚怀若谷,蔼然可亲,培养后进,不遗余力。梅荣照研究员之文,可为佐证。先君素耽吟咏,以诗言志,但书胸臆,不事华饰,亦如其为人。自题为《骈枝集》,盖取《庄子》骈拇枝指之义。

《骈枝集》原有诗146首,词2首,起1935年,迄1960年,按年代排列,皆先君所自订。现增七律5首,排于末尾。诗大都作于抗战时期。抗战开始后,浙江大学自杭初迁建德,而江西,而广西,1940年初辗转至贵州遵义、湄潭等地,始获安定。至1946年复员

返杭，流离达9年之久。先君上有老母，下有予等兄妹7人，10口之家，全赖一人工资维持。物价腾踊，米珠薪桂，生活极其艰苦，然先君胸怀豁达，乐观积极，潜心教学、科研之余，尚能发为诗歌，徜徉自适，而遇有可以发扬爱国上进精神之事亟以入诗，既存史实，亦励后人。当时师生生活维艰，能以白饭果腹，已属万幸。予同届好友梁仙翠君力学攻苦，心无外骛，曾谓“啖白饭有味”，先君闻之，即写诗赞扬，并从中发挥为学之道，予人以深刻教育。今岁仲夏，予随外子至贵筑参加屈原学会年会，会后特重访遵义、湄潭。于全家曾寓居5年之湄潭“朴庐”前徘徊良久，不忍离去。面对破烂不堪之低矮小屋，40多年前之艰苦生活重浮眼前。追念勤奋求学、不慕荣利之谆谆教导，先君1944年之诗句“差喜书窗小儿女，知将课业斗婵妍”（《甲申双十节结婚三十周年纪念示内》）萦回耳畔，一种自豪感油然而生，乃赋小词数章，中一章曰：“朴庐小，多谢一枝栖。绩学老亲原自乐，析疑子女漫相随，从不羨轻肥。”盖记实也。今予等兄妹皆已退休，尚能保持朴实家风，并各尽其力以期有益于社会，皆得之先君之身教，不敢稍存放佚，以遗先君羞。读者读先君诗，亦可想见先君之为人。至于先君热爱祖国、为学育人提携后进之风，有梅荣照君之文在，特附于集后，以供参阅焉。

诗集名《骈枝集》，今时习惯以人名集，故改今名。原为繁体直行，无标点，此次一律改为简体横排，并加标点。集中除自注外，长兄克仁又供给材料对其中涉及之人名等增加一些必要之注释，虽挂一漏万，但聊胜于无。自注原在句中，为印刷方便，皆移至诗后。

在本书编辑过程中，得到苏步青、缪彦威两位世伯之亲切关怀，苏老为题签，缪老为作序，增光篇幅，铭感无既，特致谢忱。

此次诗集之得以付梓，承母校浙大领导及校友总会同志大力

支持,特此致谢。

谨以此书敬献国内外科学史界、文学界怀念先君之人士,作为对先君百岁诞辰之纪念。

四女煦谨记于江苏淮阴师专 1990 年 11 月